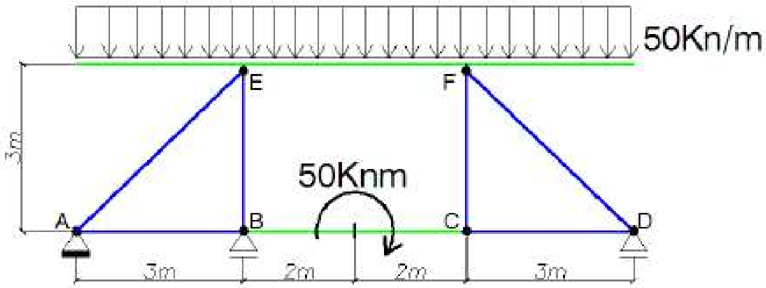
Sistemas Mixtos

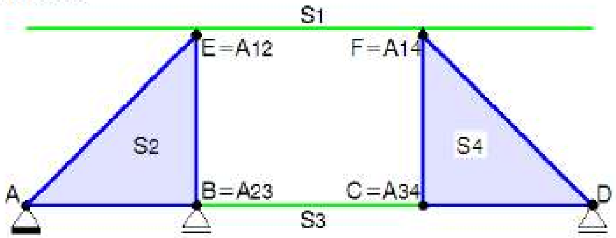
Versión 2020.06.22

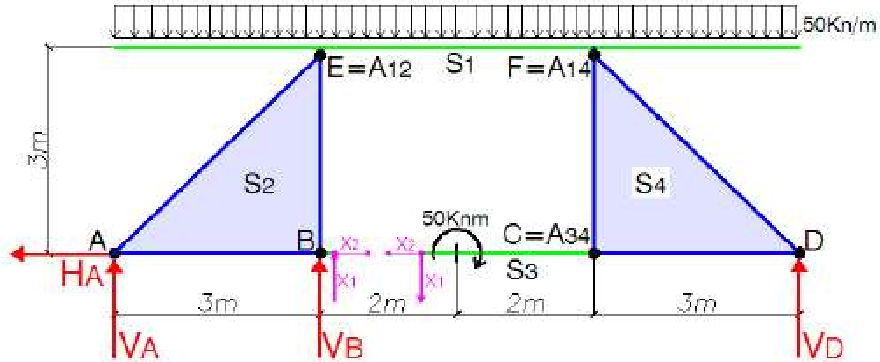
SISTEMAS MIXTOS DE ALMA LLENA Y ALMA CALADA.

Ejemplo N°1



1-Análisis cinemático.





$Rz=0 \rightarrow H_A=0$

$Ry=0 \rightarrow 500Kn - V_A - V_B - V_D=0$

$Mx^{A}=0 \rightarrow 2500Knm + 50Knm - V_B.3m - V_D.10m=0$

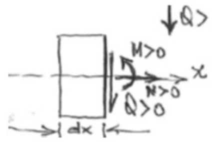
$Mx^{A12}{}_{s2}=0 \rightarrow V_A.3m + H_A.3m + V_B.0m + X_1.0m - X_2.3m=0$

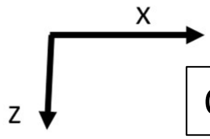
$Mx^{A34}{}_{s3}=0 \rightarrow 50Knm - X_1.4m + X_2.0m=0$

$Mx^{A14}{}_{s3\,s4}=0 \rightarrow 50Knm - X_1.4m + X_2.3m - V_D.3m=0$

Operando se obtiene:

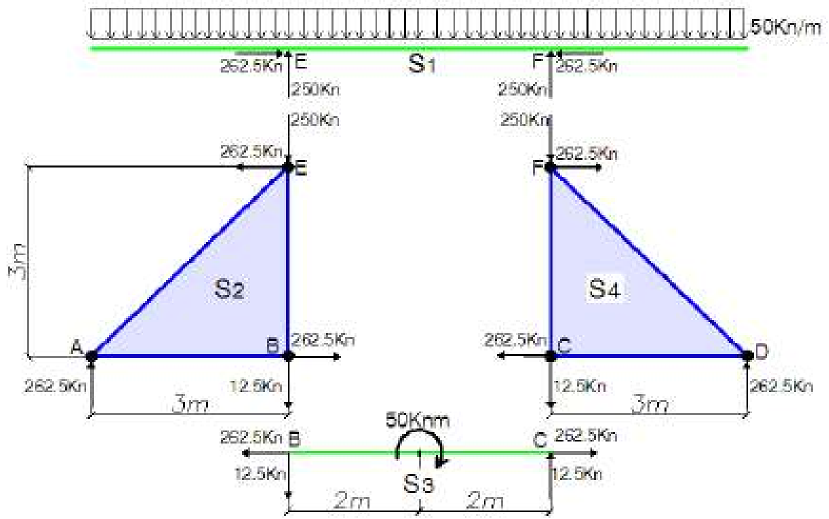
$\boxed{H_A=0Kn}$ $\boxed{V_A=262.5Kn}$ $\boxed{V_B= -25Kn}$ $\boxed{V_D=262.5Kn}$ $\boxed{X_1=12.5Kn}$ $\boxed{X_2=262.5Kn}$





Ojo el Q, es al reves para nuestra convención

3-Despiece de la estructura en sus chapas componentes.

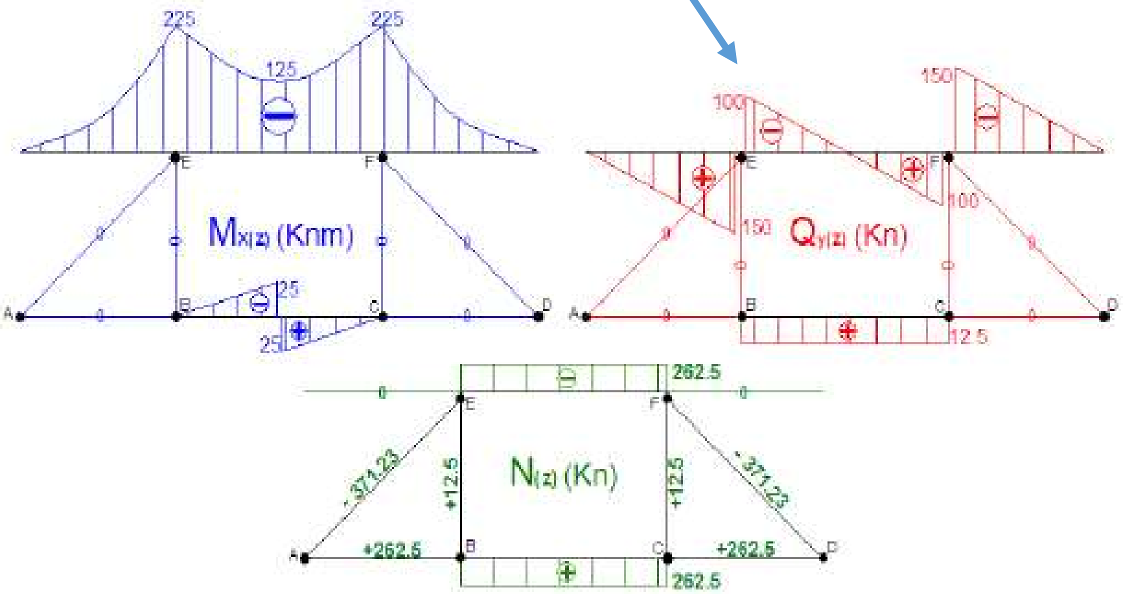


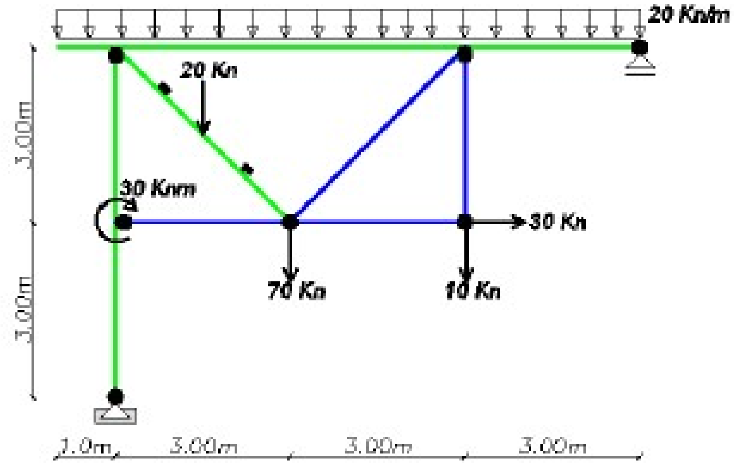
4-Determinación de esfuerzos internos en las barras constitutivas de las chapas **S2** y **S4**.

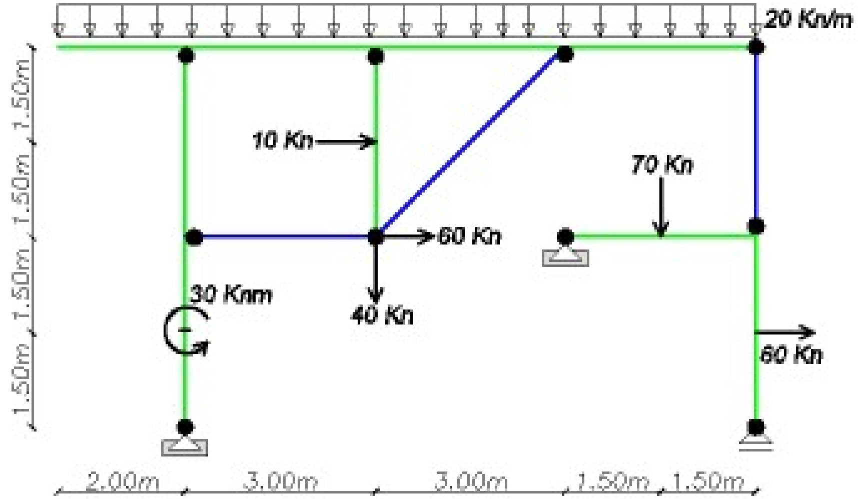
Dichas chapas se comportan como sistemas reticulados, consecuentemente aplicando el método de los nudos surgen los siguientes esfuerzos internos en barras.

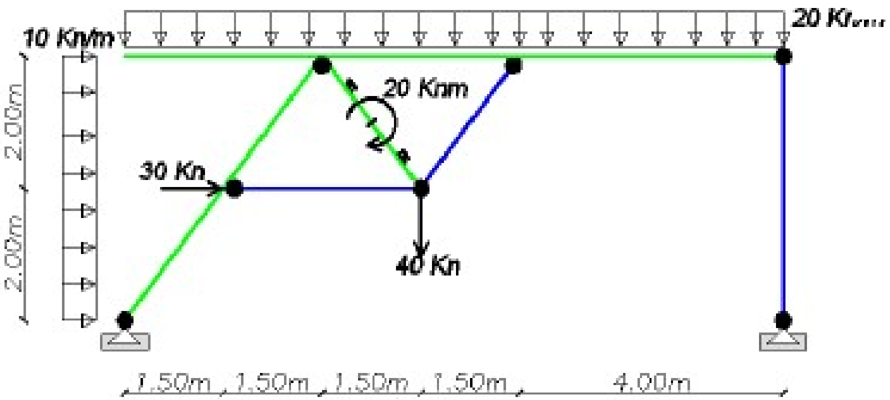
EAB=ECD=262.5Kn Tracción	EBE=ECF=12.5Kn Tracción	EAE=EDF=371.23Kn Compresión

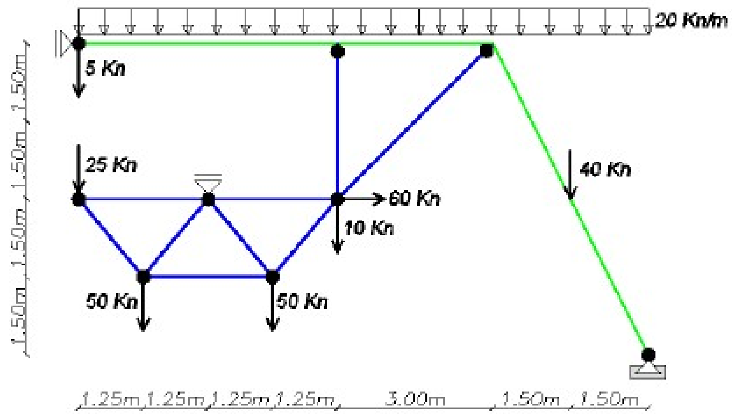
5-Trazado de diagramas de características.




20 Kn/m
20 Kn
30 Knm
30 Kn
70 Kn
10 Kn
3.00m
3.00m
1.0m
3.00m
3.00m
3.00m


20 Kn/m
10 Kn
70 Kn
60 Kn
40 Kn
30 Knm
60 Kn
1.50m
1.50m
1.50m
1.50m
2.00m
3.00m
3.00m
1.50m
1.50m

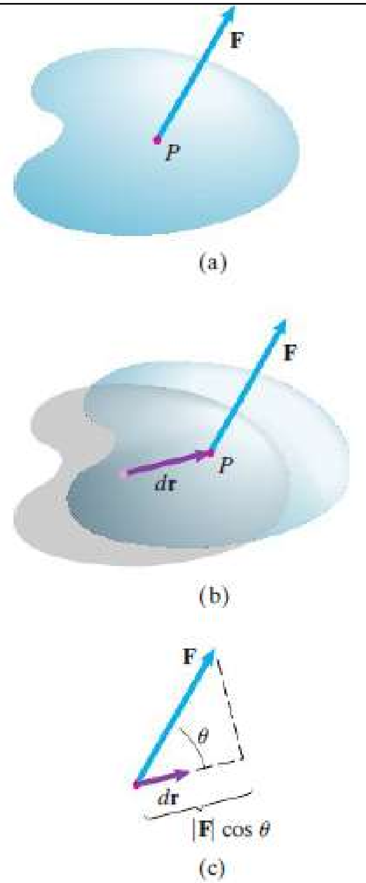

10 Kn/m
20 Kn/m
20 Knm
30 Kn
40 Kn
2.00m
2.00m
1.50m
1.50m
1.50m
1.50m
4.00m


20 Kn/m
5 Kn
25 Kn
60 Kn
10 Kn
40 Kn
50 Kn
50 Kn
1.50m
1.50m
1.50m
1.50m
1.25m
1.25m
1.25m
1.25m
3.00m
1.50m
1.50m

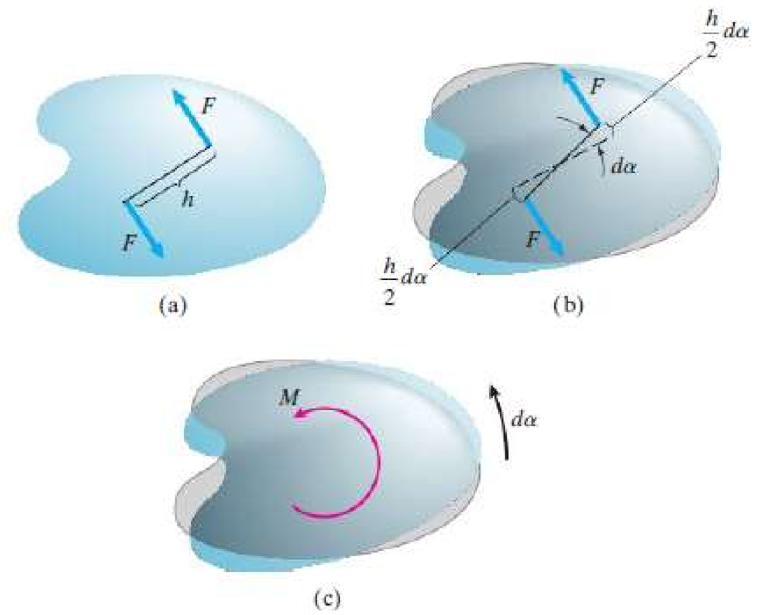
Trabajo Virtual I

Versión 2020.06.22

Trabajo Virtual: Es el Trabajo de fuerzas y pares aplicadas sobre el cuerpo sobre desplazamientos y giros que no son producidas por dichas cargas (De allí se define Desplazamiento Virtual)



$$dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

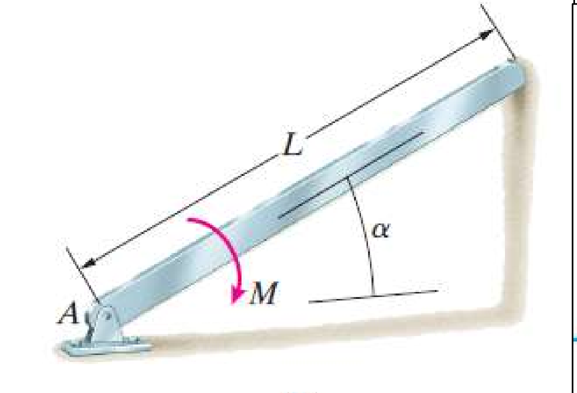


$$dU = M\, d\alpha.$$

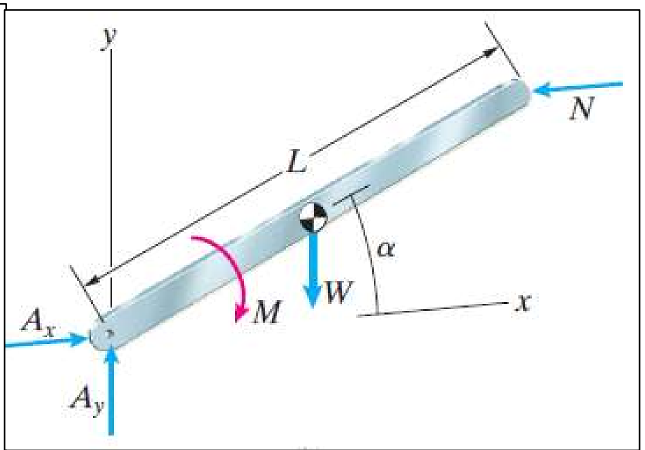
Principio de los Trabajos Virtuales o de los Desplazamientos Virtuales:

