FACULTAD
DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Producción

Guía 3

Economía

Producción - Ejercicio Nº 1

Datos presentados en el enunciado

Q = 8			Q = 15			Q = 28			Q = 35			Q = 40			Q = 41			Q = 43	
L	K		L	K		L	K		L	K		L	K		L	K		L	K
2	7,5		3	8		3,5	8,5		4,5	10		6	11		6,8	11,2		7,8	12
1,25	6		2	6		2,75	4		3,8	5		5,5	5,5		6,4	7,2		7	6,5
0,8	4		1,5	4		3,5	3,3		4,8	4		6,5	4,5		6,5	6		7,9	5,5
2	2		2,5	2,5		5,5	2,5		7,75	2,75		7,5	4		7,7	4,7		8,5	6,5
4	1		4,5	1,5		8,5	1,5		10,3	6		9,5	6,5		8,7	6		9	8
8	0,5		10	0,75		12	6		10,7	7,5		10	8,5		9,5	8			
12	0,5		14	6		12,5	6												
14	3,2		14,5	7,5															

El costo de disponer de una hectárea durante un año es de $P_k = 100$, y el salario anual es de $P_t = 100$.

Producción - Ejercicio Nº 1

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

<u>Se pide:</u>

a) Construir el mapa de isocuantas.

b) Determinar la senda de expansión de la economía.

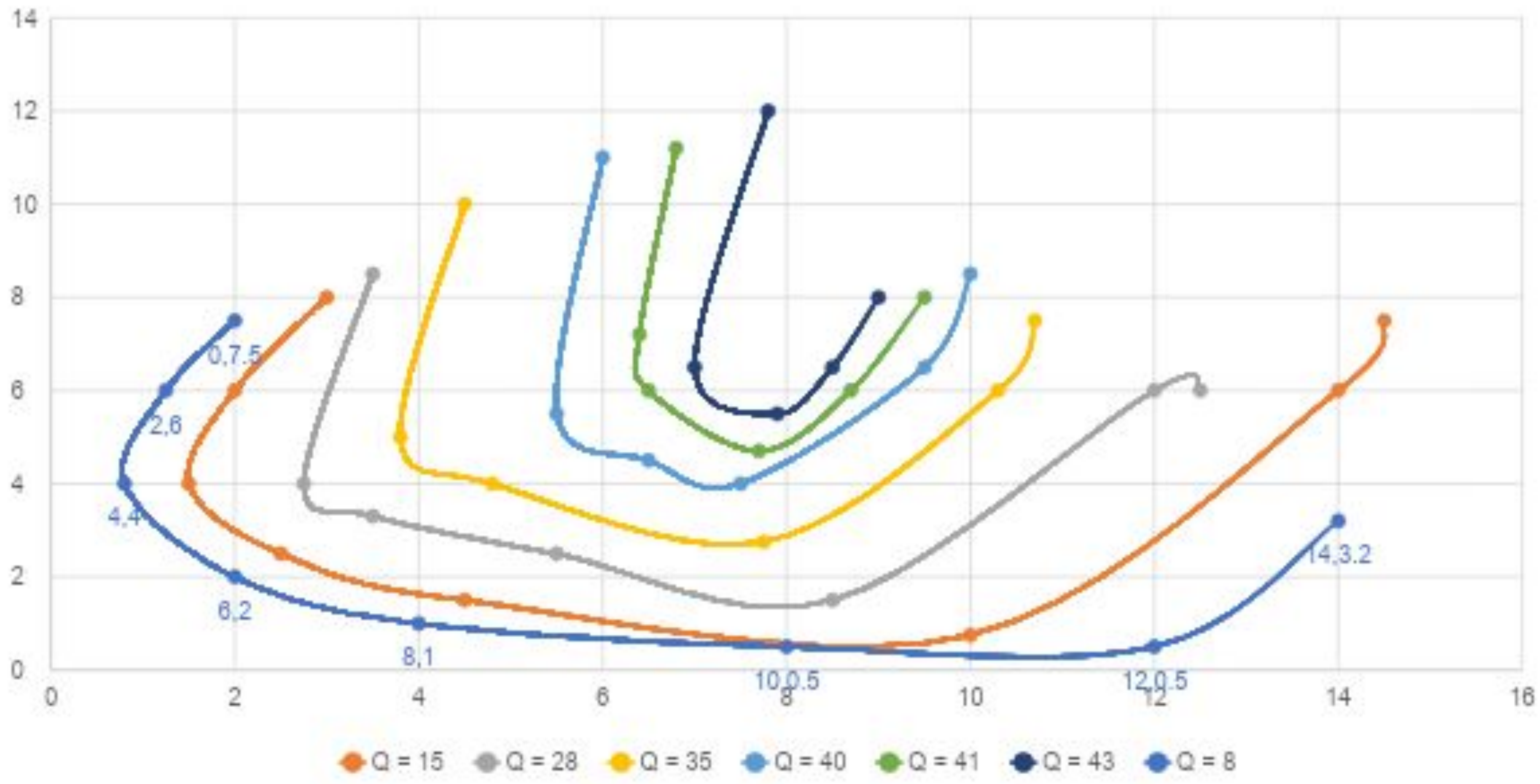
c) Establecer la combinación óptima de factores para producir 43 unidades. d) Determinar las tasas marginales de sustitución en tres puntos de la isocuanta Q = 40:

- entre K = 11 y K = 5,5.
- entre K = 5,5 y K = 4,5.
- entre K = 4,5 y K = 4,0.

e) Construir las curvas de producción total, media y marginal correspondientes a una cantidad de hectáreas igual a 6.

