HORMIGÓN I (74.01 y 94.01)

ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO

Parte 1

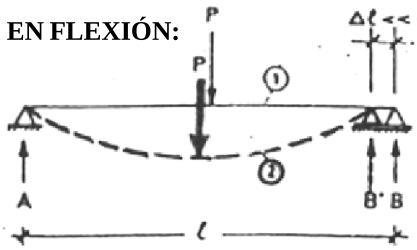
Descripción del problema

CASO 1) Entre causas y efectos existe una relación lineal

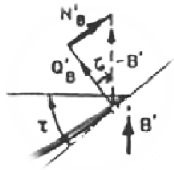
Cálculo lineal

-Material elástico lineal
- Pequeños desplazamientos

EN FLEXIÓN:



Leonhardt - "ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO" – TOMO I - Fig. 10-1



Para ángulos τ pequeños
$B \cong B' \cong Q_B$
$N_B^{'} \cong 0$

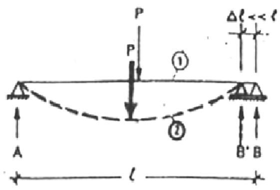
Despreciamos los "efectos de 2° orden"

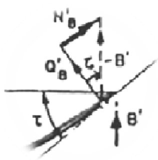
Descripción del problema

CASO 2) Entre causas y efectos no existe una relación lineal

Cálculo no-lineal

- Material NO es elástico lineal → no linealidad material
- Desplazamientos NO son pequeños o la incidencia de los mismos en las solicitaciones NO es despreciable → no linealidad geométrica





$N_B^{'} \neq 0$

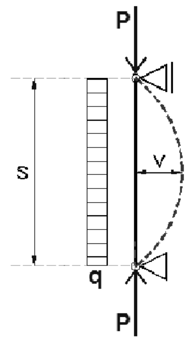
Leonhardt - "ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO" – TOMO I - Fig. 10-1

NO se pueden despreciar los "efectos de 2° orden"

→ El equilibrio debe plantearse en el sistema deformado

Descripción del problema

COLUMNA EN FLEXO-COMPRESIÓN:



El sistema es estable?

La inestabilidad global de un sistema estructural está asociada al colapso del sistema.

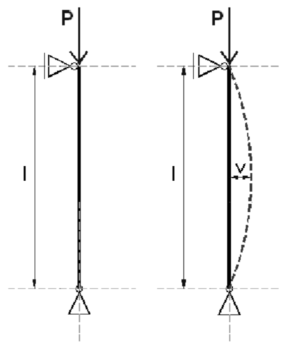
⇩

Estado Límite Último de Inestabilidad del Equilibrio

Marco Teórico

Euler (1744) *Materiales Ideales*

Compresión centrada



COMPRESIÓN CENTRADA
BARRA BIARTICULADA
MATERIAL ELÁSTICO IDEAL

ECUACIÓN DE LA ELÁSTICA PEQUEÑAS DEFORMACIONES:

$$\chi = \frac{1}{\rho} \cong \frac{d^2 v}{dx^2}$$

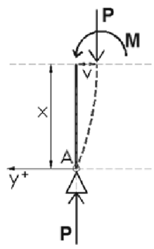
CURVATURA

$$-M(x) = EI\,\frac{d^2 v}{dx^2}$$

(Convención de signos Argentina: M positivo cuando la deflexión es negativa)

EN ESTE CASO :

$$M^A = -M + P\,v = 0$$



ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$\Rightarrow EI\,\frac{d^2 v}{dx^2} + P\,v = 0$$

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$k^2 = \frac{P}{EI} \qquad v = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx$$

Bibliografía: "Resistencia de Materiales", Timoshenko

Marco Teórico

Euler (1744) *Materiales Ideales*

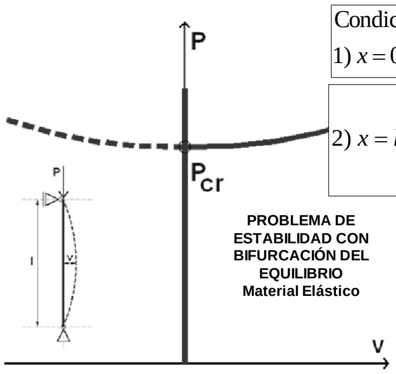
$$v = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx \qquad k^2 = \frac{P}{EI}$$