Si un cuerpo esta en equilibrio,
el trabajo virtual efectuadas por las fuerzas y los pares externos es cero en un campo de desplazamiento virtual y viceversa

Cuerpo en Equilibrio



(a)



$$\Sigma F_x = A_x - N = 0,$$

$$\Sigma F_y = A_y - W = 0,$$

$$\Sigma M_{\text{point } A} = NL \sin \alpha - W\frac{1}{2}L \cos \alpha - M = 0.$$

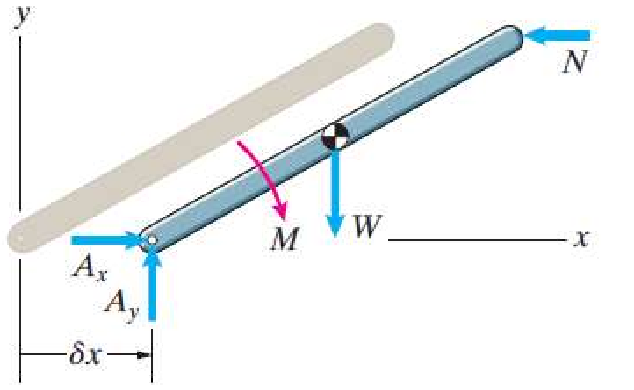


Figure 11.4
A virtual displacement δx.

$$\delta U = A_x\delta_x + (-N)\delta_x = (A_x - N)\delta_x$$

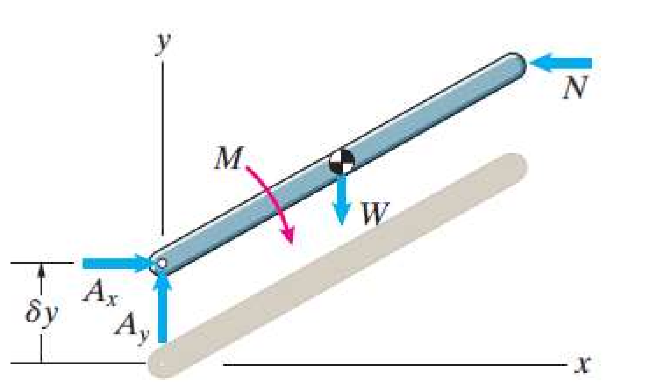
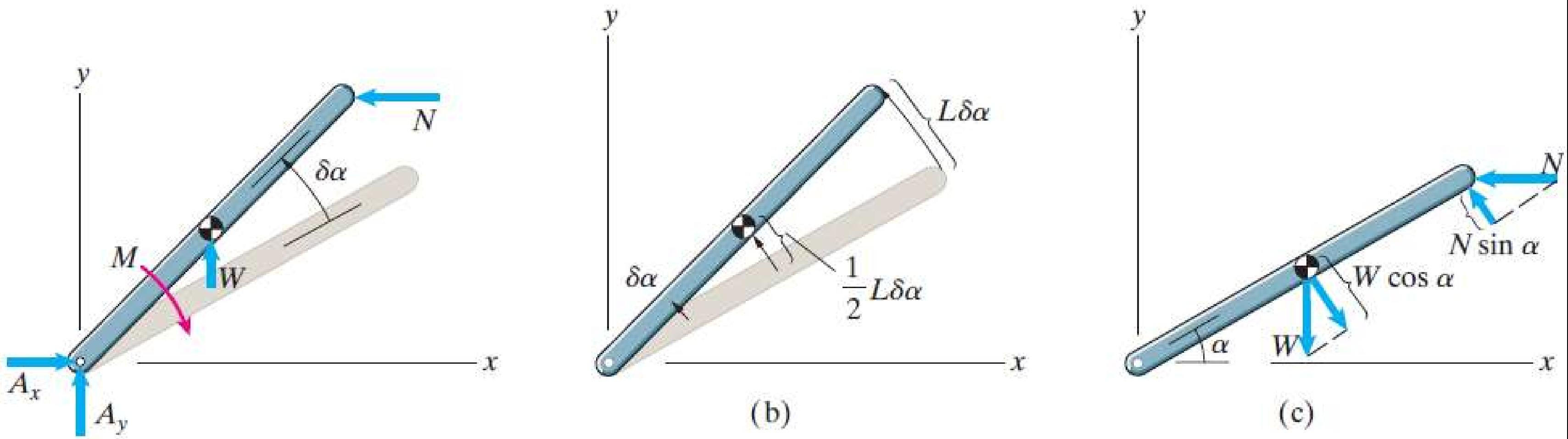


Figure 11.5
A virtual displacement δy.

$$\delta U = A_y\delta y + (-W)\delta y = (A_y - W)\delta y.$$



$$\delta U = (N \sin \alpha)(L\delta\alpha) + (-W \cos \alpha)\left(\frac{1}{2}L\delta\alpha\right) - M\,\delta\alpha$$

$$= \left(NL \sin \alpha - W\frac{1}{2}L \cos \alpha - M\right)\delta\alpha.$$

APLICACIONES A ESTRUCTURAS

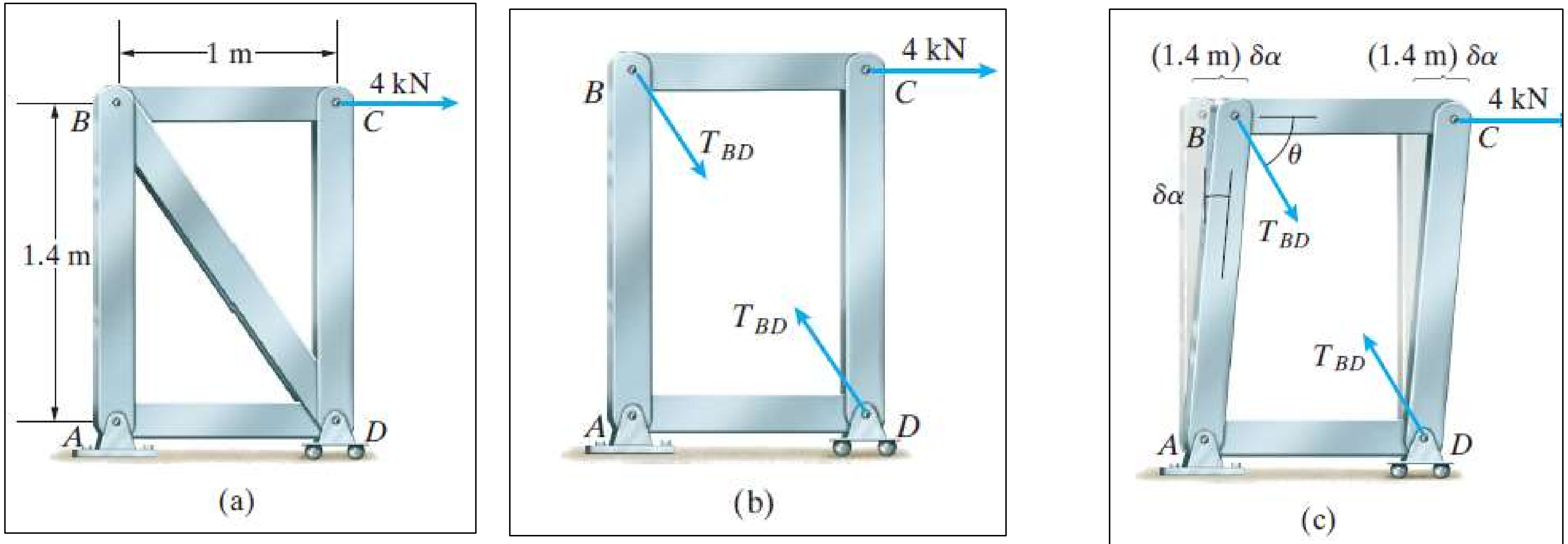
Para determinar reacciones desconocidas en sus apoyos , o fuerzas internas en sus elementos, se quitan grados de libertad en la estructuras en equilibrio en correspondencia con la incognita y se somete a la estructura a un campo de desplazamientos virtuales y se calcula el Trabajo Virtual Total

PROCEDIMIENTO: Aplicar un desplazamiento virtual (Ficticio) que de origen a la realización de un trabajo virtual por parte de las cargas conocidas y de las fuerzas o pares desconocidos en un campo de desplazamiento virtual, con el objeto de obtener ecuaciones que nos permita calcular la fuerza o el par desconocido

Determinar la carga axial BD

Abrir la Estructura en la incognita

Aplicar un desplazamiento virtual

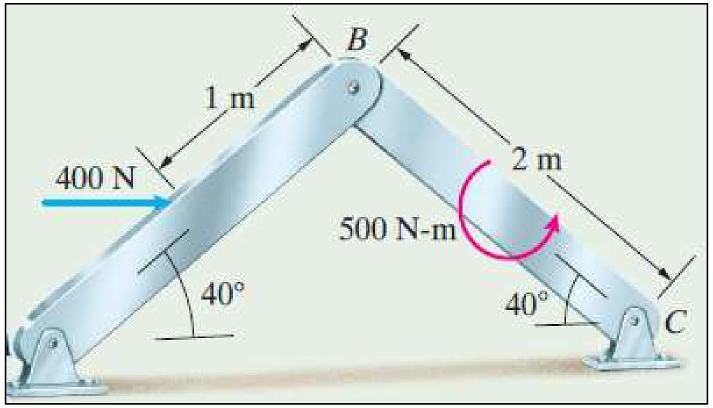


$$T_{BD} = -6.88 \text{ kN}.$$

$$\theta = \arctan(1.4/1) = 54.5°.$$

$$\delta U = (T_{BD}\cos\theta)(1.4 \text{ m})\,\delta\alpha + (4 \text{ kN})(1.4 \text{ m})\,\delta\alpha = 0.$$

Problema 1: Use el TTV para determinar la reacción horizontal en la reacción horizontal en C



Estrategia: Aunque la estructura esta fijada en A y C, puede estar sujeta a un movimiento virtual ficticio. Se quita el vinculo de la incognita y se elige un desplazamiento virtual para que haga trabajo en C y en las fuerzas externas. Siendo que el TV es cero se obtiene la Fuerza

Buscar la Relacion entre dx y dα

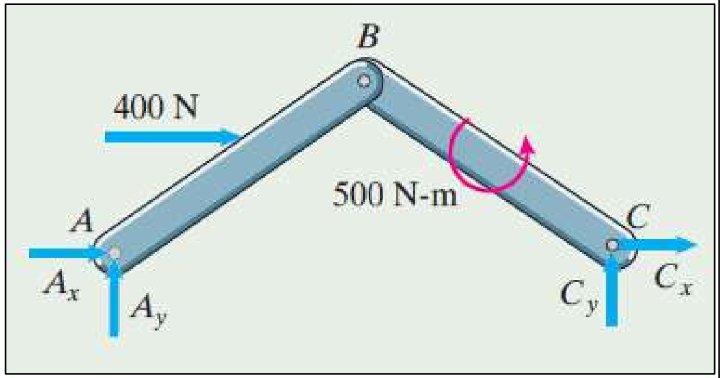
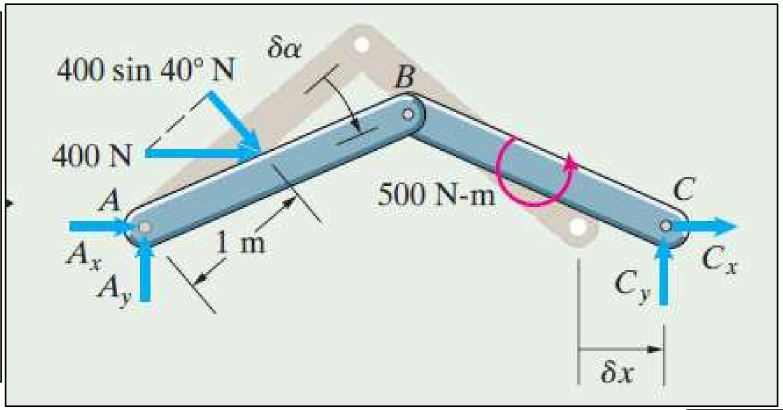


Diagrama de Cuerpo Libre



Desplazamiento V solo en C

$$x = 2\,(2\cos\alpha).$$

$$\frac{dx}{d\alpha} = -4\sin\alpha,$$

$$dx = -4\sin\alpha\, d\alpha.$$

dα negativo

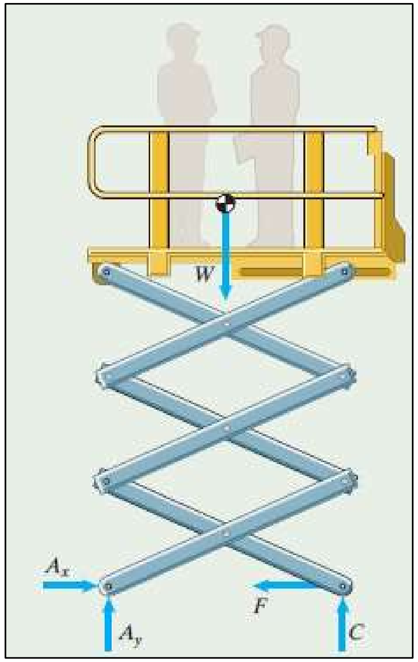
$$\delta U = (400 \sin 40°\ \text{N})(1\ \text{m})\delta\alpha + (500\ \text{N-m})\delta\alpha + C_x\delta x = 0.$$

$$\delta U = \left[(400\sin 40°\ \text{N})(1\ \text{m}) + (500\ \text{N-m}) + (4\sin 40°\ \text{m})C_x\right]\delta\alpha = 0.$$

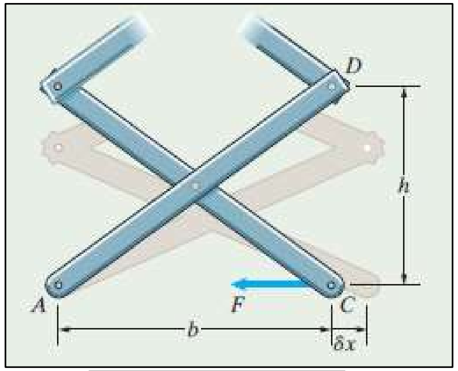
Solving yields $C_x = -294$ N.

