

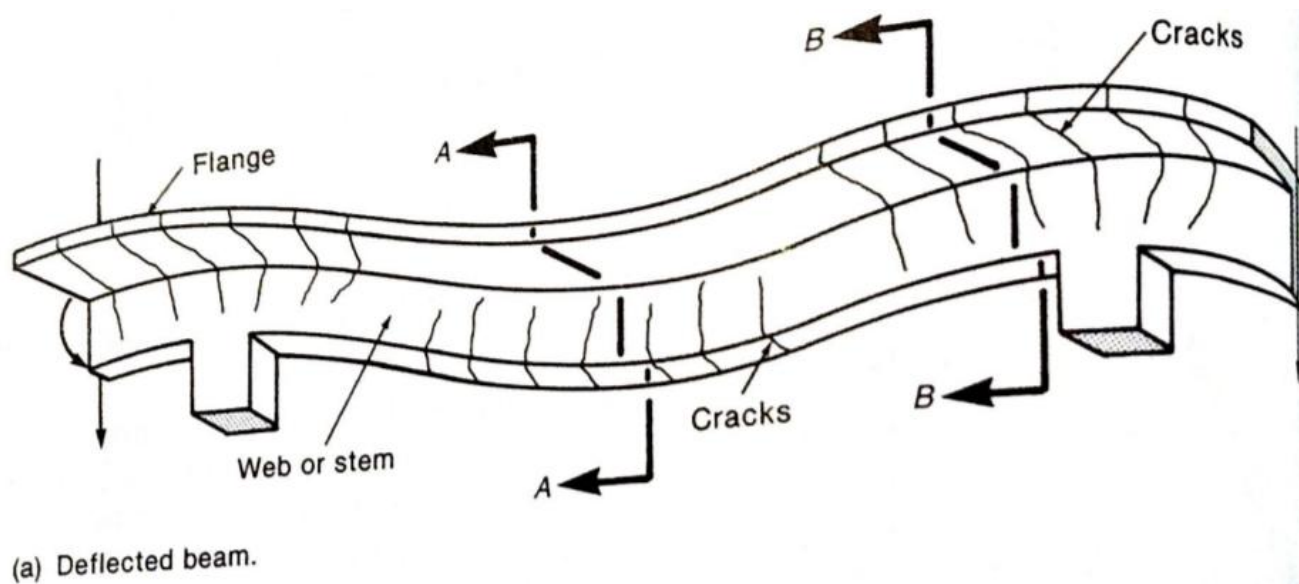
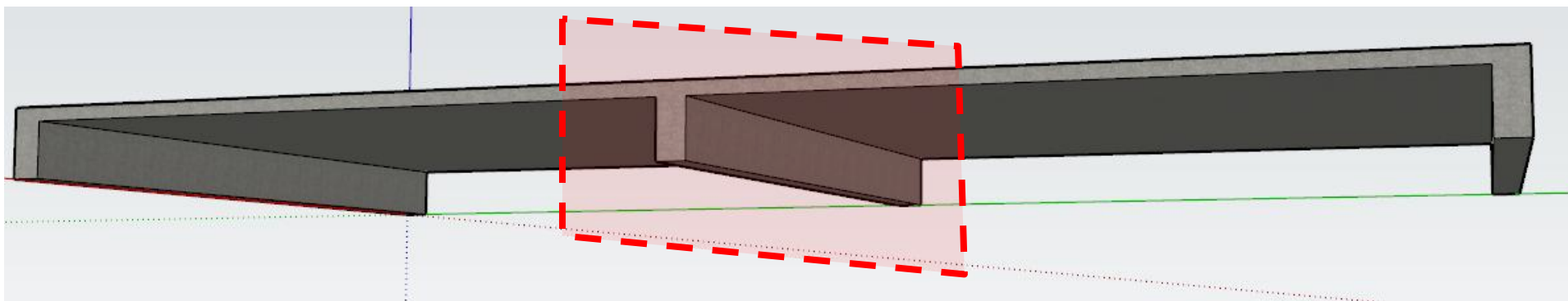