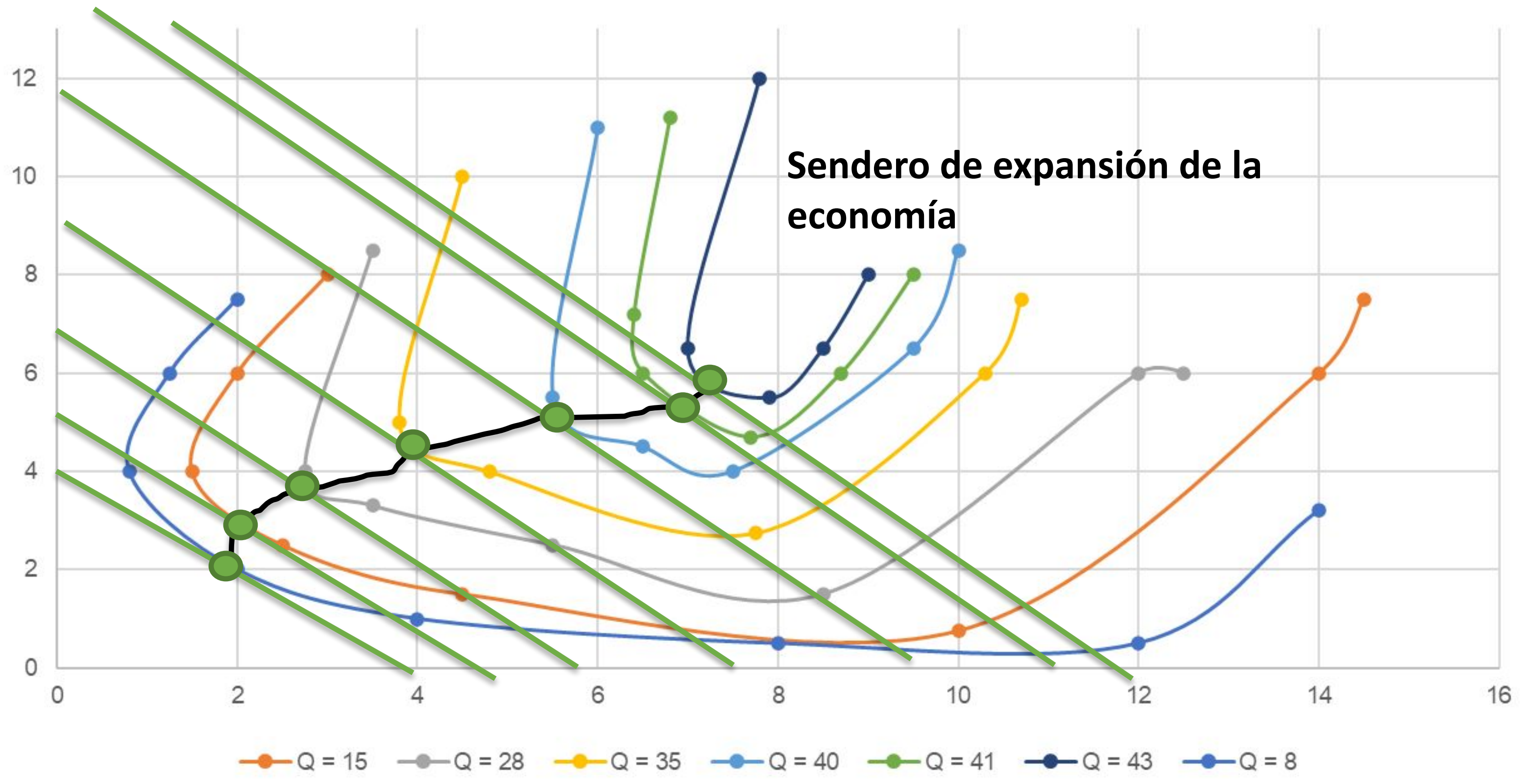
Producción - Ejercicio Nº 1

Construir mapa de isocuantas:



Producción - Ejercicio Nº 1

Senda de expansión de la economía:



Curva de isocostos:

$M = P_K.K + P_L.L$

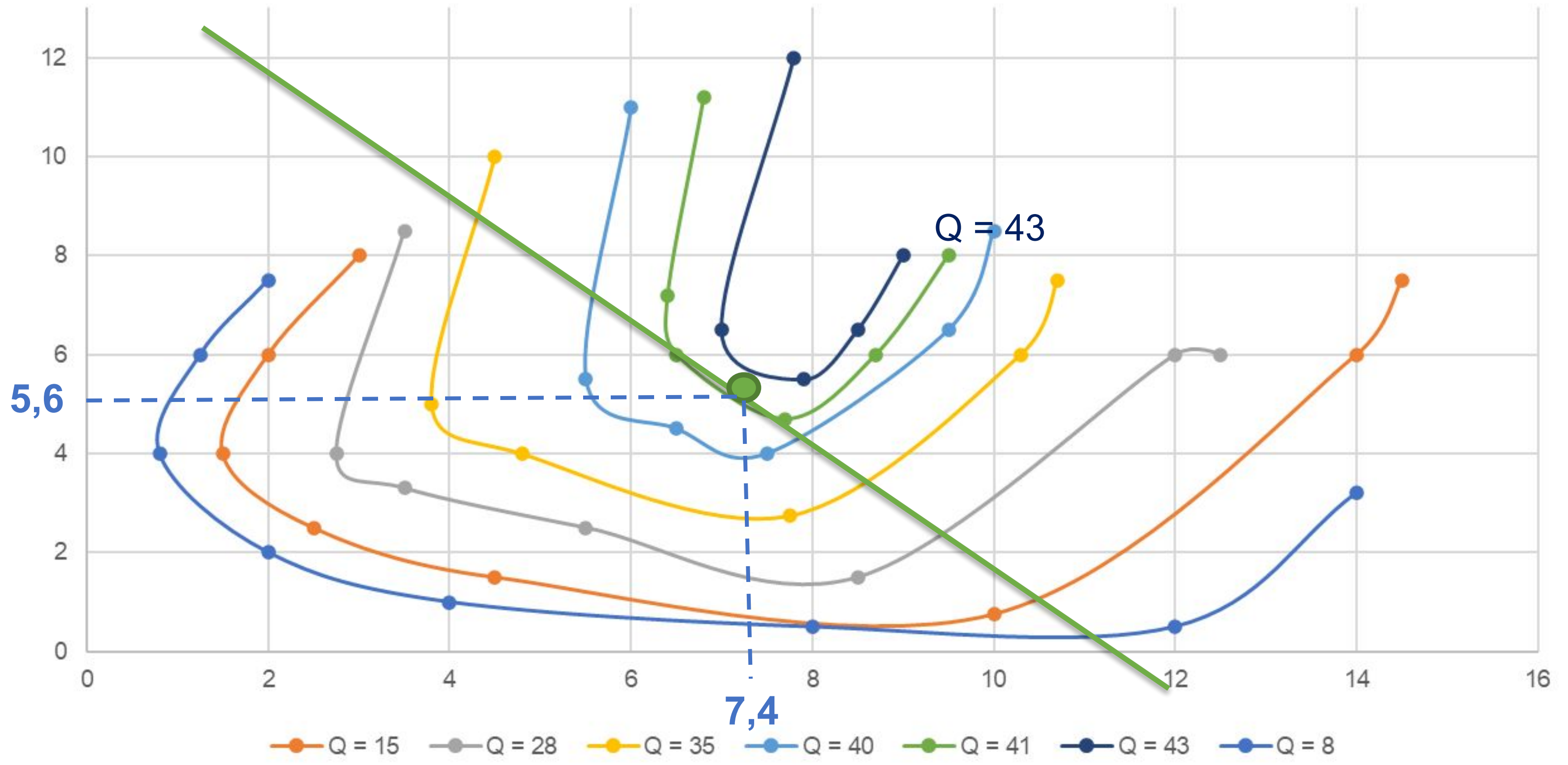
Para nuestro ejemplo,
$P_K = P_L = 100$

De forma gráfica busco los puntos óptimos para distintos M.

Producción - Ejercicio Nº 1

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Establecer la combinación óptima de factores para producir 43 unidades:



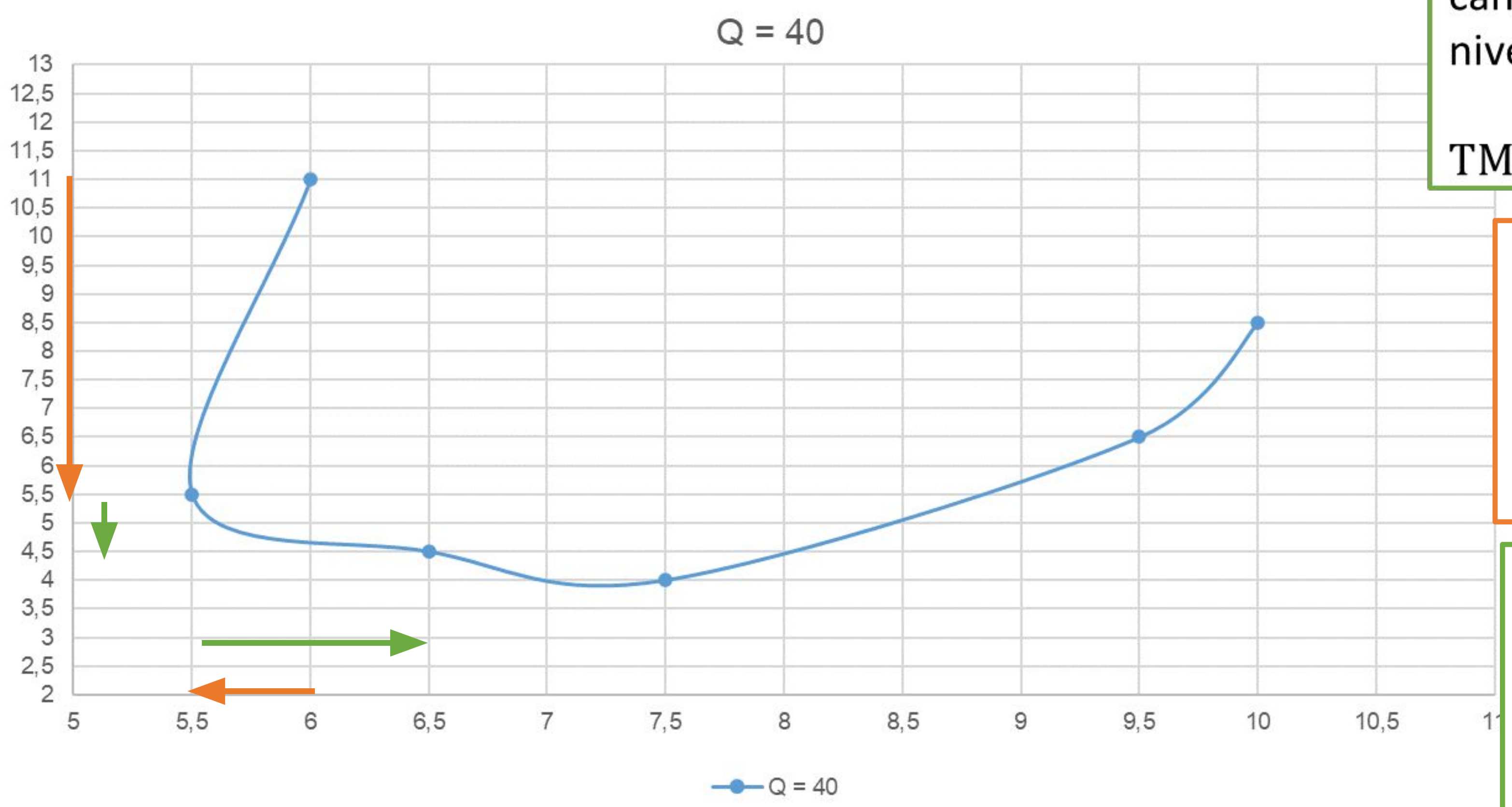
También lo calculo gráficamente.

En el ejemplo,
K = 5,6; L = 7,4

Producción - Ejercicio Nº 1

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Tasa Marginal de sustitución técnica:



La cantidad de insumo que un productor deja de utilizar para aplicar una mayor cantidad del otro insumo, manteniendo el nivel de producción constante.

TMST = ΔK/ ΔL = PmgL / PmgK

entre K = 11 y K = 5,5.

TMST = (11-5,5)/(6-5,5) = 11

Si disminuyo cantidades de trabajo también tengo que disminuir capital para mantenerme en la misma curva de isocuantas.

entre K = 5,5 y K = 4,5.

TMST = (4,5-5,5)/(6,5-5,5) = -1

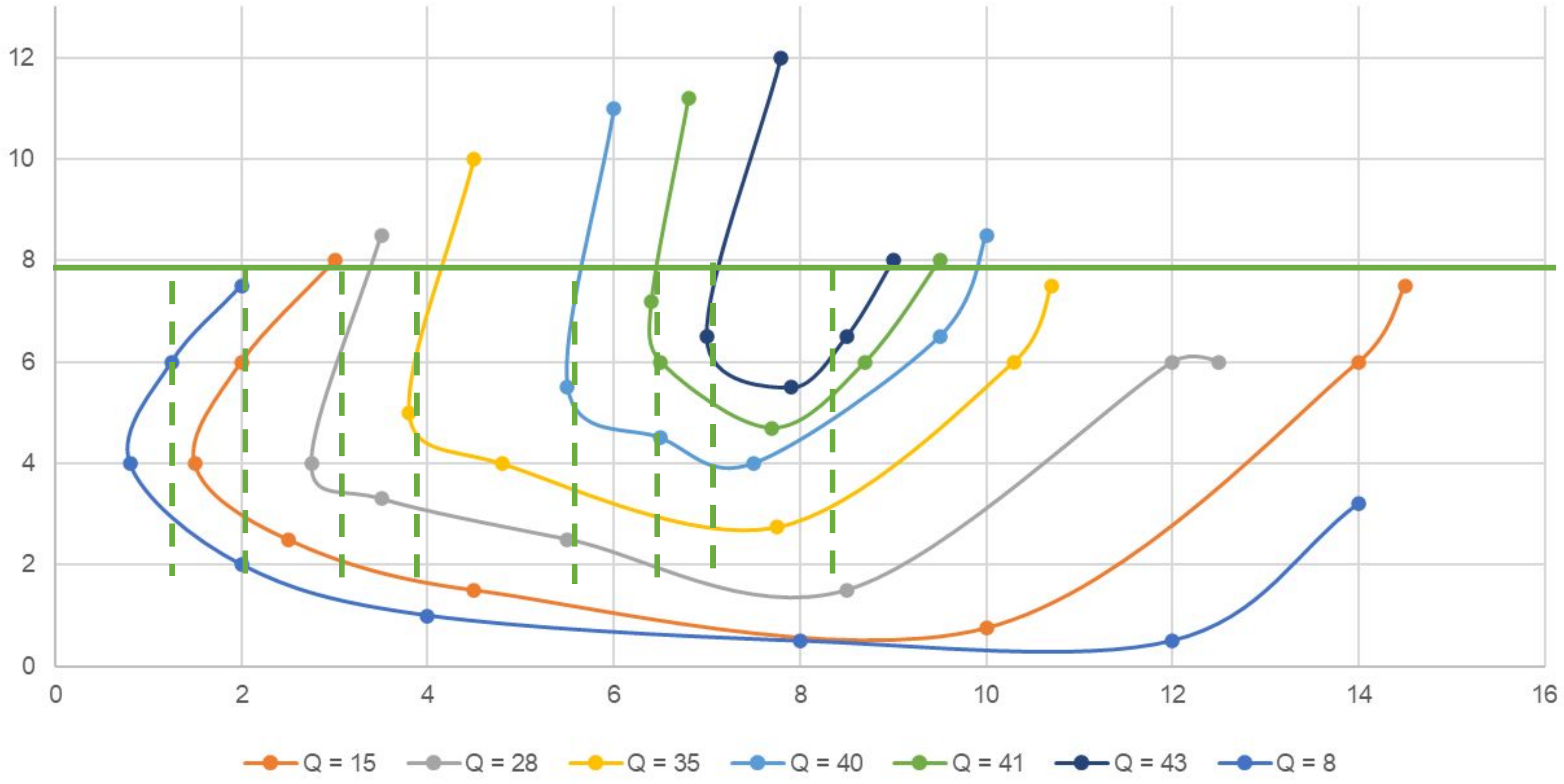
Si aumento cantidades de trabajo tengo que disminuir capital para mantenerme en la misma curva de isocuantas.

¿Y entre K = 4,5 y K = 4,0?

