

# FORMULAS PARA EL CALCULO DE CONDUCCION DE GAS NATURAL POR CAÑERIAS

## FIJACION DE UN CRITERIO DE COMPARACION

### FORMULA PROPUESTA POR EL AUTOR

*por el Ingeniero.*

ANTONIO BARBATO

La intensiva explotación de nuestras reservas gasíferas, provoca, como es lógico, la consiguiente expansión en el volumen de las distintas etapas de la industria del gas natural.

Una de esas etapas, la del transporte y distribución por cañerías, implica en su proyecto y construcción, la correcta solución de una serie de problemas técnicos y económicos, de laboratorio o de proyecto y de campo o constructivos, para cada uno de los cuales existen soluciones que han ido variando a medida que la investigación y la experiencia aconsejan nuevos procedimientos, destinados a hacer más eficientes y económicos los sistemas.

La expansión en nuestra industria del gas, a la cual se ha hecho referencia, hace aún más necesario usar las mejores soluciones que la técnica moderna pone a disposición del proyectista y del director de obra, adoptando con ese criterio las fórmulas, coeficientes, materiales y métodos de trabajo a usar en cada caso.

Es evidente que el estudio y solución de esos problemas debe ser encarado por técnicos especializados en la materia de que se trata, y que por consiguiente estén en conocimiento de aquellas soluciones más modernas y convenientes.

Diversas fases de la técnica de proyecto y tendido de gasoductos están siendo normalizadas y así es que en EE. UU., por ejemplo, existen normas o códigos dictados por asociaciones especializadas privadas, que reglamentan aspectos del proyecto en cuanto a condiciones de resistencia y seguridad de la

tubería, métodos de trabajo de soldadura de caños, especificaciones de éstos, etc. (A.S.A. B.31.8.1955 - A.P.I. - A.W.S. - A.S.T.M., etcétera).

En estos aspectos el técnico ve guiada y facilitada su tarea, siempre que se mantenga informado de la evolución que continuamente experimentan esas normas

No ocurre lo mismo con ciertos aspectos del proyecto, tales como el dimensionamiento de la tubería y la discusión económica de las distintas soluciones posibles.

En estos puntos la solución queda librada al criterio técnico del proyectista, que tendrá como meta la solución más económica entre las técnicamente posibles.

No siendo el propósito de este artículo considerar el análisis económico del problema, se tratará solamente el primero de aquellos aspectos, es decir, el dimensionamiento del caño, en base a los caudales que deben transportarse y las presiones de que se dispone, es decir, la correcta solución del problema de mecánica de flúidos que se presenta. Existe para ello como es sabido un gran número de fórmulas, propuestas por distintos autores, aptas para ser aplicadas a los diferentes regímenes de conducción de gas natural.

Así pueden mencionarse, para bajas presiones: POLE, SPITZGLASS, COX, UNWIN, MOLESWORTH; y para altas presiones: WEYMOUTH, CALIFORNIA, COX, PITTSBURG, RIX, TOWL, OLIPHANT, PANHANDLE, UNWIN, MILLER, BIDDISON, CLARK-HUNTINGTON y FORD, BACON AND DAVIS.

Tal cantidad de fórmulas, en general diferentes en las constantes y aun en los exponentes de sus variables, mediante las cuales se obtienen resultados no coincidentes, desorientan en un principio a quien se inicia en este campo, al no disponer de un criterio de comparación establecido.

Queda en ese caso el recurso de emplear aquellas que las últimas experiencias y publicaciones muestren como más adecuadas para el régimen de que se trate y así se adoptará, por ejemplo, para altas presiones, la de "PANHANDLE" original o modificada, la de "WEYMOUTH" para presiones y diámetros menores, la de "POLE" para bajas presiones y cualquier diámetro, etc.

Este criterio, adoptado en forma general, puede conducir a obtener soluciones más o menos apartadas de la realidad, ya que los campos de aplicación allí mencionados son imprecisos en su fijación y delimitación y poco correcta esa clasificación.

Es necesario, por lo tanto, hacer una clasificación de regímenes más definida y completa, para lo cual es evidente que deberán tenerse en cuenta todas las variables que puedan influir en el mismo, tales como caudales o velocidades del fluido, presiones, diámetros, temperaturas, viscosidades, etc., formulándose así un criterio que indique cuando dos casos de circulación son semejantes y por consiguiente les son aplicables las mismas fórmulas o coeficientes, con idéntico grado de aproximación en los resultados.

#### **Número de Reynolds.**

La teoría y la experimentación muestran que el criterio que indica tal semejanza dinámica es precisamente el de Reynolds, definido por un número.

En efecto, en la conducción de gas, puede considerarse que sólo intervienen fuerzas de inercia y fuerzas de viscosidad o rozamiento, ya que las de gravedad pueden descartarse suponiendo que la cañería es horizontal y teniendo en cuenta además el bajo peso específico del fluido. Si en un caso concreto no se cumpliesen estas condiciones, deberá tenerse en cuenta la influencia que en los resultados tienen las mismas, pero fuera de ello la naturaleza del fenómeno no habrá variado y serán de aplicación las deducciones generales obtenidas en base a la hipótesis de flujo horizontal.