Problema 2: Una plataforma extensible sube y baja por medio de un cilindro hidráulico BC. El peso total de la Plataforma y las Personas es W, no hay peso de las vigas. Que fuerza axial ejerce el cilindro hidráulico para mantener en equilibrio en la posición mostrada

Diagrama de Cuerpo libre



Desplazamiento V



$$b^2 + h^2 = L^2,$$

$$2b + 2h\frac{dh}{db} = 0,$$

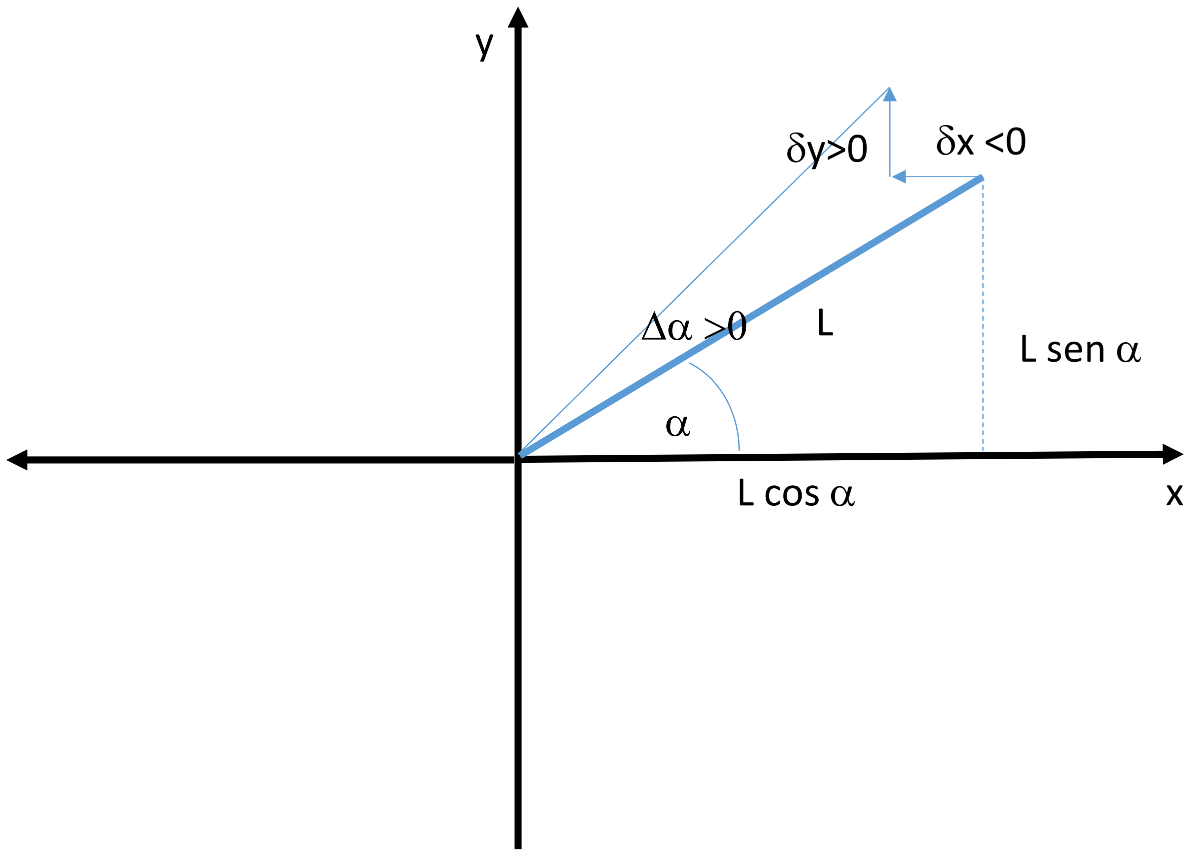
$$dh = -\frac{b}{h}db.$$

Si asumo que $\delta b>0 \Rightarrow \delta h < 0$

W<0

F<0

$$\delta U = \left[-F + \left(\frac{3b}{h}\right)W\right]\delta x = 0,$$

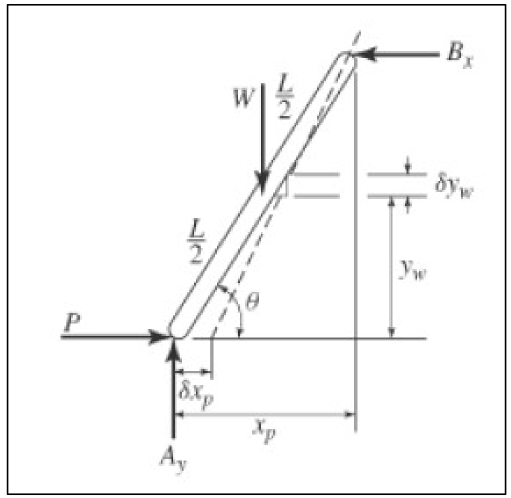


$x = L \cos \alpha$
$y = L \operatorname{sen} \alpha$

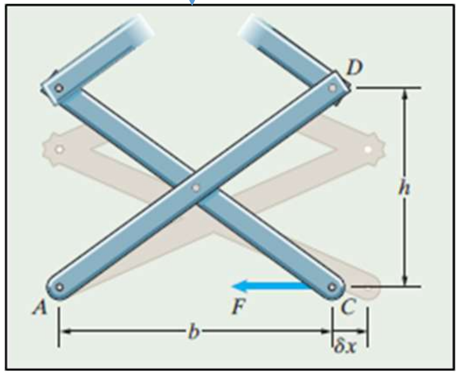
$dx/d\alpha = -L \operatorname{sen} \alpha$
$\delta x = -L \operatorname{sen} \alpha \, \delta\alpha$

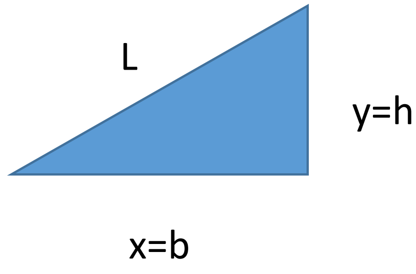
$dy/d\alpha = L \cos \alpha$
$\delta y = L \cos \alpha \, \delta\alpha$

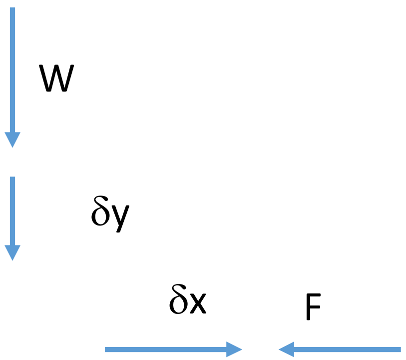
$\delta\alpha > 0$ x->y



ALTERNATIVA







$x = L \cos \Phi$

$y = L \text{ sen } \Phi$

$\text{Sen } \Phi = h/L$ $\qquad$ $\delta\Phi = \text{negativo}$

$\text{Cos } \Phi = b/L$

$\delta x = -L \text{ sen } \Phi \, \delta\Phi \; \Rightarrow -L \,.\, h/L . \delta\Phi$

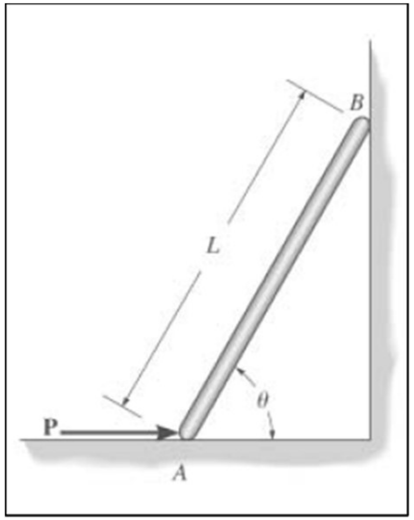
$\delta y = L \cos \Phi \, \delta\Phi \; \Rightarrow \; 3.L.b/L. \, \delta\Phi$

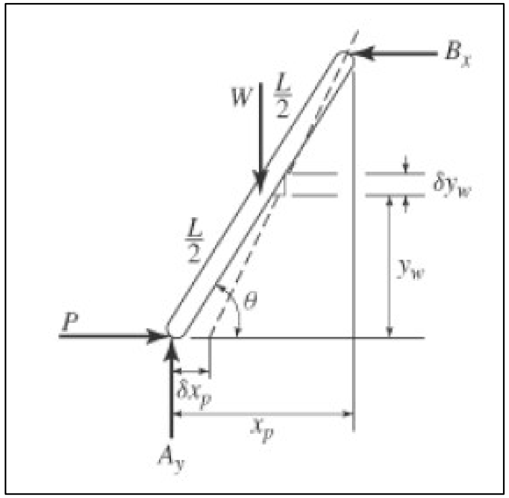
$\delta W = W.\delta y + F.\delta x = 0$

$\delta W = +W.3.b. \, \delta\Phi - F.h. \, \delta\Phi$

$F = 3.b/h.W$

Problema 3: La barra de peso W se apoya sin rozamiento en la pared y en el piso. Determine la fuerza P necesaria para mantener el equilibrio.





$$x_p = L\cos(\theta) \qquad \delta x_p = -L\sin(\theta)\,\delta\theta$$

$$y_w = \left(\frac{L}{2}\right)\sin(\theta) \qquad \delta y_w = \left(\frac{L}{2}\right)\cos(\theta)\,\delta\theta$$

$\delta U = 0;$ $$P\,\delta x_p + W\,\delta y_w = 0$$

$$P(L\sin(\theta)\,\delta\theta) - W\left(\frac{L}{2}\cos(\theta)\,\delta\theta\right) = 0$$

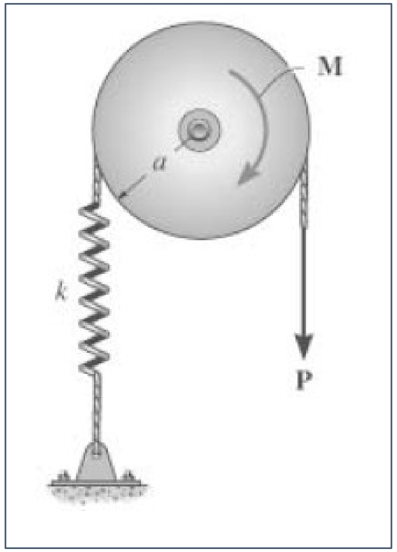
$$\delta\theta\left[P\,L\sin(\theta) - \left(\frac{W\,L}{2}\right)\cos(\theta)\right] = 0$$

Since $\delta\theta \neq 0$

$$P\,L\sin(\theta) - \left(\frac{W\,L}{2}\right)\cos(\theta) = 0$$

$$P = \frac{W}{2}\cot(\theta)$$

Problema 4: El disco de peso W esta sujeto a una fuerza vertical P y a un par M. Determine la rotación del disco si al final de la soga hay un resorte de constante k.



$$\delta U = P\, a\delta\,\theta + M\,\delta\theta - ka\theta a\delta\,\theta = \left(P\,a + M - ka^2\theta\right)\,\delta\,\theta = 0$$

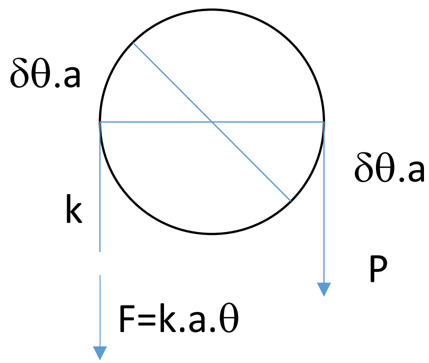
$$P\,a + M - ka^2\theta = 0 \qquad \theta = \frac{P\,a + M}{ka^2} \qquad \theta = 42.4\,\mathrm{deg}$$

$W = 10$ lb

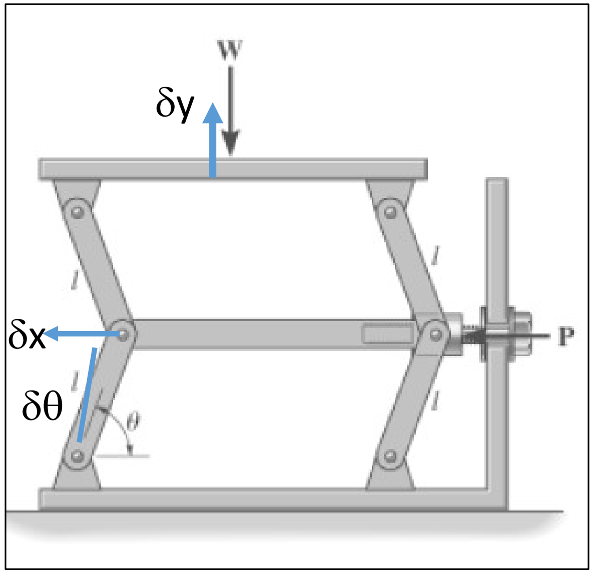
$P = 8$ lb

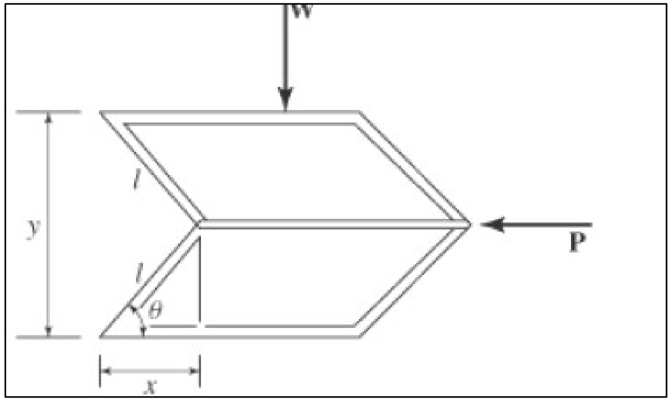
$M = 8$ lb·ft

$a = 1.5$ ft



Problema 5: La Plataforma soporta un peso W. Determine la Fuerza horizontal P que se debe aplicar para mantener en equilibrio la estructura para un angulo θ.





$$x = l\cos(\theta) \qquad \delta x = -l\sin(\theta)\delta\theta$$

$$y = 2\,l\sin(\theta) \qquad \delta y = 2\,l\cos(\theta)\delta\theta$$

$$\delta U = W\,\delta y + P\,\delta x = 0$$

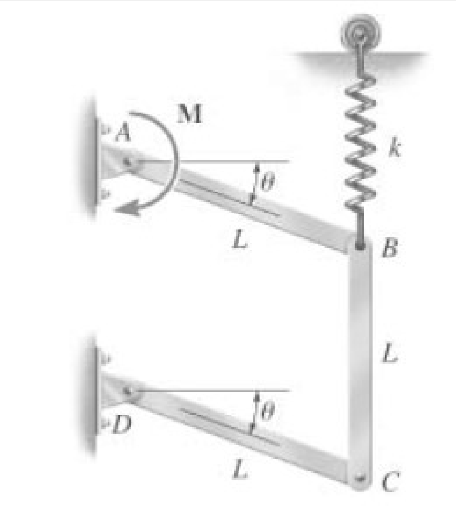
$$-W(2\,l\cos(\theta)\delta\theta) + P(\,l\sin(\theta)\delta\,\theta) = 0$$

$$-2\,W\cos(\theta) + P\sin(\theta) = 0$$

$$P = 2\,W\cot(\theta)$$

Se escribe la ec de trabajo y luego segun si las fuerzas y los desplazamientos tienen la misma Direccion, trabajo positivo y En caso contrario negativo

Problema 6: Cada barra tiene masa m, el resorte esta destesado cuando θ=0. Determine el angulo para el cual haya equilibrio. Pregunta: Cuanto vale k, si $\theta = \theta 0$



$$m_1 = 8\ \mathrm{kg}$$

$$k = 2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

$$L = 300\ \mathrm{mm}$$

$$M = 50\ \mathrm{Nm}$$

$$g = 9.81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$y_1 = \left(\frac{L}{2}\right)\sin(\theta) \qquad \delta\, y_1 = \left(\frac{L}{2}\right)\cos(\theta)\delta\,\theta \qquad y_2 = L\sin(\theta) \qquad \delta\, y_2 = L\cos(\theta)\delta\,\theta$$

$$\delta\, U = 2\ m_1 g \delta\, y_1 + m_1 g \delta\, y_2 - k y_2 \delta y_2 + M \delta\,\theta = 0$$

$$\delta U = \left[m_1 g L\left[2\left(\frac{1}{2}\right)\cos(\theta) + \cos(\theta)\right] - kL\sin(\theta)L\cos(\theta) + M\right]\delta\,\theta = 0$$

There are 2 solutions found by starting with different guesses

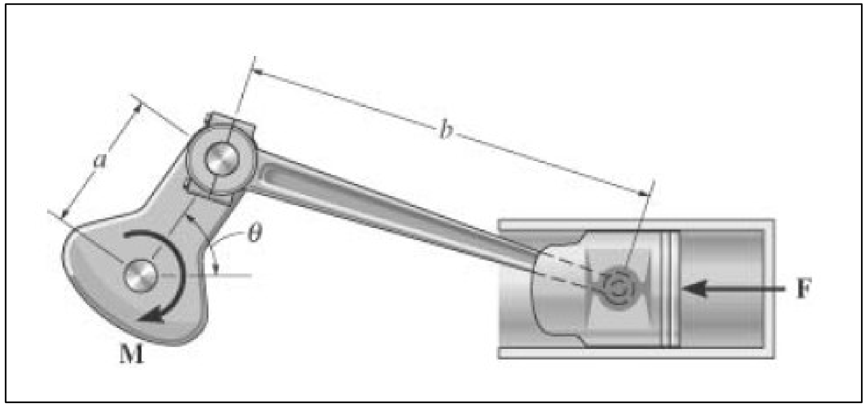
Guess $\theta = 10\ \mathrm{deg}$ Given

$$m_1\ gL\ 2\ \cos(\theta) - kL^2\sin(\theta)\cos(\theta) + M = 0 \qquad \theta = \mathrm{Find}(\theta) \qquad \theta = 27.4\ \mathrm{deg}$$

Guess $\theta = 60\mathrm{deg}$ Given

$$m_1\ g\ L\ 2\cos(\theta) - kL^2\sin(\theta)\cos(\theta) + M = 0 \qquad \theta = \mathrm{Find}(\theta) \qquad \theta = 72.7\ \mathrm{deg}$$

Problema 7: La biela-manivela esta sujeta a un torque M, determine F cuando esta en equilibrio con $\Phi = \Phi 0$

