Mecanica del Solido I-Estabilidad I
Clase 2

Mecánica del continuo

Es la rama de la mecánica que estudia el movimiento de sólidos, líquidos y gases bajo la hipótesis de medio continuo.

Esta idealización no tiene en cuenta la estructura atómica ó molecular.

Mecánica:

Rama de la física que se ocupa del estado de reposo o movimiento de cuerpos sometidos a la acción de fuerzas.

- Mecánica del cuerpo rígido
  - Estática
  - Dinámica
- Mecánica del cuerpo deformable
- Mecánica de fluidos

Mecánica:

Estática: trata del equilibrio de los cuerpos
(reposo ó movimiento con velocidad constante)

Dinámica: movimiento acelerado de los cuerpos

Estática → **Equilibrio**

Cuerpo

Conjunto de partículas vinculadas entre sí (cohesión).
Conjunto denso de puntos materiales.
Denso: entre dos puntos siempre hay otro punto (Continuidad)

Deformables (reales)

Cuerpos

Indeformables (no reales)

Cuerpo

Cuerpos rígidos e indeformables

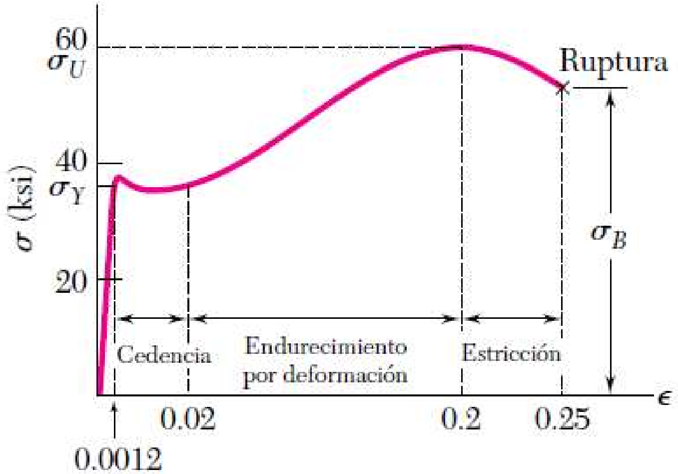
→ **Distancia entre 2 puntos del cuerpo se mantiene invariable ante la acción de fuerzas exteriores**

Sistemas lineales

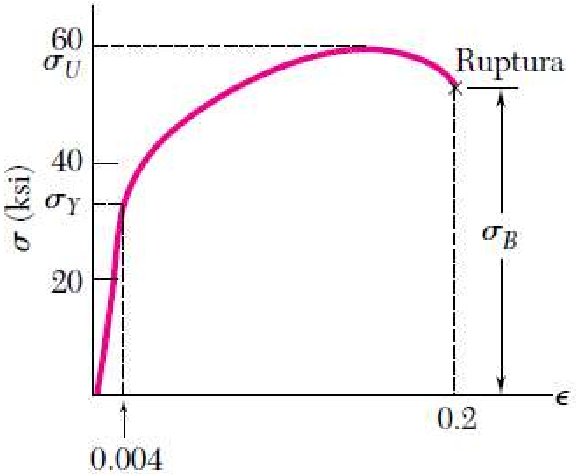
Linealidad geométrica (pequeños desplazamientos, pequeñas deformaciones, Equilibrio en la posición sin deformar) + linealidad del material

Sistemas en los cuales los efectos (resultados) son proporcionales a las causas (datos de entrada).

Linealidad del Material



s. a) Acero al bajo carbono



b) Aleación de aluminio

Algunas definiciones

Definiciones

Clasificación de elementos estructurales:

1.Lineales o unidimensionales (barras o piezas prismáticas): una dimensión predominante frente a las otras 2.

2.Superficiales o bidimensionales (placas, chapas o membranas): 2 dimensiones predominantes frente a la tercera

3.Volumétricos o tridimensionales (cuerpos): 3 dimensiones predominantes

Definiciones

Escalar

Una cantidad caracterizada por un número positivo o negativo (masa, volumen, longitud, etc).

Vector

Una cantidad que tiene magnitud, dirección y sentido (posición, fuerza, momento

Clases de vectores:

1. *Fijo ó aplicado: actúa en un punto fijo del espacio*
2. *Deslizante ó axil: puede aplicarse en cualquier punto a lo largo de su recta de acción*
3. *Libre: puede actuar en cualquier lugar del espacio; solamente es necesario que se conserve su magnitud y dirección*
4. *Iguales: igual magnitud y dirección*
5. *Negativo: tiene sentido opuesto a su contraparte positiva pero la misma magnitud*
6. *Coplanares: actúan en el mismo plano*
7. *Colineales: misma recta de acción*

Cosenos directores

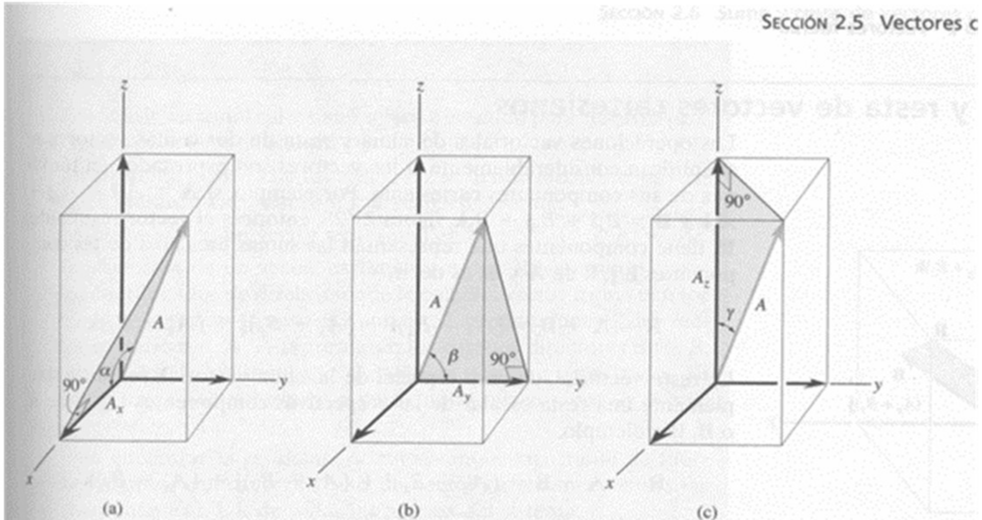


Fig. 2–27

$$\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{A} = \frac{A_x}{A}\mathbf{i} + \frac{A_y}{A}\mathbf{j} + \frac{A_z}{A}\mathbf{k} \qquad (2\text{–}8)$$

Nota: los cosenos directores de un eje con los ejes coordenados **x, y, z** son los cosenos de los ángulos que forma el eje dado con los coordenados (ref: Russel C. Hibbeler)

Cosenos Directores

La suma de los cuadrados de los cosenos directores es 1 !!!!!!

$$\overline{P} = P\ \overline{n}_p$$

$$\lambda_x = \frac{P_x}{P} = \cos\alpha \qquad \lambda_y = \frac{P_y}{P} = \cos\beta \qquad \lambda_z = \frac{P_z}{P} = \cos\gamma$$

$$\overline{n} = \lambda_x\ \hat{i} + \lambda_y\ \hat{j} + \lambda_z\ \hat{k}$$

$$\lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 = 1$$

Tipos de Fuerzas

Fuerza

Toda acción que es capaz de modificar el estado de reposo (o movimiento rectilíneo uniforme) de un cuerpo.

Una fuerza concentrada <u>representa</u> una carga que se supone está actuando en un punto sobre un cuerpo.

$$\overline{F} = F \, . \, \overline{n}$$

- Fuerza: $\overline{F}$
- Módulo: F
- Versor: $\overline{n}$

Realidad	Modelo
Acciones exteriores y de masa →	Fuerza

Tipo de Fuerzas

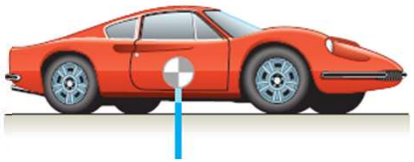
Fuerzas Externas: Un cuerpo esta sometido a una fuerza externa si esta ejercida por un cuerpo diferente.

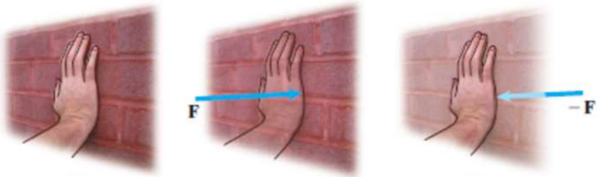
Fuerza Interna: Cuando una parte del cuerpo ejerce una fuerza sobre otra parte del mismo cuerpo

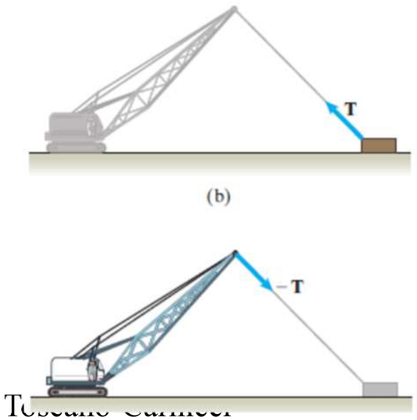
Fuerzas Gravitatorias: La fuerza ejercida por la gravedad de la tierra sobre un cuerpo de masa m. $|\mathbf{W}| = g.m$

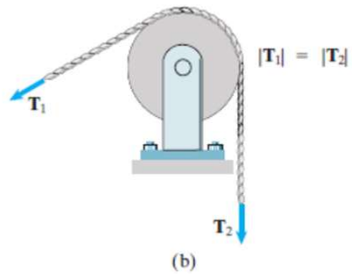
Fuerzas de Contacto: las que resultan del contacto entre cuerpos. La mano sobre la pared.

Superficie, en puntos, por una cuerda, o resorte.



