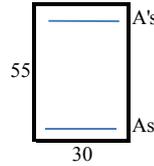
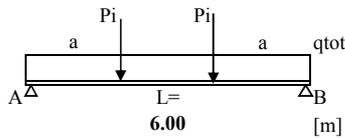


**MATERIALES:**

HORMIGÓN: H-30  $f_c = 30$  MPa  
 ACERO: ADN 420  $f_y = 420$  MPa

**DATOS DE CARGA Y GEOMETRÍA:**



Longitud:  $L = 6.00$  m (L: Longitud de Cálculo)

Ancho:  $b_o = 30$  cm  
 Altura total:  $d = 55$  cm  
 Recubrimiento:  $rec = 2$  cm  
 Distancia de As al borde:  $h'1 = 5.66$  cm  
 Distancia de A's al borde:  $h'2 = 3.80$  cm  
 Altura útil:  $h = 49.34$  cm

**CARGAS DISTRIBUIDAS:**

Peso Propio Viga:  $q_{dl} w = 0.41$  t/m  
 Cargas Permanentes de Losas:  $q_{dl} s = 1.35$  t/m  
 Cargas Permanentes de Paredes:  $q_{dl} ns = 0.86$  t/m  
 $q_{dl} = 2.63$  t/m  
 Sobrecarga:  $q_{ll} = 0.90$  t/m  
 $q_{tot} = q_{dl} + q_{ll} = 3.53$  t/m

**SOLICITACIONES DEBIDAS A CARGAS DISTRIBUIDAS:**

$M_{qdl} = 11.82$ tm	$RA_{qdl} = 7.88$ t	$RB_{qdl} = 7.88$ t
$M_{qll} = 4.05$ tm	$RA_{qll} = 2.70$ t	$RB_{qll} = 2.70$ t
$M_{qtot} = 15.87$ tm	$RA_{qtot} = 10.58$ t	$RB_{qtot} = 10.58$ t

**CARGAS CONCENTRADAS:**

Distancia "a":  $a = 2.00$  m  
 Cargas Permanentes:  $P_{dl} = 6.00$  t  
 Sobrecargas:  $P_{ll} = 4.00$  t  
 $P_i = P_{dl} + P_{ll} = 10.00$  t

**SOLICITACIONES DEBIDAS A CARGAS CONCENTRADAS:**

$M_{Pdl} = 12.00$ tm	$RA_{Pdl} = 6.00$ t	$RB_{Pdl} = 6.00$ t
$M_{Pll} = 8.00$ tm	$RA_{Pll} = 4.00$ t	$RB_{Pll} = 4.00$ t
$M_{Pi} = 20.00$ tm	$RA_{Pi} = 10.00$ t	$RB_{Pi} = 10.00$ t

**RESUMEN DE SOLICITACIONES:**

Cargas permanentes:	$M_{DL} = 23.82$ tm	$RA_{DL} = 13.88$ t	$RB_{DL} = 13.88$ t
Sobrecargas:	$M_{LL} = 12.05$ tm	$RA_{LL} = 6.70$ t	$RB_{LL} = 6.70$ t
Carga Total:	$M_{Tot} = 35.87$ tm	$RA_{Tot} = 20.58$ t	$RB_{Tot} = 20.58$ t

**DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN:**

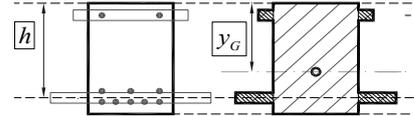
S/CIRSOC 1982  
 $M = 35.87$  tm  $kh = 4.51$   $ke = 52.90$   $k'e = 4.00$   
 $h'1/h = 0.11$   $\rho = 1.00$   $\rho' = 1.06$   
 $As_{nec} = 38.45$  cm<sup>2</sup>  $h'$   $Asi \cdot h'$   
 Se adopta As: 1° Capa: 5  $\emptyset$  25 24.54 cm<sup>2</sup> 4.25 104.3  
 2° Capa: 3  $\emptyset$  25 14.73 cm<sup>2</sup> 8.00 117.8  
 8  $\emptyset$  25 39.27 cm<sup>2</sup> 5.66 222.1  
 $A's_{nec} = 3.08$  cm<sup>2</sup>  
 Se adopta A's: 1° Capa: 2  $\emptyset$  16 4.02 cm<sup>2</sup> 3.80 15.3