Acceptando por consiguiente la sola inter-

vención de las fuerzas de inercia y de viscosidad, el número de Reynolds que mide precisamente la relación entre ambas fuerzas, constituye el criterio que define la semejanza dinámica.

Es decir, que dos casos de circulación de gas que presenten el mismo número de Reynolds, serán dinámicamente semejantes y se les podrá aplicar a ambos la misma fórmula o coeficiente, obteniéndose idéntico grado de aproximación en los resultados.

Se circunscribe en esta forma, a los efectos de la clasificación del régimen, la influencia de todos los factores intervinientes, en una única cifra que lo fija perfectamente.

Así el criterio de semejanza dinámica, usado comúnmente para el estudio del fenómeno con modelos en determinada escala y fluido modelo distinto, se usaría aquí con otro fin, tal como es el estudio comparativo de los resultados que arrojan las distintas fórmulas de conducción de gas.

Se pretende en esa forma *normalizar o fijar un criterio de comparación* entre esa gran variedad de fórmulas en uso, *adoptando como variable de referencia o independiente al número de Reynolds*, que de acuerdo a lo expuesto fija la ubicación de cada caso en el campo dinámico.

Dado el uso fundamental que aquí se da al  $N^{\circ}$  de Reynolds, se ha creído conveniente, a fin de facilitar su uso en los cálculos, presentar en la PLANILLA  $N^{\circ}$  1 distintas formas de expresión, según las diferentes unidades que se empleen, reemplazando además algunas constantes por sus valores más comunes para gas natural.

#### **Coefficiente de fricción.**

Fijado el  $N^{\circ}$  de Reynolds como criterio que indica la semejanza dinámica, resta por precisar cuál es la variable que dependiendo de aquella, permita con su determinación comparar los resultados que arrojan las distintas fórmulas de conducción.

Dicha variable es el *factor de fricción*, introducido originariamente en las fórmulas fundamentales de CHEZY y FANNING para la circulación de fluidos por conductos; ignorándose en un principio su ley de variación, experiencias posteriores de Stanton, Nickuradse y otros mostraron su dependencia del  $N^{\circ}$  de Reynolds y de la rugosidad de la cañería, estableciéndose distintas leyes de variación en las zonas de movimiento laminar y turbulento.

## EXPRESIONES DEL N° DE REYNOLDS

FORM.	EXPRESION DE Re	UNIDADES	OBSERVACIONES	
1)	$\frac{D \cdot V \cdot \rho}{\mu}$	$\frac{\text{cm} \times \text{cm/seg} \times \text{gr(m)/cm}^3}{\text{centipoise}}$	Expresiones generales homogéneas	
2)	$\frac{D \cdot V \cdot \gamma}{\mu} \cdot \frac{\text{ge}}{\text{g}}$	$\frac{\text{cm} \times \frac{\text{cm}}{\text{seg}} \times \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}}{\text{centipoise}} \times \frac{981 \frac{\text{gr(m)} \times \text{cm}}{\text{gr} \times \text{seg}^2}}{\text{cm/seg}^2}$		
3)	$\frac{D \cdot V \cdot \gamma}{\mu}$	$\frac{\text{cm} \times \text{cm/seg} \times \text{gr/cm}^3}{\text{centipoise}}$	Expresión general no homogénea	
4)	$35,36 \frac{Q \cdot \gamma}{D \cdot \mu}$	$\frac{\text{m}^3/\text{hora} \times \text{kg/m}^3}{\text{cm} \times \text{centipoise}}$	<p>Q: en todas las expresiones siguientes se da referido a presión atmosférica.</p> <p><math>\gamma</math>: p. espec. a presión atmosférica.</p> <p><math>\mu = 0,011</math> centipoise</p> <p>G = 0,6</p> <p><math>\mu = 0,011</math> centipoise</p> <p><math>\mu = 0,011</math> centipoise</p> <p>G = 0,6</p> <p><math>\mu = 0,011</math> centipoise</p>	
5)	$43,31 \frac{Q \cdot G}{D \cdot \mu}$	$\frac{\text{m}^3/\text{hora} \times G (\text{aire} = 1)}{\text{cm} \times \text{centipoise}}$		
6)	$3,940 \frac{Q \cdot G}{D}$	$\frac{\text{m}^3/\text{hora} \times G (\text{aire} = 1)}{\text{cm}}$		
7)	$2,364 \frac{Q}{D}$	$\frac{\text{m}^3/\text{hora}}{\text{cm}}$		
8)	$1,806 \frac{Q \cdot G}{D \cdot \mu}$	$\frac{\text{m}^3/\text{día} \times G (\text{aire} = 1)}{\text{cm} \times \text{centipoise}}$		
9)	$164,2 \frac{Q \cdot G}{D}$	$\frac{\text{m}^3/\text{día} \times G (\text{aire} = 1)}{\text{cm}}$		
10)	$98,52 \frac{Q}{D}$	$\frac{\text{m}^3/\text{día}}{\text{cm}}$		
11)	$\frac{D \cdot V \cdot \gamma}{\mu}$	$\frac{\text{pulg} \times \text{pie/seg} \times \text{lib/pie}^3}{\text{lib/seg} \times \text{pie}}$		
12)	$1,831 \frac{Q \cdot G}{D}$	$\frac{\text{pie}^3/\text{día} \times G (\text{aire} = 1)}{\text{pulg}}$		$\mu = 0,00000735 \frac{\text{lib}}{\text{seg} \times \text{pie}}$
13)	$38,8 \frac{Q}{D}$	$\frac{\text{m}^3/\text{día}}{\text{pulg}}$		G = 0,6
14)	$931 \frac{Q}{D}$	$\frac{\text{m}^3/\text{hora}}{\text{pulg}}$		