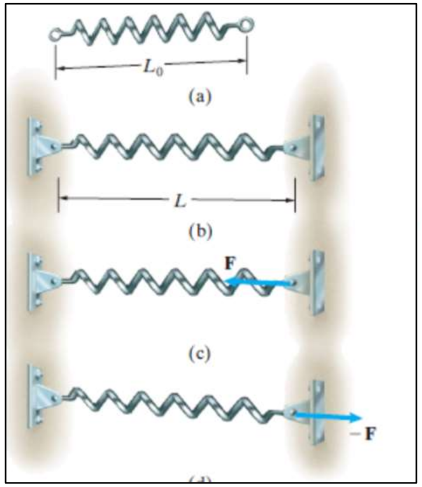


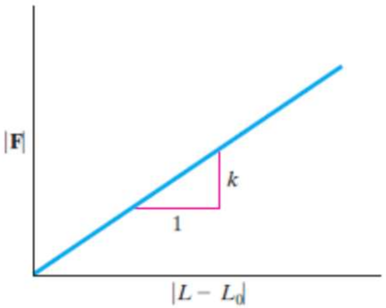


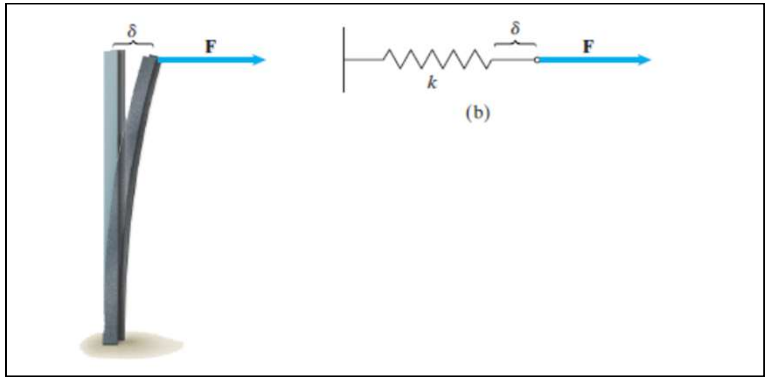


Resortes

$$|\mathbf{F}| = k|L - L_0|.$$

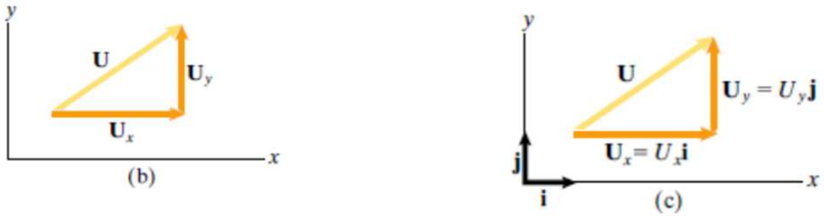




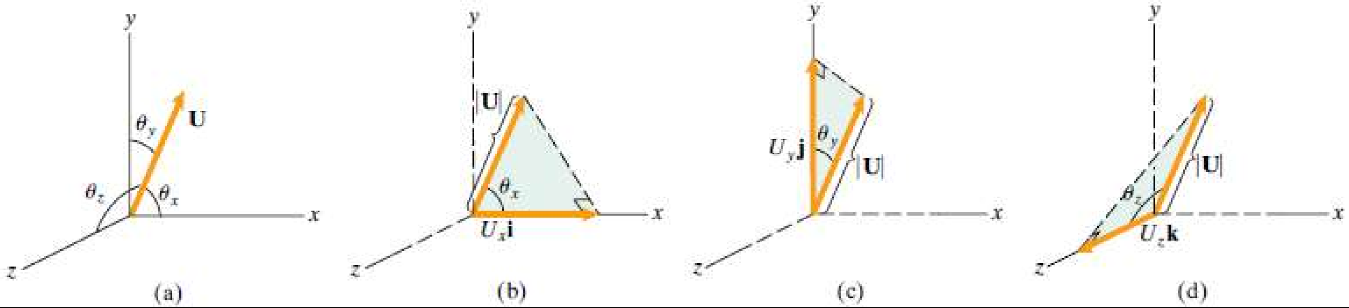


Fuerzas concurrentes

Sistema de fuerzas en el plano (coplanar o bidimensional): si las líneas de acción están contenidas en un plano.

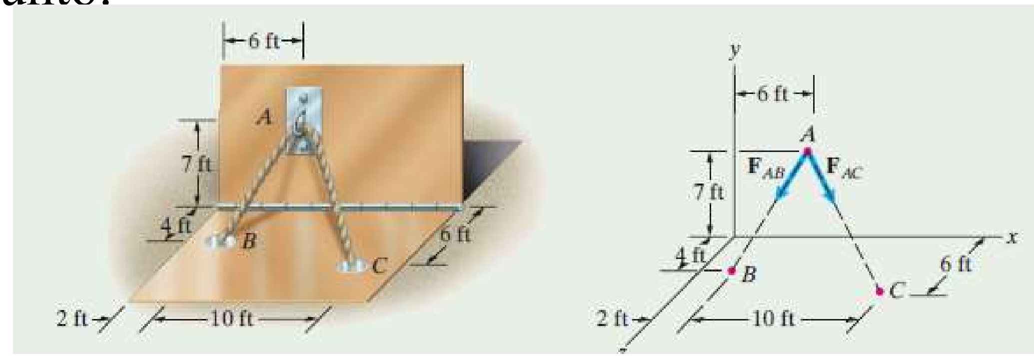


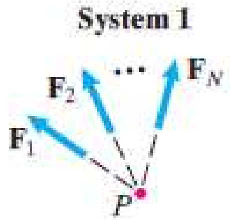
Sistema de fuerzas en el espacio (tridimensional): si las líneas de acción están contenidas en el espacio.



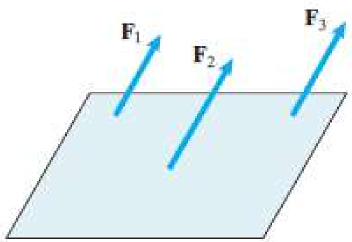
Sistema de Fuerzas

Sistema de fuerzas concurrentes: si las líneas de acción se encuentran (concurren) en un punto.





Sistema de fuerzas paralelas: si las líneas de acción son paralelas.



Principios de la Estática

Sistemas de fuerzas concurrentes

En este capítulo se estudiará el efecto de las fuerzas que actúan sobre las partículas.
Primero se aprenderá a sustituir dos o más fuerzas que actúan sobre una partícula por una sola fuerza que tenga el mismo efecto que ellas. Esta fuerza equivalente sola es la **resultante** de las fuerzas varias que actúan sobre la partícula.

Un vector con el que se representa una fuerza que actúa sobre una partícula tiene un punto de aplicación bien definido, a saber, la partícula misma. A tal vector se le llama **vector fijo**

Principios de la estática

1er. Principio de la Estática (Principio del paralelogramo).

Enunciado y Corolarios.
Composición de fuerzas concurrentes en el plano y en el espacio. Suma vectorial.
Descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.
Resultante de fuerzas concurrentes en el espacio. Sistematización y algoritmos.

2º Principio de la Estática (Equilibrio).

Condiciones de equilibrio de una partícula. Expresiones gráficas y analíticas.

3er. Principio de la Estática (Transmisibilidad).

Cuerpos indeformables y cuerpos deformables.

4º Principio de acción y reacción

Principios de la estática

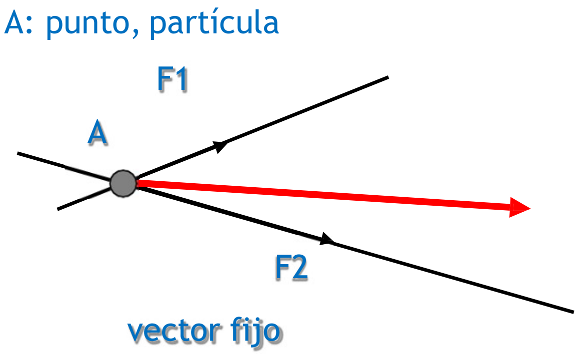
1er. Principio de la Estática (Principio del paralelogramo)

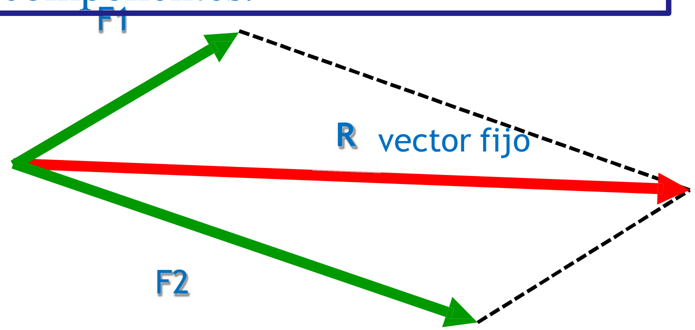
Descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.

Resultante de fuerzas concurrentes en el espacio.

1° - Principio del Paralelogramo

El efecto de 2 fuerzas, **F**1 y **F**2, aplicadas a un mismo punto de un cuerpo rígido, es equivalente al de una única fuerza llamada **resultante,** aplicada en el mismo punto, y cuya intensidad y dirección quedan definidas por la diagonal del paralelogramo que tiene por lados los vectores representativos de las fuerzas componentes.





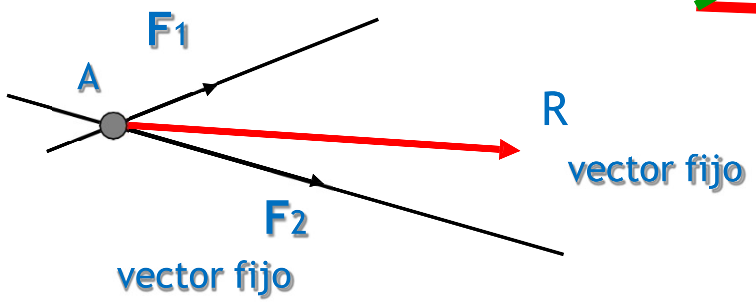
F1 + F2 = R

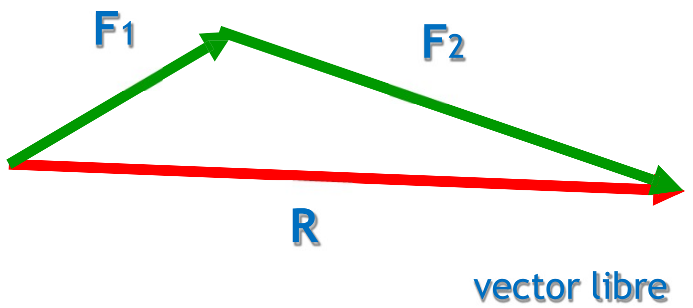
- F1 y F2: FUERZAS CONCURRENTES (Fuerzas paralelas: son fuerzas concurrentes)
- Las rectas de acción de F1 y F2 forman un plano.
- R está en el mismo plano.