Producción - Ejercicio Nº 1

Corto Plazo:

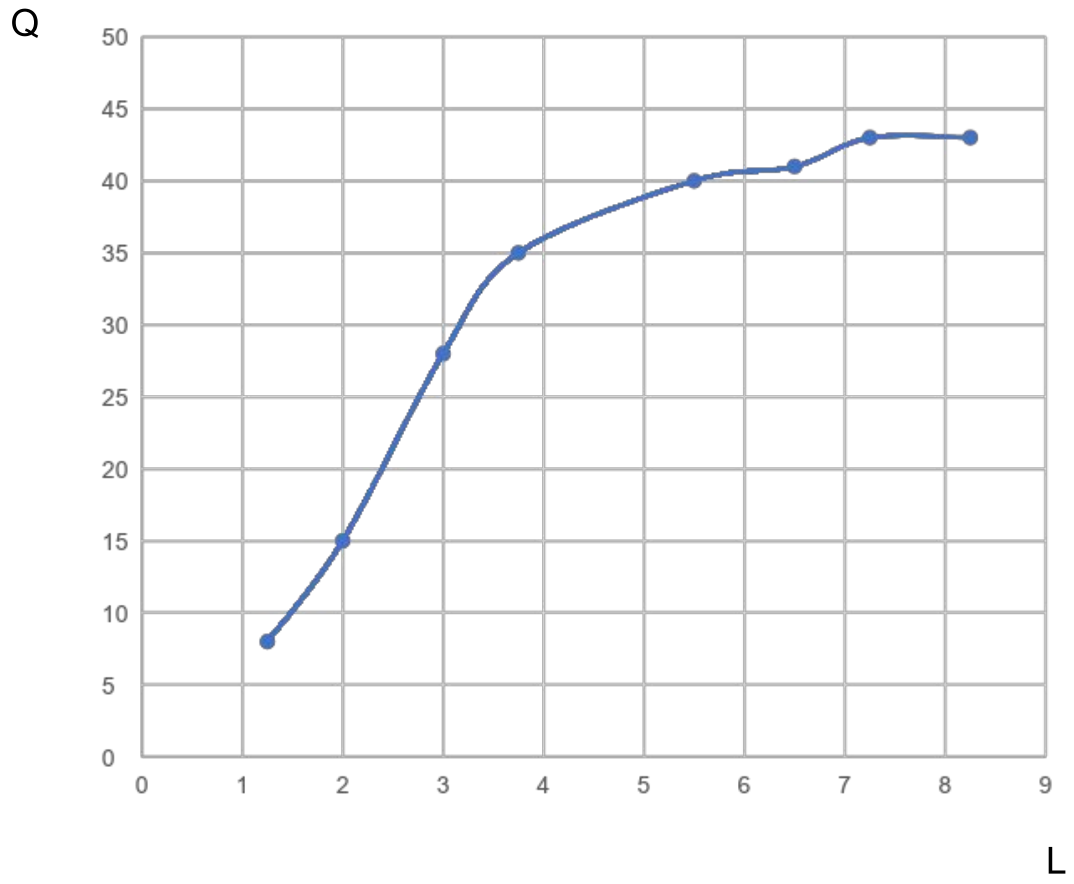
En el corto plazo, una de las variables es constante Q = f(K, L)



Q	L
8	1,25
15	2
28	3
35	3,75
40	5,5
41	6,5
43	7,25
43	8,25

Producción - Ejercicio Nº 1

Corto Plazo: Producto total

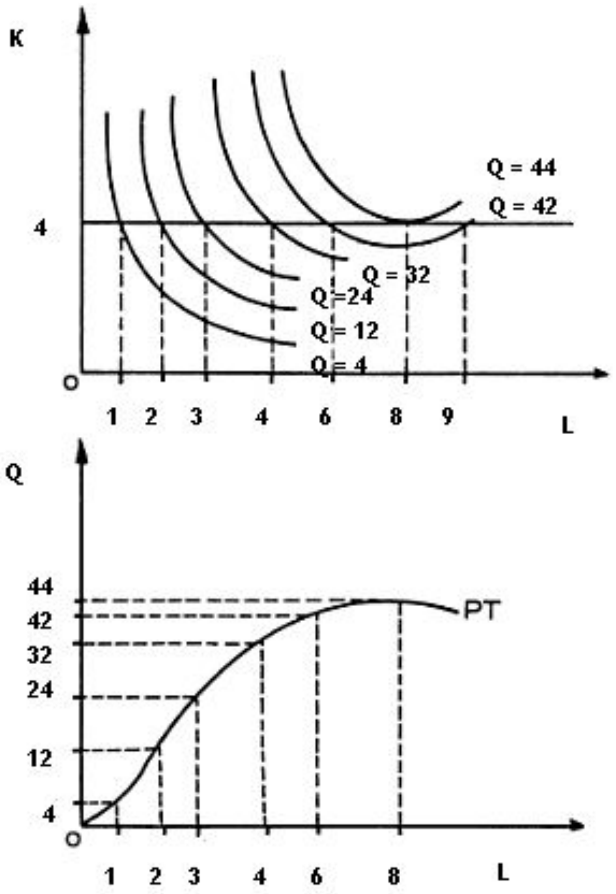


El producto total representa la máxima cantidad de producto que se puede obtener a partir de los insumos involucrados.

Q	L
8	1,25
15	2
28	3
35	3,75
40	5,5
41	6,5
43	7,25
43	8,25

Producción - Ejercicio Nº 1

<u>Teoría:</u>



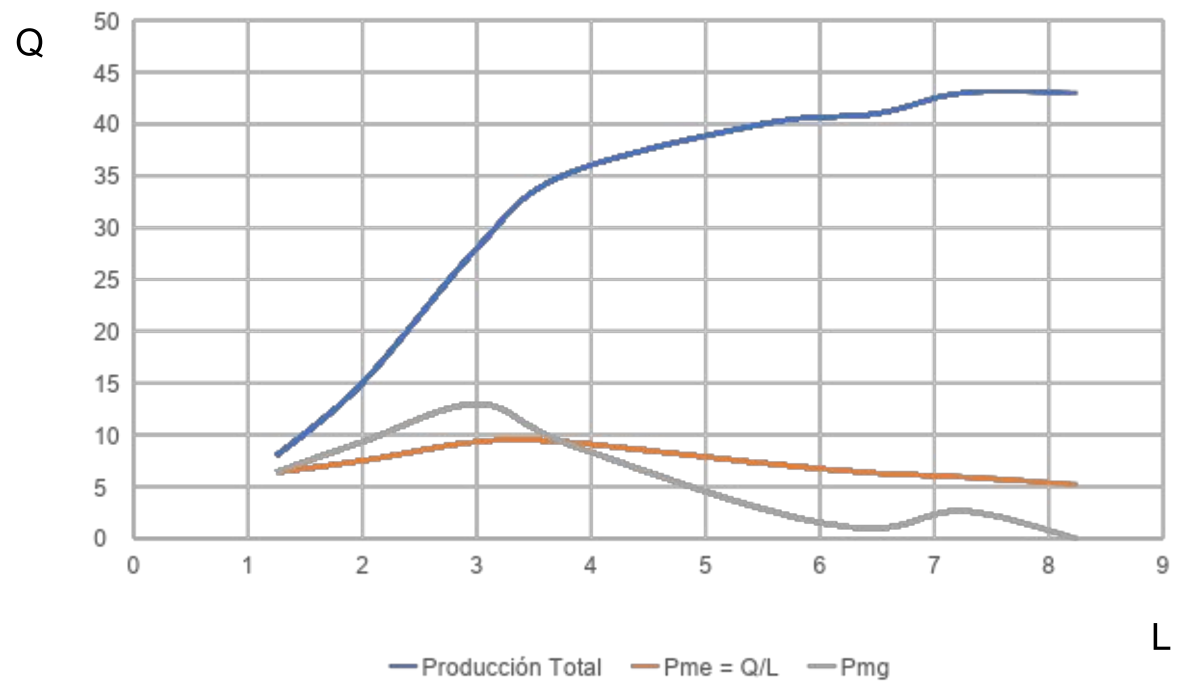
- ✔Como vimos, es posible derivar la curva de producto total del mapa de isocuanta con K fijo.
- ✔La curva de producto total muestra un crecimiento más que proporcional a medida que se le agregan los primeros trabajadores.
- ✔Luego, continúa creciendo aunque a un ritmo más lento.
- ✔La curva llega a un máximo (cuando se agrega el octavo trabajador) y luego decrece.