Reglas nemotécnicas para una estimación mental instantánea:

1)  $Re \sim \frac{\text{Caudal en m}^3/\text{día}}{\text{Diámetro en metros}}$  (de Form. 10) :  $Re = \frac{Q}{D/98,52} \sim \frac{Q}{D/100}$

2)  $Re \sim \frac{\text{Caudal en m}^3/\text{hora}}{\text{Diámetro en pulgadas}} \times 1.000$  (de Form. 14)

El conocido gráfico de MOODY es ampliamente ilustrativo al respecto, dando los valores del factor de fricción  $f$  en función del  $Re$  y de la rugosidad relativa  $\varepsilon = e/D$  - (e: rugosidad absoluta y D: diámetro interno del caño).

Para construir los gráficos comparativos de las distintas fórmulas de conducción de gas, motivo principal de este trabajo, se adoptó el factor de fricción original de Chezy,  $f$ , que es igual a  $\frac{1}{4}$  del que con la misma notación usan MOODY, COLEBROOK y otros.

Cabe hacer notar que en diversas publicaciones se usan indistintamente uno u otro valor, con la misma notación  $f$ , por lo cual es necesario siempre aclarar previamente de cuál de ellos se trata antes de proceder a su aplicación.

Como se ha aclarado precedentemente, en los gráficos adjuntos se usa el  $f$  pequeño, tal que, si llamamos  $f_1$  al otro, se tiene:

$$f = \frac{f_1}{4}$$

A ese valor lo denominaremos en adelante FACTOR DE FRICCIÓN, reservando el nombre de COEFICIENTE DE FRICCIÓN

a la expresión  $\sqrt{\frac{1}{f}}$ , que como es sabido puede considerarse interviniendo implícita o explícitamente en todas las fórmulas de conducción de gas.

Dicho coeficiente figura explícitamente en la "fórmula general" de conducción de gas, quedando en ella por resolver la manera de calcularlo o estimarlo.

Las diversas fórmulas particulares que se usan en lugar de la general, se obtienen precisamente de aquella, reemplazando el coeficiente en cuestión por una expresión empírica aproximada, función de algunas de las variables del problema o aun por una constante, eliminando así la presencia

de  $\sqrt{\frac{1}{f}}$ , el cual pasa en esa forma a figurar implícitamente.

De acuerdo a ese concepto, resulta que de la simple comparación de los valores que

para  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  adoptan las distintas fórmulas, surge un criterio o norma de comparación entre las mismas.

### Fórmula general para conducción de gas.

La resolución de problemas de conducción de flúidos por tuberías, tales como la determinación de capacidad de transporte de las mismas, disminuciones de presión provocadas por la circulación, dimensionamiento de las cañerías, etc., implican el planteamiento del principio de conservación o transformación de la energía.

Por consiguiente, toda fórmula racional que relacione las diversas magnitudes o variables que intervienen en estos problemas de circulación, debe obtenerse mediante aquel planteamiento para las distintas formas de energía que sufren variaciones en este proceso.

Si el sistema en estudio, esto es el gas circulante, limitado por la pared interna de la tubería, no intercambia calor con el medio externo, sólo podrán ocurrir, en las distintas formas de energía que posee el sistema, variaciones balanceadas con el trabajo que efectúa el flúido. Es decir, que la expresión general: Calor entregado al sistema — Trabajo ejecutado por el sistema = Variación de la energía total del sistema, se transforma en: Variación de la energía — Trabajo ejecutado por el flúido = 0.

El primer término comprende las variaciones de las siguientes formas de energía: Interna, potencial, cinética y de presión.

El segundo término, el trabajo efectuado por el flúido para vencer las fuerzas de viscosidad o frotamiento, el cual aquella igualdad indica que se efectúa a expensas de una disminución de la energía.

La deducción de la fórmula general partiendo de aquella expresión, exige la adopción de una serie de hipótesis que conviene recordar a fin de tener presente las limitaciones que luego tendrán las fórmulas obtenidas:

1º) Se supone que la energía interna no varía, es decir, que se trata de una evolución *isotérmica*, y por consiguiente en las posteriores deducciones podrán emplearse las leyes propias de ese tipo de evolución para los gases.

2º) Se acepta que la energía potencial tampoco varía, lo que equivale a suponer que la cañería es horizontal o que pequeñas variaciones de nivel no provocan variación apreciable de aquella energía. Esto es aproximadamente

cierto para el gas natural, debido al poco peso de la columna de ese fluido, salvo en altas presiones y desniveles grandes, en que el peso de columna es apreciable. Como las fórmulas deducidas desprecian ese efecto, se hace necesario introducir en ellas expresiones que en función de la diferencia de nivel y la presión modifican la misma.