Condic. de Borde

1) $x = 0; v = 0 \Rightarrow C_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{(x)} = C_1 \sin kx$

2) $x = l; v = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{2a) } C_1 = 0 \rightarrow \textit{solución trivial} \\ \text{2b) } \sin kl = 0 \Rightarrow \boxed{k\ l = n\ \pi} \quad (n{=}1,2,3,\ldots) \end{cases}$

ECUACIÓN DE PANDEO



PROBLEMA DE ESTABILIDAD CON BIFURCACIÓN DEL EQUILIBRIO
Material Elástico

$$\Rightarrow P = n^2 \pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

CARGA CRÍTICA DE PANDEO DE EULER

$$\Rightarrow P_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

Material Elastoplástico ideal
TAMBIÉN
PROBLEMA DE ESTABILIDAD CON BIFURCACIÓN DEL EQUILIBRIO

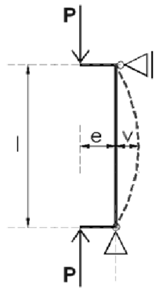
EL VALOR DE Pcr SERÁ DISTINTO

Bibliografía: "Resistencia de Materiales", Timoshenko

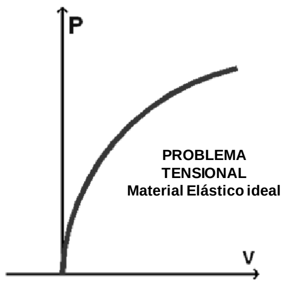
Marco Teórico

Materiales Ideales

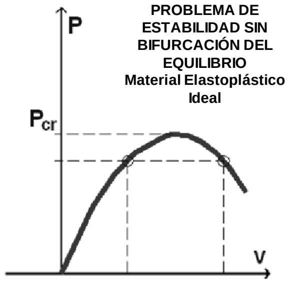
Compresión excéntrica



COMPRESIÓN EXCÉNTRICA
MATERIAL ELÁSTICO IDEAL



COMPRESIÓN EXCÉNTRICA
MATERIAL ELASTOPLÁSTICO IDEAL



$$EI.\frac{d^2v}{dx^2}+P.v+M_{ext}=0$$

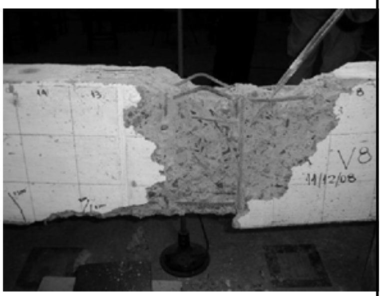
$$v=C_1.\sin kx+C_2.\cos kx+f(M_{ext}/EI)$$

Qué parámetros inciden sobre la Carga Crítica?

- El tipo de solicitación
- La geometría de la sección
- El material!!

Columna tubular de acero
Foto: Rul Carneiro de Barros, Tesis doctoral, 1983

Columna hormigón armado
Foto: Awati & Khadiranaikar, Engineering Structures, Vol 37, pp76-87, 2012

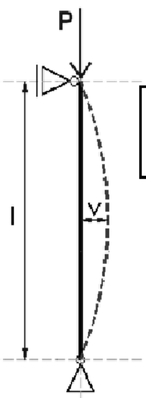


Pandeo de barras de armadura
Ensayo FIUBA – 28-10-2009

Qué parámetros inciden?

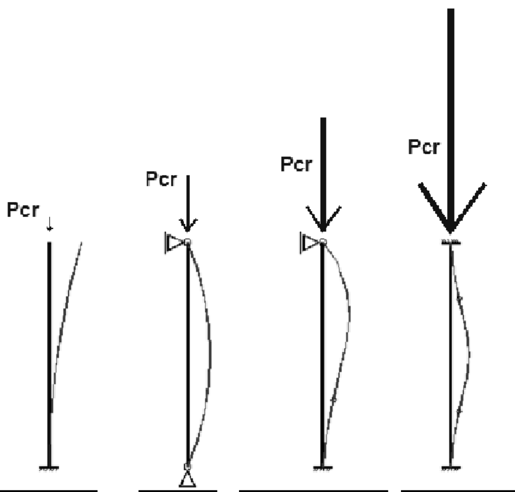
Materiales y Vínculos Ideales

- Los vínculos



$$\boxed{P_{cr}=\pi^2.\frac{EI}{l_e^2}}$$

$\boxed{l_e=l}$



$\boxed{l_e=2\ l}$ $\boxed{l_e=l}$ $\boxed{l_e=0.70\ l}$ $\boxed{l_e=0.50\ l}$

l_e : longitud efectiva, distancia entre puntos de inflexión de la configuración de pandeo

