

Teoría de Juegos

Ejercicio N°1: Representar en un diagrama de árbol y en uno de matriz un juego en el cual Augusto y Beatriz pueden optar por jugar "izquierda" o "derecha", con las siguientes recompensas:

- Si ambos juegan izquierda, Augusto gana 2 pesos y Beatriz 5 pesos.
- Si Augusto juega izquierda y Beatriz derecha, ganan 3 y 4 pesos respectivamente.
- Si Augusto juega derecha y Beatriz izquierda, ganan 2 y 3 pesos respectivamente.
- Si ambos juegan derecha, ganan 3 pesos cada uno.

Ejercicio N°2: Estados Unidos y China deben decidir si adherir o no a un acuerdo de protección del medio ambiente. Las recompensas para cada uno se indican en la siguiente tabla:

		China	
		Adhiere	No Adhiere
EEUU	Adhiere	(10 ; 10)	(-10 ; 30)
	No Adhiere	(30 ; -10)	(-5 ; -5)

Aclaración: El primer número dentro del paréntesis es la recompensa de EEUU, el segundo es la recompensa de China.

- ¿Hay algún equilibrio de Nash? ¿Cuál? Justifique
- ¿Cómo se asemeja el escenario planteado a la realidad?
- ¿Qué podría pasar en la realidad para que esta situación cambie y cómo se vería reflejado en las recompensas del juego?

Ejercicio N°3: Argentina y Brasil están en la final de la Copa América. Van a definición por penales y Messi tiene que patear el penal decisivo. Puede optar por patear a su izquierda, su derecha, o al medio. En el mismo instante que Messi decide a qué lado patear, Alisson, el arquero de Brasil, debe optar entre lanzarse a su lado izquierdo, su lado derecho, o quedarse parado en el medio. Las recompensas para cada uno en cada situación son las siguientes:

		Alisson		
		Izquierda	Medio	Derecha
Messi	Izquierda	(0,8 , 0,2)	(0,8 , 0,2)	(0,3 , 0,7)
	Medio	(0,9 , 0,1)	(0,1 , 0,9)	(0,9 , 0,1)
	Derecha	(0,35 , 0,65)	(0,85 , 0,15)	(0,85 , 0,15)

Aclaración: El primer número dentro del paréntesis es la recompensa de Messi, el segundo es la recompensa de Alisson.

¿Hay algún equilibrio de Nash en este juego? Justifique. Considere solo estrategias puras (no estrategias mixtas).

Ejercicio N°4: Arturo y Beatriz compiten en un juego con las siguientes características:

- Hay dos pilas con 8 monedas cada una
- Juegan en turnos intercalados
- Pueden optar por levantar 1, 2 o 3 monedas. No pueden en un mismo turno levantar monedas de dos pilas distintas
- Quien levante la última moneda, pierde

Si ambos jugadores son racionales, ¿quién ganará y cuál será su estrategia?

Ejercicio N°5: Matías y Valentina participan en un juego por turnos, en el que su objetivo es, individualmente, ganar la mayor cantidad de plata posible. Inicialmente, hay dos pilas de monedas con 4 y 1 moneda respectivamente. En cada turno, sus opciones son:

- Quedarse con la pila más grande y darle la más chica al otro, terminando el juego.
- Pasarle las dos pilas al rival, en cuyo caso se le agrega 1 moneda a cada una.

Si llegan al turno 5, ninguno se lleva nada.

- El 1º turno es para Matías. Represente todos los turnos posibles en el diagrama que crea conveniente.
- Si ambos son perfectamente racionales, ¿cuáles serán sus ganancias? Justifique
- ¿Cambiaría el resultado si pudiesen cooperar? ¿Qué le convendría hacer a cada uno?

Ejercicio N°6: Pepsi y Coca Cola deben decidir si ingresar o no a un mercado que se abrió a las inversiones externas. Deben tomar esta decisión sin poder interactuar entre sí, ni ver qué decisión toma su competidor. Las ganancias (en millones de dólares) para cada uno se indican en la siguiente tabla:

		Coca Cola	
		Ingresas	No ingresa
Pepsi	Ingresas	(10 ; -5)	(30 ; 0)
	No ingresa	(0 ; 50)	(0 ; 0)

El primer número dentro del paréntesis es la recompensa de Pepsi, el segundo es la recompensa de Coca Cola.

- ¿Hay alguna estrategia dominante? ¿Cuál? Justifique
- ¿Hay algún equilibrio de Nash? ¿Cuál? Justifique
- ¿Qué sucedería si Pepsi, por tener una estructura organizacional más ágil, tuviese la capacidad para tomar una determinación sobre la inversión antes de que lo haga Coca Cola?

Ejercicio N°7: Las empresas X e Y, productoras de ladrillos, entrarán a un mismo mercado. La primera en entrar será la X. Deben tomar la decisión de poner un precio alto o bajo. Si ambas ponen un precio bajo, tendrán ganancias de 3 millones de pesos. Si ambas ponen un precio alto, tendrán ganancias de 8 millones de pesos. Si una pone un precio alto y la otra un precio bajo, tendrán ganancias de 1 y 12 millones de pesos respectivamente

- Represente esta situación con una matriz y con un diagrama de árbol
- ¿Hay algún equilibrio de Nash en este juego? ¿Cuál es?