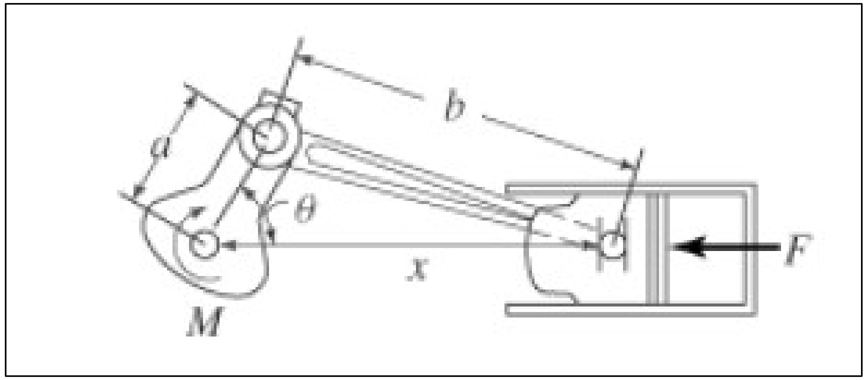


$M = 50\ \mathrm{Nm}$

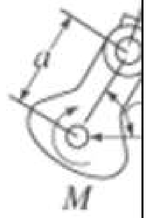
$\theta_0 = 60\ \mathrm{deg}$

$a = 100\ \mathrm{mm}$

$b = 400\ \mathrm{mm}$



$$b^2 = a^2 + x^2 - 2\ a\ x\ \cos(\theta)$$

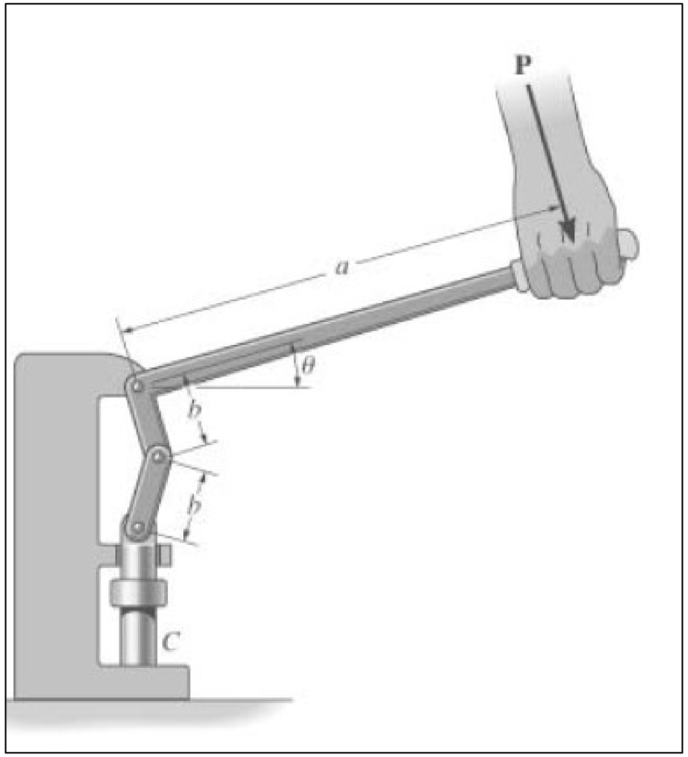


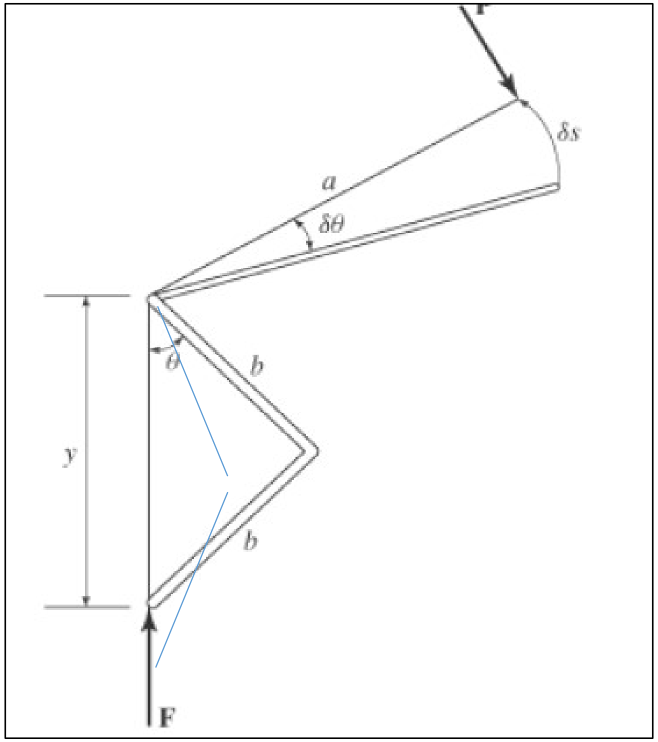
$$0 = 2\ x\ \delta\, x - 2\ a\ \cos(\theta)\delta x + 2\ a x \sin(\theta)\ \delta\ \theta$$

$$\delta x = \left(\frac{a x \sin(\theta)}{x - a\cos(\theta)}\right)\ \delta\theta$$

$$\delta\ U = \quad F\ \delta x + M\ \delta\ \theta = \left[-F\left(\frac{a x \sin(\theta)}{x - a\cos(\theta)}\right) + M\right]\delta\ \theta = 0$$

Problema 8: Si la fuerza P esta ejercida perpendicular a la barra de la prensa, determinar la fuerza De compresion





$$\delta s = a\ \delta\ \theta$$

$$y = 2\ b\cos(\theta)$$

$$\delta y = -2b\sin(\theta)$$

$$\delta U = P\,\delta_s + F\,\delta_y = 0$$

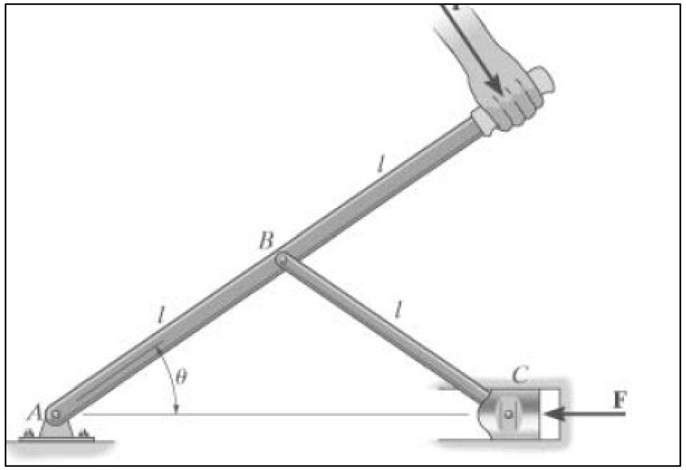
$$P\,a\,\delta\theta - F\,2b\sin(\theta)\,\delta\theta = 0$$

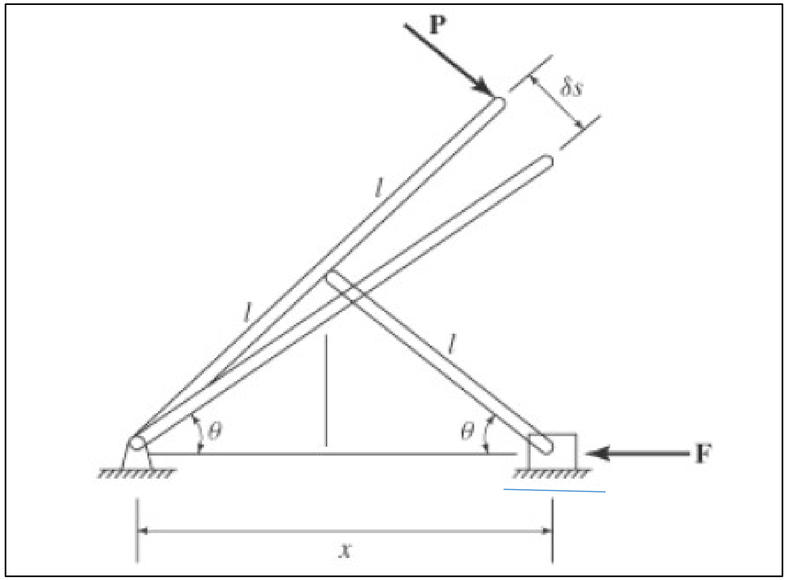
$$F\,2b\sin(\theta) = P\,a$$

$$F = \frac{1}{2}\,P\left(\frac{a}{b\ \sin(\theta)}\right)$$

$$F = 180\,\text{lb}$$

Problema 10: Una fuerza P es aplicada en la barra. Determine la Fuerza F Del piston para mantener el equilibrio





$$\delta s = 2\ l\ \delta\theta$$

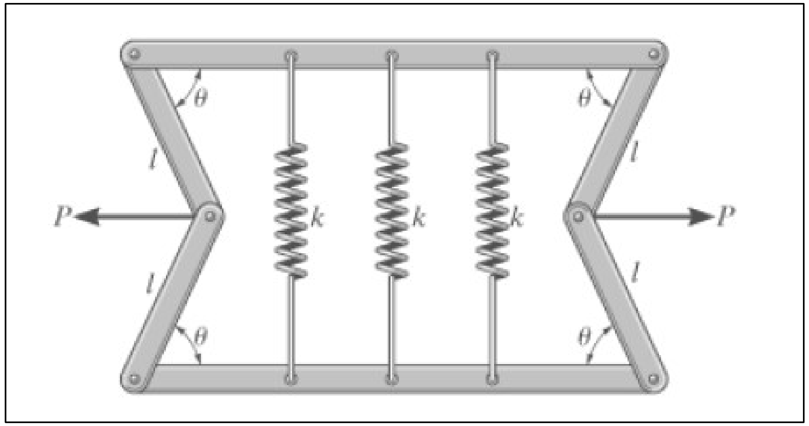
$$x = 2\ l\ \cos(\theta)$$

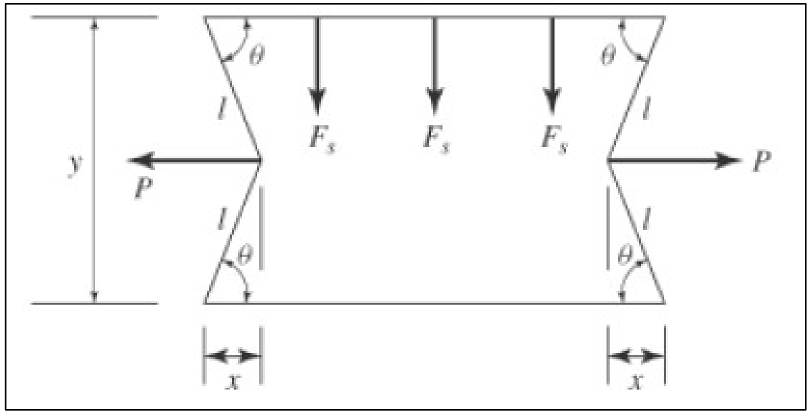
$$\delta x = -2\ l\ \sin(\theta)\ \delta\theta$$

$$\delta U = +P\ \delta s + F\ \delta x = 0$$

$$+P\ 2l\delta\theta - F 2l \sin(\theta)\delta\theta = 0$$

$$F = P\csc(\theta)$$





Problema 11: La longitud destesada es cuando y =lo, Averigue la fuerza Horizontal P para mantener en equilibrio la estructura cuando se produce un angulo θ. k= dato

$$x = l\cos(\theta) \qquad \delta x = -l\sin(\theta)\,\delta\theta$$

$$y = 2\,l\sin(\theta) \qquad \delta y = 2\,l\cos(\theta)\,\delta\theta$$

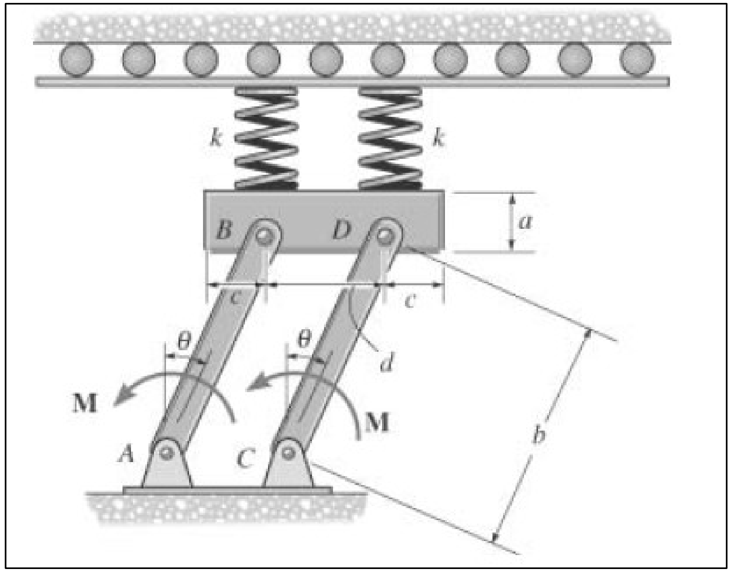
$$\delta U = 0; \qquad 2\,P\delta x + 3\,F_s = 0$$

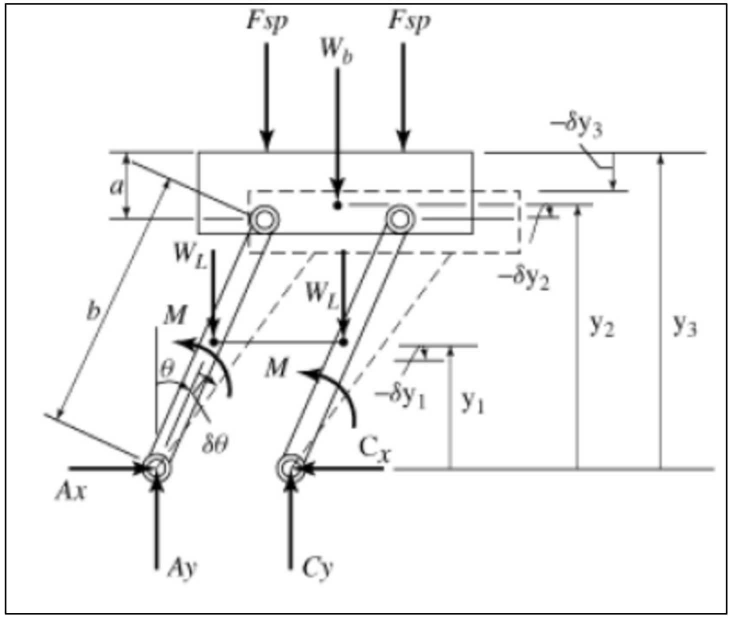
$$2\,P\,l\sin(\theta)\delta\theta - 3\,F_s\,2l\cos(\theta)\delta\theta = 0$$

$$P\sin(\theta) = 3\,F_s\cos(\theta)$$

Since $F_s = k(2\,l\sin(\theta) - l_0)$,then

$$P = 3\,k\cot(\theta)(2\,l\sin(\theta) - l_0)$$





Problema 12: Cuando $\theta = \theta o$, el bloque Wb comprime las dos resortes Con un desplazamiento δ. Si las bielas AB y CD pesan cada una WL, determine la magnitud de M a aplicar para mantener el equilibrio.

$\theta_0 = 20 \text{ deg}$	$a = 1 \text{ ft}$
$W_b = 50 \text{ lb}$	$b = 4 \text{ ft}$
$\delta = 4 \text{ in}$	$c = 1 \text{ ft}$
$W_L = 10 \text{ lb}$	$d = 2 \text{ ft}$
$k = 2 \dfrac{\text{lb}}{\text{in}}$	

$$y_1 = \frac{b}{2}\cos(\theta)$$

$$\delta\, y_1 = \frac{-b}{2}\sin(\theta)\,\delta\theta$$

$$y_2 = \frac{a}{2} + b\cos(\theta)$$

$$\delta y_2 = -b\sin(\theta)\,\delta\theta$$

$$y_3 = y_2 + \frac{a}{2}$$

$$\delta y_3 = \delta y_2$$

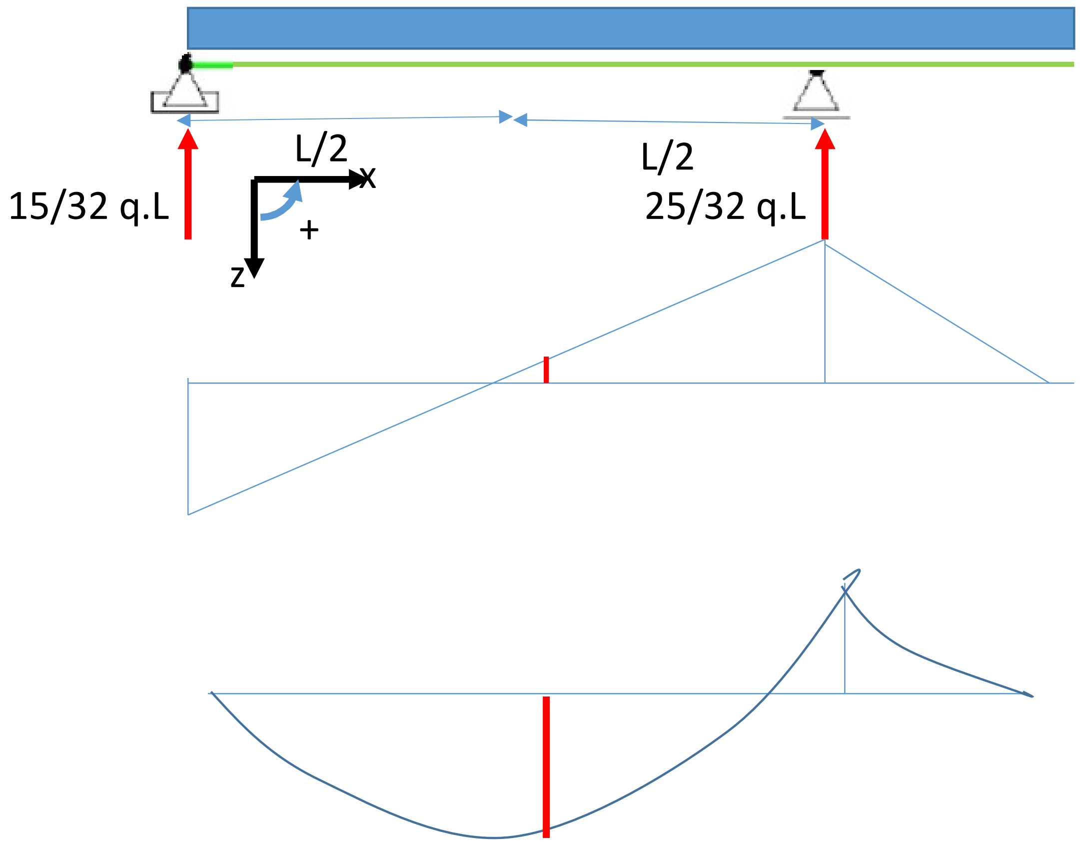
$$\delta U = 2W_L\,\delta y_1 + W_b\,\delta y_2 + 2k\delta\,\delta y_3 - 2M\delta\theta = 0$$

$$\delta U = \left[2W_L\left(\frac{b}{2}\right)\sin(\theta) + W_b\, b\sin(\theta) + 2k\delta b\sin(\theta) - 2M\right]\delta\theta = 0$$

$$M = \left[\left(\frac{W_L + W_b}{2}\right)b + k\delta b\right]\sin(\theta) \qquad M = 52.0\ \text{lb}\cdot\text{ft}$$

Trabajo Virtual

Versión 2020.06.22

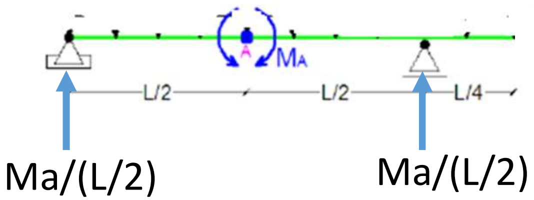


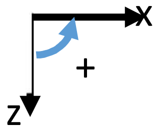
$Q(L/2) = -\ (-15/32\ q.L + q.L/2.16/16) = -q.L/32$

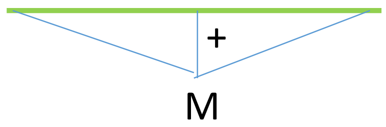
$M(L) = -\ (-15/32\ q.L.L + q.L.L/2.16/16) = -q.L.L/32$

$M(L/2) = -\ (-15/32\ q.L.L/2 + q.L/2.L/4.8/8) = 7q.L.L/64$

APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES A LA DETERMINACION DE ESFUERZOS CARACTERISTICOS.