1° - Principio del Paralelogramo

Triángulo de fuerzas:

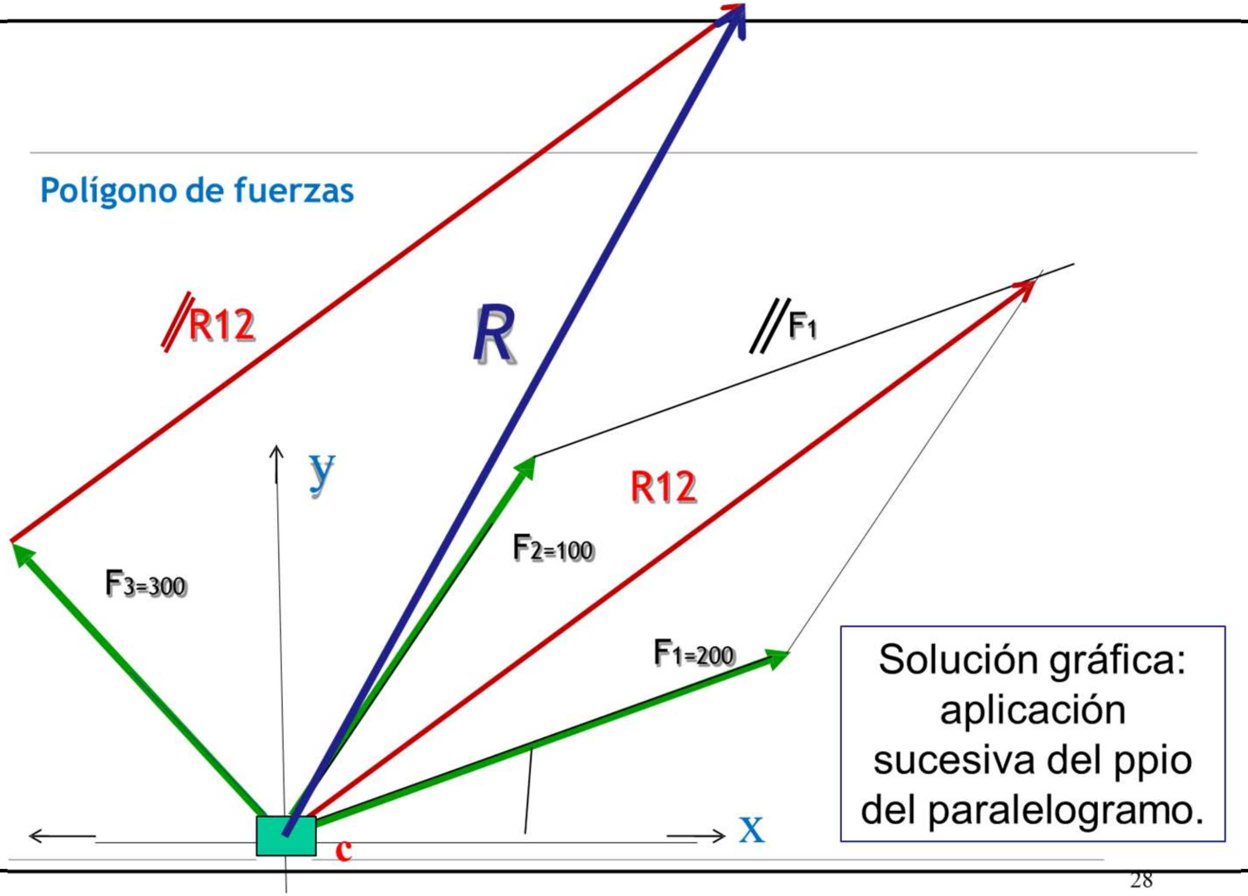
A: punto, partícula





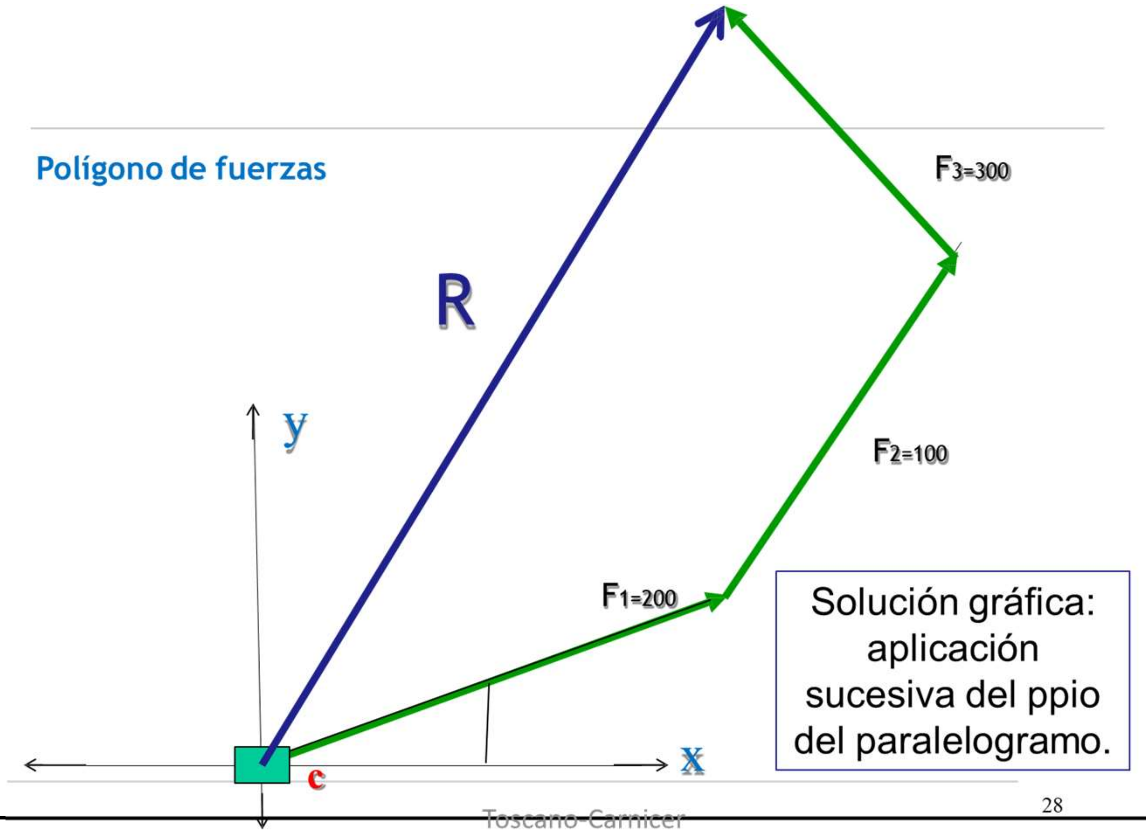
$F_1 + F_2 = R$

1er Principio del Paralelogramo

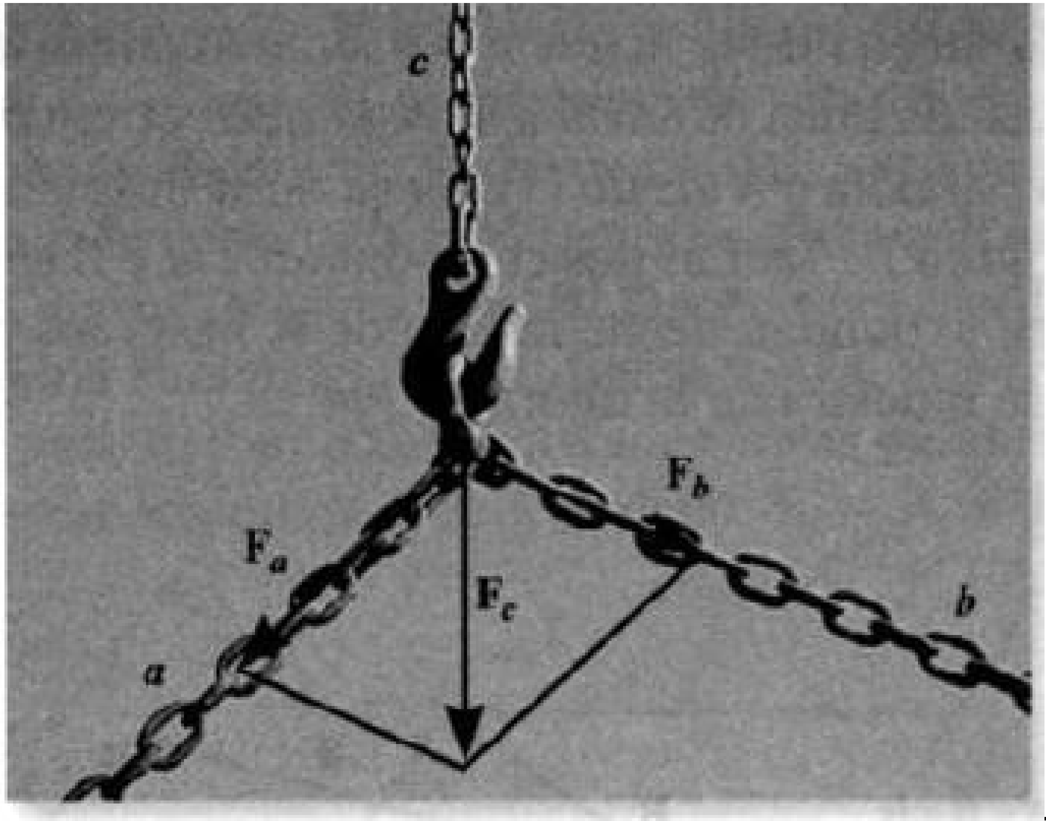


Solución gráfica: aplicación sucesiva del ppio del paralelogramo.

1er Principio del Paralelogramo



1° - Principio del Paralelogramo



1° - Principio del Paralelogramo

1. **Resultante de fuerzas colineales:** es la suma algebraica de los vectores representativos de las componentes
2. **Composición de n fuerzas concurrentes en el plano:** $\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i$
   - **Sucesiva aplicación Ppio del paralelogramo**
   - **Sistematización (algebraica).**
3. **Descomposición de una fuerza en 2 direcciones coplanares:** la fuerza a descomponer y las direcciones deben estar en el mismo plano.
   - **Aplicación Ppio del paralelogramo**
   - **Sistematización (algebraica)**
4. **Composición de n fuerzas concurrentes en el espacio:**
   - **Sucesiva aplicación Ppio del paralelogramo ó polígono de fuerzas**
   - **Sistematización (algebraica)**
5. **Descomposición de una fuerza en 3 direcciones concurrentes en el espacio.**
   - **Sistematización (algebraica)**

1° - Principio del Paralelogramo

I. Componer un sistema de n fuerzas concurrentes => Hallar su resultante

$$\overline{R} = \sum \overline{F}_i$$

<u>Datos</u>: las fuerzas componentes (magnitud, direcciòn y sentido)

<u>Incògnita</u>: la fuerza resultante (magnitud, direcciòn y sentido)