Ejercicio N°8: Shell e YPF planean colocar una estación de servicio en la ruta 19, que tiene 400 km de largo y que actualmente no cuenta con ninguna estación. Todos los automovilistas harán una parada en alguna de las estaciones, y elegirán una con el siguiente criterio:

- Intentarán que el tramo más largo del viaje sea lo más corto posible
- Si da lo mismo en qué estación detenerse, tiran una moneda para elegir

Responder:

- ¿Qué hará cada empresa si toman la decisión simultáneamente? ¿Por qué?
- ¿Qué sucederá si primero coloca la estación de servicio Shell y luego YPF?
- ¿Qué sucedería si además decidiera colocar una estación Puma Energy y la decisión no fuera simultánea?

Ejercicio N°9: N piratas (A, B, C, D, E...), completamente racionales, encuentran un tesoro de 100 monedas. Para repartirlo, usarán el siguiente criterio:

- El pirata más viejo (A) propone una distribución.
- Todos votan. Si la propuesta se acepta, se distribuyen las monedas. Si se rechaza, tiran al pirata A por la borda y repiten la dinámica con el pirata B.
- En caso de empate, se adopta la distribución propuesta.
- Los objetivos de los piratas, en orden de prioridad, son: 1. Permanecer vivos, 2. Obtener la mayor cantidad posible de monedas, 3. Matar compañeros.

¿Qué sucederá? Ayuda: comenzar con pocos piratas y ver qué pasa al ir aumentando la cantidad. Tener cuidado con lo que sucede al superar los 200 piratas.

Versión extrema: generalizar para M monedas.

Ejercicio N°10: Dos personas participan de un juego en el que eligen "Arriba" o "Abajo" a la vez. Si ambos eligen "Arriba", A gana 7 y B pierde 1; si ambos eligen "Abajo", A gana 1 y B pierde 1. Si eligen diferente, B gana 1 y A pierde 1.

- Represente el juego en el gráfico que considere apropiado.
- ¿Hay algún equilibrio de Nash con estrategias puras? ¿Y con estrategias mixtas? ¿Cómo jugará cada participante, si ambos son racionales?

Ejercicio N°11: Mostrar que jugadores racionales plantearán estrategias equivalentes en un esquema de subastas de primera oferta sellada y en una subasta holandesa. Mostrar lo mismo para los esquemas de segunda oferta sellada y de subasta inglesa.

Ejercicio N°12: Mostrar mediante eliminación iterativa cómo, en una situación en la que dos empresas deben decidir simultáneamente la cantidad a producir de un bien homogéneo, si son racionales optarán por producir la cantidad correspondiente al equilibrio de Nash.

Ejercicios evaluados en finales:

1) En una ruta de 200 km de longitud, hay dos estaciones de servicio, una de YPF y otra de Shell, exactamente en el kilómetro 100. Los automovilistas tienen el siguiente criterio para elegir en qué estación de servicio parar:

- Antes de comenzar el viaje eligen cuál es el kilómetro en el que más les gustaría parar.
- Si no hay una estación de servicio en ese kilómetro, se fijan cuál es la más cercana, y eligen esa.
- Si hay dos o más estaciones de servicio a la misma distancia de su kilómetro ideal, eligen al azar en cuál parar, asignando la misma probabilidad a las estaciones que se encuentran a esa misma distancia.

¿Es posible que Puma Energy coloque una estación en la ruta y, sin que YPF ni Shell muevan sus estaciones, se encuentren en un equilibrio de Nash? Justifique.

2) Suponga que hay en el mundo 50 países y que cada uno debe decidir entre una de las siguientes tres estrategias:

- Utilizar solamente monedas de oro
- Utilizar solamente monedas de plata
- Utilizar monedas de oro y de plata

Las opciones 1 y 2 presentan el inconveniente de que, si un país usa solamente monedas de oro y otro de plata, el comercio entre ellos será imposible.

La opción 3 implica importantes costos ya que deben acuñarse dos tipos distintos de moneda, balancearse el tipo de cambio entre ambas monedas, entre otros inconvenientes.

El perjuicio de no poder comerciar con otros países es más grande que el de acuñar dos monedas distintas.

- a. ¿Hay alguna estrategia dominante? ¿Cuál?
- b. ¿Hay algún (o más de un) equilibrio de Nash? ¿Cuál/es?

Justifique ambas respuestas.

3) Una compañía financiera multinacional llamada Kananga decide ingresar al continente africano. Luego de analizar los distintos países, determina como potenciales oportunidades a los mercados de Angola, Benín y Chad, ya que en los 3 países existen monopolios que ofrecen un mal servicio a sus clientes.

Para poder operar en cualquiera de los 3 países, Kananga debe gestionar habilitaciones que demoran un año. Si bien sólo realizará inversiones en uno de los 3 países, Kananga decide y anuncia públicamente que comenzará la gestión de estas habilitaciones en los 3 países y utilizará el año de demora para definir en cuál de los 3 países invertir.

Utilizando herramientas de teoría de juegos, analizar por qué la estrategia adoptada puede terminar perjudicando a Kananga, y sugerir una estrategia con la que obtendría mejores resultados. Utilice en su explicación los diagramas que crea que pueden ser de utilidad.