**DIMENSIONAMIENTO A CORTE:**

S/CIRSOC 1982  
 Apoyo directo en columnas  
 $a_{col} = 25$  cm  $r = 37.17$  cm  
 $Q = 20.58$  t  
 $Q_{red} = 19.27$  t  
 $z = 38.29$  cm  
 $\tau_o = 16.77$  kg/cm<sup>2</sup> Zona: 2  
 $\tau_o_{red} = 11.72$  kg/cm<sup>2</sup>  $\emptyset$  10  
 Se adopta: Etribos  $\emptyset$  10 c/ 10  
 H-30:  $\tau_{o1} = 10.00$  kg/cm<sup>2</sup>  
 $\tau_{o2} = 24.00$  kg/cm<sup>2</sup>  
 $\tau_{o3} = 40.00$  kg/cm<sup>2</sup>  
 Sep necesaria: 10.7 cm - Máx.: 25 cm

**SECCIÓN HOMOGENEIZADA:**

Módulo de Elasticidad del Hormigón:  $E_c = 34000 \text{ MPa}$   
 Módulo de Elasticidad del Acero:  $E_s = 210000 \text{ MPa}$   
 $n = 6.18$



**- SIN FISURAR:**

	Área=Fi	yi	Fi.yi
Hormigón: $b_o.d =$	1650.0	27.5	45375.0
Armadura Compresión: $A's.(n-1) =$	20.8	3.80	79.1
Armadura Tracción: $As.(n-1) =$	203.3	49.34	10030.6
	<u>1874.1</u>		<u>55484.7</u>

	li x-x	ygi	Fi.ygi^2	Fi.ygi
$b_o.d^3/12 =$	415938	2.11	7319	3475
	0	25.81	13862	537
	0	-19.74	79193	-4012
	<u>415938</u>		<u>100374</u>	<u>0</u>
---> $I_{y_G} =$	415938	+	100374	

Baricentro de la sección homogeneizada sin fisurar:

--->  $y_G = 29.6 \text{ cm}$

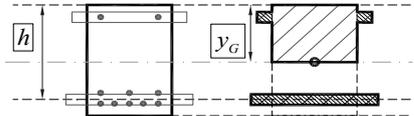
Momento de Inercia de la sección homogeneizada sin fisurar:

--->  $I_{y_G} = 516311 \text{ cm}^4$

= 1.24 . Momento de Inercia de la sección rectangular de hormigón.

**- FISURADA:**

	Área	yi	ygi		
Hormigón: $b_o.y_G =$	$=30.y_G$	$y_G/2 =$	$=y_G/2$	10.4	6545.8
Armadura Compresión: $A's.(n-1) =$	20.8	$h^2 =$	$=y_G - 3.80$	17.1	355.7
Armadura Tracción: $As.(n) =$	242.5	$h =$	$=y_G - 49.34$	-28.5	-6901.5
	<u>263.4</u>				<u>0.0</u>



$$\sum F_i \cdot y_{gi} = 0 \Rightarrow b_o \cdot y_G \cdot \frac{y_G}{2} + A'_s \cdot (n-1) \cdot (y_G - h'_2) + A_s \cdot n \cdot (y_G - h) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{b_o}{2} \cdot y_G^2 + (A'_s \cdot (n-1) + A_s \cdot n) \cdot y_G - A'_s \cdot (n-1) \cdot h'_2 - A_s \cdot n \cdot h = 0$$

$$y_G = \frac{1}{b_o} \cdot \left\{ - (A'_s \cdot (n-1) + A_s \cdot n) \pm \sqrt{(A'_s \cdot (n-1) + A_s \cdot n)^2 + 2 \cdot b_o \cdot (A'_s \cdot (n-1) \cdot h'_2 + A_s \cdot n \cdot h)} \right\}$$

Baricentro de la sección homogeneizada fisurada:

--->  $y_G = 20.9 \text{ cm}$

Resultando:

	Área	yi	ygi	Fi.ygi
Hormigón: $b_o.y_G =$	626.7	10.4	10.4	6546
Armadura Compresión: $A's.(n-1) =$	20.8	0.00	3.80	356
Armadura Tracción: $As.(n) =$	242.5	0.00	49.34	-6901
	<u>890.1</u>			<u>0</u>

	li x-x	Fi.ygi^2	
$b_o.y_G^3/12 =$	22790	68370	
	0	6079	
	0	196375	
	<u>22790</u>	<u>270824</u>	
---> $I_{cr y_G} =$	22790	+	270824

Momento de Inercia de la sección homogeneizada fisurada: (El subíndice "cr" indica "cracking")

--->  $I_{cr y_G} = 293614 \text{ cm}^4$

= 0.71 . Momento de Inercia de la sección rectangular de hormigón.

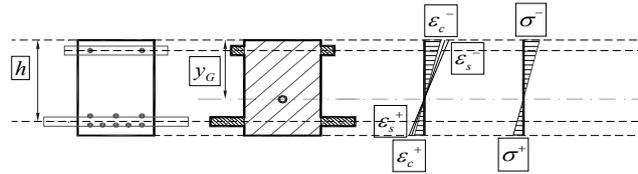
= 0.57 . Momento de Inercia de la sección homogeneizada sin fisurar.