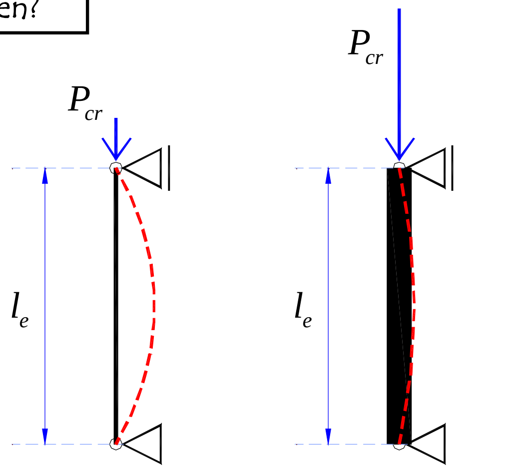
Qué parámetros inciden?

- La esbeltez

Esbeltez aumenta

⇓

Carga crítica disminuye!!



Gran Esbeltez

Pequeña Esbeltez

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

EFECTOS DE 2° ORDEN EN ELEMENTOS COMPRIMIDOS DE HORMIGÓN ARMADO

- No es elasto-plástico "ideal"
- Material compuesto de complejo comportamiento
- No existen vínculos ideales
- Siempre existen imperfecciones y/o excentricidades

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

DEFINICIÓN DE ESBELTEZ:

Esbeltez Geométrica: $\lambda_{geom} = \dfrac{l}{d_p}$ $\begin{cases} l: \text{ Longitud del elemento} \\ d_p: \text{Dimensión de la columna paralela al plano de pandeo} \end{cases}$

ESBELTEZ MECÁNICA: $\boxed{\lambda_m = \dfrac{l}{r}}$

r: Radio de giro de la sección; $r = \sqrt{\dfrac{I_g}{A_g}}$ $\begin{cases} I_g: \text{ Momento de inercia de la columna} \\ A_g: \text{Area de la columna} \end{cases}$

Sección rectangular: $r = \sqrt{\dfrac{b\,h^3}{12}\,\dfrac{1}{b\,h}} = \sqrt{\dfrac{h^2}{12}} \cong 0.30\,h$

EN EL CÁLCULO: $\boldsymbol{l = l_e}$

l_e: Longitud de pandeo o longitud efectiva, depende de las condiciones de vínculo. Se obtiene multiplicando la longitud sin arriostramientos l_u por un coeficiente k.

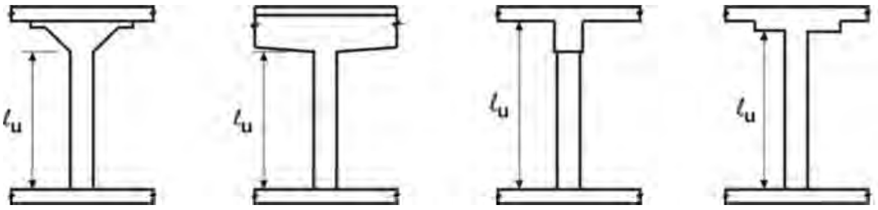
$l_e = k\,l_u$

$$\boxed{\lambda_m = \frac{k\,l_u}{r}}$$ **ESBELTEZ**

$$\lambda_m = \frac{k\, l_u}{r}$$

ESBELTEZ

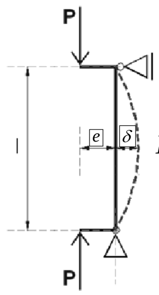
l_u : Longitud sin arriostramientos



Distancia libre entre losas de entrepiso, vigas u otros elementos capaces de proporcionarle apoyo lateral en la dirección considerada.