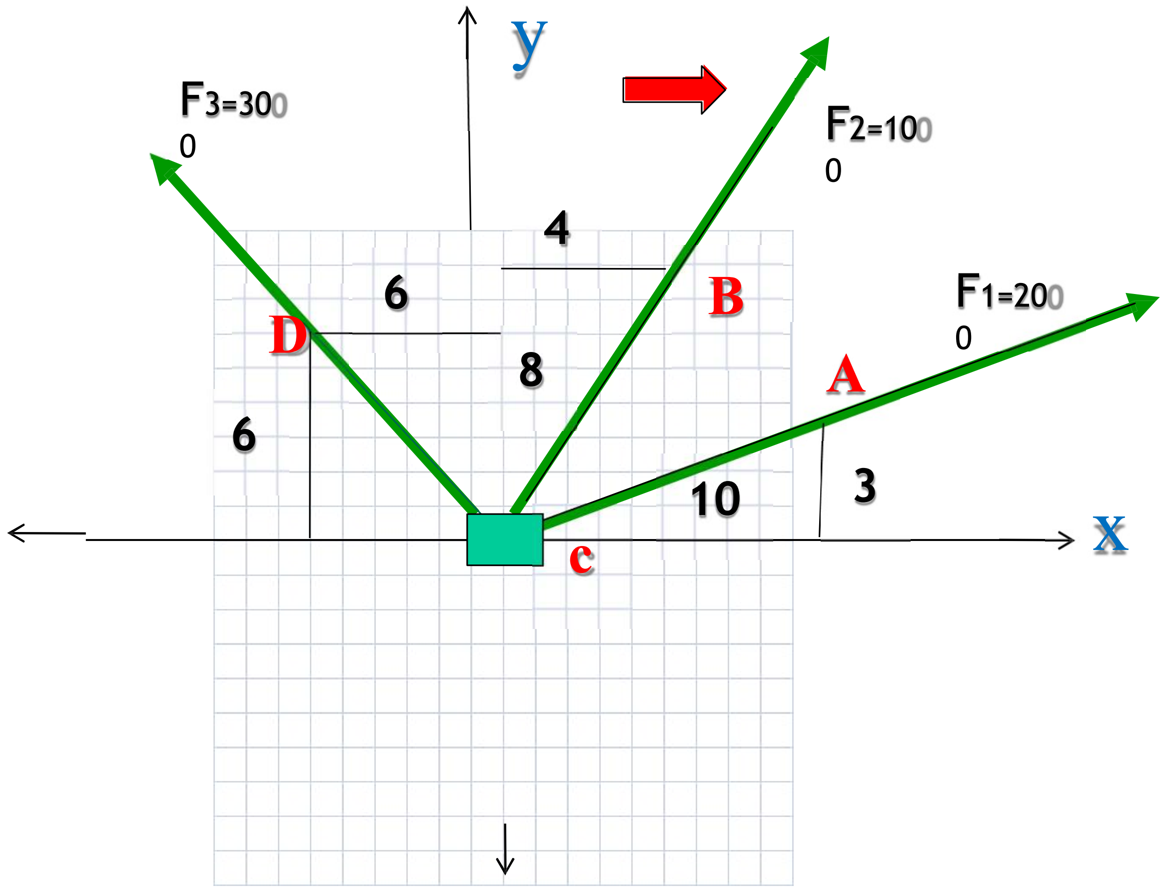
II. Descomponer una fuerza en n direcciones dadas => Hallar los mòdulos de las fuerzas componentes

<u>Datos</u>: las direcciones de las fuerzas componentes <u>Incògnitas</u>: los mòdulos de las fuerzas componentes

Sistemas planos n=2 Sistemas 3D n=3

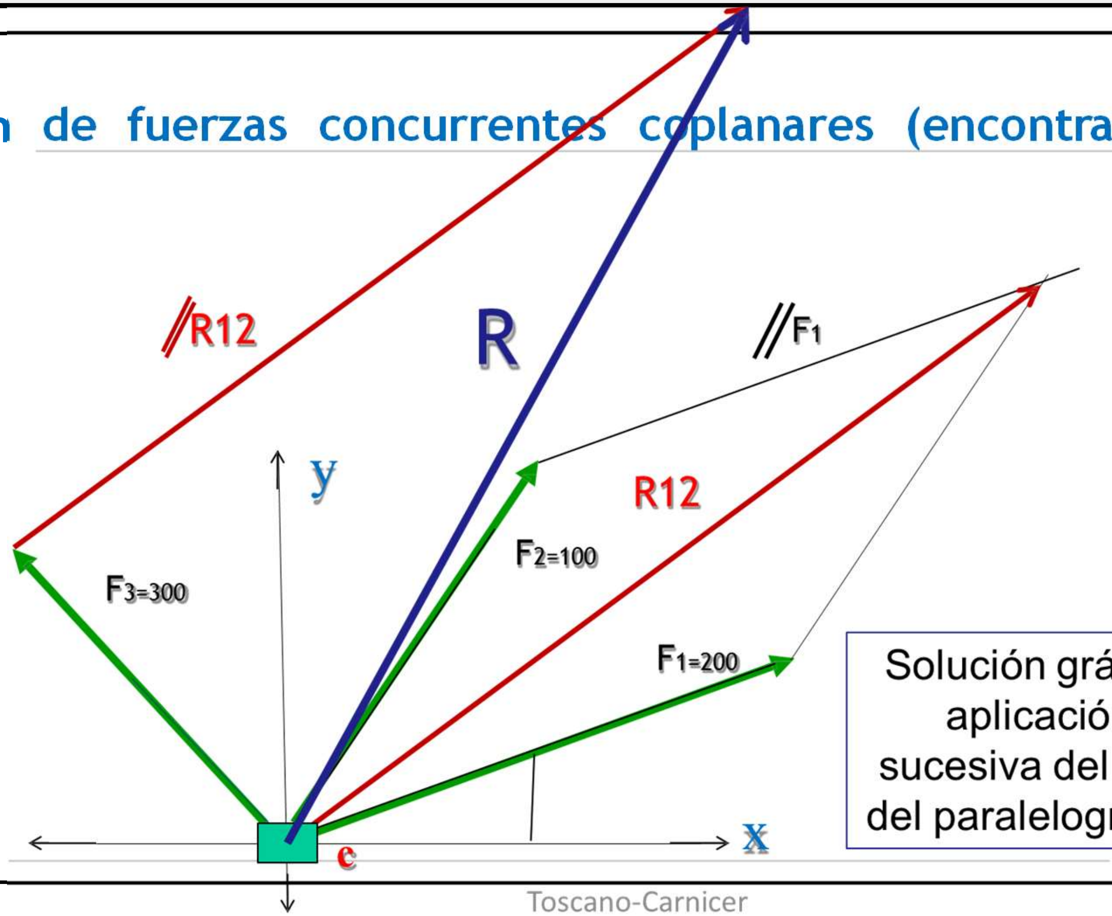
2. Composición de fuerzas concurrentes coplanares (encontrar su resultante):

Ejemplo: Se desea mover un bloque mediante 3 cables accionados por 3 grúas. En qué dirección y con qué fuerza se moverá el bloque?



1er Principio del Paralelogramo

2. Composición de fuerzas concurrentes coplanares (encontrar su resultante):



Solución gráfica: aplicación sucesiva del ppio del paralelogramo.

1er Principio del Paralelogramo

2. Composición de fuerzas concurrentes coplanares (encontrar su resultante

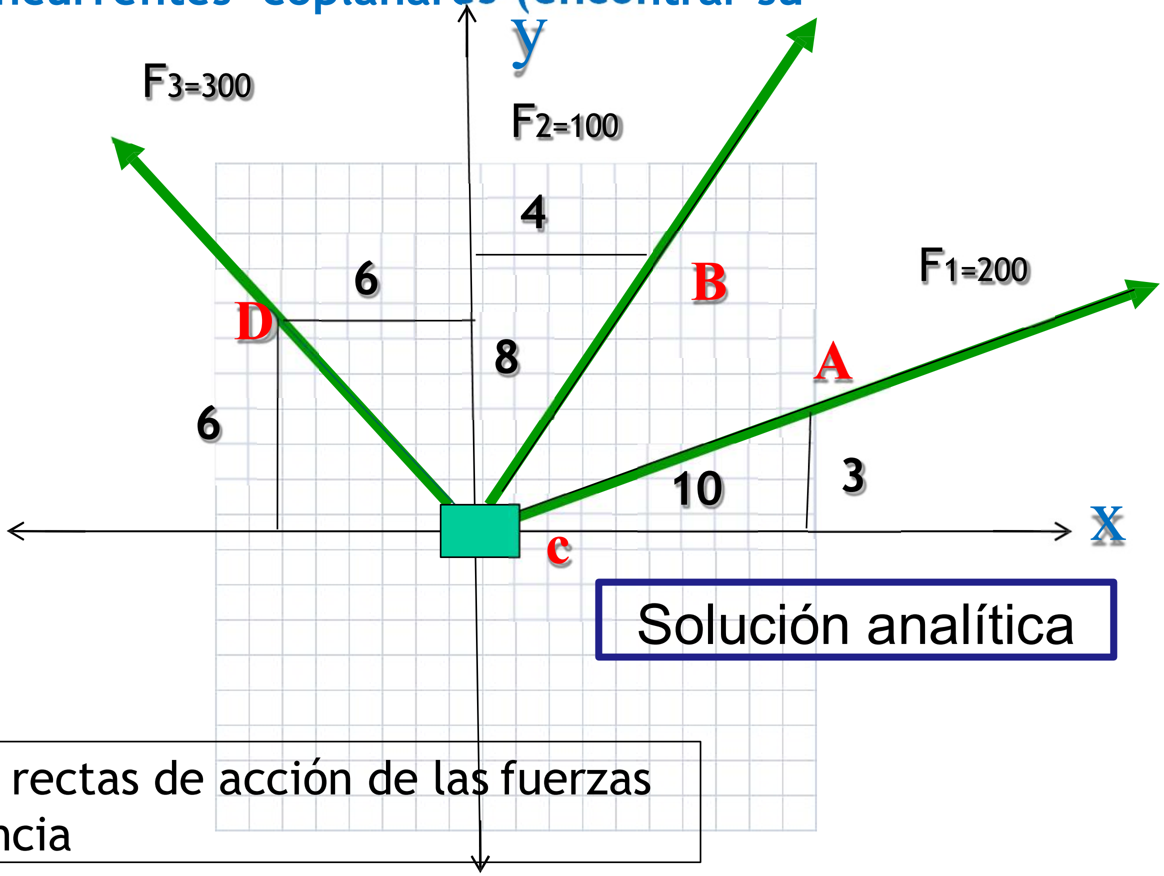
un bloque mediante 3 cables accionados por 3 grúas. En qué dirección y con qué fuerza se moverá el bloque?

