



**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES Y ESTRUCTURAS**

ASIGNATURA: **HORMIGÓN I**

CÓDIGO: **74.01 | 94.01**

---

PROFESOR: **DR. ING. PAULA FOLINO**

ADJUNTO: **ING. CLAUDIA TRAIBER**

JEFE DE TRABAJOS PRÁCTICOS: **ING. GUSTAVO CARREIRA  
ING. ANDRÉS MALVAR**

---

REALIZÓ: **ING. DIEGO GALLADINI  
ING. MARIANELA RIPANI**

REVISÓ: **ING. DIEGO GALLADINI  
ING. MARIANELA RIPANI**

---

**EJERCICIO DE ARMADO EXACTO**

PRIMERA EMISIÓN: **01/08/2013**

ÚLTIMA ACTUALIZACIÓN: **21/10/2016**

VERSIÓN: **04**

## ARMADO EXACTO DE UNA VIGA

**NOTA:** El objeto de este ejercicio es describir paso a paso el proceso de dimensionamiento de una viga, y todas las verificaciones necesarias a realizar cuando se decide el armado de la misma.

**PRIMER PASO:** el primer paso consistirá en el predimensionamiento de los elementos, el análisis de cargas y la determinación de los diagramas de solicitaciones últimas ( $M_u$  y  $V_u$ ), puntos que han sido tratados con anterioridad.

**Geometría:**

h = 60cm  
 $h_f$  = 11cm  
 $b_w$  = 20cm  
 $b_e$  = 90cm  
 L = 12m (2 tramos de 6m c/u)  
 r = 2cm

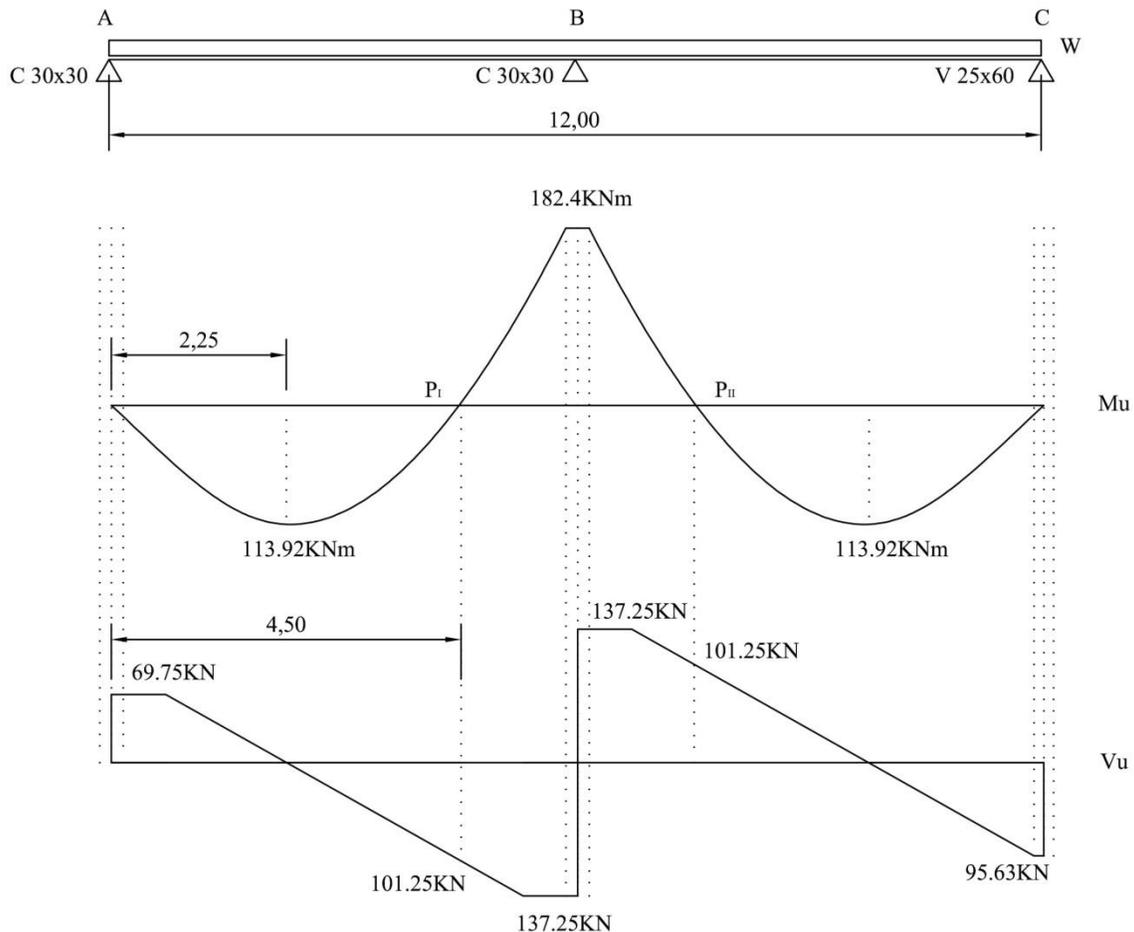
**Materiales:**

Hormigón H30  
 Acero ADN420

**Cargas:**

$w_u$  = 45kN/m

**Diagramas de Momento y Corte últimos**



**SEGUNDO PASO:** A partir del diagrama de solicitaciones, con las reducciones reglamentarias permitidas ya incorporadas, se dimensiona la armadura a flexión y corte para cada tramo.

Por ser una viga simétrica, tenemos que: Tramo I = Tramo II, entonces:

$$M_u = 113.92 \text{ kNm}$$

$$h = 60 \text{ cm} \Rightarrow d \approx 55 \text{ cm}$$

$$H30: 3 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow \alpha_1 = 0.85, \beta_1 = 0.85, \alpha_2 = 0.5, \varepsilon_c = 3\text{‰}$$

$$\text{Hipotesis 1: FCT} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_t \geq 5\text{‰} \\ f_s = f_y = 42 \text{ kN/cm}^2 \\ \phi = 0.90 \end{cases}$$

$$\text{Hipotesis 2: } a = 11 \text{ cm} \Rightarrow$$

$$j_d = d - \alpha_2 a = 55 \text{ cm} - 0.5 \times 11 \text{ cm} = 49.5 \text{ cm}$$

Fuerza de compresión

$$C_c = \frac{M_{us}}{\phi j_d} = \frac{11392 \text{ kNcm}}{0.90 \times 49.5 \text{ cm}} = 255.7 \text{ kN}$$

Altura de la zona comprimida

$$c = \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b_e} = \frac{255.7 \text{ kN}}{0.85 \times 3 \text{ kN/cm}^2 \times 0.85 \times 90 \text{ cm}} = 1.31 \text{ cm} \rightarrow a = 1.11 \text{ cm} \text{ Cumple hipótesis 2}$$

$$\frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} = \frac{\varepsilon_c}{c} \Rightarrow \frac{3\text{‰} + \varepsilon_s}{55 \text{ cm}} = \frac{3\text{‰}}{1.31 \text{ cm}} \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_t = 122.95\text{‰} > 5\text{‰} \checkmark$$

Recalculo el brazo elástico

$$j_d = d - \alpha_2 a = 55 \text{ cm} - 0.50 \times 1.11 \text{ cm} = 54.45 \text{ cm}$$

Recalculo la fuerza de compresión

$$C_c = \frac{M_{us}}{\phi j_d} = \frac{11392 \text{ kNcm}}{0.90 \times 54.45 \text{ cm}} = 232.47 \text{ kN}$$

$$c = \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b_e} = \frac{232.47 \text{ kN}}{0.85 \times 3 \text{ kN/cm}^2 \times 0.85 \times 90 \text{ cm}} = 1.19 \text{ cm}$$

$$j_d = d - \alpha_2 \beta_1 \times c = 55 \text{ cm} - 0.50 \times 0.85 \times 1.19 \text{ cm} = 54.49 \text{ cm}$$

Fuerza de tracción

$$T = C_c = 232.34 \text{ kN}$$

$$A_s^{nec} = \frac{T}{f_y} = \frac{232.34 \text{ kN}}{42 \text{ kN/cm}^2} = 5.53 \text{ cm}^2$$

Armadura adoptada  $A_s^{adop} = 3\phi 16 = 6.03 \text{ cm}^2$  en una capa.