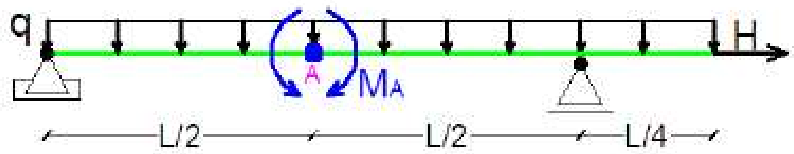




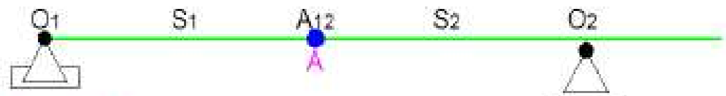


Determinación de MA.

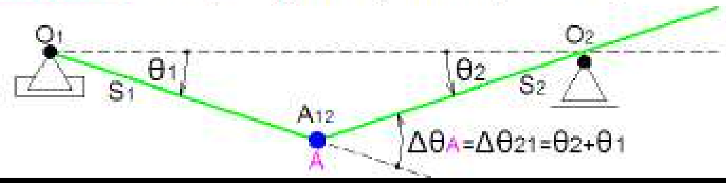
Primero se plantea el sistema equilibrado (SE) dejando en evidencia la incógnita a determinar (MA):



A continuación se indica el mecanismo de un grado de libertad al que se le aplica el desplazamiento virtual (DV):



Como desplazamiento virtual se adopta el giro θ_1 de la chapa S1 respecto de su punto fijo O1:



Finalmente, aplicando la ecuación del principio de los trabajos virtuales resulta:

$$W_{ve}=0 \longrightarrow -M_A.\theta_1 - M_A.\theta_2 + q.L/2.\theta_1.L/4 + q.L/2.\theta_2.L/4 - q.L/4.\theta_2.L/8=0$$

Operando:

$$M_A.(\theta_2+\theta_1)=\boxed{M_A.\Delta\theta_A}=(q.L^2/8).\theta_1 + (3.q.L^2/32).\theta_2$$

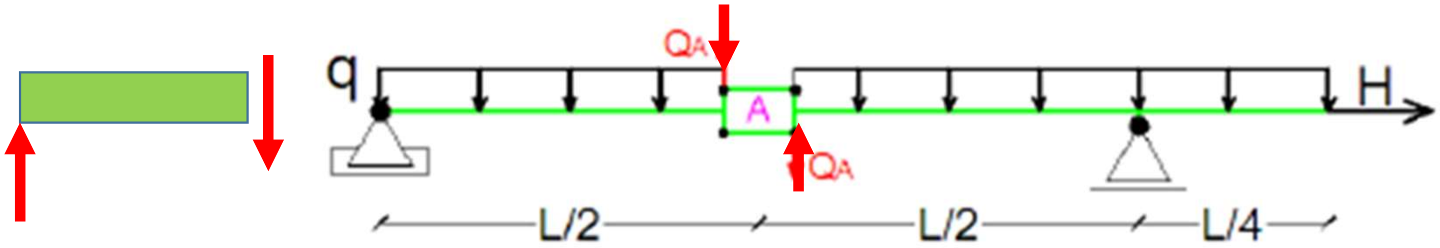
Completando la operatoria y teniendo en cuenta que en este caso en módulo se tiene $\boxed{\theta_1=\theta_2}$ es posible arribar al valor de MA:

$$M_A.(\theta_1+\theta_1)=(q.L^2/8).\theta_1 + (3.q.L^2/32).\theta_1$$

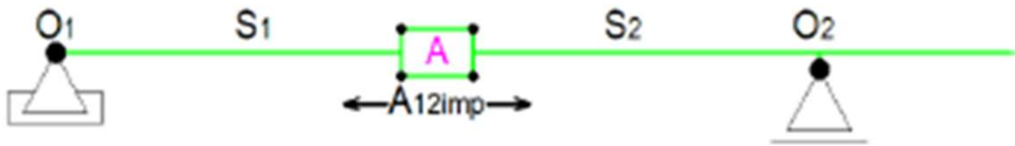
$$2.M_A=(q.L^2/8)+(3.q.L^2/32) \longrightarrow \boxed{M_A=7.q.L^2/64}$$

Determinación de QA.

Primero se plantea el sistema equilibrado (**S**E) dejando en evidencia la incógnita a determinar (**QA**):



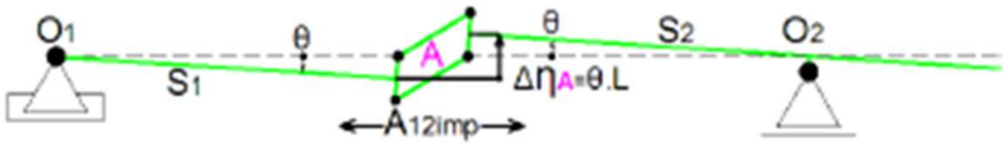
A continuación se indica el mecanismo de un grado de libertad al que se le aplica el desplazamiento virtual (**DV**):



Como desplazamiento virtual se adopta el giro **θ1** de la chapa **S1** respecto de su punto fijo O1. Téngase en cuenta que en este caso la articulación relativa impropia no permite el giro relativo entre las chapas (una biela se alargaría y la otra se acortaría contradiciendo el **postulado de rigidez de la estática**).Por este motivo resulta:

$$\boxed{\theta_1=\theta_2=\theta}$$

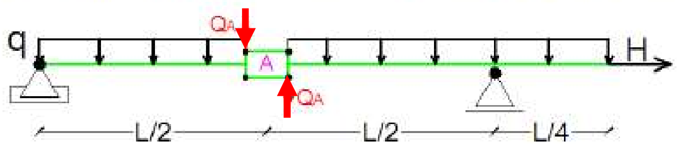
Entonces:



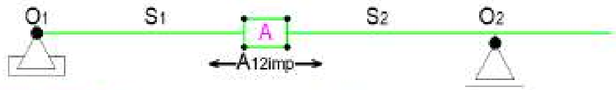
APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES A LA DETERMINACION DE ESFUERZOS CARACTERISTICOS.

Determinación de QA.

Primero se plantea el sistema equilibrado (SE) dejando en evidencia la incógnita a determinar (QA):



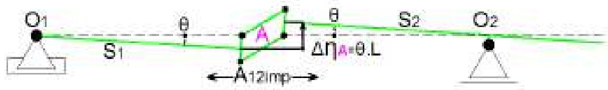
A continuación se indica el mecanismo de un grado de libertad al que se le aplica el desplazamiento virtual (DV):



Como desplazamiento virtual se adopta el **giro θ1** de la chapa **S1** respecto de su punto fijo O1. Téngase en cuenta que en este caso la articulación relativa impropia no permite el giro relativo entre las chapas (una biela se alargaría y la otra se acortaría contradiciendo el **postulado de rigidez de la estática**).Por este motivo resulta:

$$\boxed{\theta_1=\theta_2=\theta}$$

Entonces:



Finalmente, aplicando la ecuación del principio de los trabajos virtuales y teniendo en cuenta el análisis efectuado al determinar el momento flexor resulta:

$$\mathbf{Wve=0} - \; -QA.\Delta\eta = -QA.\theta.L = \; (q.L^2/8).\boldsymbol{\theta} - (q.L^2/8).\boldsymbol{\theta} + (q.L^2/32).\boldsymbol{\theta}$$

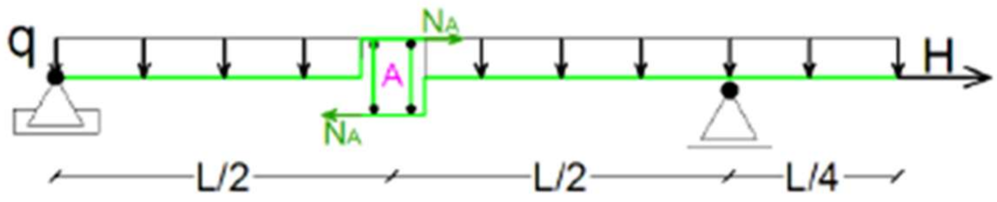
Operando se tiene:

QA = -q.L/32

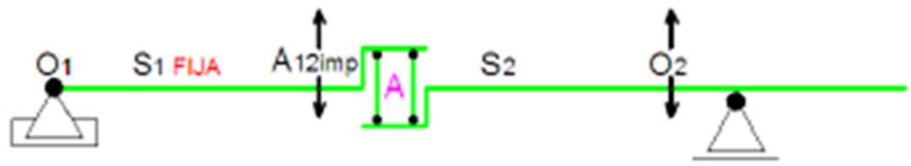
En este caso la magnitud correspondiente en la expresión de trabajo virtual para el esfuerzo de corte es el corrimiento relativo transversal al eje de barra en la sección donde se pretende determinar dicho esfuerzo característico ($\Delta\eta_A$).

Determinación de N_A:

Primero se plantea el sistema equilibrado (**S**E) dejando en evidencia la incógnita a determinar (N_A):

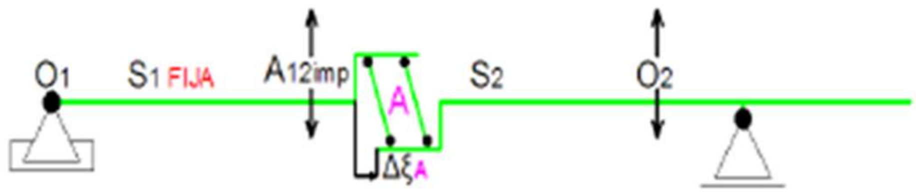


A continuación se indica el mecanismo de un grado de libertad al que se le aplica el desplazamiento virtual (**DV**):



Obsérvese que la articulación relativa entre chapas coincide con el punto fijo de la chapa **S2**.Por lo tanto la chapa **S1** con dos puntos fijos (O1 y **A12imp**) se encuentra fija.

Como desplazamiento virtual se adopta $\Delta\xi_A$ (corrimiento relativo longitudinal en la sección A) en sentido contrario al esfuerzo normal:

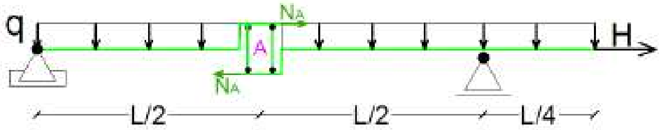


Aplicando la ecuación del principio de los trabajos virtuales resulta:

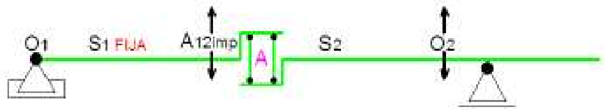
APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES A LA DETERMINACION DE ESFUERZOS CARACTERISTICOS.

Determinación de N_A.

Primero se plantea el sistema equilibrado (**S**E) dejando en evidencia la incógnita a determinar (**N_A**):

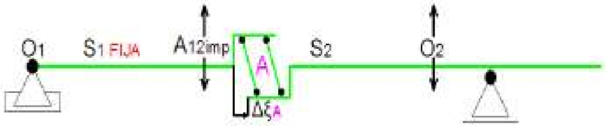


A continuación se indica el mecanismo de un grado de libertad al que se le aplica el desplazamiento virtual (DV):



Obsérvese que la articulación relativa entre chapas coincide con el punto fijo de la chapa **S2**.Por lo tanto la chapa **S1** con dos puntos fijos (O1 y **A12imp**) se encuentra fija.

Como desplazamiento virtual se adopta $\Delta\xi_A$ (corrimiento relativo longitudinal en la sección A) en sentido contrario al esfuerzo normal:



Aplicando la ecuación del principio de los trabajos virtuales resulta:

$$\mathbf{W_{ve}=0} \rightarrow \boxed{N_A.\Delta\xi_A}=\mathbf{H}.\Delta\xi_A \rightarrow \boxed{N_A=\mathbf{H}}$$

Supongamos conocido el polo O1. Si A1,2 es la articulación relativa entre S1 y S2, asumimos que pertenece a S1 la dirección del único desplazamiento posibles para una rotación inf. de la chapa es la normal O1A1,2

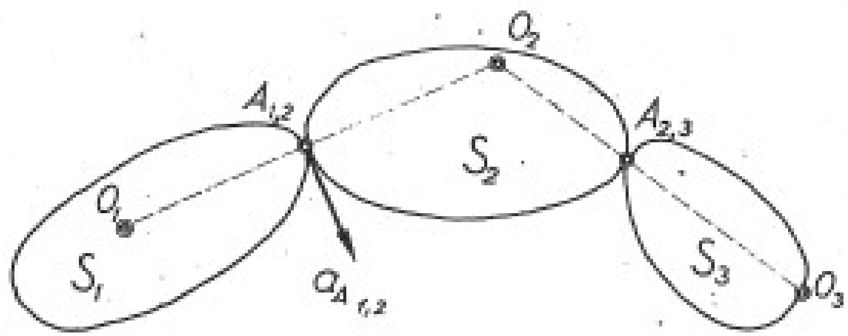


Fig. 9.33.

Pero A1,2 también pertenece a la chapa S2 y siendo que ese es el corrimiento posible, el segundo polo debe pasar por la normal a aA1,2. **LOS POLOS DE DOS CHAPAS CONSECUTIVAS ESTAN ALINEADOS.**
CONSECUENCIA: **SI CONOZCO EL POLO DE DOS CHAPAS, LA DE LA INTERMEDIA SE DEFINE POR LA INTERSECCION DE POLO –ART DE UNA Y DE OTRA.**

Cuatro Chapas S1, S2, S3, S4.
A1,2 Propia, A3,4 propia ficticia, A2,3 impropia (dos apoyos moviles).
Apoyo móvil en A, Fijo en B y dos moviles en C y D

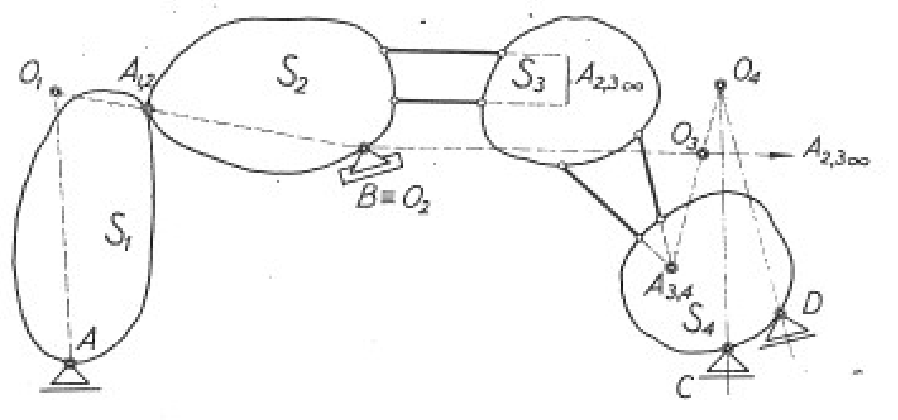


Fig. 9.34.