$$R_x = \sum_i F_{i,x}$$

$$R_y = \sum_i F_{i,y}$$

$$R = \sqrt{R^2{}_x + R^2{}_y}$$

$$\lambda^R{}_x = \frac{R_x}{R} \qquad \lambda^R{}_y = \frac{R_y}{R}$$



Solución analítica

A, B, D: puntos de las rectas de acción de las fuerzas
C: punto de concurrencia

1° - Principio del Paralelogramo .
Composición de fuerzas concurrentes coplanares

$$\Delta_x = x_F - x_C$$

$$\Delta_y = y_F - y_C$$

$$l_i = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$$

$$\lambda^R_{x,i} = \frac{\Delta_{x,i}}{l_i}$$

$$\lambda^R_{y,i} = \frac{\Delta_{y,i}}{l_i}$$

$$F_{x,i} = F_i \cdot \lambda_{x,i}$$

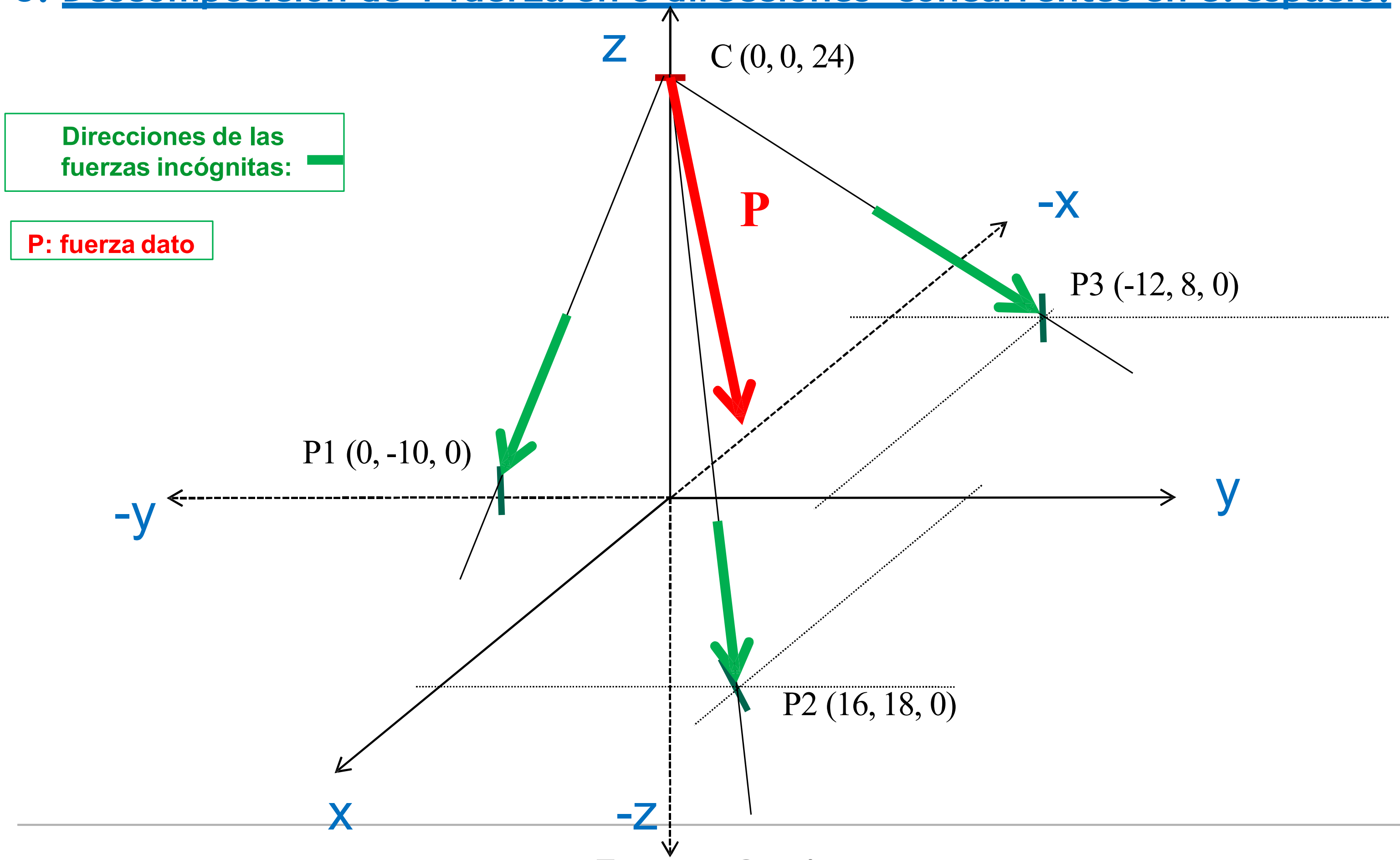
$$F_{y,i} = F_i \cdot \lambda_{y,i}$$

i	Fi	Δx	Δy	li	λxi	λyi	Fxi	Fyi
1	200	10	3	10.44	0.96	0.29	191.57	57.47
2	100	4	8	8.94	0.45	0.89	44.72	89.44
3	300	-6	6	8.49	-0.71	0.71	-212.13	212.13
							24.15	**359.04**
						R=	**359.86**	
						λxR=	**0.07**	
						λyR=	**1.00**	

Nota: los cosenos directores de un eje con los ejes coordenados **x, y, z** son los cosenos de los ángulos que forma el eje dado con los coordenados

1° - Principio del Paralelogramo

5. Descomposición de 1 fuerza en 3 direcciones concurrentes en el espacio:



1° - Principio del Paralelogramo

Descomposición de 1 fuerza en 3 direcciones concurrentes en el espacio:

$$\overline{P} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3$$

$$P\ \overline{n}_p = F_1\ \overline{n}_1 + F_2\ \overline{n}_2 + F_3\ \overline{n}_3$$

$$P\begin{bmatrix}\lambda_x^P\\ \lambda_y^P\\ \lambda_z^P\end{bmatrix} = F_1\begin{bmatrix}\lambda_x^1\\ \lambda_y^1\\ \lambda_z^1\end{bmatrix} + F_2\begin{bmatrix}\lambda_x^2\\ \lambda_y^2\\ \lambda_z^2\end{bmatrix} + F_3\begin{bmatrix}\lambda_x^3\\ \lambda_y^3\\ \lambda_z^3\end{bmatrix}$$

DATOS

$$P\begin{bmatrix}\lambda_x^P\\ \lambda_y^P\\ \lambda_z^P\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\lambda_x^1 & \lambda_x^2 & \lambda_x^3\\ \lambda_y^1 & \lambda_y^2 & \lambda_y^3\\ \lambda_z^1 & \lambda_z^2 & \lambda_z^3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_1\\ F_2\\ F_3\end{bmatrix}$$

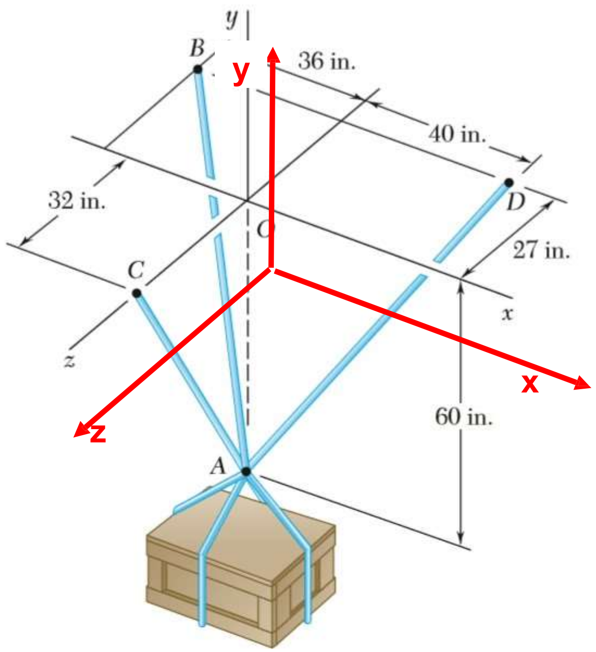
INCOGNITAS

Descomposición de 1 fuerza en n direcciones concurrentes en el espacio:

Podría n ser mayor a 3 ???????????????????

1° - Principio del Paralelogramo Descomposición de 1 fuerza en n direccionesconcurrentes en el espacio:

2.104 Tres cables sostienen una caja como se muestra en la figura. Determine el peso de la caja, si se sabe que la tensión en el cable AD es de 616 lb.



2º Principio de la Estática (Equilibrio).

1er. Principio de la Estática (Principio del paralelogramo).
Enunciado y Corolarios.
Composición de fuerzas concurrentes en el plano y en el espacio. Suma vectorial.
Descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.
Resultante de fuerzas concurrentes en el espacio. Sistematización y algoritmos.

2º Principio de la Estática (Equilibrio).
Condiciones de equilibrio de una partícula. Expresiones gráficas y analíticas.

3er. Principio de la Estática (Transmisibilidad).
Cuerpos indeformables y cuerpos deformables.

4º Principio de acción y reacción

Equilibrio de un conjunto de fuerzas

Condiciones de equilibrio de una partícula

concurrentes ⟺ $\overline{R} = 0$

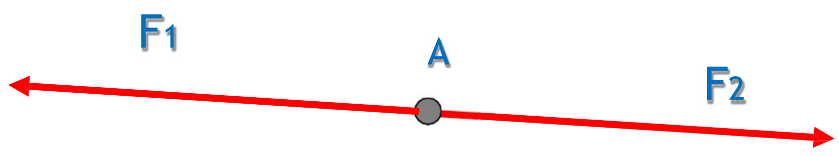
(1° Ley de Newton)

Un cuerpo esta en equilibrio solo si cada punto del cuerpo tiene la misma velocidad, denominada traslación uniforme. La velocidad se mide respecto de un marco de referencia, respecto a la superficie de la tierra, p.e.

2° Principio de la Estática - Equilibrio

Equilibrio de un conjunto de fuerzas concurrentes $\Leftrightarrow \quad \overline{R} = 0$

Fuerzas opuestas: misma recta de acción, igual intensidad y sentido contrarios.



(diagrama de cuerpo libre)

$$F_1 = -F_2$$

$$F_1 + F_2 = R = 0$$

Sistemas nulos: constituidos por fuerzas en equilibrio

Equilibrante: la fuerza opuesta a la resultante

2° Principio de la Estática - Equilibrio

Corolarios:

1. Para que la resultante sea nula es condición necesaria y suficiente que sean nulas sus componentes.

$$R_x = 0 \qquad R_y = 0 \qquad R_z = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{R} = 0$$

2. Para que la resultante sea nula es condición necesaria y suficiente que el polígono de fuerzas sea cerrado.
3. Dos fuerzas se equilibran cuando son iguales y contrarias

Principios de la estática

1er. Principio de la Estática (Principio del paralelogramo).

Enunciado y Corolarios.
Composición de fuerzas concurrentes en el plano y en el espacio. Suma vectorial.
Descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.
Resultante de fuerzas concurrentes en el espacio. Sistematización y algoritmos.

2º Principio de la Estática (Equilibrio).

Condiciones de equilibrio de una partícula. Expresiones gráficas y analíticas.

3er. Principio de la Estática (Transmisibilidad)

Cuerpos indeformables y cuerpos deformables.

4º Principio de acción y reacción

Principios de la estática

3er. Principio de la Estática (Transmisibilidad).

Cuerpos indeformables y cuerpos deformables.

3° - Transmisibilidad

Cuerpo: conjunto de partículas vinculadas entre sí (cohesión).