Verificación de la sección: adopto  $d_e = 0.6$  (diámetro del estribo)

Entran en una sola capa?

$$s = \frac{b_w - 2d_e - 3d_b - 2r}{(n-1)} = \frac{20\text{cm} - 2 \times 0.6\text{cm} - 3 \times 1.6\text{cm} - 2 \times 2\text{cm}}{(3-1)} = 5\text{cm} > 2.5\text{cm} \quad \checkmark$$

Reajuste de la altura útil

$$d = h - r - d_e - \frac{d_b}{2} = 60\text{cm} - 2\text{cm} - 0.6\text{cm} - \frac{1.6\text{cm}}{2} = 56.60\text{cm}$$

$$T = A_s f_y = 6.03\text{cm}^2 \times 42\text{kN/cm}^2 = 253.26\text{kN}$$

Altura de la zona comprimida

$$c = \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b_e} = \frac{253.26\text{kN}}{0.85 \times 3\text{kN/cm}^2 \times 0.85 \times 90\text{cm}} = 1.30\text{cm}$$

$$\frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} = \frac{\varepsilon_c}{c} \Rightarrow \frac{3\text{‰} + \varepsilon_s}{56.60\text{cm}} = \frac{3\text{‰}}{1.30\text{cm}} \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_t = 127.62\text{‰} > 5\text{‰} \quad \checkmark \quad \text{Verifica FCT } \phi = 0.90$$

$$j_d = d - \alpha_2 \beta_1 \times c = 56.60\text{cm} - 0.50 \times 0.85 \times 1.30\text{cm} = 56.05\text{cm}$$

Momento externo reducido a las armaduras

$$M_{ns} = C_c j_d = 253.26\text{kN} \times 0.5605\text{m} = 141.95\text{kNm}$$

$$\phi M_{ns} = 0.9 \times 141.95\text{kNm} = 127.76\text{kNm} > M_{us} = 113.92\text{kNm} \quad \checkmark$$

La armadura adoptada es adecuada.

Para el apoyo intermedio:

$$M_u = 182.40\text{kNm}$$

$$h = 60\text{cm} \Rightarrow d = 55\text{cm}$$

$$b_w = 20\text{cm}$$

$$\text{H30: } 3\text{kN/cm}^2 \Rightarrow \alpha_1 = 0.85, \beta_1 = 0.85, \alpha_2 = 0.5, \varepsilon_c = 3\text{‰}$$

$$\text{Hipotesis 1: FCT} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_t \geq 5\text{‰} \\ f_s = f_y = 42\text{kN/cm}^2 \\ \phi = 0.90 \end{cases}$$

$$\text{Estimo: } j_d = 0.8d = 0.8 \times 55\text{cm} = 44\text{cm}$$

Fuerza de compresión

$$C_c = \frac{M_{us}}{\phi j_d} = \frac{18240\text{kNcm}}{0.90 \times 44\text{cm}} = 460.61\text{kN}$$

Altura de la zona comprimida

$$c = \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b_w} = \frac{460.61\text{kN}}{0.85 \times 3\text{kN/cm}^2 \times 0.85 \times 20\text{cm}} = 10.63\text{cm}$$

$$\frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} = \frac{\varepsilon_c}{c} \Rightarrow \frac{3\text{‰} + \varepsilon_s}{55\text{cm}} = \frac{3\text{‰}}{10.63\text{cm}} \Rightarrow \varepsilon_s = 12.52\text{‰} > 5\text{‰} \quad \checkmark$$

Recalculo el brazo elástico

$$j_d = d - \alpha_2 \beta_1 \times c = 55\text{cm} - 0.50 \times 0.85 \times 10.63\text{cm} = 50.48\text{cm}$$

Recalculo la fuerza de compresión

$$C_c = \frac{M_{us}}{\phi j_d} = \frac{18240 \text{ kNcm}}{0.90 \times 50.48 \text{ cm}} = 401.48 \text{ kN}$$

$$c = \frac{C_c}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b_w} = \frac{401.48 \text{ kN}}{0.85 \times 3 \text{ kN/cm}^2 \times 0.85 \times 20 \text{ cm}} = 9.26 \text{ cm}$$

$$j_d = d - \alpha_2 \beta_1 \times c = 55 \text{ cm} - 0.50 \times 0.85 \times 9.26 \text{ cm} = 51.06 \text{ cm}$$

Fuerza de tracción

$$T = C_c = 401.48 \text{ kN}$$

$$A_s^{nec} = \frac{T}{f_y} = \frac{401.48 \text{ kN}}{42 \text{ kN/cm}^2} = 9.56 \text{ cm}^2$$

Armadura adoptada  $A_s^{adop} = 4\phi 16 + 2\phi 12 = 10.30 \text{ cm}^2 \Rightarrow$  se adoptan en 2 capas.

Verificación de la sección: adopto  $d_e = 0.6$  (diámetro del estribo)

Separación de las barras de la primera capa:

$$s = \frac{b_w - 2d_e - 4d_b - 2r}{(n-1)} = \frac{20 \text{ cm} - 2 \times 0.6 \text{ cm} - 4 \times 1.6 \text{ cm} - 2 \times 2 \text{ cm}}{(4-1)} = 2.8 \text{ cm} > 2.5 \text{ cm}$$

Reajuste de la altura útil

$$y_T = \frac{2A_s^{\phi 12} \left( r + d_e + d_b^{\phi 16} + s + \frac{d_b^{\phi 12}}{2} \right) + 4A_s^{\phi 16} \left( r + d_e + \frac{d_b^{\phi 16}}{2} \right)}{(2A_s^{\phi 12} + 4A_s^{\phi 16})} = 4.39 \text{ cm}$$

$$d = h - y_T = 60 \text{ cm} - 4.39 \text{ cm} = 55.61 \text{ cm}$$

$$T = A_s f_y = 10.30 \text{ cm}^2 \times 42 \text{ kN/cm}^2 = 432.6 \text{ kN}$$

Altura de la zona comprimida

$$c = \frac{C_c}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b_w} = \frac{432.60 \text{ kN}}{0.85 \times 3 \text{ kN/cm}^2 \times 0.85 \times 20 \text{ cm}} = 9.98 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c \left( h - r - d_e - \frac{d_b^{\phi 16}}{2} \right)}{c} - \varepsilon_c = 14.01\% > 5\% \quad \checkmark \quad \text{Verifica FCT } \phi = 0.90$$

$$j_d = d - \alpha_2 \beta_1 \times c = 55.61 \text{ cm} - 0.50 \times 0.85 \times 13.95 \text{ cm} = 49.68 \text{ cm}$$

Momento externo reducido a las armaduras

$$M_{ns} = C_c j_d = 432.60 \text{ kN} \times 0.4968 \text{ m} = 214.92 \text{ kNm}$$

$$\phi M_{ns} = 0.9 \times 214.92 \text{ kNm} = 193.42 \text{ kNm} > M_{us} = 182.4 \text{ kNm} \quad \checkmark$$

La armadura adoptada es adecuada.

Calculamos la armadura de corte necesaria:

Resistencia nominal al corte del Hormigón

$$V_c = \frac{1}{6} \sqrt{f_c'} b_w d = \frac{1}{6} \sqrt{30 \text{MPa}} \times \frac{200 \text{mm} \times 556.1 \text{mm}}{1000} = 101.53 \text{kN}$$

**NOTA:** se toma  $d = 55.61 \text{cm}$  correspondiente al apoyo, ya que es el  $d$  más desfavorable de las secciones críticas de momento.

Se calculan los estribos para el corte máximo  $V_u = 137.25 \text{kN}$ , correspondiente al apoyo intermedio.

Coefficiente de minoración de resistencia para corte  $\phi = 0.75$ .