1. **B Punto Fijo es el polo de la Chapa S2.**
2. **El Polo B con A1,2 es apoyo Movil en A1,2**
3. **Apoyo movil A con Apoyo movil A1,2 es Punto Fijo 01.**
4. **Chapa S4. Polo O4 en la interseccion de las normales de los apoyos moviles C y D.**
5. **Siendo que los polos de chapas intermedias estan alineados a las lineas Polo Art de las chapas adyacentes y siendo que:**
   a) **la A2,3 esta en impropio paralelo a sus bielas, unimos 02 con el impropio paralelo a las bielas.**
   b) **Unimos O4 con A3,4.**
   c) **El polo de la S3 debe encontrarse en la interseccion de 02 con A2,3 impropio y 04 con A3,4**

Diagramas de Desplazamientos de Chapas

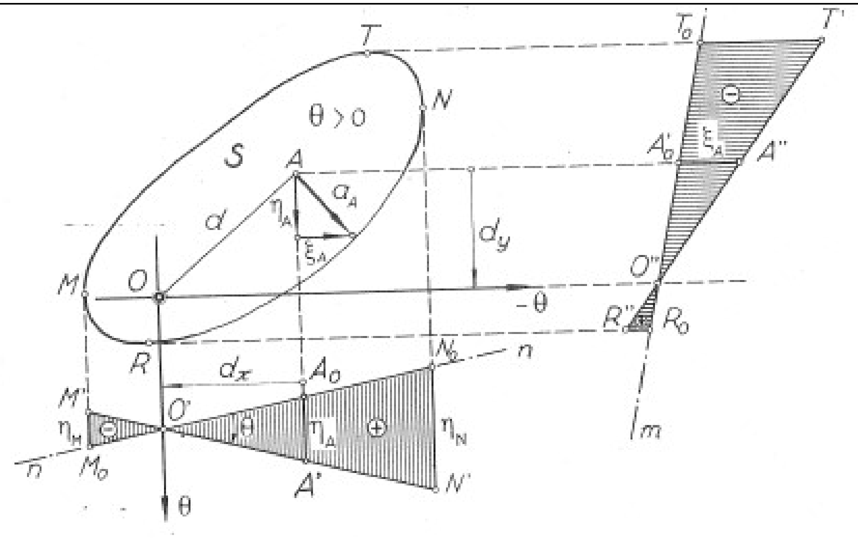


Fig. 9.15.

1. Dada la chapa S experimenta una rotación θ, elegimos un punto cualquiera A, estimamos aA y proyectamos Definiendo η ε.
2. Tomemos un eje cualquiera n-n, y cortemos la Vertical de O con n-n “punto O’ “.
3. Por A, trazamos vertical hasta cortar a n-n, y definir A0.
4. Por A0 medimos η en dirección vertical y definimos A’.
5. Llevamos una línea que pase por O’ y A’ hasta los limites verticales de la chapa, quedan trazados todos los desplazamientos η vertical.

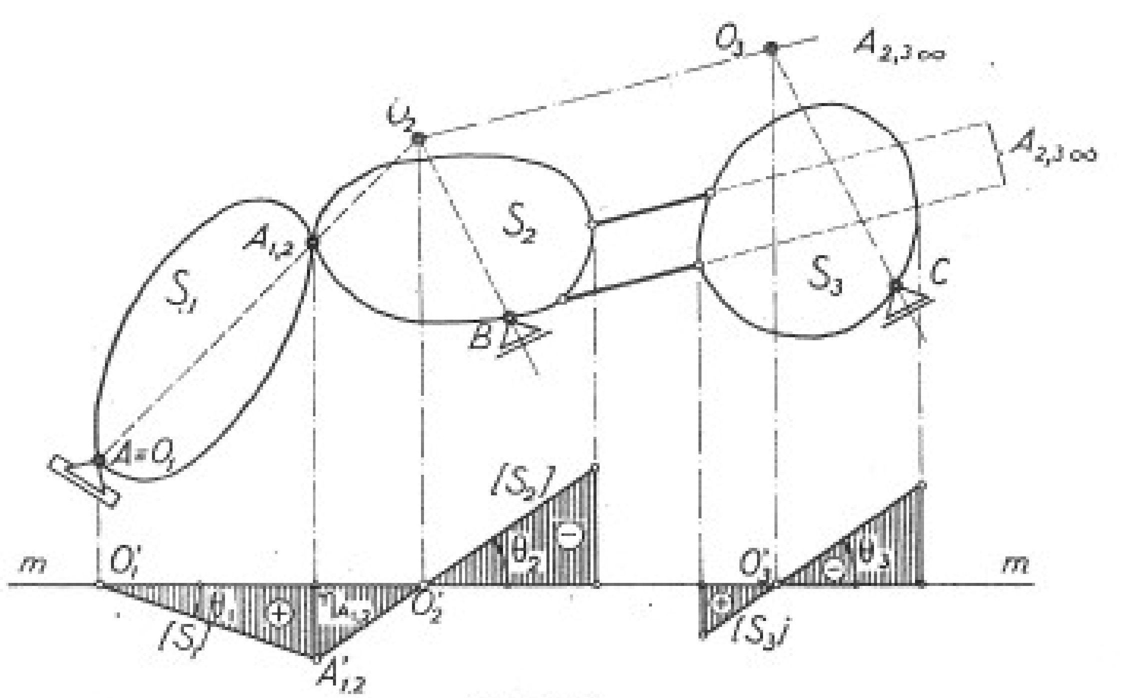


Fig. 9.37.

Determinación de polos:

1. A es polo O1 de S1.
2. A1,2 es apoyo movil de S2, que

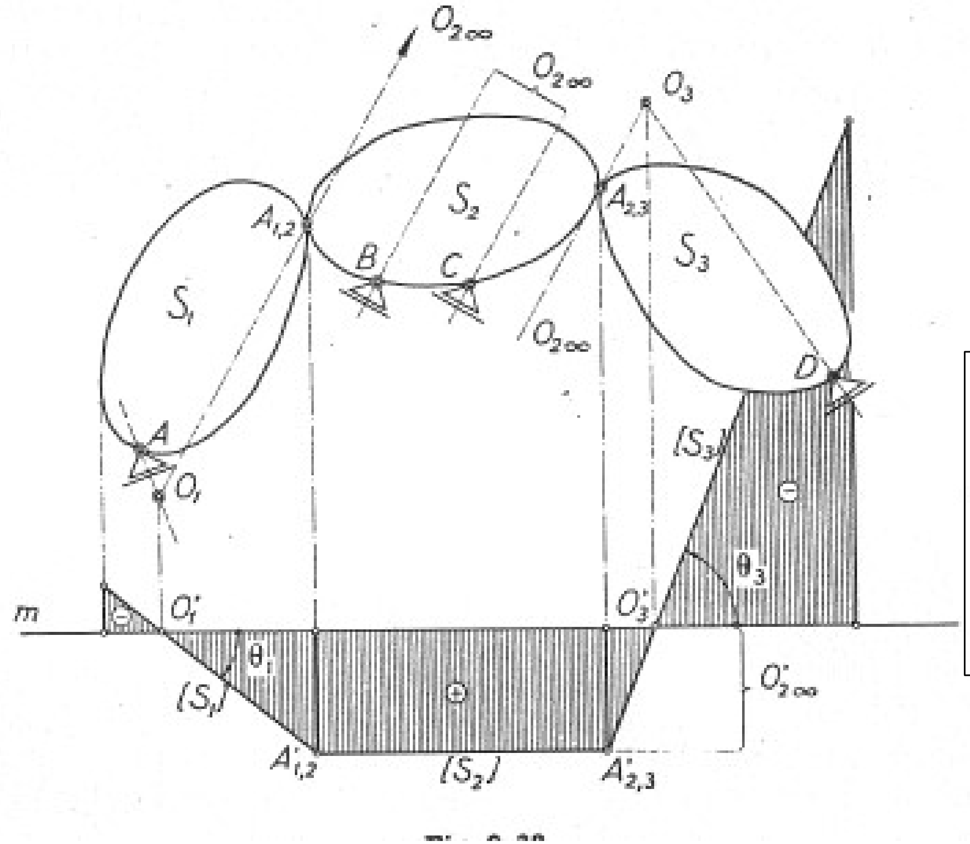
Con apoyo movil B su intersección es
Apoyo fijo O2 de S2

3. El polo O3 de S3 se debe encontrar
En la intersección de O2 con A2,3 impropio
Y con la normal al apoyo C.

1. Tomemos un eje cualquiera m-m,
2. cortemos la Vertical de O1 con m-m “punto O1’ “.
3. La vertical O2 con m-m punto O2’
4. Idem con O3’
5. Giremos θ1 en O1’ hasta la articulacion.
6. Queda definido ηA1,2’.
7. Por A1,2’ giro $\theta 2$, hasta los limites de la chapa 2
8. La A2,3 esta en el impropio por lo tanto no puede

Haber quiebre sino paralelas

9. Por O3’ hacemos pasar la paralela al movimiento
De la chapa S2 que es $\theta 2 = \theta 3$.



Cuando una chapa tiene dos apoyos moviles paralelos, por las articulacion con las demas chapas Se llevan paralelas a la direccion del impropio.
Impropio de la A1,2 y Apoyo Movil A establecen O1.
Impropio de la A2,3 y apoyo movil D establecen 03
La chapa S2 tiene su polo en el impropio

Movimientos:

1. Determinacion de O1'
2. Derterminacion de O3'
3. Por O1' se aplica $\theta 1$,
4. Las articulacione A1,2' y A2,3' no pueden girar entre si,

Porque la chapa S2 se desplaza y no gira.

Cuando una de las chapas posee dos condiciones de vinculo moviles paralelos, el diagrama de corrimiento es una recta paralela el eje del corrimiento

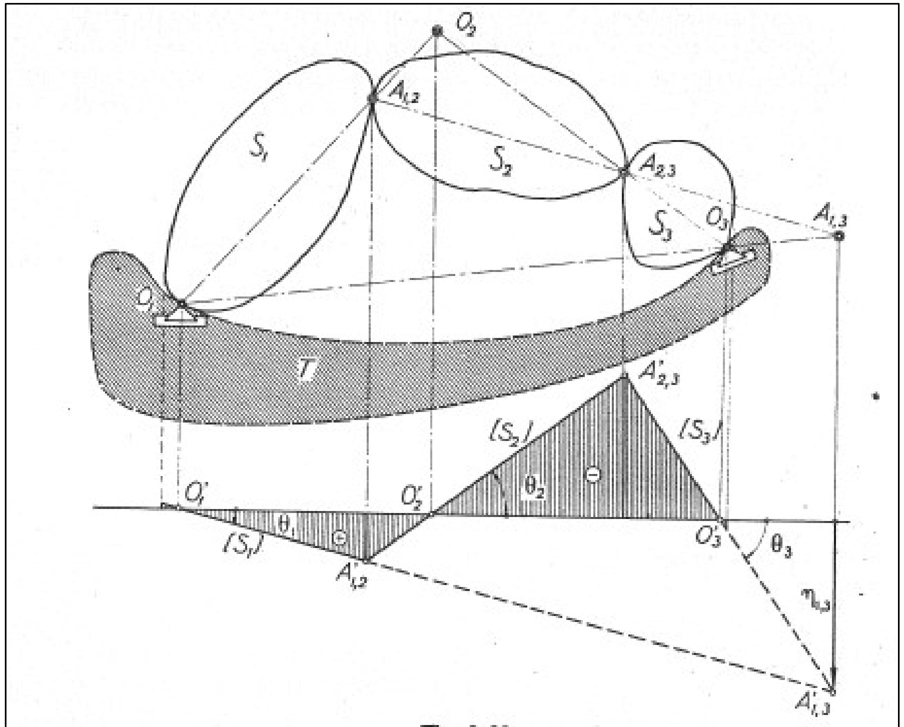


Fig. 9.39.

Definir la articulacion relativa entre S1 y S3

1. Hago pasar una linea que vincula O1 con O3
2. Una linea que una A1,2 con A2,3
3. Su interseccion es A1,3
4. Tambien es la Interseccion de O1’con A1,2’ con A2,3’con O3’.

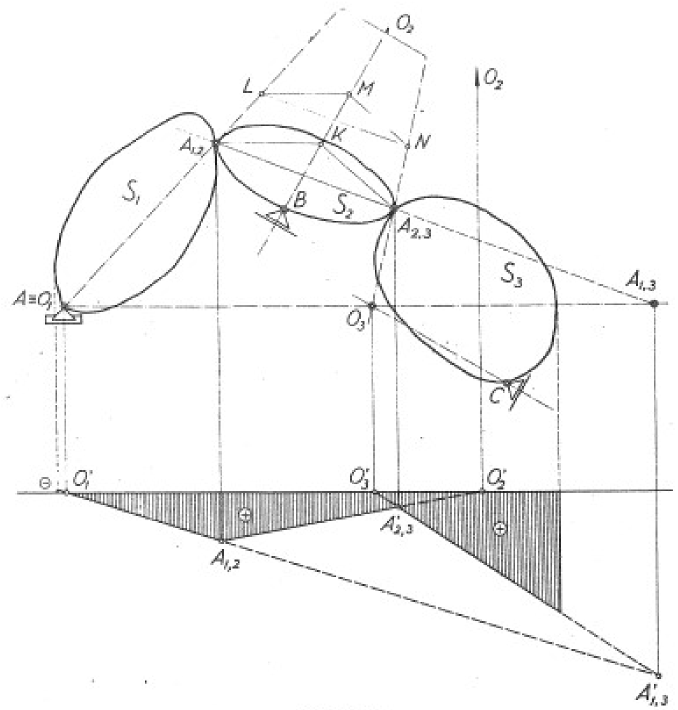


Fig. 9.43.

Como averiguar donde esta O3

1. Elijo un punto cualquiera sobre BO2.
2. Construyo triangulo A1,2 K A2,3
3. Por un punto cualquiera L, trazo paralelas
4. Queda definido N, que une O2 con la A2,3
5. Siendo que O3 queda en la interseccion de O2 y la normal

A C, queda definido

Para saber donde queda O2’

1. Defino O1’ y O3’
2. Por O1’ giro $\theta 1$, hasta A1,2
3. Siendo que la rotacion relativa de Chapa S1 con S3 es A1,3
4. Llevo el giro $\theta 1$ hasta A1,3’ punto en comun para la Chapa S1

Y S3.

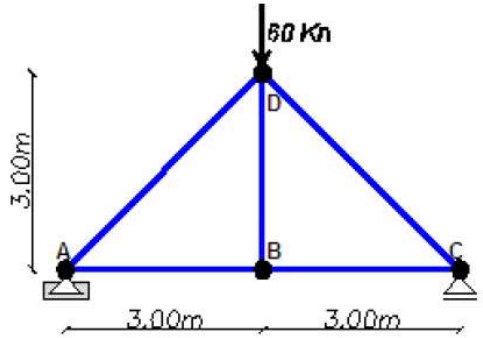
5. Uno A1,3 con O3’ (ordenada nula)

6. A2,3’queda definida por la interseccion de O3’A1,3con la vertical A2,3.

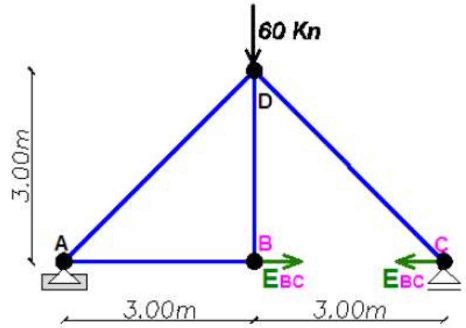
7 Finalmente uno A1,2 con A2,3 (ambos pertenecientes a la chapa S2)

APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES A LA DETERMINACION DE ESFUERZOS EN BARRAS DE RETICULADOS.