Cuerpos → Deformables (reales)

Cuerpos → Indeformables (no reales)

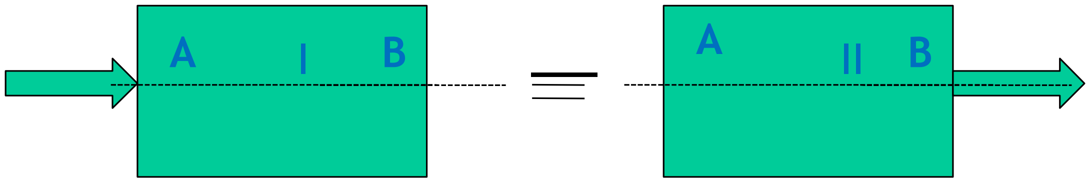
Cuerpos rígidos e indeformables

→ Distancia entre 2 puntos del cuerpo se mantiene invariable ante la acción de fuerzas exteriores

Linealidad geométrica (pequeños desplazamientos)

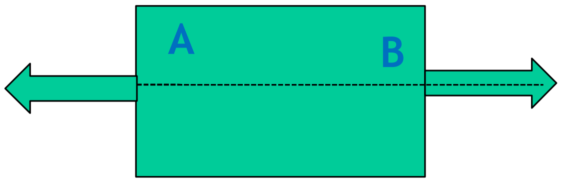
3° - Transmisibilidad

<u>Efecto estático global</u>: (EEG) de una fuerza sobre un cuerpo rígido es independiente de cual sea el punto de aplicación de la fuerza sobre dicho cuerpo, siempre que se mantenga la recta de acción.



Corolario:

El EEG de dos fuerzas iguales y de sentido opuesto actuando sobre un cuerpo es nulo ("equilibrio global").



EEG nulo (equilibrio)

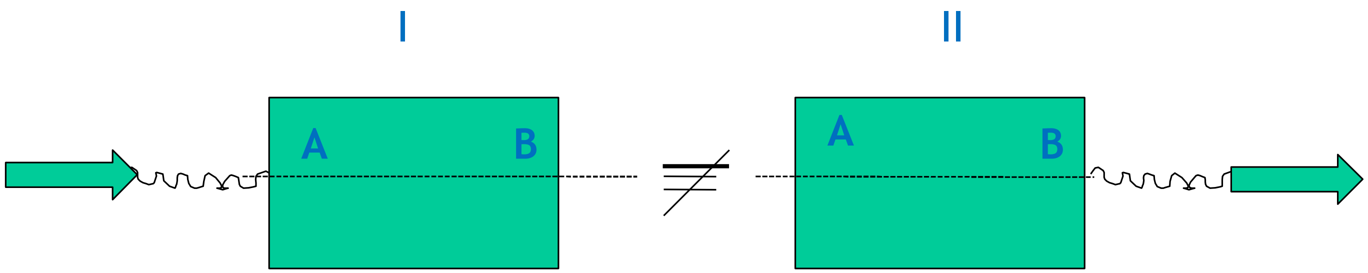
Nota: no todos los efectos son nulos (ejemplo con resorte).

3° - Transmisibilidad

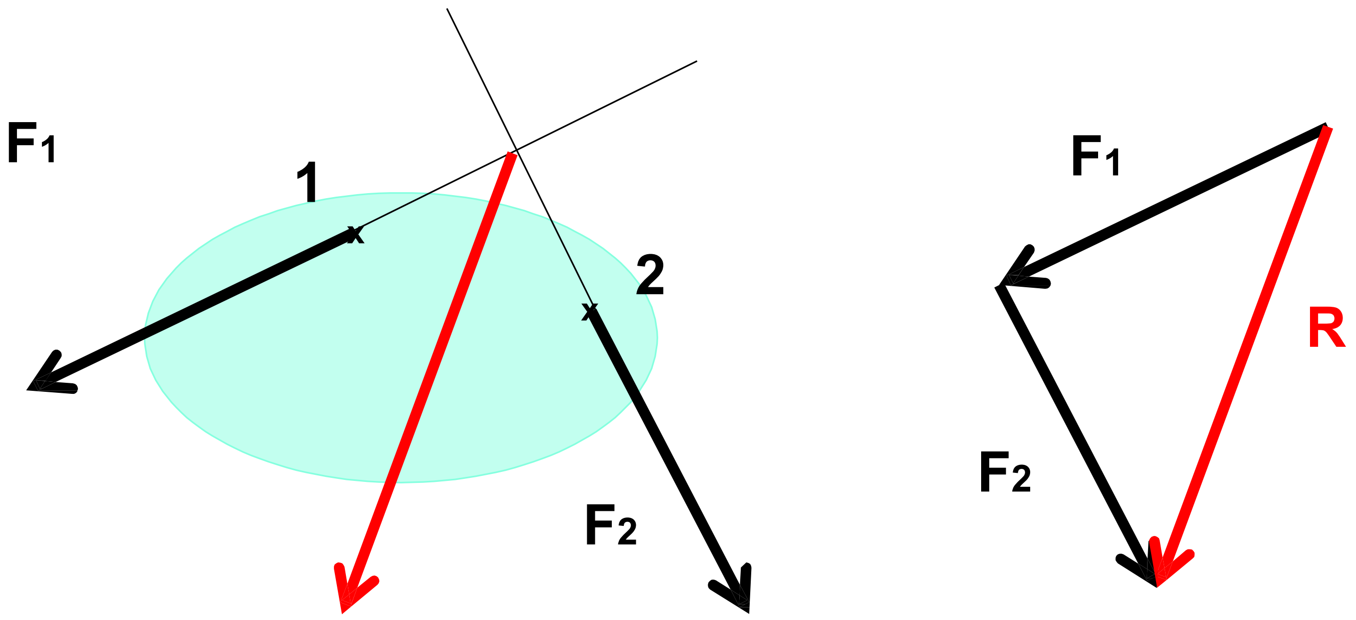
Efecto estático global:

El EEG de dos fuerzas iguales y de sentido opuesto actuando sobre un cuerpo es nulo ("equilibrio global").

Nota: Sin embargo, si el sistema no es perfectamente rígido, no todos los efectos son nulos.



3° - Transmisibilidad . Resultante de Fuerzas coplanares no paralelas



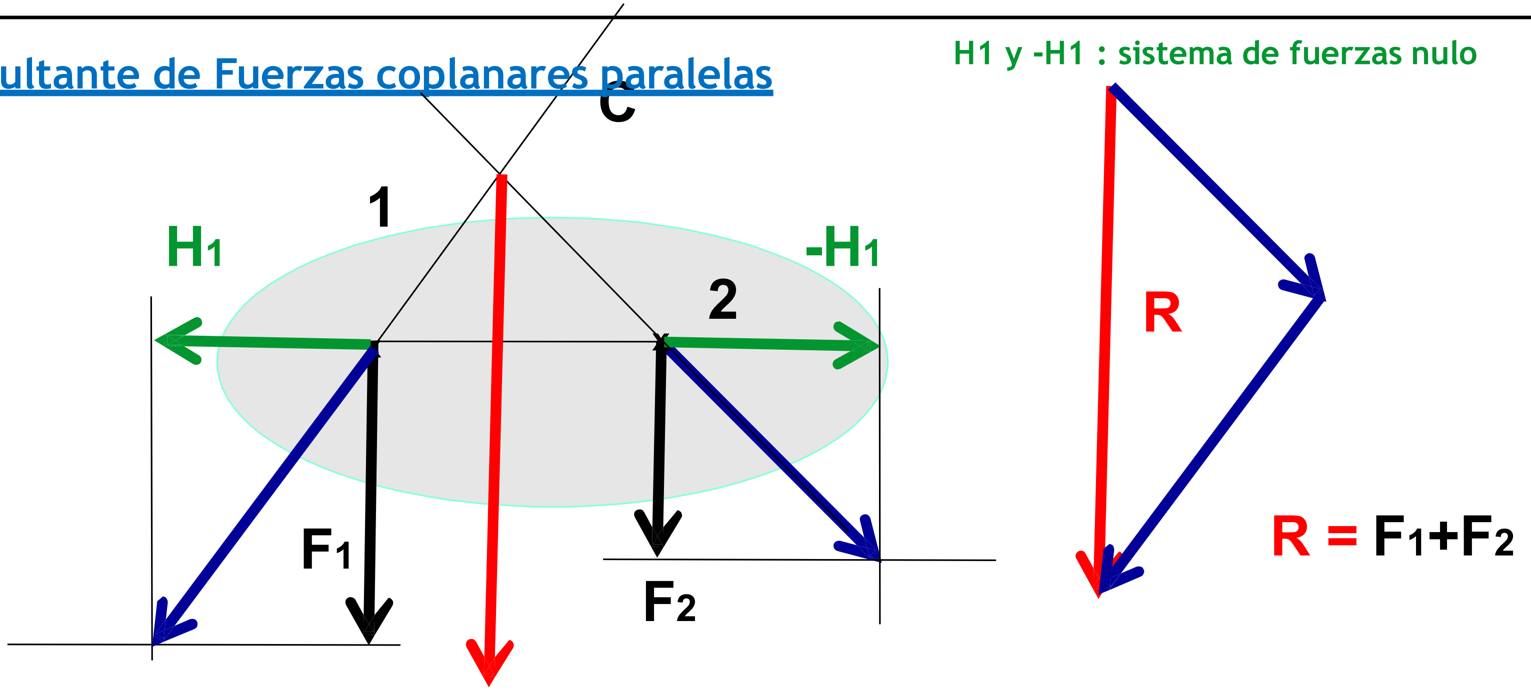
F1 y F2: fuerzas aplicadas a un cuerpo

C: punto intersección de las rectas de acción de esas fuerzas

<u>Nota</u>: C puede incluso ser un punto que no tenga existencia material

3° - Transmisibilidad

a. Resultante de Fuerzas coplanares paralelas



F1 y F2: fuerzas paralelas aplicadas a un cuerpo

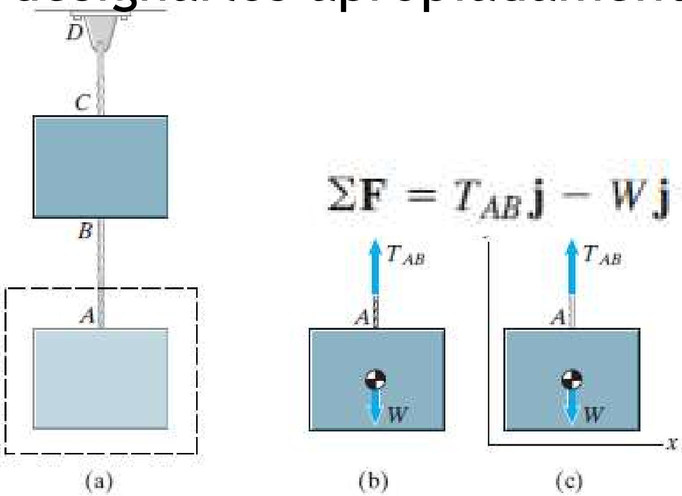
C: punto recta acción de la resultante

Equilibrio de Cuerpo Libre
Fuerzas Concurrentes

1.Equilibrio de Cuerpo Libre

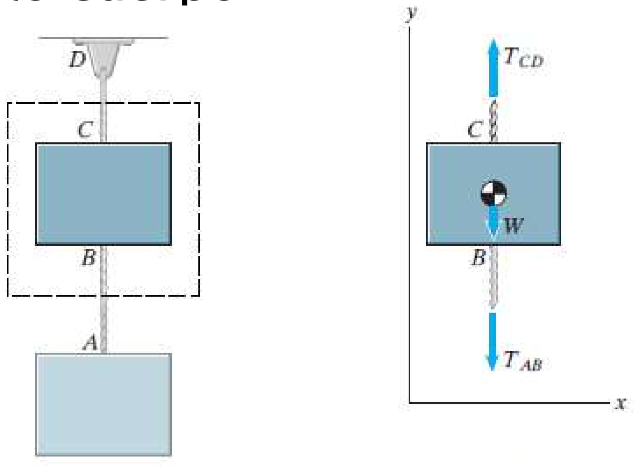
1. Identificar el Cuerpo por aislar
2. Dibujar un croquis del cuerpo aislado
3. Dibujar los vectores que representen todas las fuerzas externas que actúen sobre el cuerpo aislado y designarlos apropiadamente

$$\Sigma \mathbf{F} = T_{AB}\,\mathbf{j} - W\,\mathbf{j} = (T_{AB} - W)\,\mathbf{j} = \mathbf{0}.$$