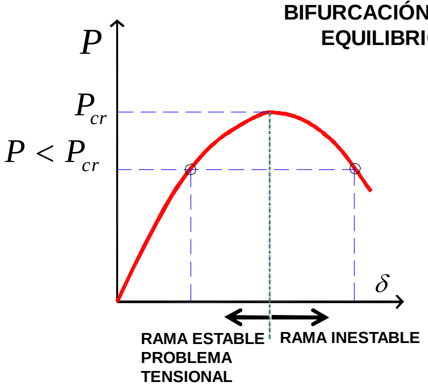
Cuando existan capiteles, ábacos o cartelas en las columnas, la longitud, lu debe ser medida hasta el extremo inferior del capitel, ábaco o cartela, en el plano considerado.

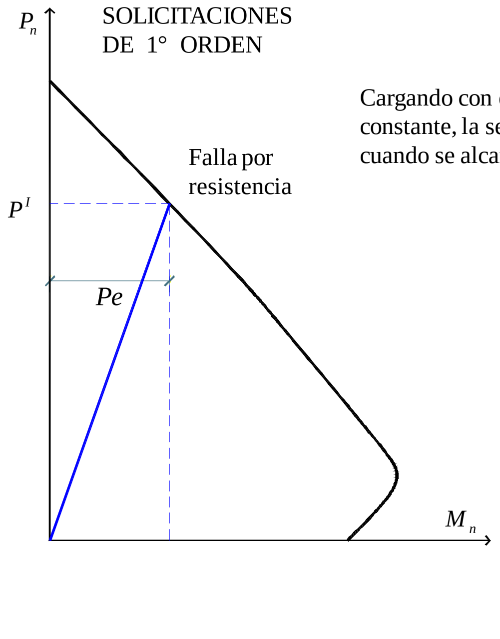
El comportamiento del Hormigón es similar al del material elastoplástico ideal



$$M = P(e+\delta)$$

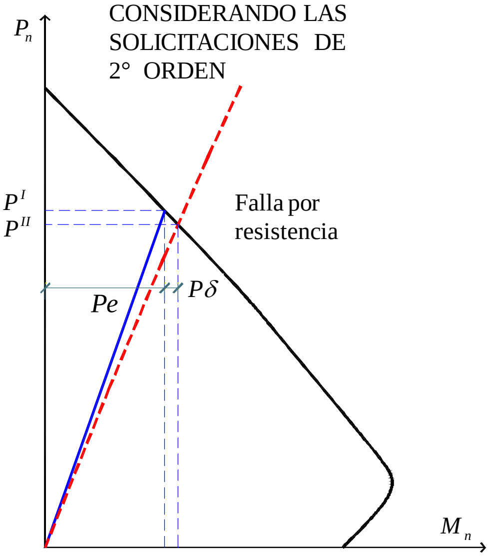
PROBLEMA DE ESTABILIDAD SIN BIFURCACIÓN DEL EQUILIBRIO

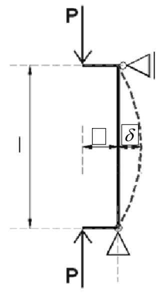




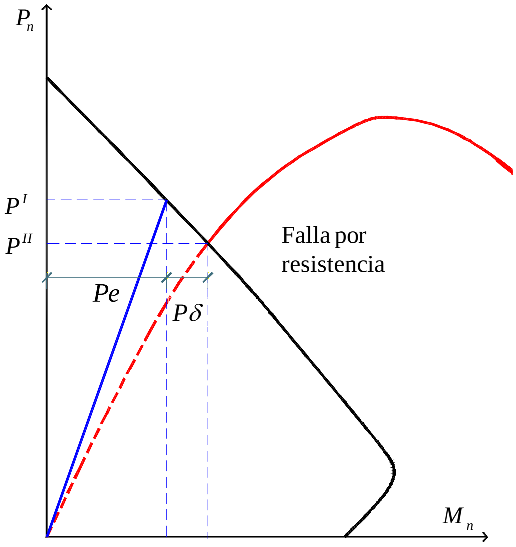
Cargando con excentricidad constante, la sección fallará cuando se alcance la carga P^I