Verifica el Hormigón?

$$V_n = \frac{V_{u,\max}}{\phi} = \frac{137.25 \text{kN}}{0.75} = 183 \text{kN}$$

$$V_n = 183 \text{kN} < \frac{2}{3} \sqrt{f_c'} b_w d = \frac{2}{3} \sqrt{30 \text{MPa}} \times \frac{200 \text{mm} \times 556.1 \text{mm}}{1000} = 406.19 \text{kN} \quad \checkmark$$

$$V_s = V_n - V_c = 183 \text{kN} - 101.53 \text{kN} = 81.47 \text{kN}$$

Zona?

$$V_s = 81.47 < \frac{1}{3} \sqrt{f_c'} b_w d = \frac{1}{3} \sqrt{30 \text{MPa}} \times \frac{200 \text{mm} \times 556.1 \text{mm}}{1000} = 203.06 \text{kN}$$

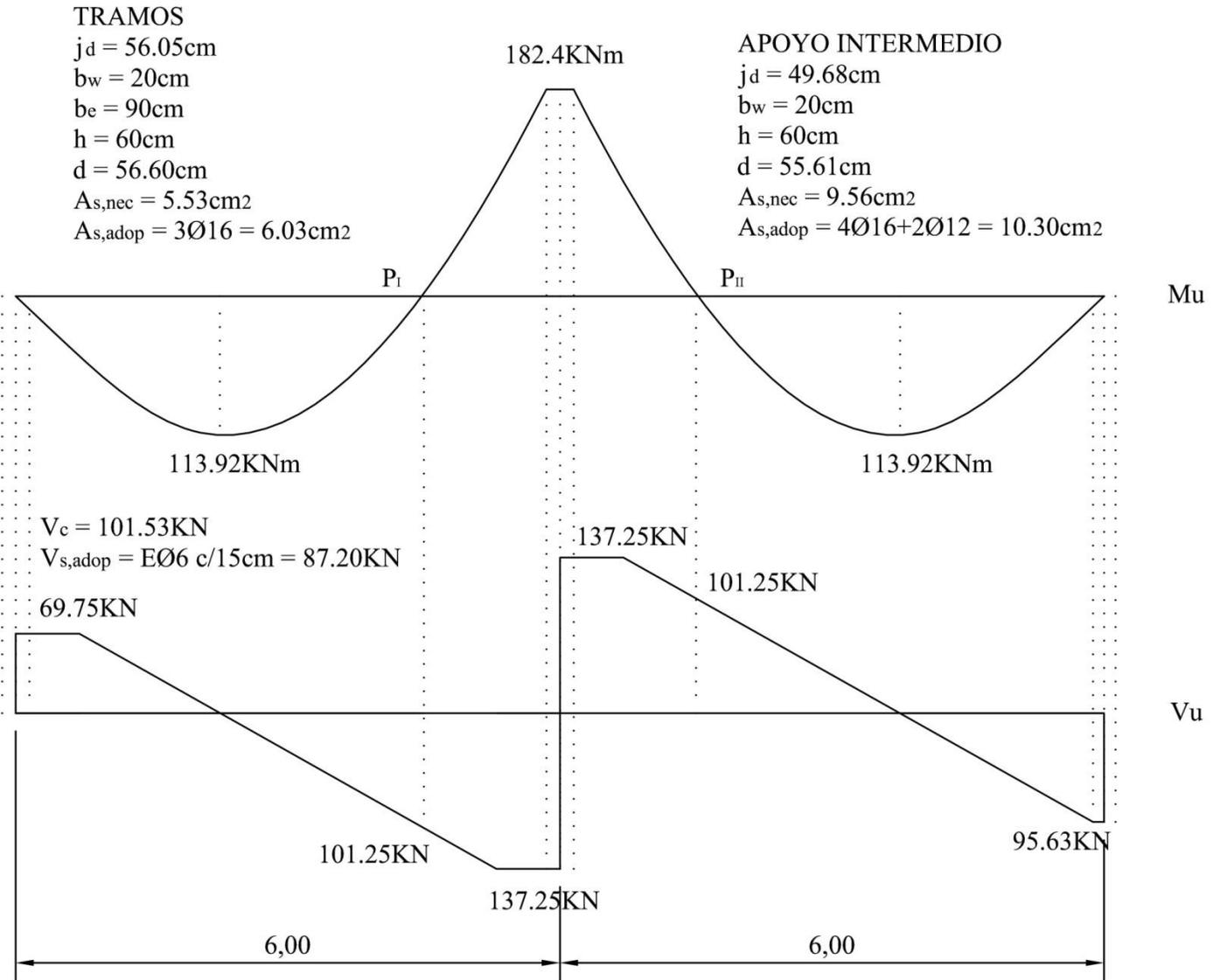
Zona II – Adopto  $E\phi 6 \text{ c}/15 \text{cm}$  ( $n=2$ )

$$V_s^{adop} = \frac{2A_v f_y}{s} d = \frac{2 \times 0.28 \text{cm}^2 \times 42 \text{kN} / \text{cm}^2}{15 \text{cm}} \times 55.61 \text{cm} = 87.20 \text{kN}$$

$$V_n^{adop} = V_c + V_s^{adop} = 101.53 \text{kN} + 87.20 \text{kN} = 188.73 \text{kN}$$

$$\phi V_n^{adop} = 0.75 \times 188.73 \text{kN} = 141.55 \text{kN} \geq V_{u,\max} \quad \checkmark$$

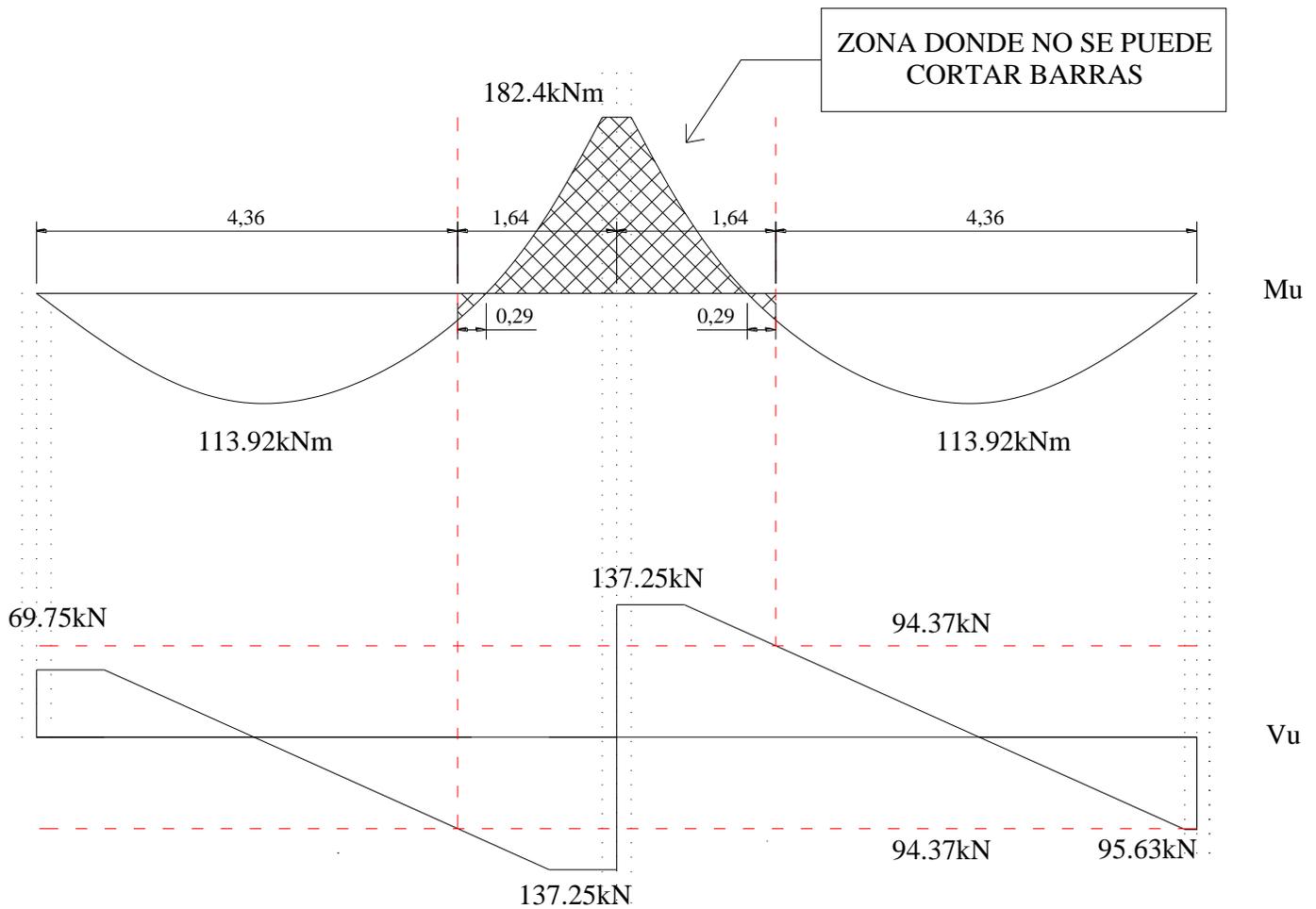
Resumiendo lo anterior:



**TERCER PASO:** Una vez elegidas las barras en los puntos críticos, comenzaremos a decidir nuestro armado exacto. El reglamento establece zonas donde no se pueden cortar barras. Adoptando la condición más sencilla del reglamento:

$$V_u \leq \frac{2}{3} \phi V_n^{adop} = \frac{2}{3} \times 0.75 \times 188.73 \text{ kN} = 94.37 \text{ kN}$$

Volcando al diagrama, determinamos la zona donde no podremos cortar barras.