Producción - Ejercicio Nº 1

FACULTAD
DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Corto Plazo: Producto total, medio y marginal

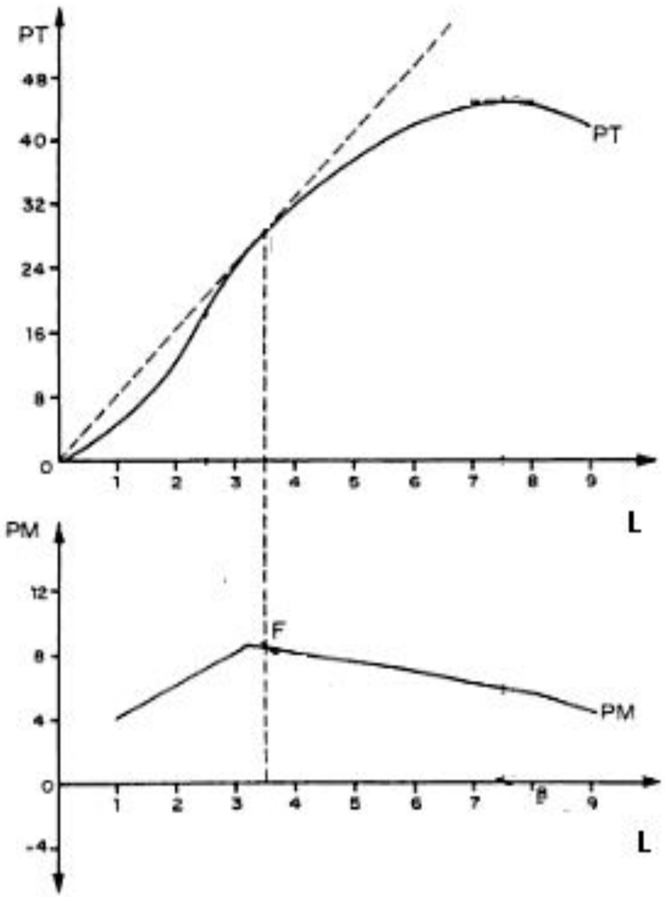
El producto medio representa la producción que en promedio generan las unidades acumuladas de un insumo variable
El producto marginal muestra el cambio en el producto total ocasionado por la utilización de una unidad adicional del insumo variable



Q	L	Pme = Q/L	
8	1,25	6,4	6,4
15	2	7,5	9,33
28	3	9,33	13
35	3,75	9,33	9,33
40	5,5	7,27	2,86
41	6,5	6,31	1
43	7,25	5,931	2,66
43	8,25	5,21	0

Producción - Ejercicio Nº 1

Teoría:



El producto medio representa la producción que en promedio generan las unidades acumuladas de un insumo variable.

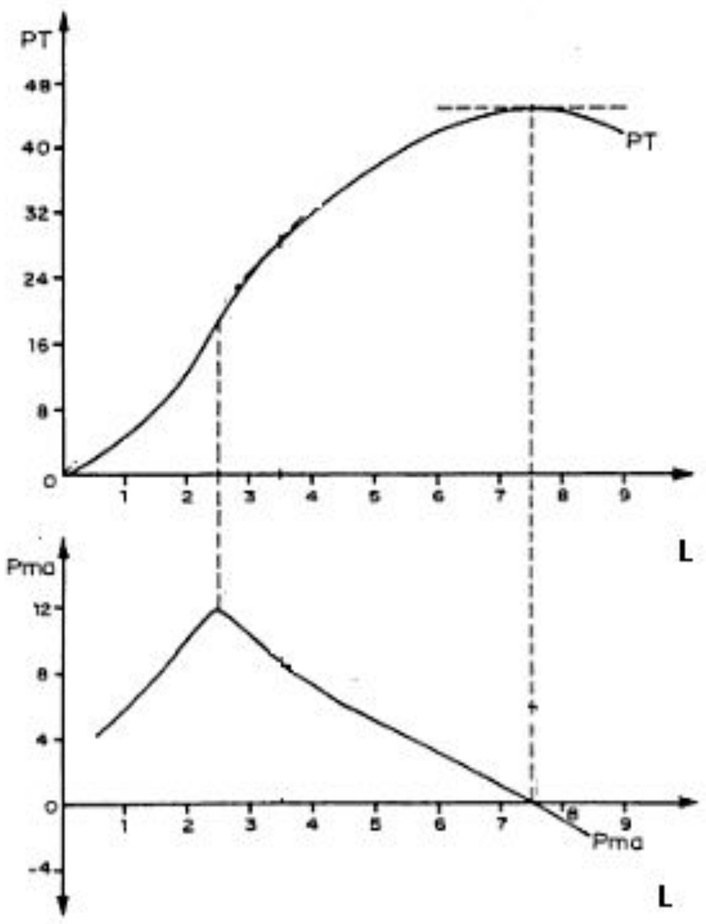
Producto medio= $\frac{Q}{L}$

- ✔Q/L es una recta que pasa por el origen y cruza la curva del producto total.
- ✔Como se mencionara, dicha recta equivale al producto medio del trabajador n.
- ✔Cuando dicha recta se hace tangente a la del producto total, puede ser interpretada como la máxima pendiente alcanzada (sin salirse de la recta=
- ✔Con lo cual, allí, el producto medio encuentra su máximo

Producción - Ejercicio Nº 1

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Teoría:



El producto marginal muestra el cambio en el producto total ocasionado por la utilización de una unidad adicional del insumo variable.

Producto marginal = $\frac{\Delta Q}{\Delta L}$

✔El producto marginal es la pendiente de la curva de producto total.

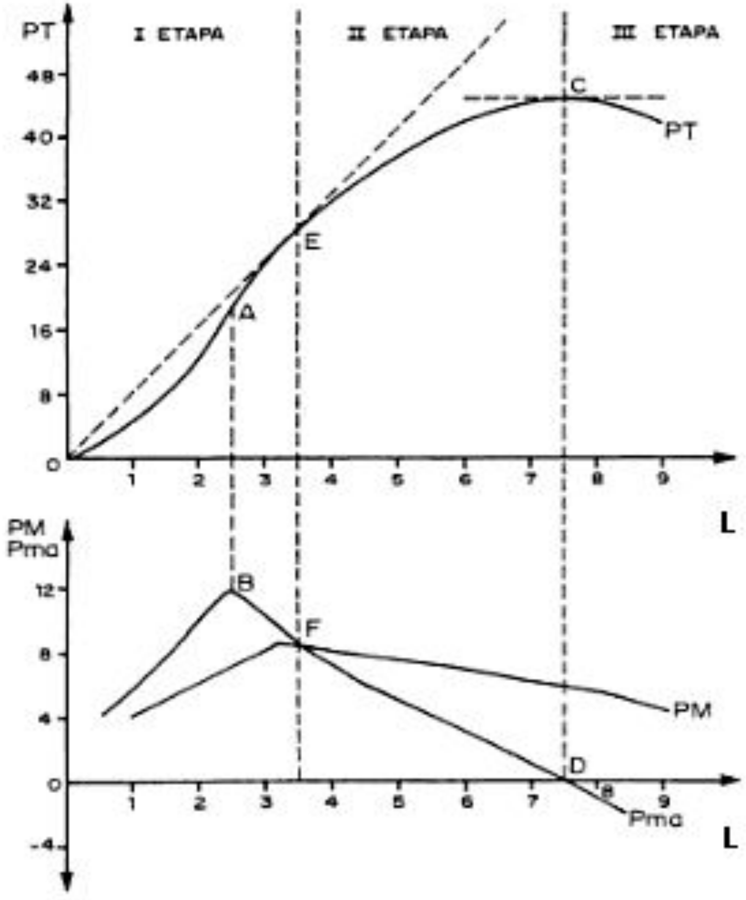
✔Hasta el punto de inflexión de la curva de PT, el producto marginal crece (a medida que se adiciona L, Q crece).