Se observa la importante reducción de la rigidez debida a la fisuración.

**LAS TENSIONES EN LA SECCIÓN HOMOGENEIZADA:**

- SIN FISURAR: Aceptamos la teoría elástica de flexión.

$$\begin{aligned}
 M_s &= 35.87 \text{ tm} \\
 y_G &= 29.6 \text{ cm} \\
 I_{y_G} &= 516311 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$



Por lo tanto:

$$\rightarrow \sigma = Ms / W = Ms \cdot y / I_{y_G}$$

$$\sigma_c^- = -20.57 \text{ MPa} \quad y_c = -y_G = -29.6 \text{ cm}$$

$$\sigma_c^+ = 17.64 \text{ MPa} \quad y_t = d - y_G = 25.39 \text{ cm}$$

Módulo de Ruptura del Hormigón o Resistencia a la Tracción por Flexión del Hormigón:  $f_r = 0.625 \cdot \sqrt{f'_c}$  [ $f'_c$  en MPa]

$$f_r = 3.42 \text{ MPa}$$

Pero, se observa que :  $\sigma_c^+ > f_r \rightarrow$  **El hormigón está fisurado.**

El "Momento de Fisuración" para el cual la tensión en el hormigón en la fibra más traccionada alcanza la resistencia a tracción por flexión, puede calcularse como:

$$M_{cr} = f_r \cdot I_{y_G} / y_t$$

$$M_{cr} = 6.96 \text{ tm}$$

Como simplificación, en general para ver si la sección está fisurada o no, puede despreciarse el efecto de la armadura.

En ese caso:

$$M_{cr} = f_r \cdot I_g / y_t$$

$$I_g = b \cdot d^3 / 12 = 415938 \text{ cm}^4$$

$$y_t = d / 2 = 27.5 \text{ cm}$$

$$M_{cr} = 5.18 \text{ tm}$$

Nota: Si fuera una viga con placa comprimida, debería evaluarse el  $I_g$  de la sección de hormigón

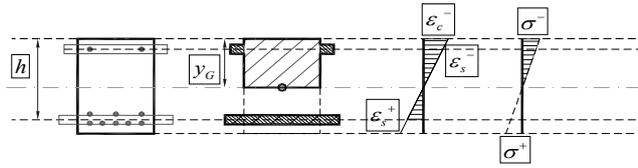
Como  $M_{cr}$  es mayor que el momento de Servicio  $M_s$ , se considera que la sección está fisurada.

(El subíndice "cr" indica "cracking")

**LAS TENSIONES EN LA SECCIÓN HOMOGENEIZADA:**

- **FISURADA:**            Aceptamos la teoría elástica de flexión.

Ms=        35.87 tm  
 Ec=        34000 t/cm<sup>2</sup>  
 y<sub>G</sub>=       20.9 cm  
 I<sub>yG</sub>=      293614 cm<sup>4</sup>



Partiendo de la linealidad de tensiones en la sección homogeneizada, las tensiones máximas en la sección homogeneizada son:

-->  $\sigma = M/W = M.y/I$

Compresión en el H°:     **$\sigma_c^- = -25.52 \text{ MPa}$**        $y^- = -y_G = -20.9 \text{ cm}$   
                                **$D_c = \sigma_c \cdot b \cdot y_G / 2 = 79.97 \text{ t}$**   
 Punto de Aplicación de D<sub>c</sub>:    $a_c = y_G / 3 = 6.96 \text{ cm}$

Tracción Homog. a la altura de A<sub>s</sub>:     **$\sigma_s^+ = 34.76 \text{ MPa}$**        $y^+ = h - y_G = 28.45 \text{ cm}$   
                               -->  **$Z_s = A_s \cdot n \cdot \sigma_s^+ = 84.31 \text{ t}$**   
                               -->  **$\sigma_s = Z_s / A_s = 214.7 \text{ MPa}$**   
 Punto de Aplicación de Z<sub>s</sub>:     $a_{A_s} = h = 49.34 \text{ cm}$

Compresión Homog. a la altura de A'<sub>s</sub>:     **$\sigma_c^+ = -20.88 \text{ MPa}$**        $y^- = -y_G + h/2 = -17.09 \text{ cm}$   
                               -->  **$D'_s = A'_s \cdot (n-1) \cdot \sigma_c^+ = 4.35 \text{ t}$**   
                               -->  **$\sigma_s' = D'_s / A'_s = 108.1 \text{ MPa}$**   
 Punto de Aplicación de D'<sub>s</sub>:     $a_{A'_s} = h/2 = 3.80 \text{ cm}$

