

# Producción

**Ejercicio 1:** En la siguiente tabla se indica la relación entre:

- Cantidad de hectáreas plantadas con soja (capital; K) en un año.
- Cantidad de operarios trabajando en la producción de soja (trabajo; L) durante un año.
- Toneladas de soja producidas (cantidad producida; Q) en un año.

Q = 8		Q = 15		Q = 28		Q = 35		Q = 40		Q = 41		Q = 43	
L	K	L	K	L	K	L	K	L	K	L	K	L	K
2	7,5	3	8	3,5	8,5	4,5	10	6	11	6,8	11,2	7,8	12
1,25	6	2	6	2,75	4	3,8	5	5,5	5,5	6,4	7,2	7	6,5
0,8	4	1,5	4	3,5	3,3	4,8	4	6,5	4,5	6,5	6	7,9	5,5
2	2	2,5	2,5	5,5	2,5	7,75	2,75	7,5	4	7,7	4,7	8,5	6,5
4	1	4,5	1,5	8,5	1,5	10,3	6	9,5	6,5	8,7	6	9	8
8	0,5	10	0,75	12	6	10,7	7,5	10	8,5	9,5	8		
12	0,5	14	6	12,5	6								
14	3,2	14,5	7,5										

El costo de disponer de una hectárea durante un año es de  $P_k = 100$ , y el salario anual es de  $P_t = 100$ . Se pide:

- Construir el mapa de isocuantas.
- Determinar la senda de expansión de la economía.
- Establecer la combinación óptima de factores para producir 43 unidades.
- Determinar las tasas marginales de sustitución en tres puntos de la isocuenta  $Q = 40$ :
  - Entre  $K = 11$  y  $K = 5,5$ .
  - Entre  $K = 5,5$  y  $K = 4,5$ .
  - Entre  $K = 4,5$  y  $K = 4,0$ .
- Construir las curvas de producción total, media y marginal correspondientes a una cantidad de hectáreas igual a 6.
- Construir las curvas de costo total, medio y marginal correspondientes.
- Construir la curva de costo total a largo plazo, para producciones entre 0 y 43 unidades.
- Construir la curva costo medio a largo plazo.

**Ejercicio 2:** Un stand de comidas rápidas determinó que su producción de hamburguesas depende tanto de la cantidad de parrillas utilizadas (P) como así también de la cantidad de empleados (L) contratados, según la siguiente función:  $Q = 10 \cdot \sqrt{P} \cdot \sqrt{L}$ . Las parrillas son alquiladas a un monto por hora de \$4, mientras que los trabajadores reciben un salario de \$4 la hora. Se supone una función de costos lineales. El stand está abierto desde las 11 horas hasta las 15 horas, durante 20 días por mes.

- Si la empresa estableció un presupuesto para la elaboración de hamburguesas de \$2.560 mensuales, determinar la cantidad de parrillas a alquilar y trabajadores a contratar que maximicen la producción durante cada hora.
- ¿Cuál es la cantidad óptima de hamburguesas producidas por hora?
- Utilizando el dato obtenido en el punto anterior, realizar la minimización de costos y comparar resultados. ¿A qué conclusión llega?

**Ejercicio 3:** Para las siguientes funciones de producción calcule la producción media, la producción marginal, el coste total, el coste variable, el coste fijo, el coste marginal, el coste total medio, el coste variable medio y el coste fijo medio. Suponga que nos situamos en el corto plazo, con una cantidad de capital  $K = 6$ , y unos costes de los factores de  $PL = 3$  y  $PK = 2$ .

- $Q = f(L, K) = 3 \cdot L \cdot K^3$
- $Q = f(L, K) = \frac{L}{2} \cdot K^2$
- $Q = f(L, K) = 2 \cdot \sqrt{L} \cdot K^2$
- $Q = f(L, K) = 2 \cdot L^3 \cdot K^2$

**Ejercicio 4:** Para la función de producción  $Q = 18.K.L^2$ ; con  $PK = \$2$ ,  $PL = \$3$ ,  $Gt = 150$ :

- Hallar el producto máximo aplicando el método de la TMST.
- ¿Cuál es el mínimo costo para producir 300.000 toneladas?

**Ejercicio 5:** Un empresario que cuenta con una flota pesquera de 8 barcos idénticos tiene la posibilidad de que los mismos faenen indistintamente en el Océano Pacífico o en el Océano Atlántico. Sabiendo que la cantidad de capturas en Kg que puede conseguir en cada océano en un año viene dada por la siguiente tabla:

Cantidad de Barcos	Atlántico	Pacífico
1	160	130
2	305	250
3	425	350
4	535	445
5	625	535
6	705	620
7	780	700
8	840	770

- ¿Cuál debería ser el número de barcos a faenar en cada uno de los océanos para que dicho empresario consiga la mayor cantidad de capturas posible?
- Indique cómo cambiaría la elección del empresario si:
  - El gobierno prohíbe utilizar más de 2 barcos en el océano Atlántico.
  - Se impone como restricción que, para pescar en el océano Pacífico, debe pagarse un canon de 150 kg de pesca.
  - Se implementa un impuesto del 40% de la producción en el océano Pacífico.
- Surge la posibilidad de vender barcos a un precio equivalente a la ganancia obtenida por 100 kg de pesca. ¿Qué decisión debería tomar el empresario? Asuma que el único objetivo es maximizar la ganancia del próximo año.