CONSIDERANDO LAS SOLICITACIONES DE 2° ORDEN

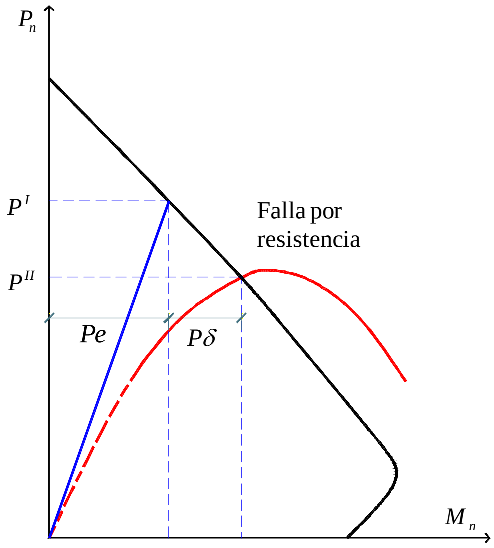




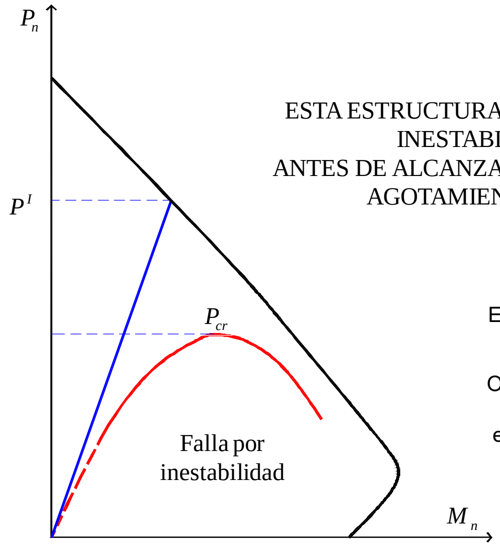
Qué pasa si aumenta la esbeltez λ_m?



Qué pasa si aumenta la esbeltez λ_m?



Qué pasa si aumenta la esbeltez λ_m?



ESTA ESTRUCTURA SE VUELVE INESTABLE
ANTES DE ALCANZAR EL ELU DE AGOTAMIENTO!!

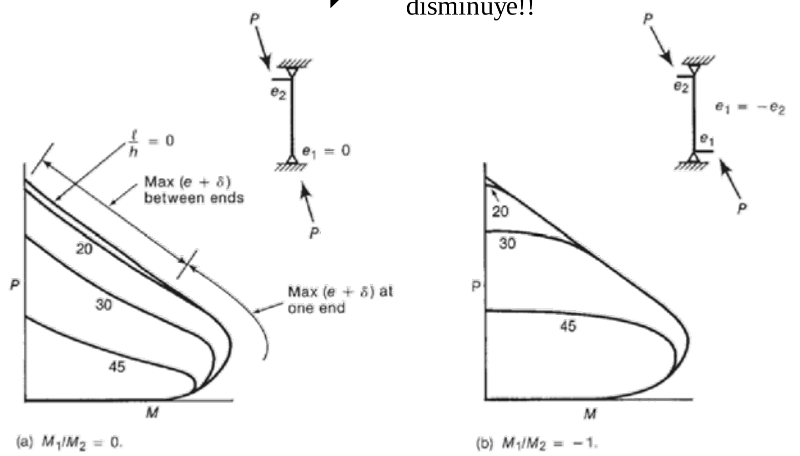
El pandeo es un fenómeno estructural.

O sea, no depende sólo de la sección sino de la estructura en su conjunto.

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

DIAGRAMAS INTERACCIÓN COLUMNAS ESBELTAS

Esbeltez aumenta ⇨ Capacidad portante disminuye!!



Columnas con Momentos Extremos
con apoyos horizontales en los extremos

Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE – Mechanics and Design", Fig. 12-12

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Proceso de Dimensionamiento

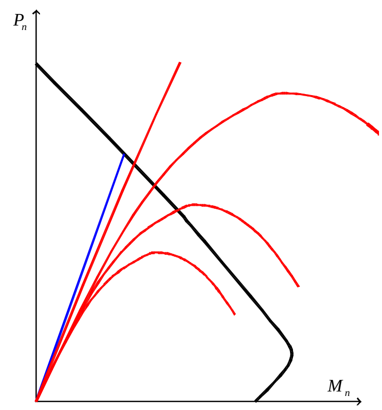
1) CONDICIÓN DE ESTABILIDAD ⇨ **ELU INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO**