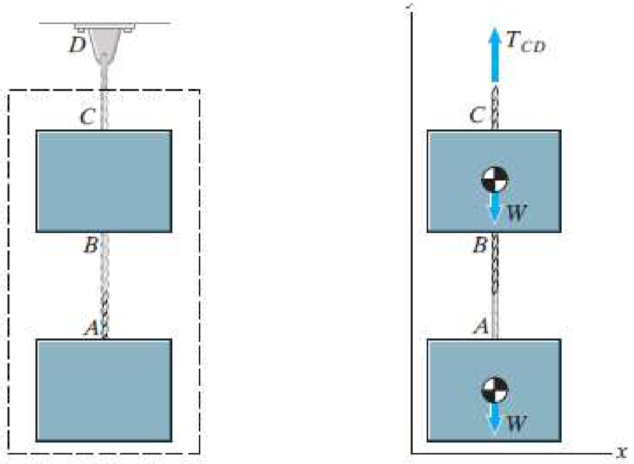
1.Equilibrio de Cuerpo Libre

1. Podemos determinar la fuerza en el cable CD aislando el bloque superior
2. O tratando a los dos bloques y al cable AB como un solo cuerpo



(a) (b)

$$\Sigma \mathbf{F} = T_{CD}\,\mathbf{j} - T_{AB}\,\mathbf{j} - W\,\mathbf{j} = (T_{CD} - T_{AB} - W)\,\mathbf{j} = \mathbf{0}.$$



(a) (b)

$$\Sigma \mathbf{F} = T_{CD}\,\mathbf{j} - W\,\mathbf{j} - W\,\mathbf{j} = (T_{CD} - 2W)\,\mathbf{j} = \mathbf{0},$$

Ref: Bedford Fowler

2. *Equilibrio de sistema de fuerzas concurrentes en el plano*

Un sistema de fuerzas coplanares concurrentes esta en equilibrio cuando:

$$\Sigma \mathbf{F} = (\Sigma F_x)\mathbf{i} + (\Sigma F_y)\mathbf{j} = \mathbf{0},$$

$$\Sigma F_x = 0, \qquad \Sigma F_y = 0.$$

La suma de las componentes en x y en y de las fuerzas externas vale cero.

2. Equilibrio de Sistema de fuerzas concurrentes en el espacio

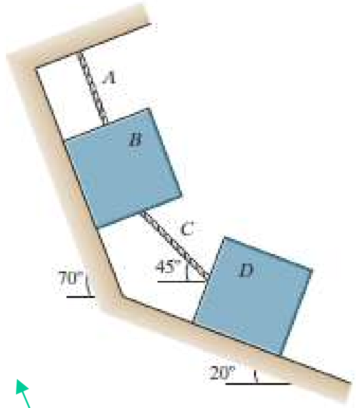
Un sistema de fuerzas concurrentes en el espacio esta en equilibrio cuando:

$$\Sigma \mathbf{F} = (\Sigma F_x)\mathbf{i} + (\Sigma F_y)\mathbf{j} + (\Sigma F_z)\mathbf{k} = \mathbf{0}.$$

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0.$$

La suma de las componentes en x, y y en z de las fuerzas externas vale cero.

Problem 3.17 Each box weighs 40 lb. The angles are measured relative to the horizontal. The surfaces are smooth. Determine the tension in the rope A and the normal force exerted on box B by the inclined surface.



Solution: The free-body diagrams are shown.
The equilibrium equations for box D are

$$\sum F_x : (40 \text{ lb}) \sin 20^\circ - T_C \cos 25^\circ = 0$$

$$\sum F_y : N_D - (40 \text{ lb}) \cos 20^\circ + T_C \sin 25^\circ = 0$$

The equilibrium equations for box B are

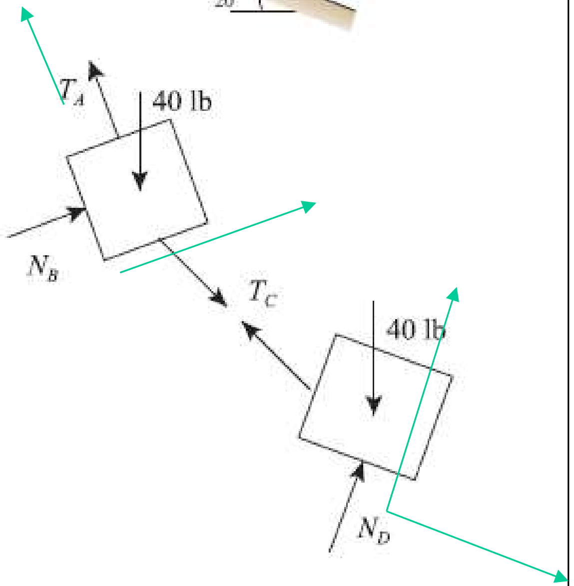
$$\sum F_x : (40 \text{ lb}) \sin 70^\circ + T_C \cos 25^\circ - T_A = 0$$

$$\sum F_y : N_B - (40 \text{ lb}) \cos 70^\circ + T_C \sin 25^\circ = 0$$

Solving these four equations yields:

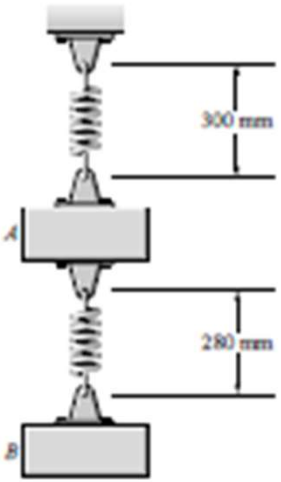
$$T_A = 51.2 \text{ lb}, T_C = 15.1 \text{ lb}, N_B = 7.30 \text{ lb}, N_D = 31.2 \text{ lb}$$

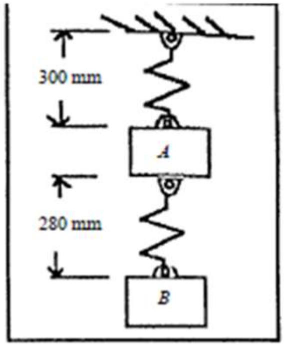
Thus $\boxed{T_A = 51.2 \text{ lb}, \; N_B = 7.30 \text{ lb}}$



Problem 3.7 The two springs are identical, with unstretched lengths 250 mm and spring constants $k = 1200$ N/m.

(a) Draw the free-body diagram of block A.
(b) Draw the free-body diagram of block B.
(c) What are the masses of the two blocks?





Solution: The tension in the upper spring acts on block **A** in the positive Y direction, Solve the spring force-deflection equation for the tension in the upper spring. Apply the equilibrium conditions to block A. Repeat the steps for block B.

$$\mathbf{T}_{UA} = 0\mathbf{i} + \left(1200\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)(0.3\ \text{m} - 0.25\ \text{m})\mathbf{j} = 0\mathbf{i} + 60\mathbf{j}\ \text{N}$$

Similarly, the tension in the lower spring acts on block **A** in the negative Y direction

$$\mathbf{T}_{LA} = 0\mathbf{i} - \left(1200\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)(0.28\ \text{m} - 0.25\ \text{m})\mathbf{j} = 0\mathbf{i} - 36\mathbf{j}\ \text{N}$$

The weight is $\mathbf{W}_A = 0\mathbf{i} - |\mathbf{W}_A|\mathbf{j}$

The equilibrium conditions are

$$\sum \mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_x + \sum \mathbf{F}_y = 0, \quad \sum \mathbf{F} = \mathbf{W}_A + \mathbf{T}_{UA} + \mathbf{T}_{LA} = 0$$

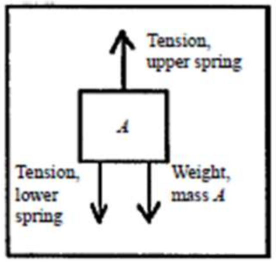
Collect and combine like terms in **i**, **j**

$$\sum \mathbf{F}_y = (-|\mathbf{W}_A| + 60 - 36)\mathbf{j} = 0$$

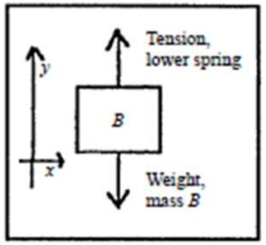
Solve $|\mathbf{W}_A| = (60 - 36) = 24$ N

The mass of A is

$$m_A = \frac{|\mathbf{W}_L|}{|\mathbf{g}|} = \frac{24\ \text{N}}{9.81\ \text{m/s}^2} = 2.45\ \text{kg}$$



The free body diagram for block **B** is shown.



The tension in the lower spring $\mathbf{T}_{LB} = 0\mathbf{i} + 36\mathbf{j}$

The weight: $\mathbf{W}_B = 0\mathbf{i} - |\mathbf{W}_B|\mathbf{j}$
Apply the equilibrium conditions to block B.

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{W}_B + \mathbf{T}_{LB} = 0$$

Collect and combine like terms in **i**, **j**:

$$\sum \mathbf{F}_y = (-|\mathbf{W}_B| + 36)\mathbf{j} = 0$$

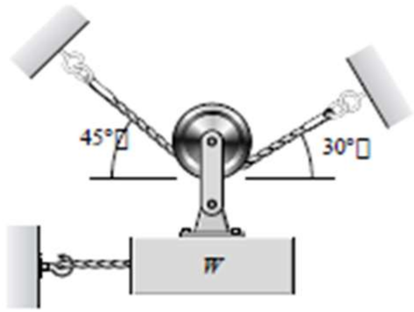
Solve: $|\mathbf{W}_B| = 36$ N

The mass of B is given by $m_B = \dfrac{|\mathbf{W}_B|}{|\mathbf{g}|} = \dfrac{36\ \text{N}}{9.81\ \text{m/s}^2} = 3.67$ kg

Ref: Bedford Fowler

Toscano-Carnicer

Problem 3.28 What are the tensions in the upper and lower cables? (Your answers will be in terms of W. Neglect the weight of the pulley.)