3º) Se desprecia también la variación de energía cinética, lo cual la teoría demuestra que es correcto siempre que la longitud del caño sea lo suficientemente grande respecto al diámetro, siendo el factor de error:

$$\frac{1}{2} \times \frac{D}{f \times L} \times 1g_e \frac{P_1}{P_2}$$

4º) Sólo se considera entonces la variación de energía de presión, la cual en esa forma es la única que debe balancear al trabajo de fricción ejecutado por el gas.

5º) Para ese trabajo de fricción se adopta la expresión elemental, debida a CHEZY:

$$\frac{4 f \times V^2}{2 g \times D} \times \Delta L$$

donde aparece entonces el factor  $f$  mencionado en párrafos anteriores y del cual el conocimiento de su ley de variación o dependencia será la clave que permitirá aplicar la fórmula general obtenida.

En base a todo lo expuesto surge como expresión diferencial del proceso:

$$v \times dP + \frac{4 f \times V^2}{2 g \times D} \times dL = 0$$

la cual mediante su integración y empleo de las leyes de los gases y ecuación de continuidad, permite obtener la ecuación general:

$$Q = 0,1811 \times \frac{T_o}{P_o} \times \sqrt{\frac{(P_1^2 - P_2^2) \times D^5}{Z \times G \times T \times L}} \times \sqrt{\frac{1}{f}}$$

cuyas unidades se especifican en la "Planilla N° 2".

Cabe aclarar que en esa fórmula y en las demás que se exponen en este artículo debe considerarse para el factor de compresibilidad  $Z$  el valor correspondiente a la

presión media resultante de  $P_1$  y  $P_2$ , dada

por la fórmula  $\frac{2}{3} \times \frac{P_1^3 - P_2^3}{P_1^2 - P_2^2}$ . Ello significa

que si no se conociese el valor de una de las presiones deberá procederse a un tanteo previo. Existen fórmulas que evitan este trabajo, reemplazando a  $Z$  por una función de las constantes críticas particulares del gas, cuya integración exige contar con gráficos o tablas adecuadas. Tales son las fórmulas de CLINEDINST, NISLE y POETTMAN, etc.

### Fórmulas particulares.

La presencia del factor  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  en la fórmula

general y la consiguiente necesidad de conocer previamente su valor, hace conveniente que sea reemplazado por alguna función de las variables del problema.

Se evita así la tarea de tanteo previo, ya que la determinación de  $f$  exige conocer el caudal y el diámetro, de los cuales generalmente uno de ellos es la incógnita.

Debido a esa circunstancia, es que distintos

autores fijan para  $f$  o  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  una expresión

empírica, en función de variables que ya figuran en la fórmula, con lo cual se elimina ese factor desconocido.

Algunas de ellas asignan a  $f$  un valor constante, otras una función del diámetro y las más modernas una función del  $Re$ , tal como se detalla en la Planilla N° 2.

En esta planilla se han adoptado unidades métricas y se ha dado a las diferentes expresiones una forma análoga a la de la general, usando las mismas notaciones e idénticos factores de corrección por temperatura y presión base y temperatura del gas, aunque alguna de ellas no las tuviese en su expresión original.

Se ha detallado, previa verificación, el

valor de  $f$  o  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  que el autor o bibliografía

da para cada fórmula y en los casos de no contar con ese dato, se lo ha determinado igualando con la fórmula general

y resolviendo respecto de  $\sqrt{\frac{1}{f}}$ .

## Criterios de determinación de $\sqrt{\frac{1}{f}}$

Surge de lo anteriormente expuesto, que la única diferencia que existe entre las distintas fórmulas, es el criterio de determinación del coeficiente de fricción, ya que cada una de ellas adopta una expresión diferente.

Dichas expresiones son solamente aproximadas, debido a que su forma debe ser lo suficientemente simple para que su incorporación en la fórmula no convierta a ésta en una ecuación engorrosa de resolver.

Es así que, en la mayoría de las fórmulas modernas, que admiten la relación de dependencia de ese coeficiente con el Reynolds, se adopta el criterio de determinarlo mediante una expresión de la forma:

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = a \times Re^b$$

la cual, en las coordenadas logarítmicas en que comúnmente se representa el coeficiente de fricción, da una recta que será más o menos aproximada a las curvas reales. Debido a ello es que diversos autores especifican el campo de aplicación entre números de Reynolds límites, es decir, especifican la zona en la cual se cumple aquella aproximación.

Dado que, como se ha expuesto, la única diferencia estriba en la fijación del  $\sqrt{\frac{1}{f}}$ ,

resulta evidente que la comparación entre las distintas fórmulas podrá hacerse simplemente comparando sus expresiones del coeficiente de fricción.

Para tomar un patrón de referencia, deberá adoptarse para ese coeficiente una expresión que aunque compleja, se ajuste lo más posible a los valores experimentales para todo rango.

Recién una vez adoptada esa expresión y tomada la misma como referencia, quedará fijado el criterio o norma de comparación motivo de este artículo.

### Expresión adoptada para el coeficiente de fricción.

La teoría y las experiencias han dado lugar a que quede determinado el concepto de que el factor de fricción  $f$  o el coeficiente  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  dependen del número de Rey-

nolds y de las características de rugosidad de la pared interna de la cañería.

El  $Re$  es un número perfectamente definido por una expresión matemática simple, no así la rugosidad para la cual no existe una expresión exacta que la defina.