✔Luego de ese punto, el producto continúa creciendo pero a una tasa decreciente, con lo cual su pendiente disminuye.

✔Cuando se llega al punto máximo de PT, el producto marginal es cero, para que en unidades de trabajo posteriores, el mismo adopte valores negativos.

Producción - Ejercicio Nº 1

Teoría:



✔El producto marginal alcanza su máximo cuando la curva de producto total encuentra su punto de inflexión (A y B)

✔ Cuando una recta Q/L se hace tangente a la curva del producto total, el producto medio encuentra su máximo.

✔A su vez, el producto medio es creciente cuando la curva de costo marginal se encuentra por encima de éste.

✔Cuando el producto total es creciente (decreciente), el producto marginal adopta valores positivos (negativos). En el máximo, el Pmg es cero.

Producción - Ejercicio Nº 2

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

DATOS

Un stand de comidas rápidas produce hamburguesas según la siguiente función:

Función de Producción: $\boldsymbol{Q = 10 * \sqrt{P} * \sqrt{L}}$

Alquiler de parrillas: $ 4 por hora
Salarios: $ 4 por hora
Abierto de 11 hs. – 15 hs.
Trabaja 20 días por mes.
Presupuesto para elaborar hamburguesas: $ 2560
Función de Costo: Lineal

SE PIDE:

a) Determinar la cantidad de parrillas a alquilar y trabajadores a contratar que maximicen la producción durante cada hora.
b) ¿Cuál es la cantidad óptima de hamburguesas producidas por hora?
c) Utilizando el dato obtenido en el punto anterior, realizar la minimización de costos y comparar resultados. ¿A qué conclusión llega?

Producción - Ejercicio Nº 2

a) <u>Maximizar la Función de Producción para cada factor.</u>

1° Sabemos que resolveremos a través de un Lagrangeano.

En consecuencia, debemos establecer la ecuación que servirá de restricción de la Función de Producción. Es decir, la Función de Costos Totales.

$$\boldsymbol{CT = 4P + 4L}$$

Donde 4 es la remuneración de cada factor: alquiler y salarios, respectivamente.

Por otro lado, para hallar el valor de CT debemos tener en cuenta que su medida es por hora. En consecuencia, tendremos en cuenta que el Presupuesto mensual disponible es de $2560 y que por mes se trabajan 4 horas por 20 días. Esto nos da un costo de $ 32 por hora. Ergo,

$$\boldsymbol{4P + 4L = 32}$$

Producción - Ejercicio Nº 2

Ahora, podemos armar el Lagrangeano:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\phi = 10\, P^{1/2} L^{1/2} - \lambda(4P + 4L - 32)} \\ \textbf{s.a}\ \boldsymbol{4P + 4L = 32} \end{cases}$$

Luego, derivamos respecto de cada variable y del multiplicador:

$$\phi'_P = 5\, P^{-1/2}\, L^{1/2} - 4\lambda = 0$$

$$\phi'_L = 5\, P^{1/2}\, L^{-1/2} - 4\lambda = 0$$

$$\phi'_\lambda = 4P + 4L - 32 = 0$$

Despejando λ de cada ecuación y luego igualando, tenemos que,

$$\frac{L^{1/2}}{P^{1/2}} = \frac{P^{1/2}}{L^{1/2}},$$

O lo que es lo mismo,

$$\boldsymbol{L = P}$$

Producción - Ejercicio Nº 2

Habiendo hallado esta condición, tomamos la derivada respecto del multiplicador y se la incorporamos.

Retomando, sería:

$$4P + 4L - 32 = 0 \Rightarrow$$

$$4P + 4P - 32 = 0 \Rightarrow$$

$$8P - 32 = 0 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{P = 4 \Rightarrow L = 4}$$

Esto quiere decir que, se deben contratar 4 empleados y utilizar 4 parrillas.

b) ¿Cuál es la cantidad óptima de hamburguesas producidas por hora?

Reemplazamos en la Función de Producción los factores por los valores que encontramos y resolvemos.

$$\boldsymbol{Q = 10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} = 10 * \sqrt{4} * \sqrt{4} = 40}$$

Es decir, la producción óptima es de **40 hamburguesas por hora**.

Producción - Ejercicio Nº 2

c) *Minimizar los Costos para las cantidades obtenidas en el punto anterior.*

A diferencia del inciso *a)*, en este caso debemos minimizar costos fijando la producción en 40.

En consecuencia, debemos establecer la ecuación que servirá de restricción de la Función de Costos. Es decir, la Función de Producción.

$$\boldsymbol{Q = 10 * \sqrt{P} * \sqrt{L}}$$

Además, sabemos que la cantidad Q por hora son 40 hamburguesas, con lo cual:

$$\boldsymbol{40 = 10 * \sqrt{P} * \sqrt{L}}$$

Producción - Ejercicio Nº 2

Ahora, podemos armar el nuevo Lagrangeano:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\phi = 4P + 4L - \lambda(10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} - 40)} \\ \textbf{s.a} \ \ \boldsymbol{10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} = 40} \end{cases}$$

Luego, derivamos respecto de cada variable y del multiplicador:

$$\phi'_P = 4 - \lambda * 10 * P^{-1/2} * L^{1/2} = 0$$

$$\phi'_L = 4 - \lambda * 10 * P^{1/2} * L^{-1/2} = 0$$

$$\phi'_\lambda = 10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} - 40 = 0$$

Despejando λ de cada ecuación y luego igualando, tenemos que,

$$\frac{L^{1/2}}{P^{1/2}} = \frac{P^{1/2}}{L^{1/2}},$$

El resultado es el mismo que en el inciso *a)*

$$\boldsymbol{L = P}$$

Producción - Ejercicio Nº 2

Habiendo hallado esta condición, tomamos la derivada respecto del multiplicador y se la incorporamos.

Retomando, sería:

$$10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} - 40 = 0 \Rightarrow$$

$$10 * \sqrt{P} * \sqrt{P} - 40 = 0 \Rightarrow$$

$$10 * P - 40 = 0 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{P = 4 \Rightarrow L = 4}$$

Necesitamos 4 empleados y utilizar 4 parrillas, al igual que en el inciso *a)*, para producir las 40 hamburguesas/h.

¿Qué pasa si cambia el precio de algún factor?

Recordemos el Lagrangeano y sus derivadas: $\phi = \boldsymbol{P_P} P + \boldsymbol{P_L} L - \lambda(10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} - 40)$

Producción - Ejercicio Nº 2

Habiendo hallado esta condición, tomamos la derivada respecto del multiplicador y se la incorporamos.

Retomando, sería:

$$10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} - 40 = 0 \Rightarrow$$

$$10 * \sqrt{P} * \sqrt{P} - 40 = 0 \Rightarrow$$

$$10 * P - 40 = 0 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{P = 4 \Rightarrow L = 4}$$

Necesitamos 4 empleados y utilizar 4 parrillas, al igual que en el inciso *a)*, para producir las 40 hamburguesas/h.

¿Qué pasa si cambia el precio de algún factor?