**CUARTO PASO:** Determinación de  $M_d$  para cada barra y superposición con  $M_u$ .

Tramo I = Tramo II

$$A_s^{\phi 16} = 2.01 \text{cm}^2$$

$$j_d = 56.05 \text{cm}$$

$$\phi = 0.9$$

$$f_y = 42 \text{kN/cm}^2$$

$$M_d^{\phi 16} = \phi \times A_s^{\phi 16} \times f_y \times j_d = 42.59 \text{kNm}$$

Apoyo Intermedio

$$A_s^{\phi 16} = 2.01 \text{cm}^2$$

$$j_d = 49.68 \text{cm}$$

$$\phi = 0.9$$

$$f_y = 42 \text{kN/cm}^2$$

$$M_d^{\phi 16} = \phi \times A_s^{\phi 16} \times f_y \times j_d = 37.74 \text{kNm}$$

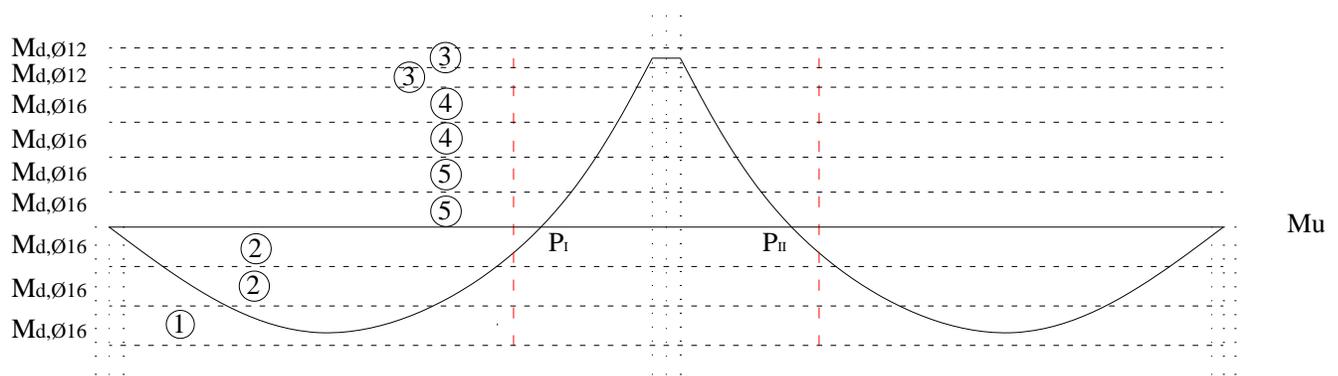
$$A_s^{\phi 12} = 1.13 \text{cm}^2$$

$$j_d = 49.68 \text{cm}$$

$$\phi = 0.9$$

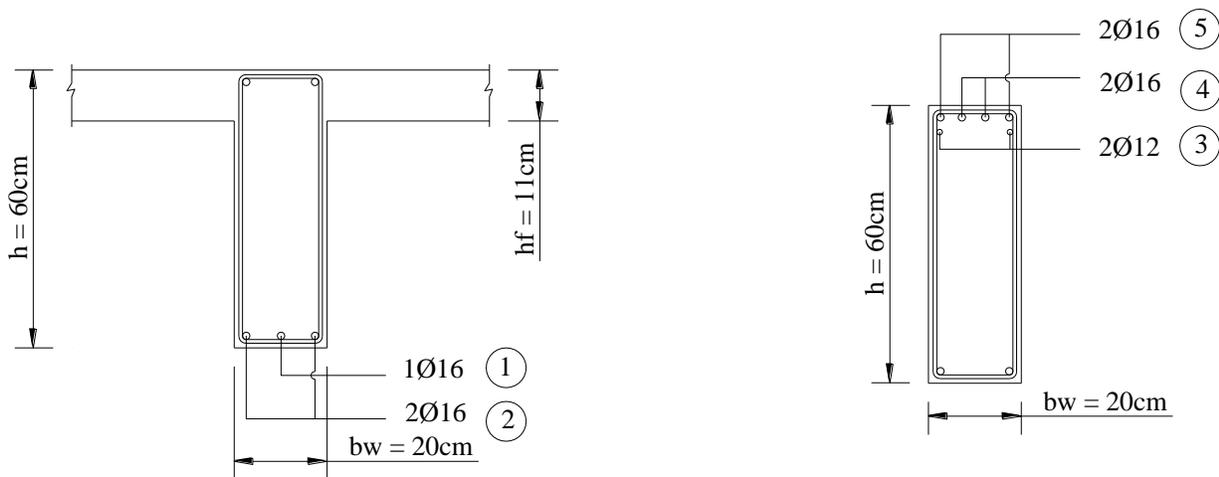
$$f_y = 42 \text{kN/cm}^2$$

$$M_d^{\phi 12} = \phi \times A_s^{\phi 12} \times f_y \times j_d = 21.22 \text{kNm}$$



SECCIÓN DE TRAMO

SECCIÓN DE APOYO INTERMEDIO



A partir de aquí decido cómo realizar el armado exacto. Se propone:

- En los tramos (armadura inferior): cortar la barra central donde deje de ser necesaria y continuar con las restantes dos barras hasta donde fuera necesario.
- En el apoyo: cortar primero las dos barras del 12 donde dejan de ser necesarias, luego las dos barras centrales del 16 donde éstas dejan de ser necesarias, y continuar con las otras dos barras del 16 hasta donde hiciera falta.

**QUINTO PASO:** realizar todas las verificaciones necesarias para saber si lo propuesto es posible, y determinar entonces la longitud total de las barras.

**Barras (1) – MOMENTO POSITIVO**

Condición I: Zonas en las que se recomienda no cortar barras. Mirando el diagrama de la página anterior, puede deducirse rápidamente que los puntos de corte de estas barras estarán lo suficientemente alejados de la zona en la que no se permite el corte de barras, por lo que esta condición VERIFICA

Condición II: Prolongación mínima de barras a partir del punto teórico de corte para flexión.

$$\text{Valor máximo entre: } \begin{cases} 12 \times d_b = 12 \times 1.6 \text{ cm} = 19.2 \text{ cm} \\ d = 56.6 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow l_1 = 56.6 \text{ cm}$$

Condición III: Distancia mínima entre puntos de cortes sucesivos. Estas son las primeras barras que estamos cortando, por lo que esta condición NO APLICA

Condición IV: Armadura de momento positivo a extender hasta apoyos.

$$\text{Valor máximo entre: } \begin{cases} \text{Apoyo extremo: } \begin{cases} \frac{A_s^{nec}}{3} = \frac{5.53 \text{ cm}^2}{3} = 1.84 \text{ cm}^2 \\ A_s = \frac{0.75 \times V_u}{f_y} = \frac{0.75 \times 69.75 \text{ cm}^2}{42 \text{ kN / cm}^2} = 1.25 \text{ cm}^2 \end{cases} \\ \text{Apoyo continuo: } \frac{A_s^{nec}}{4} = \frac{5.53 \text{ cm}^2}{4} = 1.39 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Además, por cuestiones constructivas se deberán colocar dos barras como mínimo.

Dado que se decidió cortar la barra central únicamente, y se llevarán las barras restantes hasta los apoyos ( $2\phi 16 = 4.02 \text{ cm}^2$ ) VERIFICA

Condición V: Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos negativos. NO APLICA ya que éstas son barras que cubren momentos positivos.