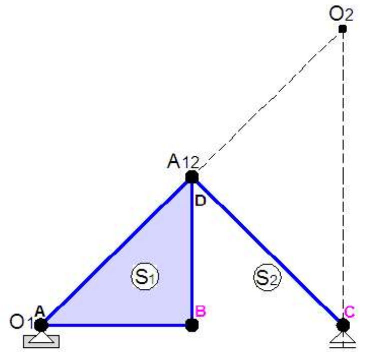
Dado que como se sabe las barras de reticulado presentan exclusivamente esfuerzo normal constante, la determinación se puede simplificar como continúa. Sea entonces la siguiente estructura reticulada:

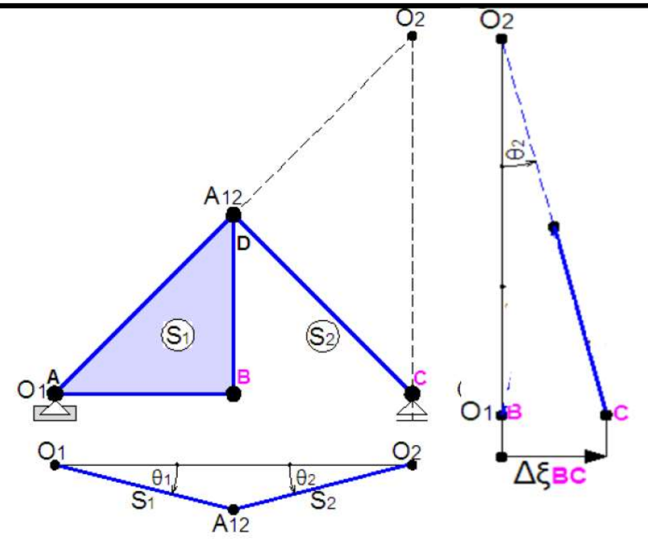


Si se pretende determinar por aplicación del principio de los trabajos virtuales el esfuerzo en la barra **BC** entonces el sistema equilibrado (**SE**) es el que se indica a continuación:



A continuación se indica el mecanismo de un grado de libertad al que se le aplica el desplazamiento virtual (**DV**):





Finalmente, aplicando la ecuación del principio de los trabajos virtuales resulta:

$$W_{ve}=0 \rightarrow \boxed{E_{BC}.\Delta\xi_{BC}} = E_{BC}.(\theta_2.6m) = 60Kn.\theta_2.3m \rightarrow \boxed{E_{BC}=30Kn}$$

Barra se supone traccionada

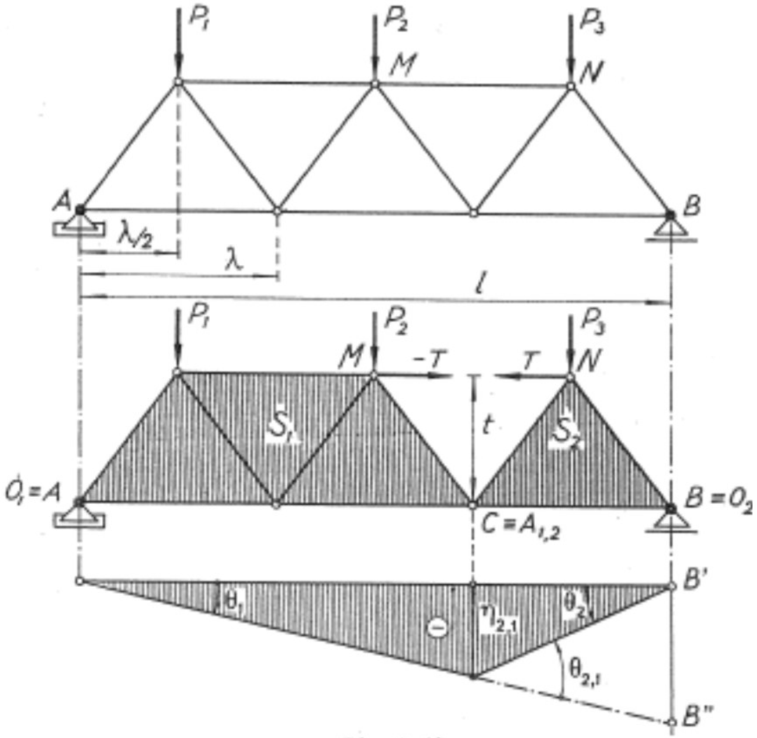


Fig. 9.60.

$$P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + P_3\eta_3 + T(\ \delta_{MN}) = 0$$

$$\left.\begin{aligned}\eta_1 &= \theta_1 . \frac{\lambda}{2}\\ \eta_2 &= \theta_1 . \frac{3}{2}\lambda\end{aligned}\right\}$$

$$\eta_3 = \theta_2 . \frac{\lambda}{2} . \qquad [9.1$$

En consecuencia

$$\sum_1^3 P_i\eta_i = P_1\frac{\lambda}{2}\theta_1 + P_2\frac{3}{2}\lambda\theta_1 + P_3\frac{\lambda}{2}\theta_2 . \qquad [9.1$$

$$\eta_{1,2} = \theta_1\, 2\lambda = \theta_2\lambda$$

$$\sum_1^3 P_i\eta_i = \frac{\lambda}{2}\theta_1[P_1 + 3P_2 + 2P_3]$$

$$\frac{\lambda}{2}\theta_1[P_1 + 3P_2 + 2P_3] + T . \theta_1\frac{tl}{\lambda} = 0 .$$

$$|\delta_{MN}| = |\theta_{2,1} . t .|$$

$$B'B'' = \theta_1 l = -\theta_{2,1}\lambda$$

$$\theta_{2,1} = -\theta_1\frac{l}{\lambda} .$$

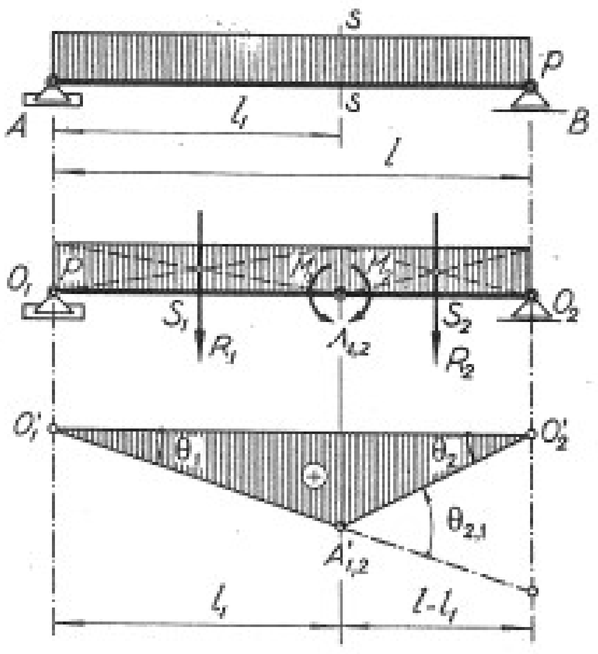


Fig. 9.65.

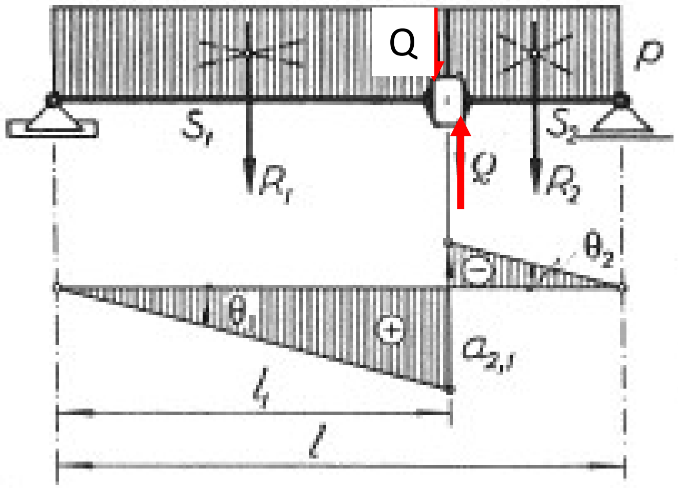
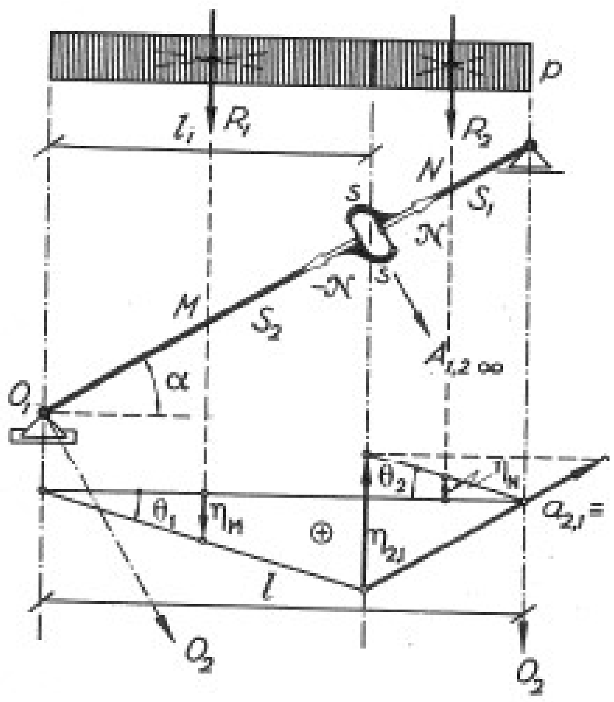
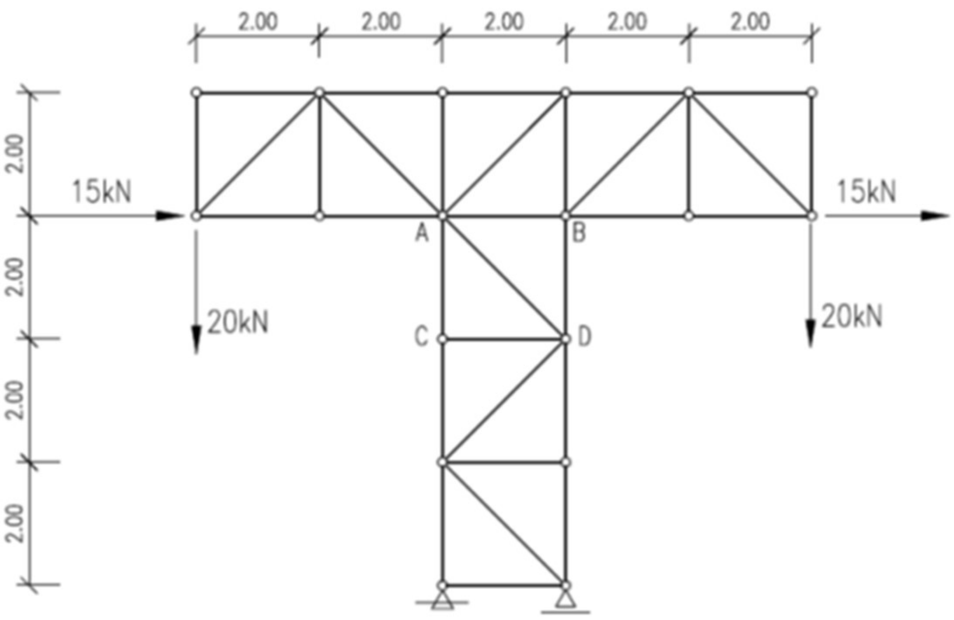


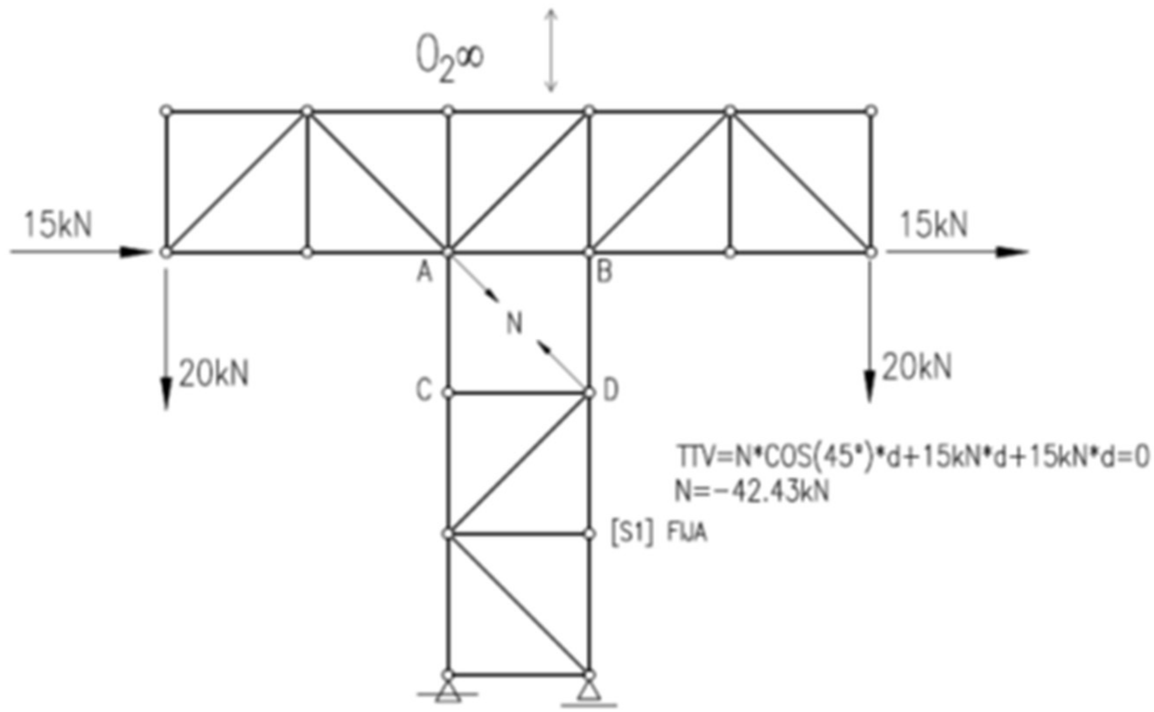
Fig. 9.66.

$$\Phi = -p\,\theta_1$$



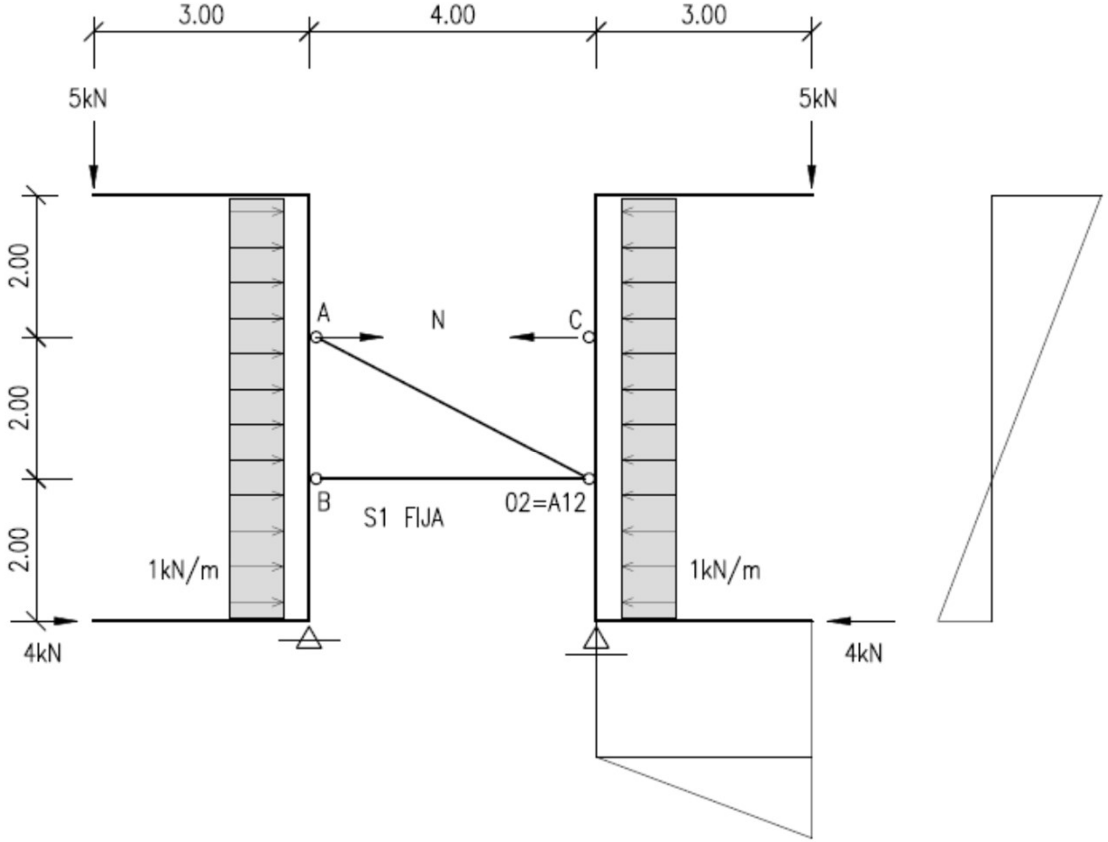
Dada la siguiente estructura, encuentre los esfuerzos normales en las bielas AD y BD aplicando trabajos virtuales