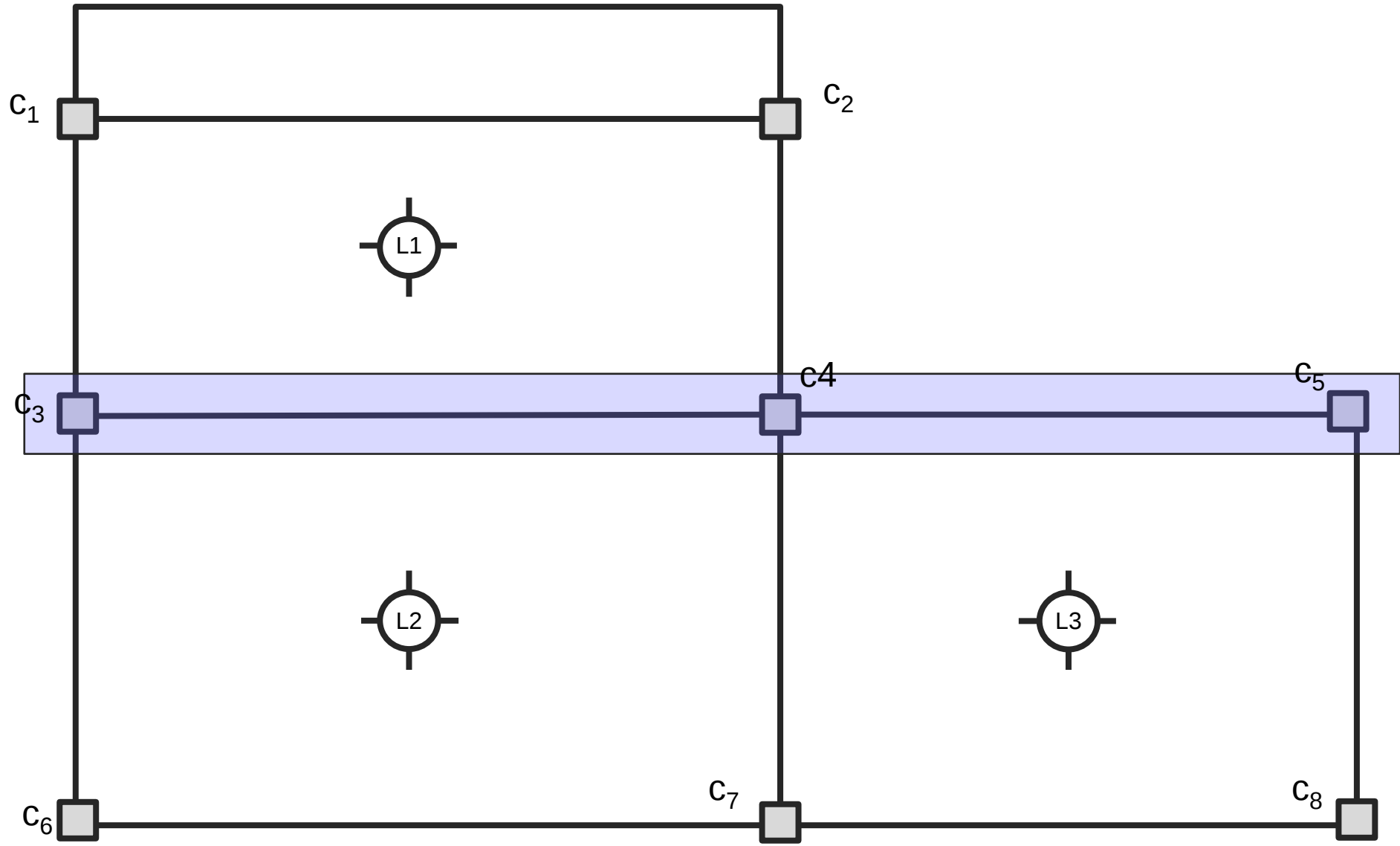
HORMIGÓN I - 94.01

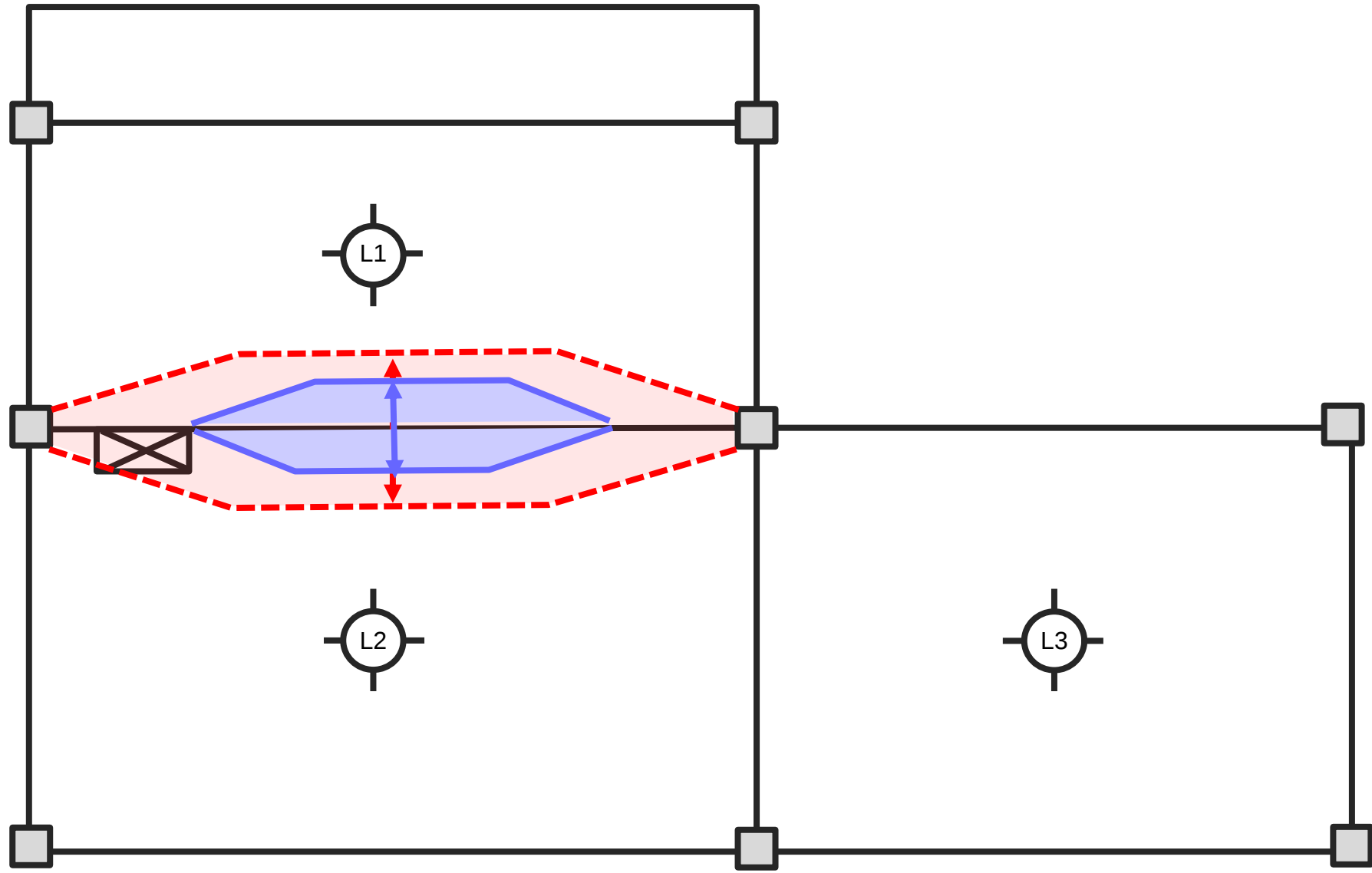
**EJERCICIO –
DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES CON ZONA
COMPRIMIDA NO RECTANGULAR: VIGAS PLACA**