Condición VI: Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos positivos. Al igual que en las condiciones I y IV, los puntos de corte de esta barra estarán lo suficientemente alejados del apoyo extremo y del punto de inflexión, por lo que ACEPTAMOS QUE NO APLICA

Calculamos la longitud de anclaje:

$$l_d^I = \frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{c_b + k_{tr}} d_b = 41.47 \text{ cm (Para anclajes rectos)}$$

$$\psi_t = 1 \text{ (Armadura inferior)}$$

$$\psi_e = 1 \text{ (Armadura sin revestir)}$$

$$\psi_s = 0.8 \text{ (} d_b \leq \phi 16 \text{)}$$

$$\lambda = 1 \text{ (Hormigón de densidad normal)}$$

$$k_{tr} = 0$$

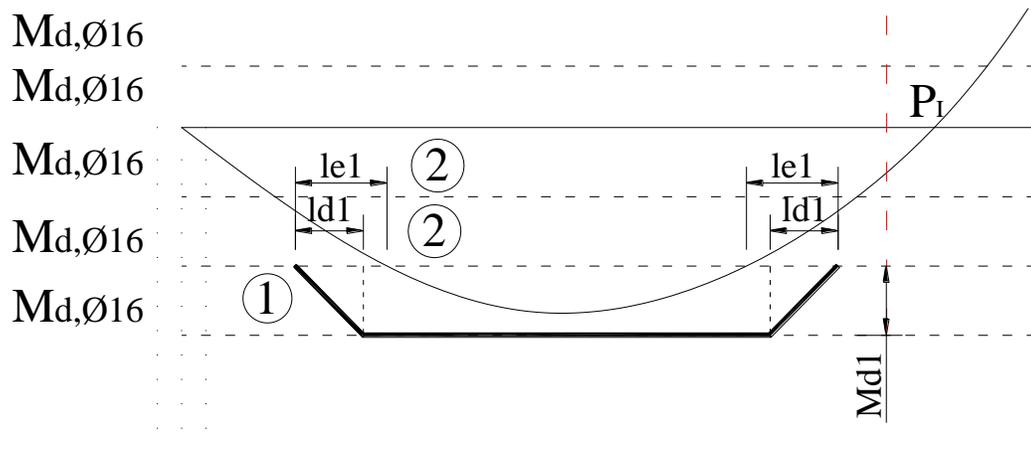
$$d_b = 1.6 \text{ cm}$$

$$c_b = \min \left\{ r + d_e + \frac{d_b}{2}; \frac{d_b + s}{2} \right\} = \min \left\{ 2 \text{ cm} + 0.6 \text{ cm} + \frac{1.6 \text{ cm}}{2}; \text{No aplica} \right\} = 3.4 \text{ cm}$$

$$\text{Falla por arrancamiento? } \frac{c_b + k_{tr}}{d_b} = \frac{3.4 \text{ cm}}{1.6 \text{ cm}} = 2.13 < 2.5. \text{ No falla por arrancamiento}$$

Para calcular el anclaje de la barra 1 solo rige la 1ª condición en para el cálculo de  $c_b$ , porque se toma la distancia entre barras que se están anclando y en este caso, sólo se está anclando la barra 1 y por lo tanto rige la 1ª condición de distancia al filo de hormigón más cercano.

Graficamos el aporte a la resistencia de diseño de la viga, dado por la barra (1)



**Barras (2) – MOMENTO POSITIVO**

Condición I: Zonas en las que se recomienda no cortar barras. Si bien estaremos cortando la barra dentro de la zona no permitida, lo haremos dentro del apoyo intermedio, y en una sección de la viga donde la tracción ha pasado al lado de arriba, por lo que esta condición VERIFICA

Condición II: Prolongación mínima de barras a partir del punto teórico de corte para flexión.

$$\text{Valor máximo entre: } \begin{cases} 12 \times d_b = 12 \times 1.6\text{cm} = 19.2\text{cm} \\ d = 56.6\text{cm} \end{cases} \Rightarrow l_2 = 56.6\text{cm}$$

Condición III: Distancia mínima entre puntos de cortes sucesivos. Los extremos de las barras 2, deberán distar como mínimo  $l_{d2}$  desde los puntos de corte de la barra 1.

Condición IV: Armadura de momento positivo a extender hasta apoyos. Esto fue verificado cuando se analizó el corte de las barras tipo 1.

En el apoyo intermedio, las barras deberán sobrepasar como mínimo 15cm el filo interior del apoyo.

Condición V: Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos negativos. NO APLICA a estas barras, pues también cubren momentos positivos.

Condición VI: Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos positivos. En el punto de inflexión  $P_1$  debe verificarse

$$l_d^2 \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a$$

Siendo:

$$l_d^2 = 41.47cm \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a = \frac{94.64kNm}{101.25kN} + 0.566m = 1.50m$$

$$M_n = 2 \times \frac{M_d^{\phi 16}}{\phi} = 2 \times \frac{42.59kNm}{0.9} = 94.64kNm$$

$$V_u = 101.25kN \text{ (corte correspondiente a } P_1)$$

VERIFICA

$$l_a \leq \begin{cases} l_x = 1.35m \\ \text{máx} \begin{cases} 12d_b = 12 \times 1.6cm = 19.2cm \\ d = 56.6cm \end{cases} \end{cases}$$

**NOTA:** el "l<sub>x</sub>" que figura en el cálculo del "l<sub>a</sub>" representa la distancia que hay entre el punto de inflexión y el punto de corte real que tienen las barras (2). Se adopta de forma simplificada como la distancia entre el punto de inflexión y el filo de apoyo, más 15cm (Condición IV).

**NOTA:** Esta condición no se verifica en el apoyo extremo, porque las barras 2 se anclarán con gancho normal recto.

Calculamos la longitud de anclaje de las barras (2):

$$l_d^2 = \frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{\frac{c_b + k_{tr}}{d_b}} d_b = 41.47cm \text{ (Para anclajes rectos)}$$

$$\psi_t = 1 \text{ (Armadura inferior)}$$

$$\psi_e = 1 \text{ (Armadura sin revestir)}$$

$$\psi_s = 0.8 \text{ (} d_b \leq \phi 16)$$

$$\lambda = 1 \text{ (Hormigón de densidad normal)}$$

$$k_{tr} = 0$$

$$d_b = 1.6cm$$

$$c_b = \min \left\{ r + d_e + \frac{d_b}{2}; \frac{d_b + s}{2} \right\} = \min \left\{ 2cm + 0.6cm + \frac{1.6cm}{2}; \frac{1.6cm + 11.6cm}{2} \right\} = 3.4cm$$

$$\text{Falla por arrancamiento? } \frac{c_b + k_{tr}}{d_b} = \frac{3.4cm}{1.6cm} = 2.13 < 2.5. \text{ No falla por arrancamiento}$$

$$l_{dh}^2 = 0.24 \psi_e \lambda \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} d_b = 29.45cm \text{ (Para anclajes con gancho normal)}$$

$$\psi_e = 1 \text{ (Armadura sin revestir)}$$

$$\lambda = 1 \text{ (Hormigón de densidad normal)}$$

$$d_b = 1.6cm$$

$$l_{dh}^2 \text{ debe ser } \geq \begin{cases} 8d_b = 8 \times 1.6cm = 12.8cm \\ 15cm \end{cases}$$

Además, estamos llevando al apoyo más armadura de la necesaria, en una relación:

$$A_s^{adop} = 4.02cm^2$$

$$A_s^{req} = \frac{1}{3} A_s^{nec} = 1.84cm^2 \Rightarrow \frac{A_s^{req}}{A_s^{adop}} = 0.46$$

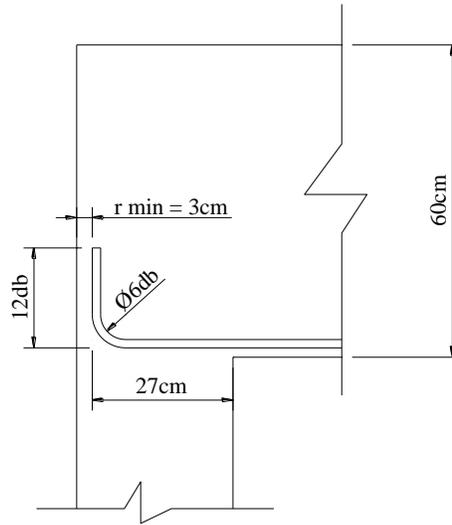
Por lo tanto,  $l_{dh}$  podrá reducirse quedando:  $l_{dh} = l_{dh}^2 = 0.46 \times 29.45cm = 13.55cm$  .