Recordemos el Lagrangeano y sus derivadas: $\phi = \boldsymbol{P_P} P + \boldsymbol{P_L} L - \lambda(10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} - 40)$

$$\phi'_P = \mathbf{4} - \lambda * 10 * P^{-1/2} * L^{1/2} = 0$$
$$\phi'_L = \mathbf{4} - \lambda * 10 * P^{1/2} * L^{-1/2} = 0$$
$$\phi'_\lambda = 10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} - 40 = 0$$

$$\phi'_P = \boldsymbol{P_P} - \lambda * 10 * P^{-1/2} * L^{1/2} = 0$$
$$\phi'_L = \boldsymbol{P_L} - \lambda * 10 * P^{1/2} * L^{-1/2} = 0$$
$$\phi'_\lambda = 10 * \sqrt{P} * \sqrt{L} - 40 = 0$$

$$\boldsymbol{L = \frac{P_P}{P_L} * P}$$

Producción - Ejercicio Nº 3

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Enunciado

Para las siguientes funciones de producción calcule **la producción media**, **la producción marginal**, **el coste total**, **el coste variable**, **el coste fijo**, **el coste marginal**, **el coste total medio**, **el coste variable medio** y **el coste fijo medio**. Suponga que nos situamos en el corto plazo, con una cantidad de capital K = 6, y unos costes de los factores de $P_L = 3$ y $P_K = 2$.

Resolvemos para la función:

$$\boldsymbol{Q = f(L;K) = 3.L.K^3}$$

Producción - Ejercicio Nº 3

Cómo nos situamos en el corto plazo, el capital (K) deja de ser variable y puede ser reemplazado por el valor indicado en el enunciado ***(K = 6)***:

$$Q = f(L;K) = 3.L.K^3 = 648.L \longrightarrow \boxed{\text{Función de producción en el corto plazo}}$$

Producción media

En el contexto de producción, la producción media hace referencia a cuánto se fabrica por trabajador:

$$Q_{med} = Q/L = 648$$

Producción - Ejercicio Nº 3

Producción marginal

La producción marginal hace referencia a la unidades producidas por trabajador adicional. Representa la pendiente de la funcion de produccion a corto plazo y por lo tanto se puede calcular con una derivada.

$$Q_{mg} \ (P_{mg}) = dQ/dL = 648$$

Para resolver la sección de costos, planteamos la recta de isocosto con los datos del enunciado y reemplazando K = 6:

$C = P_L . L + P_K . K = 3. L + 2.6$ $\longrightarrow$ $\boldsymbol{C = \underbrace{\boxed{1/216}}_{\text{Costo Variable}} . Q + \underbrace{\boxed{12}}_{\text{Costo Fijo}} \ (Coste\ Total)}$

$Q/648 = L$

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Coste marginal

Análogamente a la producción marginal, el coste marginal hace referencia a lo que cuesta producir una unidad adicional y también se define como una derivada:

$C_{mg} = dC/dQ = \mathbf{1/216}$

Coste total medio

$C_{med} = C/Q = \underbrace{\boxed{\mathbf{1/126}}}_{\text{Costo Variable Medio}} + \underbrace{\boxed{\mathbf{12/Q}}}_{\text{Costo Fijo Medio}}$

Producción - Ejercicio Nº 4

Enunciado

Para la función de producción $Q = 18.K.L^2$; con PK = \$2, PL = \$3, Gt = 150:

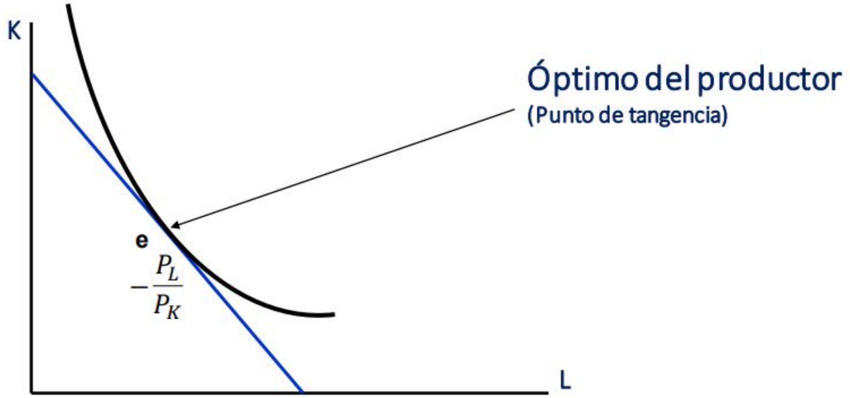
a. Hallar el producto máximo aplicando el método de la TMST.
b. ¿Cuál es el mínimo costo para producir 300.000 toneladas?

Producción - Ejercicio Nº 4

a. <u>Hallar el producto máximo aplicando el método de la TMST.</u>

La **Tasa Marginal de Sustitucion Técnica (TMST)** cuantifica lo cuanto hay que renunciar de un factor de producción para adquirir una unidad del otro, manteniéndonos en el mismo nivel de producción. Como vimos en la teórica, es la pendiente de la isocuanta. Es por eso que si buscamos el punto óptimo (donde hacen tangencia las curvas) las pendientes tendrán que ser iguales, y entonces también TMST y la pendiente de la curva de isocostos.

$$TMST = \frac{P_L}{P_K} = \frac{Pmg_L}{Pmg_K} \qquad \frac{Pmg_L}{P_L} = \frac{Pmg_K}{P_K}$$



TMST = 36 K.L / 18 L^2

TMST = 2 K / L = 2/3

$\boxed{\mathbf{K = 3L}}$

Producción - Ejercicio Nº 4

Se reemplaza la condición encontrada anteriormente: $K = 3L$

$150 = 2K + 3L \longrightarrow 150 = 9L \longrightarrow$ **$L = 16,67$; $K = 50$**

El producto máximo será: $Q_{max} = 18 \,.\, 50 \,.\, (16,67)^2 =$ **250100**

b. <u>¿Cuál es el mínimo costo para producir 300.000 toneladas?</u>

Este inciso presenta una vuelta de tuerca a la optimización que venimos practicando en la guia. Aca la función a optimizar es el costo dada por la recta: $\mathbf{G_t = P_L . L + P_K . K}$, sujeta a la restricción de la funcion de produccion: $\mathbf{300.000 = 18.K.L^2}$

Producción - Ejercicio Nº 4

Utilizaremos el método del Lagrangiano:

$$\phi = 2L + 3K - \lambda(18KL^2 - 300.000)$$

$$\frac{d\phi}{dL} = 2 - \lambda 36KL = 0 \longrightarrow \lambda = \frac{1}{18KL}$$

$$\frac{d\phi}{dK} = 3 - \lambda L^2 = 0 \longrightarrow \lambda = \frac{3}{L^2}$$

$$\frac{1}{18KL} = \frac{3}{L^2} \longrightarrow \boxed{L = 54K}$$

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = -18KL^2 + 300.000 = 0 \longrightarrow 18KL^2 = 300.000$$

$$18K(54K)^2 = 300.000$$

$$\boxed{K = 1{,}79 \qquad L = 96{,}55} \longrightarrow G_t = 2.96{,}55 + 3.1{,}79 = \$198{,}47$$

Producción - Ejercicio Nº 5

Datos presentados en el enunciado:
8 barcos obtienen las siguientes capturas (en Kg):

Cantidad de Barcos	Atlántico	Pacífico
1	160	130
2	305	250
3	425	350
4	535	445
5	625	535
6	705	620
7	780	700
8	840	770

Se pide:
a) Asignación de barcos
b) Efecto de ciertas restricciones
c) Posibilidad de vender barcos

Producción - Ejercicio Nº 5

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

a) ¿Cuál debería ser el número de barcos a faenar en cada uno de los océanos para que dicho empresario consiga la mayor cantidad de capturas posible?