Los investigadores han efectuado experiencias con rugosidades artificiales, obtenidas cubriendo las paredes con granos de arena de un diámetro uniforme  $e$ . En tal caso puede definirse ese valor  $e$  como *rugosidad absoluta* y su relación con el diámetro del caño  $\varepsilon = \frac{D}{e}$  como *rugosidad relativa*.

Es evidente que en las cañerías comerciales no puede emplearse ese concepto de rugosidad, ya que la misma no es uniforme en su tamaño ni en su distribución.

Se conviene no obstante en asignar en tales casos el valor  $e$  correspondiente a la rugosidad artificial que presente igual fricción que el caño comercial para cualquier Reynolds.

Con ese concepto se han determinado promedios de rugosidades absolutas  $e$  para distintos tipos de cañerías comerciales, los cuales figuran en un gráfico de rugosidades absolutas y relativas preparado por MOODY.

De allí se han extraído los siguientes valores que se usaron en los presentes gráficos:

Caños de gasoductos . . . . .	$e = 0,0017$ cm.
Cañería común de hierro negro . . . . .	$e = 0,0046$ cm.
Cañería de hierro galvanizado . . . . .	$e = 0,015$ cm.
Cañería de hierro fundido . . . . .	$e = 0,025$ cm.

La rugosidad relativa  $\varepsilon$  se obtiene entonces dividiendo aquellos valores por el diámetro de la tubería.

Fijado así con una cifra el concepto de rugosidad, investigadores tales como NIKURADSE, VON KARMAN, COLEBROOK, MOODY, etc., han proyectado fórmulas que, acordes con las experiencias realizadas,

vinculan  $\sqrt{\frac{1}{f}}$ ,  $Re$  y  $\varepsilon$ .

Dichas experiencias muestran que el factor de fricción, que en la zona de régimen laminar depende solamente de  $Re$ , en régimen turbulento pasa a depender en for-

ma progresiva de  $\epsilon$ , hasta hacerse independiente de  $Re$ , siendo éste el régimen ya completamente turbulento.

No considerándose en este artículo el régimen laminar, ya que la generalidad de los problemas de conducción de gas presentan  $Re$  por encima de la zona de separación que existe entre los valores 2.000 y 4.000, se ha adoptado la fórmula de COLEBROOK, que abarca con bastante aproximación la banda que por encima de  $Re = 4.000$  comprende el régimen turbulento y completamente turbulento.

Esa expresión es:

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \times \sqrt{f}} \right)$$

la cual para el valor de  $f$  aquí usado ( $1/4$  de aquél) la transformaremos en:

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = -4 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{1,255}{Re \times f} \right)$$

la cual adoptamos como patrón de referencia para las expresiones aproximadas de las fórmulas particulares.

#### Criterio de comparación.

De todo lo expuesto se deduce lo siguiente:

1º) Si en la fórmula general se asigna a  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  valores dados por la expresión de COLEBROOK, se obtendrá lo que aquí llamamos "Solución Racional", la cual debido a que el coeficiente de fricción así obtenido concuerda con la teoría y las experiencias en todo el rango de  $Re$  posibles, puede adoptarse como la solución más acorde con la realidad.

2º) Dado que, tal como se ha detallado en la Planilla N° 2, la fórmula general y las particulares sólo difieren en la expresión de aquel coeficiente, la comparación de éste equivaldría a la comparación de aquéllas.

Por consiguiente se adopta la siguiente norma:

A los efectos de la comparación entre los valores que para el caudal se obtienen con las distintas expresiones, se define como *eficiencia relativa de una fórmula*

respecto de la solución racional, al valor  $E \leq$  por el cual hay que multiplicar

su valor particular de  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  para obtener el que da la expresión de Colebrook.

Dada la dependencia que ese coeficiente tiene con respecto al  $Re$  y a  $\epsilon$ , resulta que aquella *eficiencia relativa* debe siempre referirse a valores determinados del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

En caso de mencionarse la rugosidad absoluta, por ejemplo:  $e = 0,0017$  cm, debe también especificarse el diámetro, pues ambas magnitudes definen la rugosidad relativa  $\epsilon$ .

En los gráficos N° 3 y N° 4 se han representado las curvas de eficiencia relativa de las distintas fórmulas dadas en Planilla N° 2. En el primero de ellos se lo ha hecho con las fórmulas de alta presión y rugosidades relativas correspondientes a una absoluta  $e = 0,0017$  cm. que MOODY da para caños de gasoductos. En el segundo se han comparado las fórmulas de baja presión refiriéndose a cañería de hierro fundido con un valor de  $e = 0,025$  cm.

En ellos se han tomado diámetros representativos, debiéndose proceder a interpolar si se desean conocer las eficiencias para otros valores (la influencia del diámetro se debe a que la expresión de COLEBROOK es función de la rugosidad *relativa*).

También se han construido los gráficos Nos. 5, 6 y 7, en los cuales en lugar de las eficiencias se han llevado en ordenados los valores del coeficiente de fricción de cada fórmula particular y para la general los valores de COLEBROOK. Estos gráficos, además de comparativos, son resolutivos de  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  y permiten por consiguiente resolver la fórmula general previo tanteo en la fijación de  $Re$  o de  $\epsilon$  si son desconocidos. Se ha usado para cada uno la rugosidad media que MOODY fija para cañerías de gasoductos, de hierro negro y de fundición, respectivamente.