- VERIFICACIÓN DE ACUERDO A TEORÍA DE 2° ORDEN

  ó

- VERIFICACIÓN UTILIZANDO PROCEDIMIENTOS SIMPLIFICADOS

2) CONDICIÓN DE RESISTENCIA ⇨ **ELU AGOTAMIENTO A FLEXOCOMPRESIÓN**



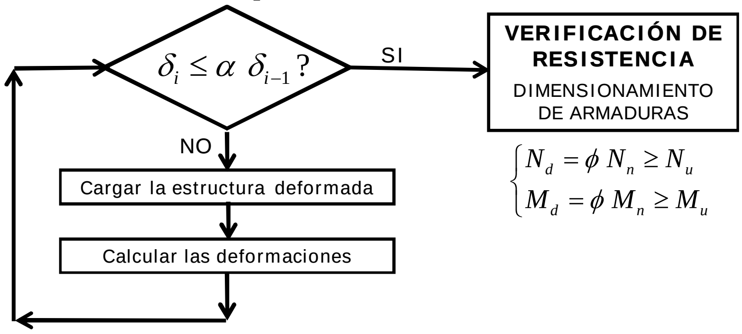
COLUMNA ESBELTA:

Se denomina "columna esbelta" a aquellas columnas en las que se produce una reducción significativa (aprox. 5%) de su capacidad resistente a esfuerzo normal debido a momentos que resultan de las deformaciones laterales de la columna.

CÁLCULO SEGÚN TEORÍA DE 2° ORDEN

VERIFICACIÓN DE LA ESTABILIDAD

- Cargar la estructura (sin deformar) con Cargas Mayoradas y un coeficiente de reducción de rigidez $\phi_k \cong 0.80$
- Calcular las deformaciones δ_1
- Cargar la estructura deformada 1 con Cargas Mayoradas
- Calcular las deformaciones δ_2



$$\begin{cases} N_d = \phi\ N_n \geq N_u \\ M_d = \phi\ M_n \geq M_u \end{cases}$$

Puede suceder que no haya convergencia!!

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

CÁLCULO SEGÚN TEORÍA DE 2° ORDEN

Iterativo y engorroso…..

No es fácil determinar las deformaciones…..

- comportamiento no lineal del material,
- comportamiento distinto a compresión y a tracción,
- fisuración que incide en las rigideces,
- fluencia lenta,
- excentricidades constructivas, etc.

El reglamento establece **dos limitaciones** para su utilización:

1. Las dimensiones en la estructura definitiva no pueden diferir en más del 10 % de las dimensiones adoptadas en el análisis estructural.
2. Se debe demostrar que se obtienen valores de las cargas últimas dentro de un margen de ± 15 % con respecto a las obtenidas mediante ensayos !!!

Alternativa:

ANÁLISIS ELÁSTICO +

EL MÉTODO DE LA AMPLIFICACIÓN DE MOMENTOS

1) PÓRTICOS INDESPLAZABLES

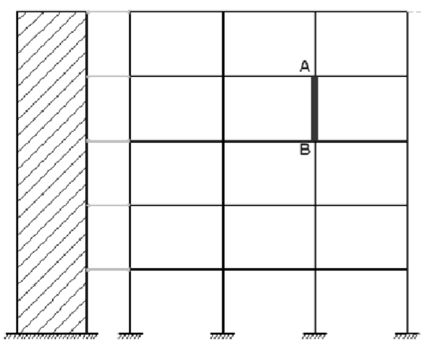
2) PÓRTICOS DESPLAZABLES

Análisis elástico de 1° orden: para tener en cuenta la existencia de fisuración, reducir rigideces:

Vigas:	0.35 Ig
Columnas:	0.70 Ig
Placas y losas planas:	0.25 Ig

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

SISTEMAS INDESPLAZABLES



SUS NUDOS SE ENCUENTRAN IMPOSIBILITADOS DE MOVERSE HORIZONTALMENTE.

→ESTÁN VINCULADOS A ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE ABSORBEN LAS FUERZAS HORIZONTALES.