Solution: Isolate the weight. The frictionless pulley changes the direction but not the magnitude of the tension. The angle between the right hand upper cable and the x axis is α, hence

$$\mathbf{T}_{UR} = |\mathbf{T}_U|(\mathbf{i}\cos\alpha + \mathbf{j}\sin\alpha).$$

The angle between the positive x and the left hand upper pulley is $(180^\circ - \beta)$, hence

$$\mathbf{T}_{UL} = |\mathbf{T}_U|(\mathbf{i}\cos(180-\beta) + \mathbf{j}\sin(180-\beta))$$

$$= |\mathbf{T}_U|(-\mathbf{i}\cos\beta + \mathbf{j}\sin\beta).$$

The lower cable exerts a force: $\mathbf{T}_L = -|\mathbf{T}_L|\mathbf{i} + 0\mathbf{j}$

The weight: $\mathbf{W} = 0\mathbf{i} - |\mathbf{W}|\mathbf{j}$

The equilibrium conditions are

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{W} + \mathbf{T}_{UL} + \mathbf{T}_{UR} + \mathbf{T}_L = 0$$

$$\sum \mathbf{F}_x = (-|\mathbf{T}_U|\cos\beta + |\mathbf{T}_U|\cos\alpha - |\mathbf{T}_L|)\mathbf{i} = 0$$

$$\sum \mathbf{F}_y = (|\mathbf{T}_U|\sin\alpha + |\mathbf{T}_U|\sin\beta - |\mathbf{W}|)\mathbf{j} = 0.$$

Solve: $$|\mathbf{T}_U| = \left(\frac{|\mathbf{W}|}{(\sin\alpha + \sin\beta)}\right),$$

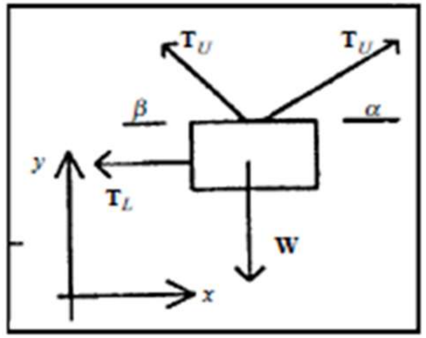
$$|\mathbf{T}_L| = |\mathbf{T}_U|(\cos\alpha - \cos\beta).$$

From which $$|\mathbf{T}_L| = |\mathbf{W}|\left(\frac{\cos\alpha - \cos\beta}{\sin\alpha + \sin\beta}\right).$$

For $\alpha = 30^\circ$ and $\beta = 45^\circ$

$$|\mathbf{T}_U| = 0.828|\mathbf{W}|,$$

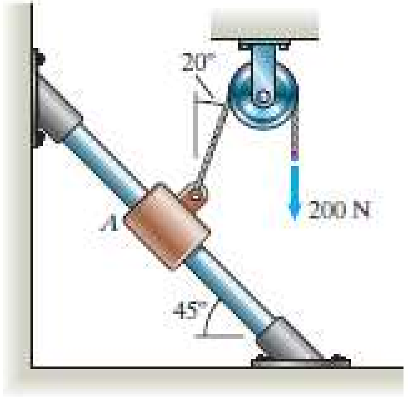
$$|\mathbf{T}_L| = 0.132|\mathbf{W}|$$



Ref: Bedford Fowler

Toscano-Carnicer

Problem 3.32 The slider A is in equilibrium and the bar is smooth. What is the mass of the slider?



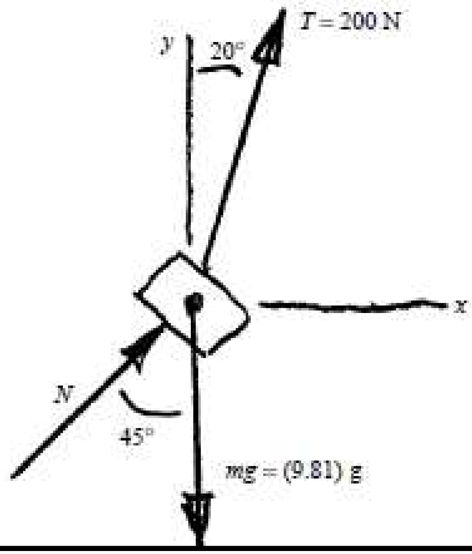
Solution: The pulley does not change the tension in the rope that passes over it. There is no friction between the slider and the bar.

Eqns. of Equilibrium:

$$\begin{cases} \sum F_x = T\sin 20^\circ + N\cos 45^\circ = 0 \quad (T = 200\text{ N}) \\ \sum F_y = N\sin 45^\circ + T\cos 20^\circ - mg = 0 \quad g = 9.81\text{ m/s}^2 \end{cases}$$

Substituting for T and g, we have two eqns in two unknowns (N and m).

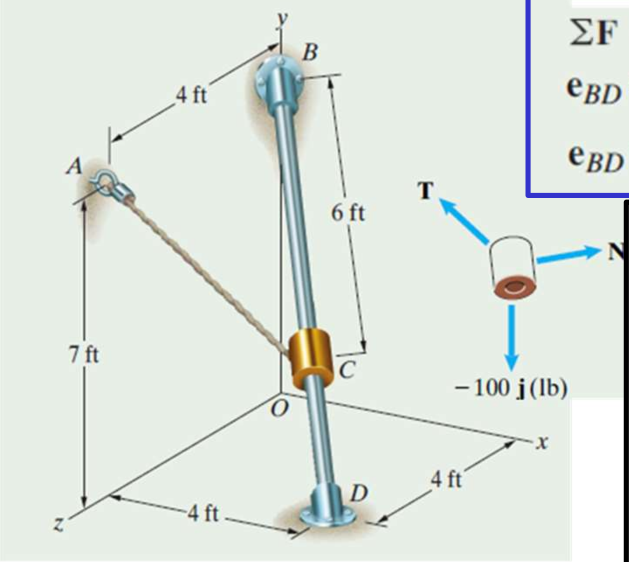
Solving, we get $N = -96.7$ N, $m = 12.2$ kg.



Ref: Bedford Fowler

2. Equilibrio de Sistema de fuerzas concurrentes en el espacio

The 100-lb "slider" C is held in place on the smooth bar by the cable AC. Determine the tension in the cable and the force exerted on the slider by the bar.



$$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{T} + \mathbf{N} - (100\text{ lb})\,\mathbf{j} = \mathbf{0}.$$

$$\mathbf{e}_{BD} \cdot \mathbf{N} = 0.$$

$$\mathbf{e}_{BD} \cdot (\Sigma\mathbf{F}) = \mathbf{e}_{BD} \cdot [\mathbf{T} - (100\text{ lb})\,\mathbf{j}] = 0.$$

$$\mathbf{e}_{BD} = \frac{\mathbf{r}_{BD}}{|\mathbf{r}_{BD}|} = \frac{4}{9}\mathbf{i} - \frac{7}{9}\mathbf{j} + \frac{4}{9}\mathbf{k}.$$

$$\mathbf{r}_{BC} = 6\mathbf{e}_{BD} = 2.67\mathbf{i} - 4.67\mathbf{j} + 2.67\mathbf{k}\ (\text{ft}),$$

$$\mathbf{r}_{OC} = \mathbf{r}_{OB} + \mathbf{r}_{BC} = 7\mathbf{j} + (2.67\mathbf{i} - 4.67\mathbf{j} + 2.67\mathbf{k})$$

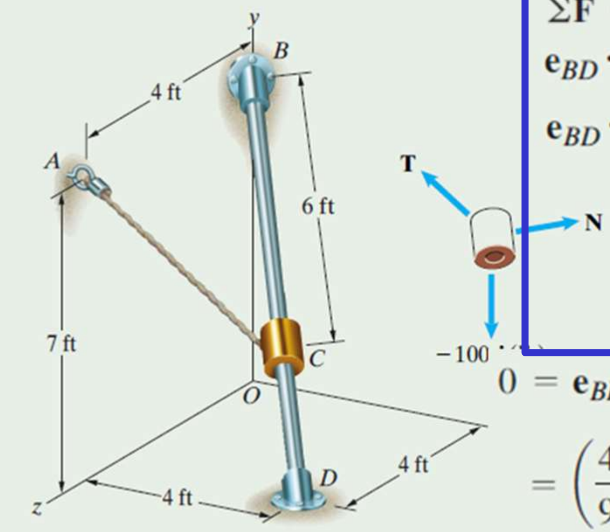
$$\mathbf{r}_{CA} = (0 - 2.67)\,\mathbf{i} + (7 - 2.33)\,\mathbf{j} + (4 - 2.67)\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{e}_{CA} = \frac{\mathbf{r}_{CA}}{|\mathbf{r}_{CA}|} = -0.482\mathbf{i} + 0.843\mathbf{j} + 0.241\mathbf{k}.$$

$$\mathbf{T} = T\mathbf{e}_{CA} = T(-0.482\mathbf{i} + 0.843\mathbf{j} + 0.241\mathbf{k}).$$

2. Equilibrio de Sistema de fuerzas concurrentes en el espacio

The 100-lb "slider" C is held in place on the smooth bar by the cable AC. Determine the tension in the cable and the force exerted on the slider by the bar.



$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{T} + \mathbf{N} - (100 \text{ lb})\,\mathbf{j} = \mathbf{0}.$$

$$\mathbf{e}_{BD} \cdot \mathbf{N} = 0.$$

$$\mathbf{e}_{BD} \cdot (\Sigma \mathbf{F}) = \mathbf{e}_{BD} \cdot [\mathbf{T} - (100 \text{ lb})\,\mathbf{j}] = 0.$$

$$\mathbf{e}_{BD} = \frac{\mathbf{r}_{BD}}{|\mathbf{r}_{BD}|} = \frac{4}{9}\mathbf{i} - \frac{7}{9}\mathbf{j} + \frac{4}{9}\mathbf{k}.$$

$$\mathbf{T} = T\mathbf{e}_{CA} = T(-0.482\mathbf{i} + 0.843\mathbf{j} + 0.241\mathbf{k}).$$

$$0 = \mathbf{e}_{BD} \cdot [\mathbf{T} - (100 \text{ lb})\,\mathbf{j}]$$

$$= \left(\frac{4}{9}\mathbf{i} - \frac{7}{9}\mathbf{j} + \frac{4}{9}\mathbf{k}\right) \cdot [-0.482T\,\mathbf{i} + (0.843T - 100 \text{ lb})\,\mathbf{j} + 0.241T\,\mathbf{k}]$$

$$= -0.762T + 77.8 \text{ lb}, \quad T = 102 \text{ lb}.$$

$$\mathbf{N} = -\mathbf{T} + (100 \text{ lb})\,\mathbf{j} = 49.1\mathbf{i} + 14.0\mathbf{j} - 24.6\mathbf{k} \text{ (lb)}.$$

Fin