**NOTA 1:** Esta reducción permitida por el reglamento no es obligatoria, sino que es un permiso.

**NOTA 2:** El desarrollo de la longitud de anclaje  $l_{dh}$  se medirá desde el filo interno de apoyo. En este caso se utilizará un gancho normal, por lo tanto se deberá cumplir:

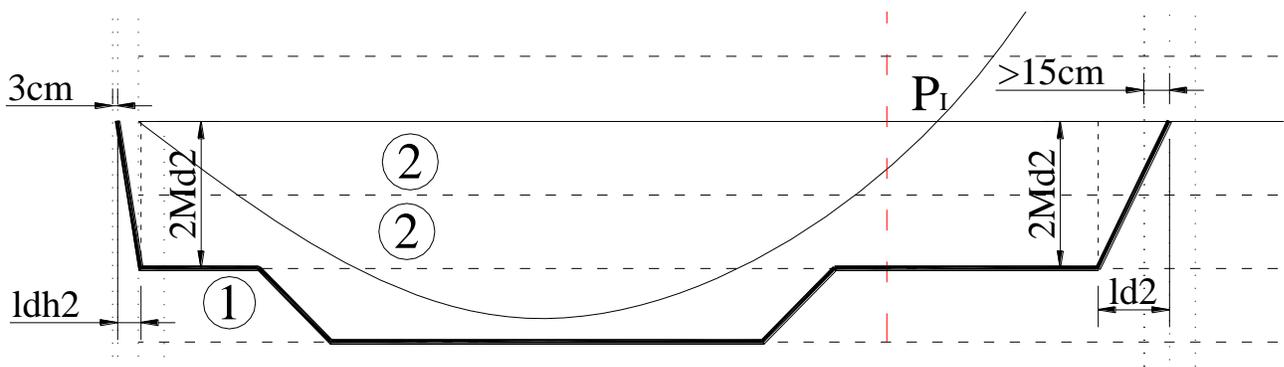
$$l_{dh} = 13.55cm \leq c - r = 30cm - 3cm = 27cm \text{ VERIFICA}$$

**NOTA 3:** La “patita” del gancho deberá tener un largo de  $12d_b = 12 \times 1.6cm = 19.2cm$



Detalle 1 - Anclaje con gancho normal en apoyo extremo

Graficamos la cobertura del diagrama, dado por las barras (2)



**Barras (3) - MOMENTO NEGATIVO**

**Condición I:** Zonas en las que se recomienda no cortar barras. Observando el diagrama, los puntos de corte de estas barras caen dentro de la zona no permitida, por lo que tendremos que extender nuestras barras. Por **criterio de cátedra**, las extenderemos como una distancia  $d$  excedente el punto donde  $V_u > 2/3 \phi V_n$ .

**Condición II:** Prolongación mínima de barras a partir del punto teórico de corte para flexión.

$$\text{Valor máximo entre: } \begin{cases} 12 \times d_b = 12 \times 1.2 \text{ cm} = 14.4 \text{ cm} \\ d = 55.61 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow l_3 = 55.61 \text{ cm}$$

**Condición III:** Distancia mínima entre puntos de cortes sucesivos. **NO APLICA** pues son las primeras barras que estamos cortando de la armadura que cubre los momentos negativos.

**Condición IV:** Armadura de momento positivo a extender hasta apoyos. **NO APLICA**, pues es una condición que aplica a barras que cubren momentos positivos.

**Condición V:** Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos negativos.

$A_{s,\min} = \frac{A_s^{nec}}{3} = \frac{9.56 \text{ cm}^2}{3} = 3.19 \text{ cm}^2 \rightarrow M_d = 59.82 \text{ KNm}$ . Esta armadura se debe extender una distancia  $l_e$  desde los puntos de inflexión  $P_I$  y  $P_{II}$ .

$$\text{Valor máximo de } l_e \text{ entre: } \begin{cases} P_I \begin{cases} d = 55.61 \text{ cm} \\ 12 \times d_b = 12 \times 1.6 \text{ cm} = 19.2 \text{ cm} \\ \frac{l_n}{16} = \frac{600 \text{ cm} - 30 \text{ cm}}{16} = 35.63 \text{ cm} \end{cases} \\ P_{II} \begin{cases} d = 55.61 \text{ cm} \\ 12 \times d_b = 12 \times 1.6 \text{ cm} = 19.2 \text{ cm} \\ \frac{l_n}{16} = \frac{600 \text{ cm} - 30 \text{ cm} / 2 - 25 \text{ cm} / 2}{16} = 35.78 \text{ cm} \end{cases} \end{cases}$$

Dado que en este ejercicio en particular el límite establecido por la **Condición I** está "por fuera" de los puntos de inflexión, se tomará como criterio general, que el 100% de las barras adoptadas para el apoyo continuo se cortarán a una distancia igual o mayor a  $l_e$  medida a partir de ese límite.

**Condición VI:** Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos positivos. **NO APLICA**, por el mismo motivo que el explicado en la condición IV.

La longitud de anclaje de las barras 3 será:

$$l_d^3 = \frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{c_b + k_{tr}} d_b = 34.45 \text{ cm (Para anclajes rectos)}$$

$$\psi_t = 1.3 \text{ (Armadura superior)}$$

$$\psi_e = 1 \text{ (Armadura sin revestir)}$$

$$\psi_s = 0.8 \text{ (} d_b \leq \phi 16 \text{)}$$

$$\lambda = 1 \text{ (Hormigón de densidad normal)}$$

$$k_{tr} = 0$$

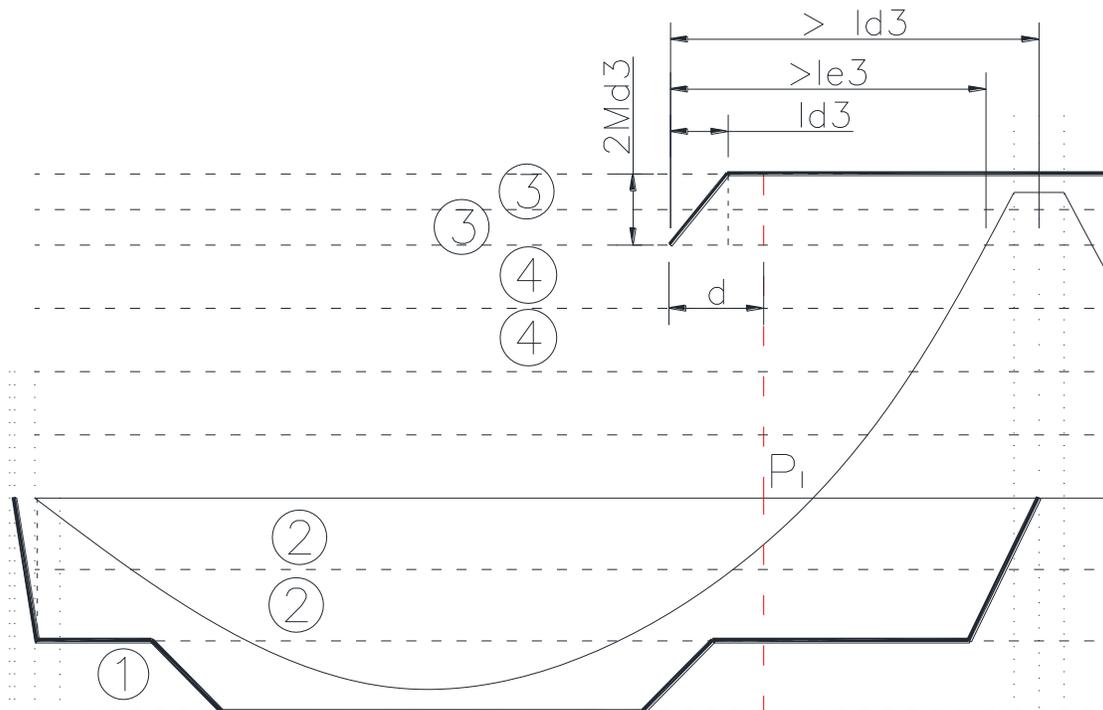
$$d_b = 1.2 \text{ cm}$$

$$c_b = \min \left\{ r + d_e + \frac{d_b}{2}; \frac{d_b + s}{2} \right\} = \min \left\{ 2 \text{ cm} + 0.6 \text{ cm} + \frac{1.2 \text{ cm}}{2}; \frac{1.2 \text{ cm} + 12.8 \text{ cm}}{2} \right\} = \min \{ 3.2 \text{ cm}; 7.4 \text{ cm} \}$$

**NOTA:** Para el anclaje de las barras 3, la segunda condición para el cálculo de  $c_b$  es la mitad de la distancia entre barras que se están anclando, es decir, entre las barras  $\phi 12$ , ya que éstas últimas se cortan antes de que se anclen las barras 4 ( $\phi 16$ ).