Cantidad de Barcos	Atlántico	Pacífico
1	160	130
2	305	250
3	425	350
4	535	445
5	625	535
6	705	620
7	780	700
8	840	770

0 + 770 = 770

160 + 700 = 860

# Atlántico	# Pacífico	Pesca
0	8	770
1	7	860
2	6	925
3	5	960
4	4	980
5	3	975
6	2	955
7	1	910
8	0	840

Producción - Ejercicio Nº 5

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

b) ¿Qué pasa si el gobierno prohíbe utilizar más de 2 barcos en el océano Atlántico?

Cantidad de Barcos	Atlántico	Pacífico
1	160	130
2	305	250
3	425	350
4	535	445
5	625	535
6	705	620
7	780	700
8	840	770

# Atlántico	# Pacífico	Pesca
0	8	770
1	7	860
$\boxed{2}$	$\boxed{6}$	$\boxed{925}$
~~3~~	~~5~~	~~960~~
~~4~~	~~4~~	~~980~~
~~5~~	~~3~~	~~975~~
~~6~~	~~2~~	~~955~~
~~7~~	~~1~~	~~910~~
~~8~~	~~0~~	~~840~~

Producción - Ejercicio Nº 5

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

b) ¿Qué pasa si se impone como restricción que, para pescar en el océano Pacífico, debe pagarse un canon de 150 kg de pesca?

Cantidad de Barcos	Atlántico	Pacífico
1	160	130
2	305	250
3	425	350
4	535	445
5	625	535
6	705	620
7	780	700
8	840	770

# Atlántico	# Pacífico	Pesca	Pesca con canon
0	8	770	620
1	7	860	710
2	6	925	775
3	5	960	810
4	4	980	830
5	3	975	825
6	2	955	805
7	1	910	760
8	0	840	840

Producción - Ejercicio Nº 5

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

b) ¿Qué pasa si se implementa un impuesto del 40% de la producción en el océano Pacífico?

Cantidad de Barcos	Atlántico	Pacífico	Pacífico con impuesto
1	160	130	78
2	305	250	150
3	425	350	210
4	535	445	267
5	625	535	321
6	705	620	372
7	780	700	420
8	840	770	462

# Atlántico	# Pacífico	Pesca	Pesca con impuesto
0	8	770	462
1	7	860	580
2	6	925	677
3	5	960	746
4	4	980	802
5	3	975	835
6	2	955	855
7	1	910	858
8	0	840	840

Producción - Ejercicio Nº 5

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

c) Surge la posibilidad de vender barcos a un precio equivalente a la ganancia obtenida por 100 kg de pesca. ¿Qué decisión debería tomar el empresario?

Aclaración: Asuma que el único objetivo es maximizar la ganancia del próximo año.

Cantidad de Barcos	Atlántico	Pacífico
1	160	130
2	305	250
3	425	350
4	535	445
5	625	535
6	705	620
7	780	700
8	840	770

Ingreso Marginal: 160 Kg

Ingreso Marginal: 145 Kg

Ingreso Marginal: 130 Kg

Ingreso Marginal: 120 Kg

Ingreso Marginal: 120 Kg

Ingreso Marginal: 110 Kg

Mandar otro barco a pescar no genera más ingreso que venderlo

La decisión óptima es:
4 barcos en el Atlántico
2 barcos en el Pacífico
2 barcos se venden

Producción - Ejercicio Nº 5

c) Surge la posibilidad de vender barcos a un precio equivalente a la ganancia obtenida por 100 kg de pesca. ¿Qué decisión debería tomar el empresario?

Aclaración: Asuma que el único objetivo es maximizar la ganancia del próximo año.

Cantidad de Barcos	Atlántico	Pacífico	Pmg A	Pmg P
1	160	130	160	130
2	305	250	145	120
3	425	350	120	100
4	535	445	110	95
5	625	535	90	90
6	705	620	80	85
7	780	700	75	80
8	840	770	60	70

Producción - Ejercicio Nº 6

1. Sean Pk y Pl el precio de los factores de la producción y sea L el Lagrangeano y debajo sus derivadas,

$$L = 500L^{1/5}\ K^{3/5} - \lambda(20L + 60K - 62000)$$

$$L'_L = 100L^{-4/5}K^{3/5} - 20\lambda$$

$$L'_K = 300L^{1/5}K^{-2/5} - 60\lambda$$

$$L'_\lambda = 20L + 60K - 62000$$

a. Encuentre la proporción en la que variará la dotación de factores ante un cambio en ambos precios a la vez, sin suponer nuevos datos, números contexto, horas trabajadas ni otros.

a. A qué conclusión arriba viendo la proporción de factores obtenida? En otras palabras, cuál es la intuición económica que se desprende de esa proporción?

Producción - Ejercicio Nº 6

a. Existen 2 maneras de resolverlo:

1. TMST
2. Resolviendo el Lagrangeano

Tasa Marginal de Sustitución Técnica

Recordemos cuál es la Condición de Minimización del Costo

$$TMST = \frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

Ahora, de la consigna tomemos la función de producción y derivemos respecto de cada factor:

$$Q = 500L^{1/5}K^{3/5}$$

$$Q'_L = 100L^{-4/5}K^{3/5}$$
$$Q'_K = 300L^{1/5}K^{-2/5}$$

Producción - Ejercicio Nº 6

Luego, armemos el cociente de derivadas e igualemos a la relación de Precios Relativos teórica:

$$\frac{100L^{-4/5}K^{3/5}}{300L^{1/5}K^{-2/5}} = \frac{P_L}{P_K}$$

Reordenando llegamos a

$$\frac{K}{3L} = \frac{P_L}{P_K}$$

Despejando el factor K,

$$\boldsymbol{K = \frac{3L * P_L}{P_K}}$$

A continuación, reemplazamos K en la restricción presupuestaria genérica:

$$P_L L + P_K K = 62.000$$

Producción - Ejercicio Nº 6

$$P_L L + P_K \frac{3L * P_L}{P_K} = 62.000$$

Simplificando precios y reagrupando, llegamos a

$$\boldsymbol{L = \frac{15.500}{P_L}}$$

Volvemos al valor de K que habíamos hallado y reemplazamos por esta L obtenida,

$$\boldsymbol{K = \frac{3L * P_L}{P_K}}$$

$$\boldsymbol{K = \frac{3 * \frac{15.500}{P_L} * P_L}{P_K}} \qquad \boldsymbol{K = \frac{46.500}{P_K}}$$

Producción - Ejercicio Nº 6

Resolución por Lagrangeano

$$L = 500L^{1/5}\ K^{3/5} - \lambda(20L + 60K - 62000)$$

$$L'_L = 100L^{-4/5}K^{3/5} - 20\lambda$$

$$L'_K = 300L^{1/5}K^{-2/5} - 60\lambda$$

$$L'_\lambda = 20L + 60K - 62000$$

Aquí será cuestión de reemplazar a 20 y 60 por sus precios genéricos P_L *y* P_K respectivamente, para luego volver a resolver. Despejamos los λ, igualamos y obtenemos la primera relación:

$$\mathbf{L} = \frac{K * P_K}{3P_L}$$

Lo reemplazamos en el L'_λ

$$\frac{4}{3}K * P_K = 62.000$$

$$K = \frac{46.500}{P_K}$$

Producción - Ejercicio Nº 6

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Volviendo a la relación de L, reemplazamos la K y obtenemos el otro factor

$$\mathbf{L} = \frac{K * P_K}{3P_L} \Longrightarrow \mathbf{L} = \frac{\frac{46.500}{P_K} * P_K}{3P_L}$$

$$\mathbf{L} = \frac{15.500}{P_L}$$

b. El resultado es el mismo y la conclusión también: las cantidades de cada factor dependerán de sus precios. A medida que aumenta la retribución de los factores, disminuye su cantidad contratada y/o adquirida y viceversa.

Producción – Meme