También se han construido los gráficos Nos. 5, 6 y 7, en los cuales en lugar de las eficiencias se han llevado en ordenados los valores del coeficiente de fricción de cada fórmula particular y para la general los valores de COLEBROOK. Estos gráficos, además de comparativos, son resolutivos de  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  y permiten por consiguiente resolver la fórmula general previo tanteo en la fijación de  $Re$  o de  $\epsilon$  si son desconocidos. Se ha usado para cada uno la rugosidad media que MOODY fija para cañerías de gasoductos, de hierro negro y de fundición, respectivamente.

Respectivamente.

Respectivamente.

#### Resultados de la comparación.

De la observación de los mencionados gráficos Nos. 3 y 4 surgen los siguientes comentarios sucintos para las distintas fórmulas allí comparadas.

Para baja presión:

**FORMULA DE POLE:** Para valores bajos de  $Re$  da caudales mayores que los de la solución racional para cualquier diámetro. En cambio a partir de un  $Re$  de aproximadamente 20.000, sus caudales se van haciendo menores para casos de diámetros grandes. Para Reynolds suficientemente elevados (100.000 y superiores) se obtienen valores concordantes con los racionales para 100 mm  $\varnothing$  (4") menores para diámetros superiores y a la inversa para diámetros inferiores a 4".

**COX:** Da caudales menores en un 7 % que la de Pole en todo rango.

**MOLESWORTH:** Idem, ídem, pero en un 26 %.

**SPITZGLASE:** En general sus caudales son altos para bajos  $Re$  y viceversa. Así como las anteriores, para cada diámetro posee un rango estrecho en el cual se aproxima a la general.

**UNWIN:** Sus caudales son más elevados que los de las anteriores fórmulas.

**WEYMOUTH:** Si bien no se la usa para bajas presiones, se la graficó también en este caso mostrando caudales excesivos.

Para alta presión:

**WEYMOUTH y UNWIN:** Ambas fórmulas suponen al coeficiente de fricción función solamente del diámetro y por consiguiente en ciertas condiciones se alejan demasiado de la realidad. Su aplicación sólo convendría hacerla con estos gráficos a la vista, puesto que pueden obtenerse resultados exagerados en uno u otro sentido.

**PANHANDLE A.:** Como puede observarse da caudales altos para cualquier diámetro; es por ello que se aconseja en los textos usarla con una eficiencia de 0,92. El gráfico muestra que es más adecuada en la banda de  $Re$  — 1.000.000. En cambio en la zona de  $Re$  — 10.000.000 sus caudales son muy elevados.

**PANHANDLE MODIFICADA:** Precisamente esa última circunstancia ha dado origen a esta fórmula, que como puede verse es más conveniente para estos Reynolds elevados o sea para los modernos gasoductos de gran diámetro. Aún así puede verse que sus valores son elevados, motivo que hace aconsejar en los textos el empleo de  $E = 0,90$ .

De las demás fórmulas podemos resumir

conceptos en el sentido de que, según sean el  $Re$  y el diámetro, dan valores menores o mayores que los racionales.

En general puede observarse en esos gráficos de eficiencia y más evidentemente aún en el de coeficiente de fricción ( $N^{\circ} 5$ ) que las pendientes de las líneas que repre-

sentan los valores  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  de cada fórmula,

difieren bastante de las que corresponden a la solución racional, es decir, no existe un paralelismo que permita la aplicación de un factor de eficiencia constante en todo rango de  $Re$ .

Solamente la Panhandle modificada es aproximadamente paralela a la racional en la banda de  $Re$  correspondiente a grandes gasoductos y, por lo tanto, sería la más aconsejable, si bien debe aplicársele un reducido factor de eficiencia.

#### *Fórmula propuesta por el autor:*

En base a esas últimas consideraciones se propone una fórmula del tipo de las ante-

dichas, es decir cuyo  $\sqrt{\frac{1}{f}}$  sea expresado

en la forma  $a \cdot Re^b$ , pero con valores de  $a$  y  $b$ , que haciéndola aproximadamente paralela a la racional en la zona de  $Re$  comprendida entre 1 y 20 millones (común en los gasoductos), no obligue al empleo de valores de  $E$  alejados de la unidad.

Un par de valores que cumple con esa condición de pendiente y que sin afectación por eficiencia dé caudales concordantes con la solución racional para 60 cm.  $\varnothing$  (24"), es:  $a = 10,44$  y  $b = 0,04$ , o sea:

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 10,44 \cdot Re^{0,04}$$

Reemplazando este valor en la fórmula general, se tiene la fórmula particular propuesta, la cual se muestra en último término en la Planilla  $N^{\circ} 2$ .

Posee las siguientes ventajas, todas las cuales se deducen de la observación del gráfico  $N^{\circ} 5$ .

El paralelismo expuesto, que sólo la Panhandle modificada muestra, pero en una banda de  $Re$  más elevada y que hace que su aplicación no sea de peligrosos resultados.

Da valores que para diámetros grandes no requieren afectarla de un coeficiente de

eficiencia (0,92 y 0,90) como ocurre con las Panhandle.