Falla por arrancamiento?  $\frac{c_b + k_{tr}}{d_b} = \frac{3.2 \text{ cm}}{1.2 \text{ cm}} = 2.67 > 2.5$ . Falla por arrancamiento  $\Rightarrow$  se toma  $\frac{c_b + k_{tr}}{d_b} = 2.5$

La longitud mínima que tendrán las barras (3) será dos longitudes de anclaje  $l_{d3}$ . La cobertura de estas barras resulta:



**Barras (4) – MOMENTO NEGATIVO**

Condición I: Zonas en las que se recomienda no cortar barras. **VERIFICA**, pues estas barras las cortaremos luego de haber cortado las barras (3).

Condición II: Prolongación mínima de barras a partir del punto teórico de corte para flexión.

Valor máximo entre: 
$$\begin{cases} 12 \times d_b = 12 \times 1.6\text{cm} = 19.2\text{cm} \\ d = 55.61\text{cm} \end{cases} \Rightarrow l_4 = 55.61\text{cm}$$

Condición III: Distancia mínima entre puntos de cortes sucesivos. **Los extremos de las barras 4, deberán distar como mínimo  $l_d^4$  desde el punto de corte de la barra 3.**

Condición IV: Armadura de momento positivo a extender hasta apoyos. **NO APLICA a estas barras.**

Condición V: Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos negativos. **VERIFICA por lo que hemos explicado para las barras (3).**

Condición VI: Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos positivos. **NO APLICA a estas barras.**

La longitud de anclaje de las barras (4) será:

$$l_d^4 = \frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{\frac{c_b + k_{tr}}{d_b}} d_b = 83.2 \quad (\text{Para anclajes rectos})$$

$$\psi_t = 1.3 \quad (\text{Armadura superior})$$

$$\psi_e = 1 \quad (\text{Armadura sin revestir})$$

$$\psi_s = 0.8 \quad (d_b \leq \phi 16)$$

$$\lambda = 1 \quad (\text{Hormigón de densidad normal})$$

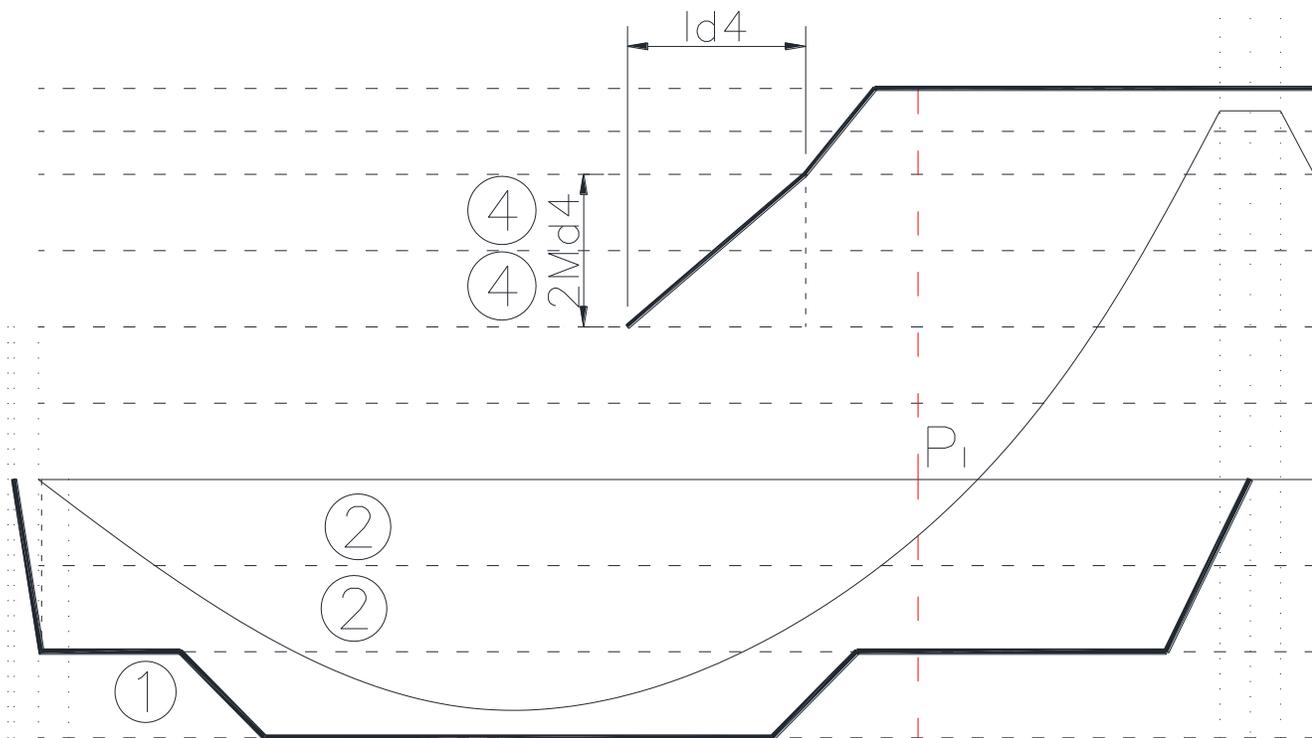
$$k_{tr} = 0$$

$$d_b = 1.6 \text{ cm}$$

$$c_b = \min \left\{ r + d_e + \frac{d_b}{2}; \frac{d_b + s}{2} \right\} = \min \left\{ 2 \text{ cm} + 0.6 \text{ cm} + \frac{1.6 \text{ cm}}{2}; \frac{1.6 \text{ cm} + 2.8 \text{ cm}}{2} \right\} = \min \{ 3.4 \text{ cm}; 2.2 \text{ cm} \}$$

Falla por arrancamiento?  $\frac{c_b + k_{tr}}{d_b} = \frac{2.2 \text{ cm}}{1.6 \text{ cm}} = 1.38 < 2.5$ . No falla por arrancamiento

La cobertura de las barras 4 es:



### **Barras 5 – MOMENTO NEGATIVO**

Condición I: Zonas en las que se recomienda no cortar barras. **VERIFICA por el mismo motivo que lo explicado para las barras (4).**

Condición II: Prolongación mínima de barras a partir del punto teórico de corte para flexión.

$$\text{Valor máximo entre: } \begin{cases} 12 \times d_b = 12 \times 1.6\text{cm} = 19.2\text{cm} \\ d = 55.61\text{cm} \end{cases} \Rightarrow l_5 = 55.61\text{cm}$$

Condición III: Distancia mínima entre puntos de cortes sucesivos. **Los extremos de las barras 5, deberán distar como mínimo  $l_d^5$  desde el punto de corte de la barra 4.**

Se colocarán perchas que deberán cumplir con  $A_{s, perchas} = A_{s, nec}/6$ .

Entonces:

$$A_{s, perchas} = \frac{A_s^{nec}}{6} = \frac{9.56\text{cm}^2}{6} = 1.59\text{cm}^2 \Rightarrow \text{podría utilizar } 2\phi 10 = 1.57\text{cm}^2$$

Además se tomará como criterio general que el diámetro de las perchas deberá ser igual o mayor a la mitad del diámetro de la armadura de cálculo. En este caso

$$\phi_{perchas} > 8\text{mm} \rightarrow \text{Adoptaremos las perchas calculadas.}$$

Las perchas serán ancladas con gancho normal recto en el apoyo, y se empalmarán con las barras (5).