**Ejercicio 6:** Sean  $P_K$  y  $P_L$  el precio de los factores de la producción y sea  $L$  el Lagrangeano y debajo sus derivadas:

$$L = 500L^{\frac{1}{5}}K^{\frac{3}{5}} - \lambda(20L + 60K - 62000)$$

$$L'_L = 100L^{-\frac{4}{5}}K^{\frac{3}{5}} - 20\lambda$$

$$L'_K = 300L^{\frac{1}{5}}K^{-\frac{2}{5}} - 60\lambda$$

$$L'_\lambda = 20L + 60K - 62000$$

- Encuentre la proporción en la que variará la dotación de factores ante un cambio en ambos precios a la vez, sin suponer nuevos datos, números contexto, horas trabajadas ni otros.
- ¿A qué conclusión arriba viendo la proporción de factores obtenida? En otras palabras, ¿cuál es la intuición económica que se desprende de esa proporción?

**Ejercicio 7:** Una firma utiliza trabajo y capital para producir de acuerdo con la siguiente función de Cobb-Douglas:

$$f(L, K) = L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{2}}$$

El costo de cada unidad de trabajo es de \$80, mientras que el costo de cada unidad de capital es de \$20, y el presupuesto del que dispone la compañía es de \$1.440. Se pide:

- Encuentre la cantidad óptima que contratará de cada factor, la producción óptima a la que llegará y el valor óptimo del multiplicador.
- Suponga que se encuentra en el largo plazo y tomando en cuenta los resultados del inciso anterior, ¿cuál es el sendero de expansión de esta compañía, en términos de capital respecto de las unidades de trabajo?
- El dueño de la firma quiere aumentar su producción a partir de la próxima semana al doble. ¿Es posible? ¿Cuál es el rol que juegan los factores de la producción? ¿En qué etapa debería estar y por qué? Sin resolver, tome la función de producción actual y reescríbala para expresar la idea del dueño. Pista: solo debe realizar un cambio.
- Siendo la función de producción del estilo Cobb – Douglas, identifique y defina cada uno de sus parámetros (A, alfa y beta). ¿Qué clase de rendimientos posee? Justifique.

Ejercicio 8: Eduardo es dueño de una PyME que fabrica baldes de plástico para la playa. En los meses de invierno debe ir planificando cuanto va a producir para poder competir en temporada alta. Lamentablemente, Eduardo no cuenta con los conocimientos sobre economía ni matemática suficientes para realizar dicho análisis, por lo que decide contratar a la consultora en la que usted trabaja.

En una primera instancia se le solicita encontrar la cantidad óptima de baldes a producir por la fábrica. Para ello es que Eduardo le otorga datos importantes acerca de los salarios (PL), el precio de las máquinas (PK) y el valor del presupuesto para la producción (I). Como indicaciones tiene:

- a. Explicar de manera gráfica y con ecuaciones como se llega a la cantidad óptima de producción (haciendo las aclaraciones debidas sobre qué significa cada cosa, para que lo comprenda alguien que no conoce mucho sobre matemática ni economía).

En una segunda instancia a Eduardo le interesa conocer cómo será el comportamiento de su fábrica si decide incorporar más trabajadores en el futuro cercano:

- b. Graficar cómo evolucionarán las cantidades óptimas producidas en función del número de trabajadores contratados a partir del gráfico hecho en a).
- c. ¿Cómo es la forma teórica de la curva anterior? ¿Qué sucede con la productividad a medida que se agregan trabajadores? Y ¿En qué zona recomendaría al empresario situarse?

Ejercicios evaluados en finales:

1) Cuchufrito SRL se pone el objetivo de producir 40.000 unidades de su producto estrella. Con su tecnología actual, la curva que describe su capacidad productiva es  $f(L, K) = 10L^2K$ , con ambos factores variables, y con los siguientes precios:  $w = 3.000$ ,  $r = 60.000$ . Se pide:

- a. Sin utilizar el lagrangeano y partiendo de la condición de óptimo de capital respecto del trabajo, ¿cuál es el costo mínimo para este objetivo?
- b. Ahora, el dueño de la fábrica está haciendo el ejercicio teórico de pensar qué pasaría si produce 50.000 unidades del bien, a partir de la semana siguiente. Sin utilizar el lagrangeano, ¿Cuánto capital y trabajo debería asignar a la producción? ¿Cuál sería el costo total? Mencione las dos razones por las que el nuevo punto  $(K, L)$  no se encuentra en el sendero de expansión.

2) La función de servicios de un complejo turístico de las Islas Baleares, España, puede representarse a través de una función Cobb Douglas de la forma  $90L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}}$ , con  $w = 300$  y  $r = 900$  como costos de factores (nivel salarial y tasa de interés, respectivamente), los cuales totalizan EUR 270.000. Establezca:

- a. ¿Cuáles son las cantidades óptimas de cada uno de los factores de la producción y el nivel de producción total?
- b. Identifique y defina cada parámetro que explica la función de servicios.
- c. ¿Qué sucedería si aumenta el costo total en una unidad monetaria?
- d. En este verano europeo le está yendo tan bien que si quisiera satisfacer a toda la demanda necesitaría construir un segundo complejo. Estime qué sucedería con la contratación de factores de la producción si la cantidad de servicios aumenta al doble. ¿Cuál sería el nuevo costo?