Si no resulta claro, verificar alguna de estas condiciones:

- Una columna de una estructura se puede suponer como indesplazable, si el incremento en los momentos extremos de la columna, debido a los efectos de segundo orden, es igual o menor que el 5 % de los momentos extremos de primer orden.
- Cuando todas las columnas del piso tengan igual altura, un entrepiso de la estructura se podrá suponer como indesplazable, si se verifica que:

$$Q = \frac{\Sigma P_u \Delta_o}{V_{us}\ l_c} \leq 0.05$$

ΣP_u: Carga vertical mayorada total

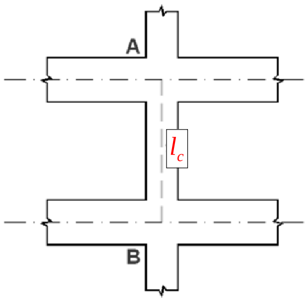
V_{us}: Esfuerzo de corte horizontal en el piso considerado

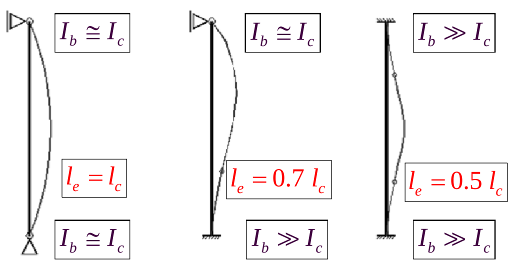
Δ_o: Desplazamiento relativo de 1° orden entre la parte superior e inferior del entrepiso debido a Vus

l_c: Longitud del elemento comprimido de un pórtico, medida entre los ejes de los nudos del pórtico

SISTEMAS INDESPLAZABLES

I_b : Momento de Inercia de las Vigas
I_c : Momento de Inercia de la Columna

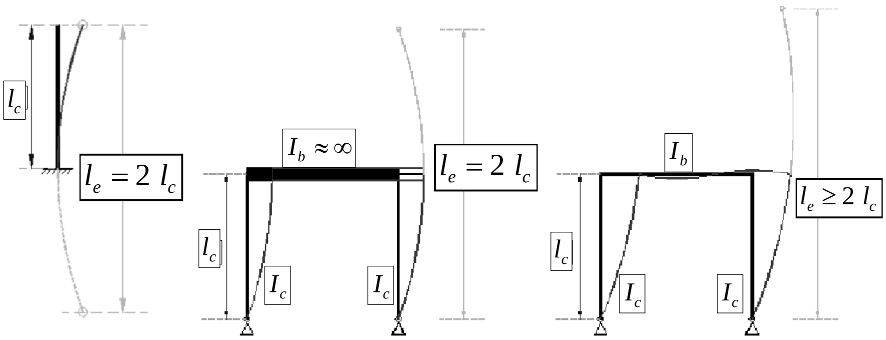


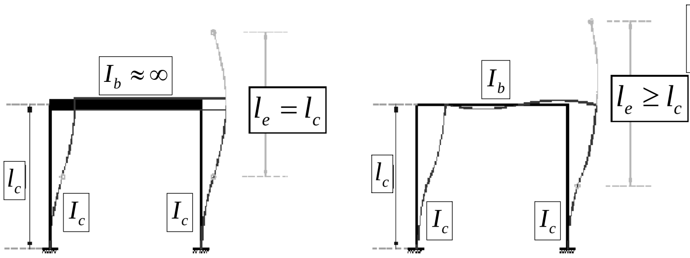


EN SISTEMAS INDESPLAZABLES $\boxed{l_e \leq l_c}$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

SISTEMAS DESPLAZABLES



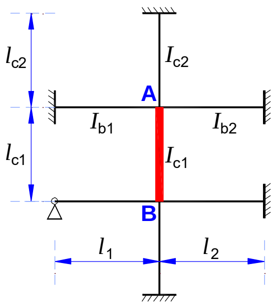


EN SISTEMAS DESPLAZABLES $\boxed{l_e \geq l_c}$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Coeficientes de rigidez relativa

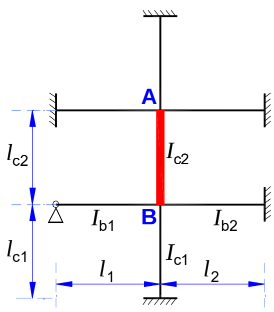
I_b : Momento de Inercia de las Vigas $(0.35 I_{gb})$
I_c : Momento de Inercia de la Columna $(0.70 I_{gc})$



$$\psi_A = \frac{\dfrac{E_c I_{c1}}{l_{c1}} + \dfrac{E_c I_{c2}}{l_{c2}}}{\dfrac{E_b I_{b1}}{l_1} + \dfrac{E_b I_{b2}}{l_2}}$$