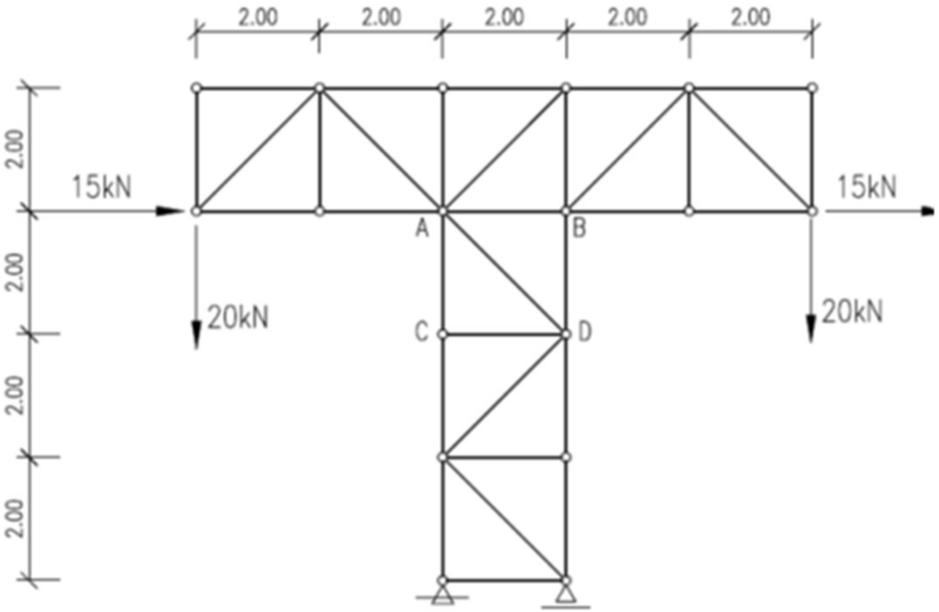
Autor: Fernando Parente

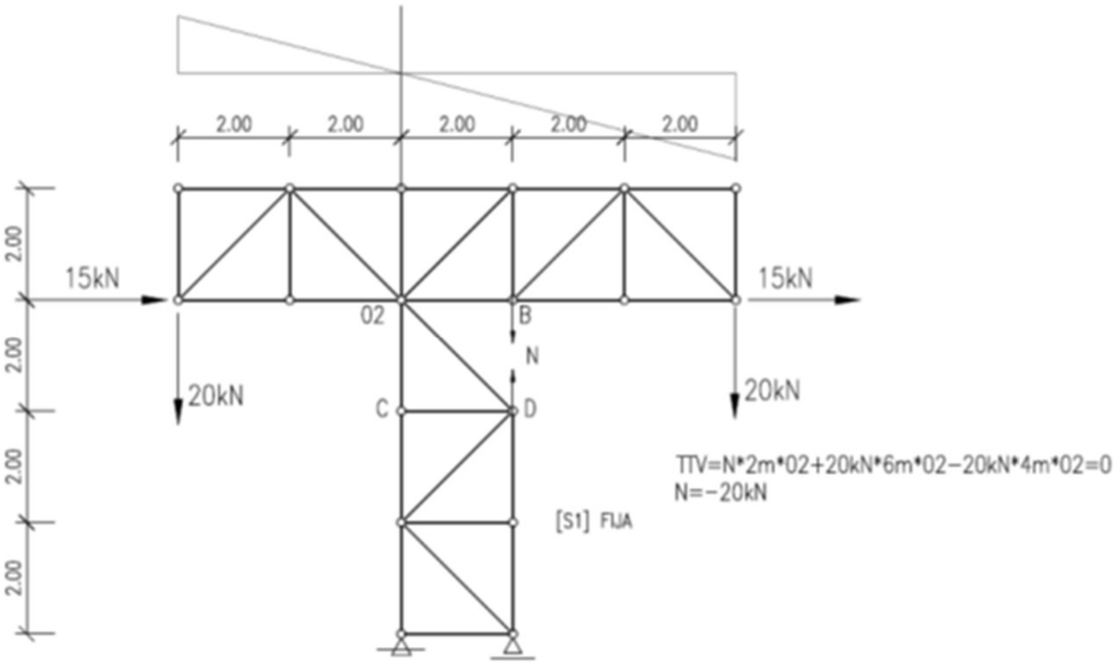
Averiguar N



TTV=−N*2m*02−1kN/m*6m*1m+5kN*3m*02+4kN*2m*02=0
N=+8.5kN

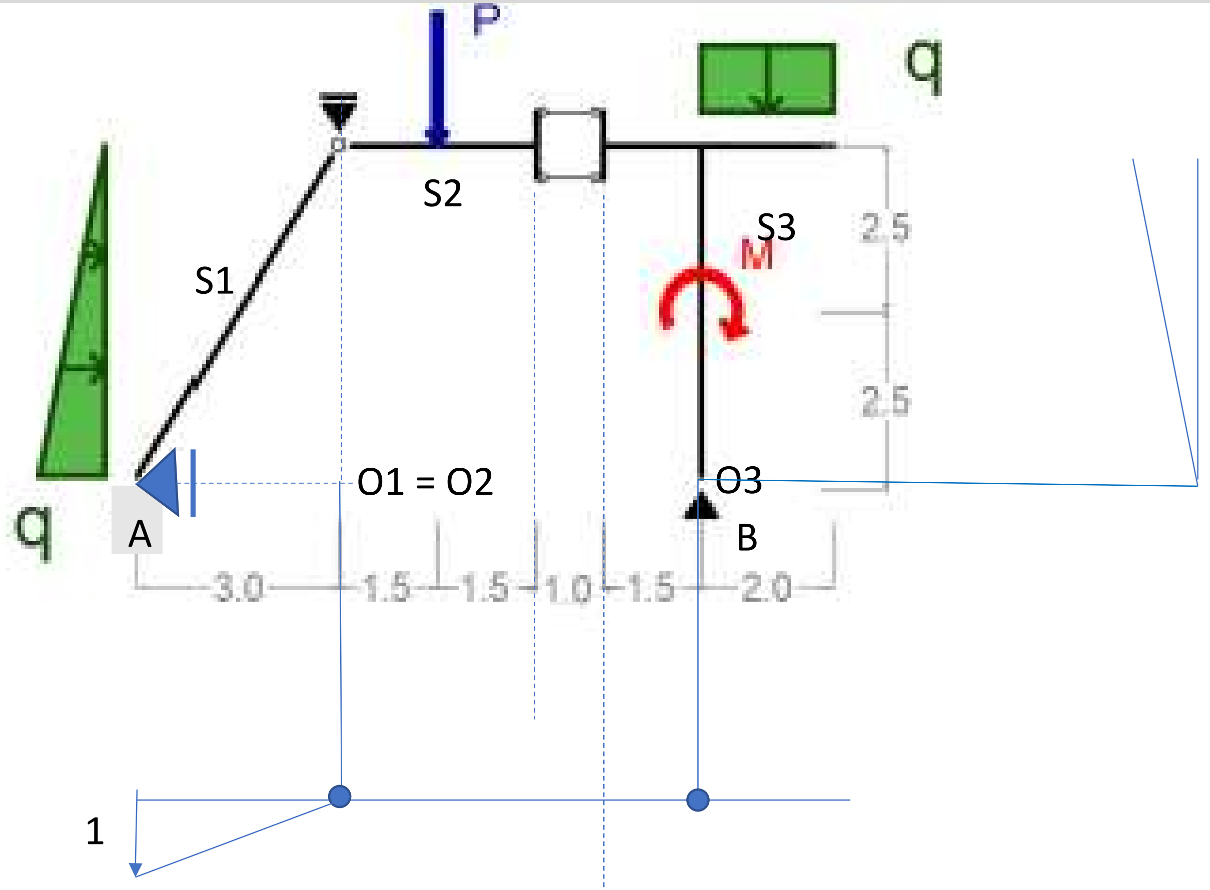
Dada la siguiente estructura, encuentre los esfuerzos normales en las bielas AD y BD aplicando trabajos virtuales



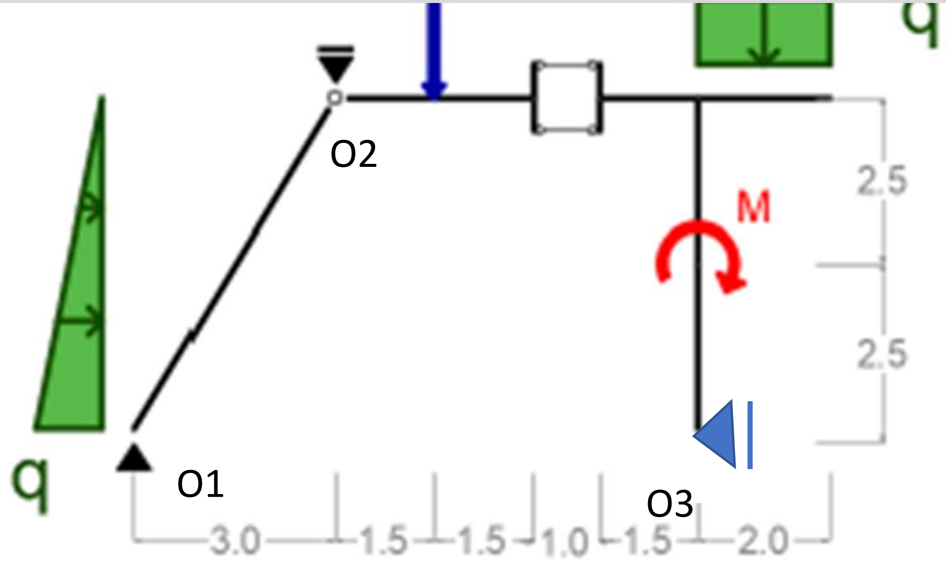


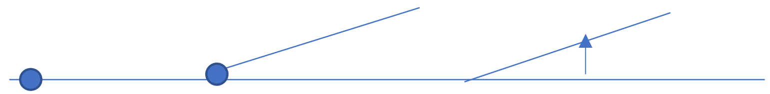
Autor: Fernando Parente

Reaccion vertical apoyo A



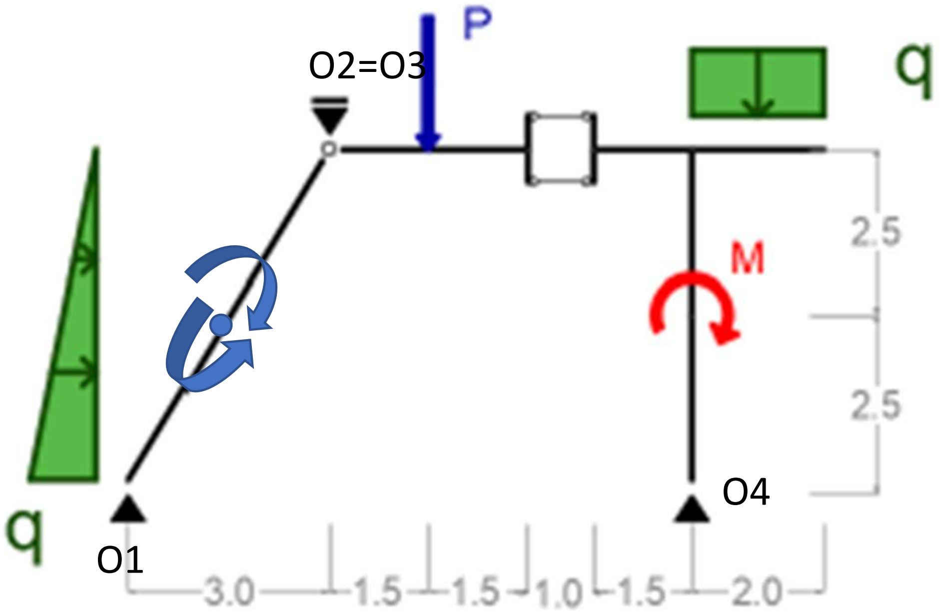
Reaccion vertical apoyo B

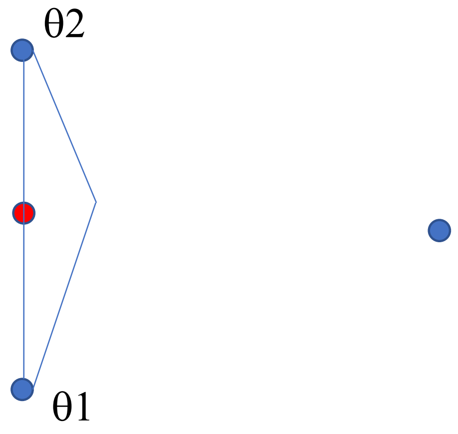


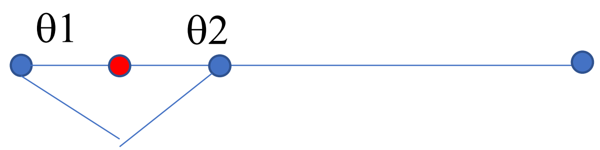


Tan $\theta = 1/1,5$

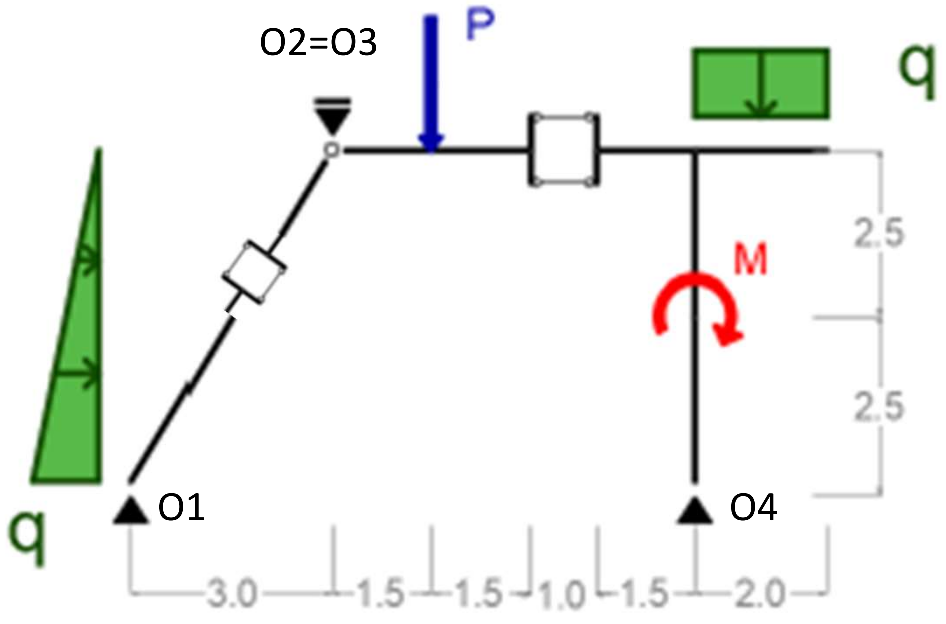
Momento

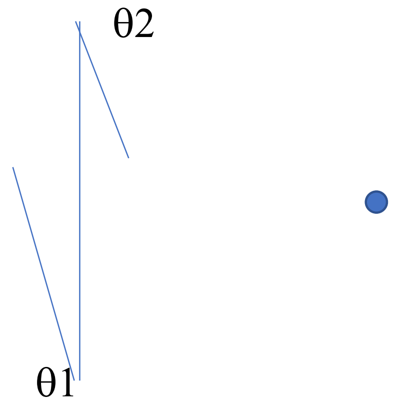


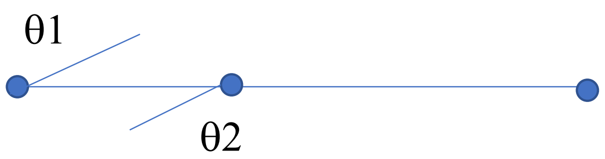




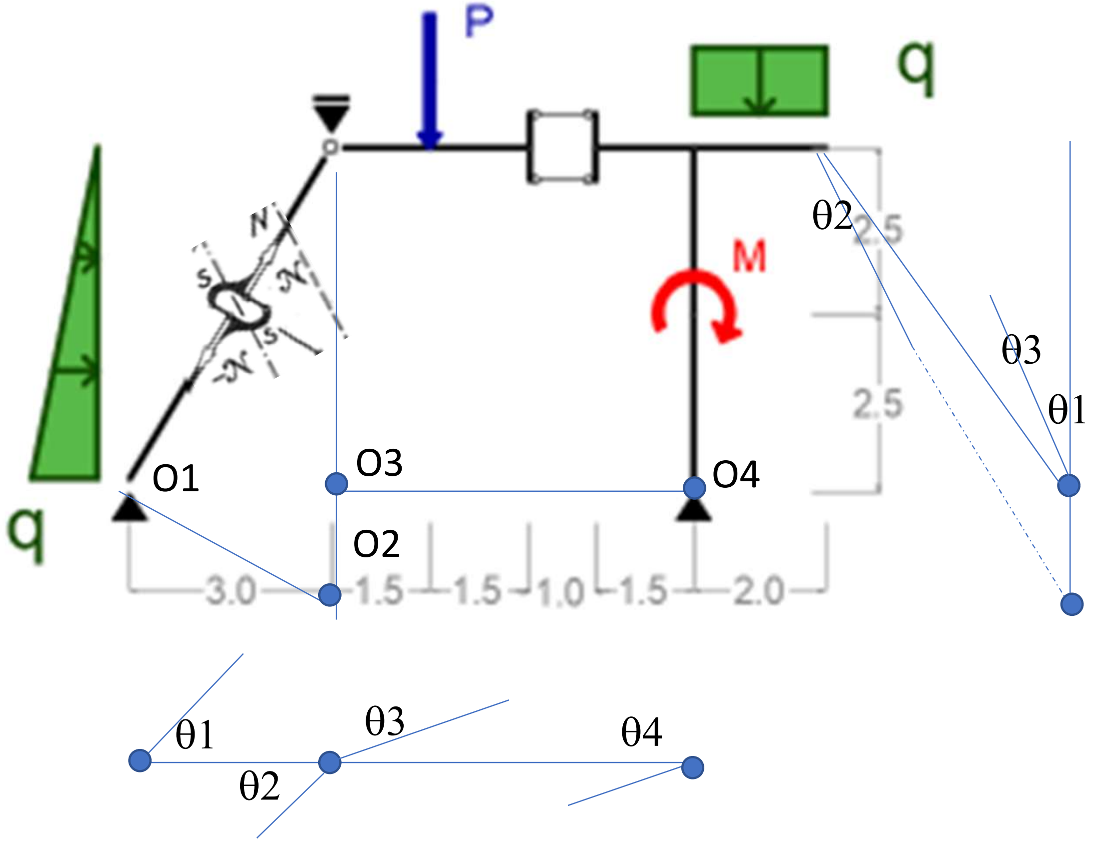
Corte







Normal



$\theta 1 = \theta 2$

$\theta 3 = \theta 4$