Condición IV: Armadura de momento positivo a extender hasta apoyos. **NO APLICA**

Condición V: Armadura de momento negativo a extender más allá del punto de inflexión. **Ya fue verificado.**

Condición VI: Condiciones para cubrir las tracciones en puntos de inflexión en zonas de momentos positivos. **NO APLICA**

La longitud de anclaje de las barras 5 es:

$$l_d^s = \frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{\frac{c_b + k_{tr}}{d_b}} d_b = 53.91cm \text{ (Para anclajes rectos)}$$

$$\psi_t = 1.3 \text{ (Armadura superior)}$$

$$\psi_e = 1 \text{ (Armadura sin revestir)}$$

$$\psi_s = 0.8 \text{ (} d_b \leq \phi 16 \text{)}$$

$$\lambda = 1 \text{ (Hormigón de densidad normal)}$$

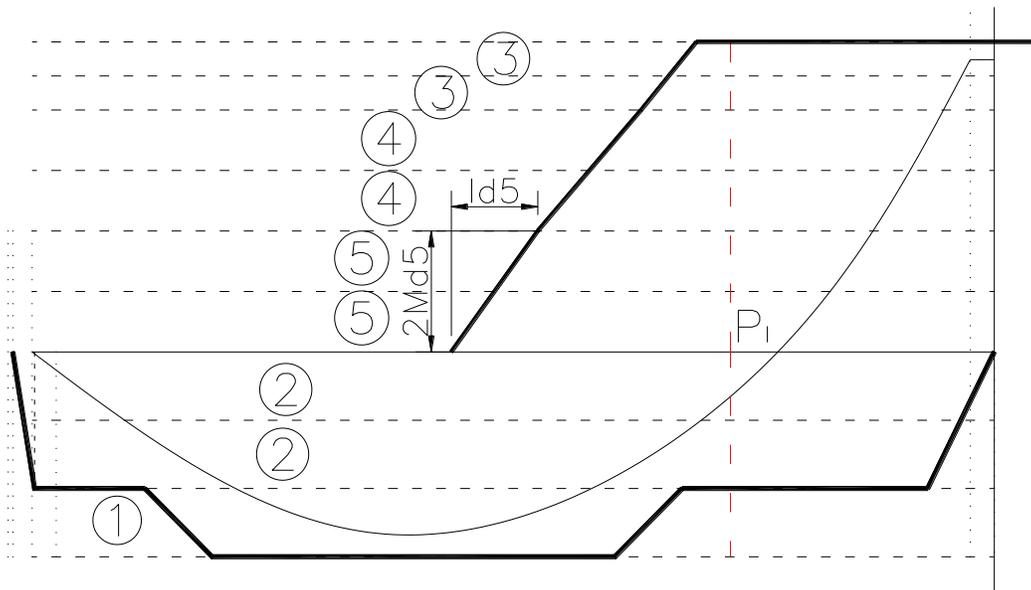
$$k_{tr} = 0$$

$$d_b = 1.6cm$$

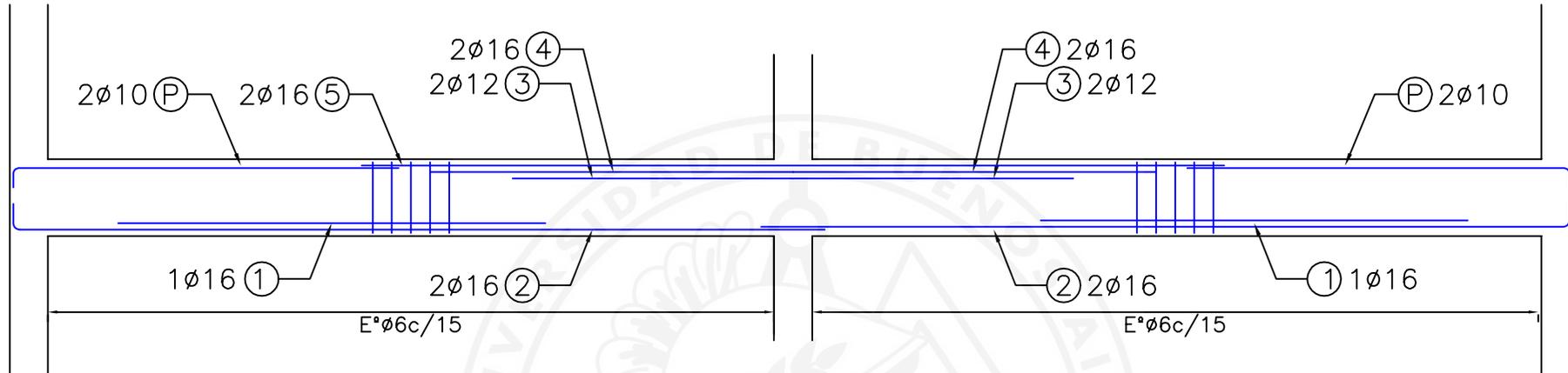
$$c_b = \min \left\{ r + d_e + \frac{d_b}{2}; \frac{d_b + s}{2} \right\} = \min \left\{ 2cm + 0.6cm + \frac{1.6cm}{2}; \frac{11.6cm}{2} \right\} = \min \{ 3.4cm; 6.6cm \}$$

Falla por arrancamiento?  $\frac{c_b + k_{tr}}{d_b} = \frac{3.4cm}{1.6cm} = 2.13 < 2.5$ . No falla por arrancamiento

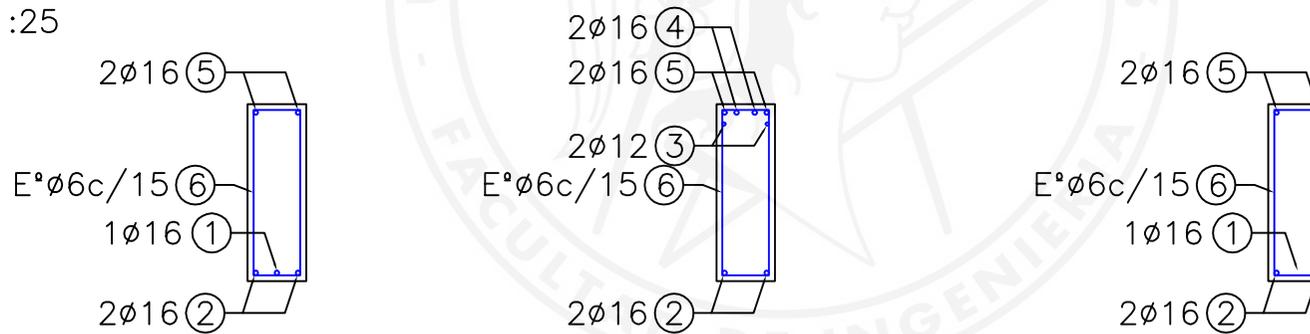
La cobertura total resulta entonces:



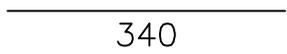
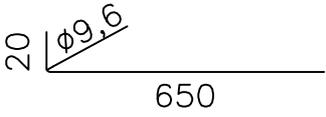
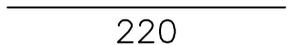
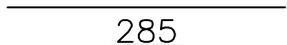
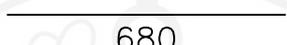
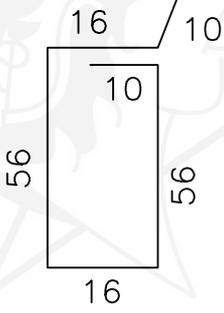
VISTA  
ESC 1:50



CORTES  
ESC 1:25



FIUBA – HORMIGÓN I (74.01/94.01)  
ARMADO EXACTO

POS	∅	CANT	FORMA	LONG.	TOTAL	kg
1	16	2		3.40	6.80	5.36
2	16	4		6.70	26.80	42.29
3	12	2		2.20	4.40	3.90
4	16	2		2.85	5.70	9.00
5	16	2		6.80	13.60	21.46
P	10	4		3.20	12.80	7.94
6	6	78		1.64	127.92	28.12

DIAM	LONG	KG
6	127.92	28.2
10	12.80	7.9
12	4.40	3.9
16	52.90	83.5