Otra forma de hacerlo:

$$M_s = 35.87 \text{ tm}$$

$$y_G = 20.9 \text{ cm}$$

$$I_{cr} y_G = 293614 \text{ cm}^4$$

Fuerza de Compresión= Fuerza de Compresión en el H° + Fuerza de Compresión en la Armadura Comprimida A's

Fuerza de Compresión en el H°:  $D_c = E_c \cdot \epsilon_c \cdot b_o \cdot y_G / 2$

Fuerza de Compresión en A's:  $D'_s = E_c \cdot \epsilon'_s \cdot A'_s \cdot (n-1)$

Fuerza de Tracción= Fuerza de Tracción en la Armadura Tractionada As

Fuerza de Tracción en As:  $Z_s = E_c \cdot \epsilon_s \cdot A_s \cdot n$

Ecuaciones de Compatibilidad:  $\epsilon'_s = E_c \cdot (y_G - h^2) / y_G$

$$\epsilon_s = E_c \cdot (h - y_G) / y_G$$

Ecuaciones de Equilibrio: Fuerzas:  $Z_s = D_c + D'_s$

Momentos:  $M_s = Z_s \cdot z$  z: brazo elástico Ms: Momento de Servicio Actuante.

$$E_c \cdot \epsilon_s \cdot A_s \cdot n = E_c \cdot \epsilon_c \cdot b_o \cdot y_G / 2 + E_c \cdot \epsilon'_s \cdot A'_s \cdot (n-1)$$

$$E_c \cdot E_c \cdot (h - y_G) / y_G \cdot A_s \cdot n = E_c \cdot \epsilon_c \cdot b_o \cdot y_G / 2 + E_c \cdot E_c \cdot (y_G - h^2) / y_G \cdot A'_s \cdot (n-1)$$

$$(h - y_G) \cdot A_s \cdot n = b_o \cdot y_G^2 / 2 + (y_G - h^2) \cdot A'_s \cdot (n-1)$$

$$b_o \cdot y_G^2 / 2 + (A'_s \cdot (n-1) + A_s \cdot n) \cdot y_G - A'_s \cdot (n-1) \cdot h^2 + A_s \cdot n \cdot h = 0$$

La ecuación de Equilibrio de Fuerzas conduce a la misma ecuación de la que se obtuvo  $y_G$ .

Punto de Aplicación de  $D_c$ :  $a_c = y_G / 3 = 6.96 \text{ cm}$

Punto de Aplicación de  $D'_s$ :  $a_{A's} = h^2 = 3.80 \text{ cm}$

Punto de Aplicación de  $D_{tot}$ :

$$a = \frac{E_c \cdot \epsilon_c \cdot b_o \cdot y_G^2 / 6 + E_c \cdot \epsilon'_s \cdot A'_s \cdot (n-1) \cdot h^2}{E_c \cdot \epsilon_c \cdot b_o \cdot y_G / 2 + E_c \cdot \epsilon'_s \cdot A'_s \cdot (n-1)}$$

$$a = \frac{E_c \cdot \epsilon_c \cdot b_o \cdot y_G^2 / 6 + E_c \cdot (E_c \cdot (y_G - h^2) / y_G) \cdot A'_s \cdot (n-1) \cdot h^2}{E_c \cdot \epsilon_c \cdot b_o \cdot y_G / 2 + E_c \cdot (E_c \cdot (y_G - h^2) / y_G) \cdot A'_s \cdot (n-1)}$$

$$a = \frac{b_o \cdot y_G^2 / 6 + ((y_G - h^2) / y_G) \cdot A'_s \cdot (n-1) \cdot h^2}{b_o \cdot y_G / 2 + ((y_G - h^2) / y_G) \cdot A'_s \cdot (n-1)}$$

$$a = 6.80 \text{ cm}$$

Brazo elástico:  $z = h - a = 42.54 \text{ cm}$

De la Ecuación de Momentos:  $M_s = Z_s \cdot z$

$$\rightarrow Z_s = M_s / z = \frac{35.87}{0.4254} = 84.31 \text{ t}$$

$$\rightarrow \sigma_s = Z_s / A_s = 214.7 \text{ MPa}$$

La Tensión de Trabajo del Acero, en el Estado de Servicio es : 214.7 MPa

$$\rightarrow \epsilon_s^+ = \sigma_s / E_s = 0.001022$$

$$\rightarrow \epsilon_c^- = 0.000751 \quad D_c = E_c \cdot \epsilon_c \cdot b_o \cdot y_G / 2 = 79.97 \text{ t}$$

$$\rightarrow \epsilon_s^- = 0.000614 \quad D'_s = E_c \cdot \epsilon'_s \cdot A'_s \cdot (n-1) = 4.35 \text{ t}$$

$$D_c + D'_s = 84.31 \text{ t} = Z_s$$