Solamente para diámetros menores de 20" exigiría la aplicación de un coeficiente de eficiencia, corrección ésta que el gráfico N° 5 muestra que será siempre menor que la que exigirían aquellas fórmulas.

Es interesante notar en ese caso, que la aplicación de un coeficiente traslada la línea propuesta paralelamente hacia abajo y que ese movimiento la mantiene paralela a las curvas correspondientes a los menores diámetros, en zonas de menores Re, que son precisamente las que corresponden a aquéllos.

En base a ello y tal como se puede ver gráficamente, se aconseja con esta fórmula propuesta aplicar coeficientes de eficiencia de:

E = 0,98 para Ø 16" a 12"

E = 0,97 „ Ø 10"

E = 0,94 „ Ø 8" y 6"

E = 0,90 „ Ø menores

#### Conclusiones:

- 1º) Queda expuesta una *Norma de Comparación* de fórmulas de conducción de gas por tuberías, en función del Reynolds y la rugosidad.

2º) En base a todo lo expuesto se aconseja el empleo de la fórmula general con el factor o coeficiente de fricción dados por COLEBROOK, a la que hemos llamado *solución racional*.

3º) Para soluciones gráficas conviene representar aquélla, lo cual permite obtener esa *solución racional* sin la tarea de tanteo que exige la solución analítica.

4º) Si se desea una solución puramente analítica, aproximada, tal como las de Weymouth, Panhandle, etc., etc., se propone una fórmula en base a

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 10,44 \times Re^{0,04},$$

Planilla N° 2, cuyas ventajas se han expuesto precedentemente. Dicha fórmula, que el autor de este artículo propone, es por consiguiente:

$$Q = 2,402 \times E \times \left(\frac{T_o}{P_o}\right)^{1,0417} \times \left[\frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times T \times L \times G^{0,02}}\right]^{0,5208} \times D^{2,5625}$$

con las unidades especificadas en Planilla N° 2.

FORMULAS DE CALCULO PARA ALTA PRESION

COEFICIENTE QUE REEMPLAZADO EN LA FORMULA GENERAL REPRODUCE LA FORMULA PARTICULAR CORRESPONDIENTE

$$\left(\frac{1}{f}\right)^{0,5}$$

G: DENSIDAD (AIRE = 1)  
 H: VISCOSIDAD: CENTIPOISE  
 E: EFICIENCIA: N°  
 Z: FACTOR DE COMPRESIBILIDAD  
 f: " " FRICCION

D: DIAMETRO: cm.  
 L: LONGITUD: Km.  
 P<sub>1</sub>: PRES. INIC. Kg/cm<sup>2</sup> ABS.  
 P<sub>2</sub>: PRES. FINAL: " "  
 P<sub>m</sub>: MEDIA " "

UNIDADES EMPLEADAS  
 Q: CAUDAL: m<sup>3</sup>/dia  
 T<sub>0</sub>: TEMP. BASE: °K  
 P<sub>0</sub>: PRES. " : Kg/cm<sup>2</sup> ABS.

GENERAL

$$Q = 0,1811 \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times G \times T \times L} \right)^{0,5} \times D^{2,5} \times \left( \frac{1}{f} \right)^{0,5}$$

WEYMOUTH

$$Q = 1,739 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times G \times T \times L} \right)^{0,5} \times D^{2,666}$$

CALIFORNIA

$$Q = 1,523 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times G \times T \times L} \right)^{0,5} \times D^{2,666}$$

COX - PITTSBURG - RIX - TOWL

$$Q = C \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times G \times T \times L} \right)^{0,5} \times D^{2,5}$$

COX C = 2,42  
 PITTSB. C = 2,67  
 RIX C = 2,68  
 TOWL C = 2,78

UNWIN

$$Q = 3,01 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left[ \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times G \times T \times L \times \left( 1 + \frac{4,354}{D} \right)} \right]^{0,5} \times D^{2,5}$$

FORD - BACON - DAVIS

$$Q = 1,982 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times T \times L} \right)^{0,541} \times \frac{2,625}{D} \times G^{0,46} \times \mu^{0,08}$$

MILLER

$$Q = 0,3633 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left[ \frac{P_1^2 - P_2^2}{G \times T \times L} \right]^{0,5} \times D^{2,5} \times \left[ \log \frac{G \times (P_1^2 - P_2^2) \times D^3}{L \times T \times \mu^3} + 3,73 \right]$$

PANHANDLE A

$$Q = 1,91 \times E \times \left( \frac{T_0}{P_0} \right)^{1,0788} \times \left[ \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times T \times L \times G^{0,8539}} \right]^{0,5394} \times D^{2,6182}$$

PANHANDLE MODIF.

$$Q = 3,429 \times E \times \left( \frac{T_0}{P_0} \right)^{1,02} \times \left[ \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times T \times L \times G^{0,961}} \right]^{0,510} \times D^{2,53}$$

