Guía N°2
Errores

1) (Ex.3) Expresar correctamente los siguientes números, utilizando redondeo simétrico. Aclarar la cantidad de dígitos significativos y medianamente significativos.

a) 0,123456789 ± 0,01	d) 12,3456789 ± 8
b) 0,123456789 ± 0,005	e) 1234,56789 ± 50
c) 0,123456789 ± 0,00008	f) 123456,789 ± 100

2) (Ex.4) Calcular la siguiente expresión, incluyendo su cota de error absoluto:

$$w = x\, y^2 / z$$

donde $x = 2{,}0 \pm 0{,}1$, $y = 3{,}0 \pm 0{,}2$ y $z = 1{,}0 \pm 0.1$. Indicar qué variable tiene mayor incidencia en el error en w.

3) (Ex.5) Calcular las siguientes expresiones, incluyendo sus cotas de error absoluto, donde x = 2,00, y = 3,00 y z = 4,00 (estos valores están correctamente redondeados):

a) $3\,x + y - z$ b) $x\, y / z$ c) x sen $(y / 40)$

4) (Ex. 6) Se quiere estimar la rugosidad de Manning n de un tramo de un río, que puede calcularse a partir de la siguiente ecuación:

$$n = h^{2/3} \cdot i^{1/2} \cdot U^{-1}$$

donde U es la velocidad media, h es la profundidad media e i es la pendiente. Estos parámetros se midieron en el lugar, obteniéndose los siguientes valores:

$$h = 0.8 \pm 0.1 m \quad i = 0.002 \pm 0.0003 \quad U = 1.0 \pm 0.1\, m/s$$

a) Obtener el valor de la rugosidad con su cota de error. Expresarlo de manera correcta con redondeo simétrico.

b) Si pudiera dedicarse un tiempo a afinar la medición de uno de los parámetros del problema, ¿cuál convendría mejorar? Justificar la respuesta.

c) Suponiendo que ahora se miden el tirante y la velocidad de manera exacta (es decir $h = 0.8 m \quad i = 0.002 \pm \Delta i \quad U = 1.0\, m/s$) ¿con qué precisión es necesario medir la pendiente para obtener un error relativo menor a 10% en la rugosidad?

5) (Ex.7) Se dispone de un algoritmo para computar la siguiente integral:

$$I(a,b) = \int_0^1 e^{\frac{-b-x}{\left(a+x^2\right)}} dx$$

Utilizando dicho algoritmo se obtuvo la siguiente tabla :

a	*b*	**I**
0,39	0,34	1,425032
0,40	0,32	1,408845
0,40	0,34	1,398464
0,40	0,36	1,388198
0,41	0,34	1,372950

Ahora bien, se midieron las cantidades físicas *z* e *y*, obteniéndose:

z = 0,400 ± 0,003 $\qquad$ y = 0,340 ± 0,005

Estimar el error en *I(z,y)* y expresar el resultado final.

Resuelto en el Campus

6) (Ex. 8) Se tienen las siguientes expresiones algebraicamente equivalentes:

i) $f = (2^{½} - 1)^6$
ii) $f = 1/(2^{½} + 1)^6$
iii) $f = (3 - 2*2^{½})^3$
iv) $f = 1/(3 + 2*2^{½})^3$
v) $f = (99 - 70*2^{½})$
vi) $f = 1/(99 + 70*2^{½})$

Utilizando el valor aproximado 1,4 para la raíz cuadrada de 2, indicar qué alternativa proporciona el mejor resultado.

Resuelto en el Campus

7) (Ex.9) Se tiene la expresión $y = \ln [x - (x^2 - 1)½]$

a) Calcular y para x = 30, incluyendo su error absoluto. Suponer que la raíz cuadrada se conoce con 6 decimales correctos y que el error en x es despreciable
b) Obtener una expresión matemáticamente equivalente a la anterior, pero mejor condicionada desde el punto de vista numérico, y recalcular el resultado con el nuevo error.

8) (Ex.10) Determinar las cotas para los errores relativos de v y w (que son dos expresiones algebraicamente equivalentes) en los siguientes casos, utilizando la gráfica de proceso:

a) $v = a+a$, $w = 2a$ $\qquad$ b) $v = a+a+a$, $w = 3a$

Suponer que *a* es positivo y que los números *2* y *3* tienen una representación exacta en la computadora. Comparar los resultados de las dos expresiones y extraer conclusiones. Calcular dichos errores para *a* = 0,6992 (correctamente redondeado), redondeando a 4 dígitos luego de cada operación aritmética.

9) (Ex. 8) Considerar las expresiones v = (a-b) / c y w = (a/c) - (b/c). Suponer que a, b y c son positivos, sin errores de entrada y que a es aproximadamente igual a b.

a) Demostrar que el error relativo por redondeo en *w* puede ser mucho mayor que el mismo error en *v*.
b) Calcular dichos errores para *a* = 0,41, *b* = 0,36 y *c* = 0,70, utilizando aritmética de punto flotante con 2 dígitos de precisión.

Resuelto en el Campus

10) (Ex. 9) Calcular $(v^2 - w^2)$^0.5 usando aritmética de punto flotante de 4 dígitos de precisión, con v = 43,21 y w = 43,11, utilizando los siguientes algoritmos:

a) ((*v* * *v*) - (*w* * *w*))^0.5 b) ((*v* + *w*) * (*v* – *w*))^0.5

Indicar cuál algoritmo es más conveniente y justificar.

11) (Ex.10) Indicar cuál de los siguientes algoritmos es más estable numéricamente para calcular la menor raíz de la ecuación $x^2 - 2x + a = 0$, con a positiva y mucho menor que 1.

a) $\varepsilon_1=1-a$ $\varepsilon_2=\varepsilon_1$^(1/2) $x=\varepsilon_3=1-\varepsilon_2$
b) $\varepsilon_1=1-a$ $\varepsilon_2=\varepsilon_1$^(1/2) $\varepsilon_3=1+\varepsilon_2$ $x=\varepsilon_4=a/\varepsilon_3$

12) (Ex.10) La fórmula f0 = [4 (f-1 + f1) - (f-2 + f2)] / 6 permite interpolar el valor de la función f en x = 0 conociendo sus valores en x-2 = -2, x-1 = -1 , x1 = 1 y x2 = 2.

a) Estimar, mediante la gráfica de proceso, los errores en f_0 debido al redondeo de los valores de la tabla de *f* y al redondeo durante los cálculos.
b) Suponiendo que la función *f* es par y que f_1 y f_2 son del mismo orden, y utilizando el resultado del punto a, obtener una condición que garantice que el error debido al redondeo en los cálculos sea despreciable.

Resuelto en el Campus

13) (Ex. 11) Se desea evaluar z = cos (α2 - α1) , donde α1 = 1,345 ± 0,0005 y α2 = 1,352 ± 0,0005, ambos medidos en radianes. Los cálculos se efectúan con 7 dígitos de precisión. El valor del coseno se obtiene de una tabla con 5 decimales significativos. Se pide :

a) Calcular *z* y efectuar una estimación de la cota de error mediante la gráfica de proceso. Identificar la principal fuente de error.
b) Repetir el cálculo anterior utilizando el algoritmo alternativo

$$z = \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 + \operatorname{sen} \alpha_2 \operatorname{sen} \alpha_1$$

Explicar cuál de los dos algoritmos es mejor y justificar.