Se recomienda una reducción de rigidez del 50% en el caso de extremos articulados de vigas o columnas

$$\psi_B = \frac{\dfrac{E_c I_{c1}}{l_{c1}} + \dfrac{E_c I_{c2}}{l_{c2}}}{0.5\dfrac{E_b I_{b1}}{l_1} + \dfrac{E_b I_{b2}}{l_2}}$$



Longitud efectiva l_e en columnas de **Sistemas Indesplazables**

$$l_e = k\ l_u$$

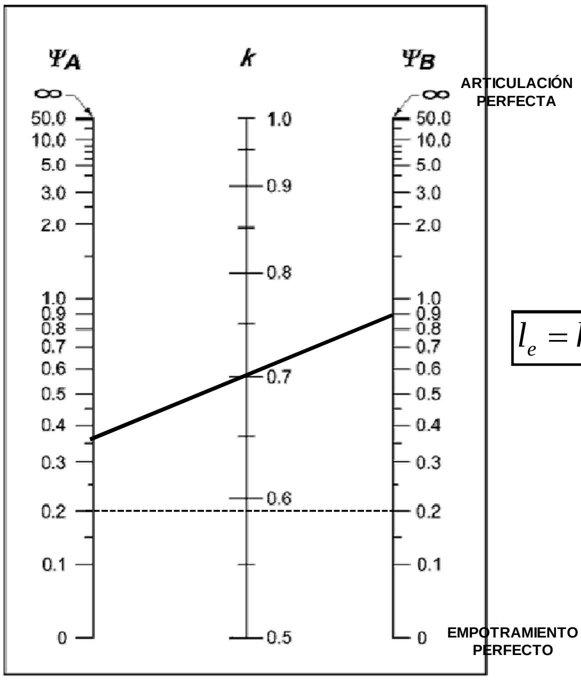
Tres alternativas:

1. Puede adoptarse k=1 $\Rightarrow l_e = l_u$
2. Puede evaluarse k por medio de los nomogramas de Jackson y Moreland
3. Puede evaluarse k mediante la siguiente expresión:

$$k = 1 - \frac{1}{(5+9\ \psi_A)} - \frac{1}{(5+9\ \psi_B)} - \frac{1}{(10+\psi_A\psi_B)}$$

Nomogramas de Jackson y Moreland

Caso 1)
Pórticos Indesplazables

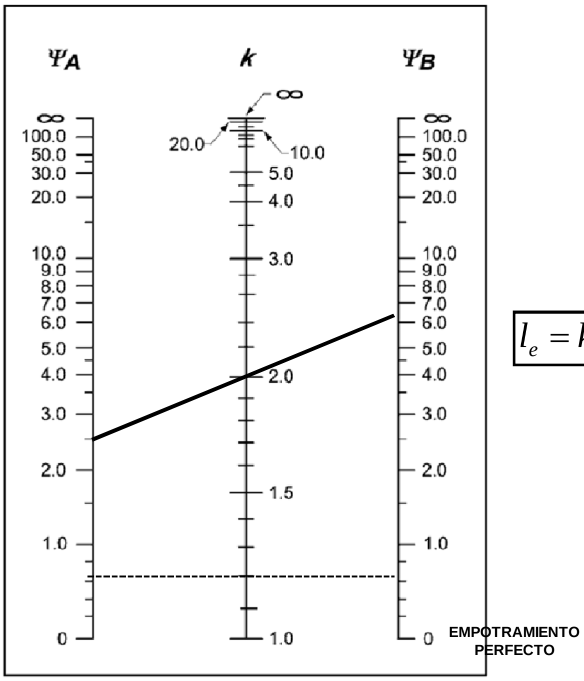


$$l_e = k\ l_u$$

$Se\ recomienda:$
$0.20 \leq \psi \leq 20$
$k \geq 0.60$

Nomogramas de Jackson y Moreland

Caso 2)
Pórticos Desplazables



$$l_e = k\ l_u$$

$Se\ recomienda:$
$k \geq 1.20$

FIN –
ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE
INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO
Parte 1

GRACIAS POR SU ATENCION !!!