BIDDISON

$$Q = 0,329 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left[ \frac{P_1^2 - P_2^2}{G \times T \times L} \right]^{0,5} \times D^{2,5} \times \frac{6,79 \times (P_1^2 - P_2^2) \times D^3 \times G \times 10^7}{T \times L}$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 9,37 \times D^{1/6}$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 8,40 \times D^{1/6}$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 13,3$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 14,7$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 14,8$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 15,4$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 16,6 \left( \frac{1 + 4,354}{D} \right)^{-2} \frac{1}{f}$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 5,1 \times R_e^{0,0758}$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 2 \log \frac{G \times (P_1^2 - P_2^2) D^3}{L \times T \times \mu^3} + 7,46$$

$$= 4 \log (R_e \times \sqrt{f}) - 0,40$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 6,93 \times R_e^{0,073}$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 16,5 \times R_e^{0,01961}$$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 1,81 \log \frac{6,79 (P_1^2 - P_2^2) \times D^3 \times G \times 10^7}{T \times L}$$

$$= 3,62 \log (R_e \times \sqrt{f})$$

$$f = 0,0109 \times D^{-\frac{1}{3}}$$

$$f = 0,0142 \times D^{-\frac{1}{3}}$$

$$f = 0,0056$$

$$f = 0,0046$$

$$f = 0,00456$$

$$f = 0,00424$$

$$f = 0,00363 \left( \frac{1 + 4,354}{D} \right)^{-2}$$

$$f = 0,0385 \times R_e^{-0,1516}$$

$$f = [4 \log (R_e \times \sqrt{f}) - 0,40]^{-0,5}$$

$$f = 0,0208 \times R_e^{-0,1461}$$

$$f = 0,003673 \times R_e^{-0,03922}$$

$$f = 0,0765 [\log (R_e \times \sqrt{f})]^{-2}$$

<b>CLARK - HUNTINGTON</b>		$Q = 1,727 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left[ \frac{(P_1^2 - P_2^2) \times D^{4,85}}{Z \times T \times L \times G^{0,848} \times 10^{0,1505}} \right]^{0,541}$	$f = 0,03015 \times R_e^{-0,1505}$	$\sqrt{\frac{1}{f}} = 5,76 \times R_e^{0,07525}$
<b>PROPUESTA</b>		$Q = 2,402 \times E \times \left( \frac{T_0}{P_0} \right) \times \left[ \frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \times T \times L \times G^{0,92}} \right]^{0,5208} \times D^{2,5625}$	$f = 0,09579 \times R_e^{-0,08}$	$\sqrt{\frac{1}{f}} = 10,44 \times R_e^{0,04}$
<p><b>GENERAL CON CORRECCION POR DESNIVEL</b>                  SUBSTITUIR <math>P_1^2 - P_2^2</math> POR: <math>P_m = \text{PRES. MEDIA: Kg/cm}^2</math>  <math>H_1; \text{ ALT. INIC.: mts.}</math>  <math>H_2; \text{ FINAL.: mts.}</math>  <math>Z \times T</math></p>				
<b>FORMULAS DE CALCULO PARA BAJA PRESION</b>				
<p><b>UNIDADES EMPLEADAS</b>                  Q = CAUDAL m<sup>3</sup>/hora                  T<sub>0</sub> = TEMP. BASE; T = TEMP. GAS °K                  P<sub>0</sub> = PRES. BASE; Kg/cm<sup>2</sup>                  D: DIAMETRO cm.                  L: LONGITUD mts.                  h: CAIDA PRES. cm. col/agua                  G: DENSIDAD (aire = 1)</p>				
<b>FACTOR DE CORRECCION POR PRESION MEDIA DISTINTA DE ATMOSFERICA</b>				
$C = \sqrt{\frac{P_m}{1,035}} \quad P_m = \frac{P_1 + P_2}{2} \text{ Kg/cm}^2$				
<b>GENERAL</b>	$Q = 0,01085 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{h}{G \times T \times L} \right)^{0,5} \times D^{2,5} \times \sqrt{\frac{1}{f}}$			$\sqrt{\frac{11}{f}} = 12,4$
<b>POLE</b>	$Q = 0,136 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{h}{G \times T \times L} \right)^{0,5} \times D^{2,5}$	$f = 0,0065$		
<b>COX</b>	$Q = 0,126 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{h}{G \times T \times L} \right)^{0,5} \times D^{2,5}$	$f = 0,0076$		$\sqrt{\frac{1}{f}} = 11,5$
<b>MOLESWORTH</b>	$Q = 0,1005 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{h}{G \times T \times L} \right)^{0,5} \times D^{2,5}$	$f = 0,012$		$\sqrt{\frac{1}{f}} = 9,13$
<b>SPITZGLASS</b>	$Q = 0,192 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{h}{G \times T \times L \times \left( 1 + \frac{9,144}{D} + 0,0118 D \right)} \right)^{0,5} \times D^{2,5}$	$f = 0,003188 \times \left( 1 + \frac{9,144}{D} + 0,0118 D \right)$		$\sqrt{\frac{1}{f}} = 17,7 \times \left( 1 + \frac{9,144}{D} + 0,0118 D \right)^{-0,5}$
	$Q = 0,171 \times E \times \frac{T_0}{P_0} \times \left( \frac{h}{G \times T \times L \times \left( 1 + \frac{4,354}{D} \right)} \right)^{0,5} \times D^{2,5}$	$f = 0,00402 \times \left( 1 + \frac{4,354}{D} \right)$		$\sqrt{\frac{1}{f}} = 13,8 \times \left( 1 + \frac{4,354}{D} \right)^{-0,5}$