¿Por qué viga placa?

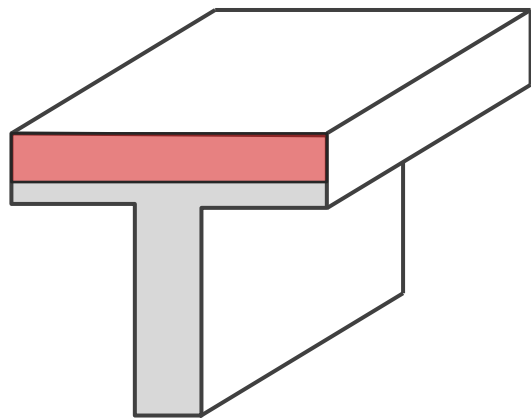






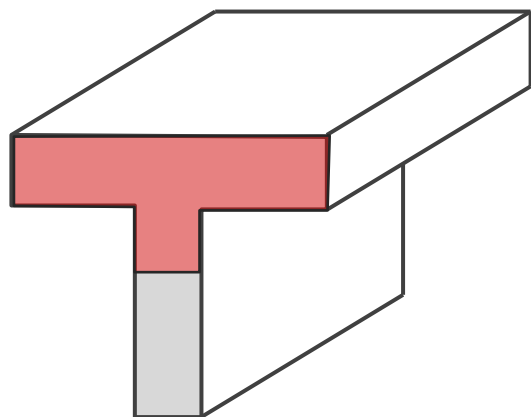


El procedimiento de análisis de secciones tipo T puede ser separado en **dos casos generales**:



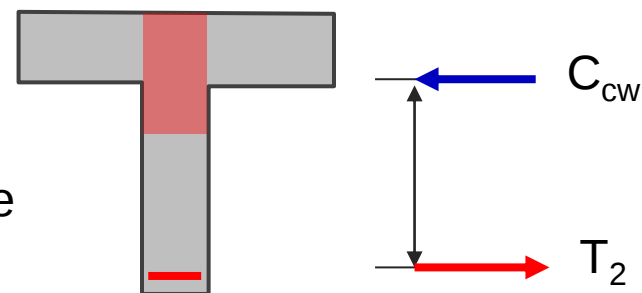
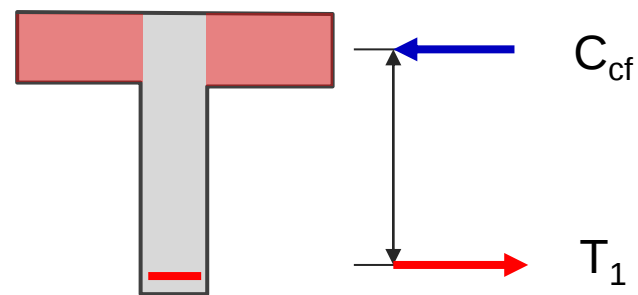
$$a \leq h_f$$

Análisis similar al de una sección rectangular con $b_w = b_e$



$$a > h_f$$

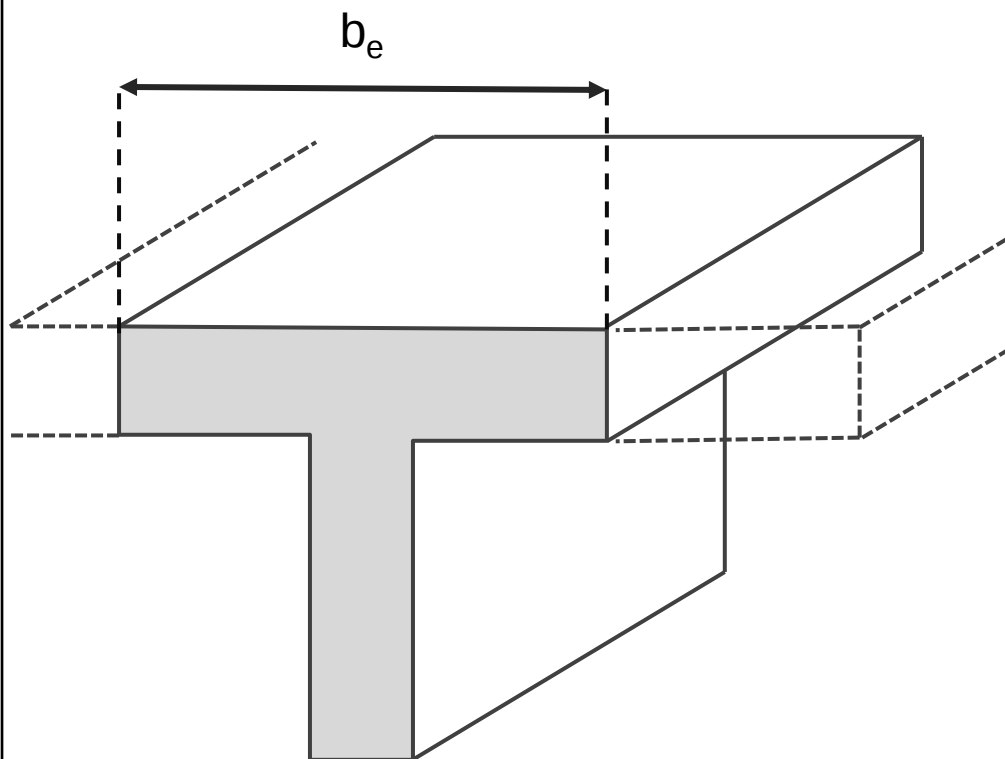
Determinación de
 C_{cf} y C_{cw}

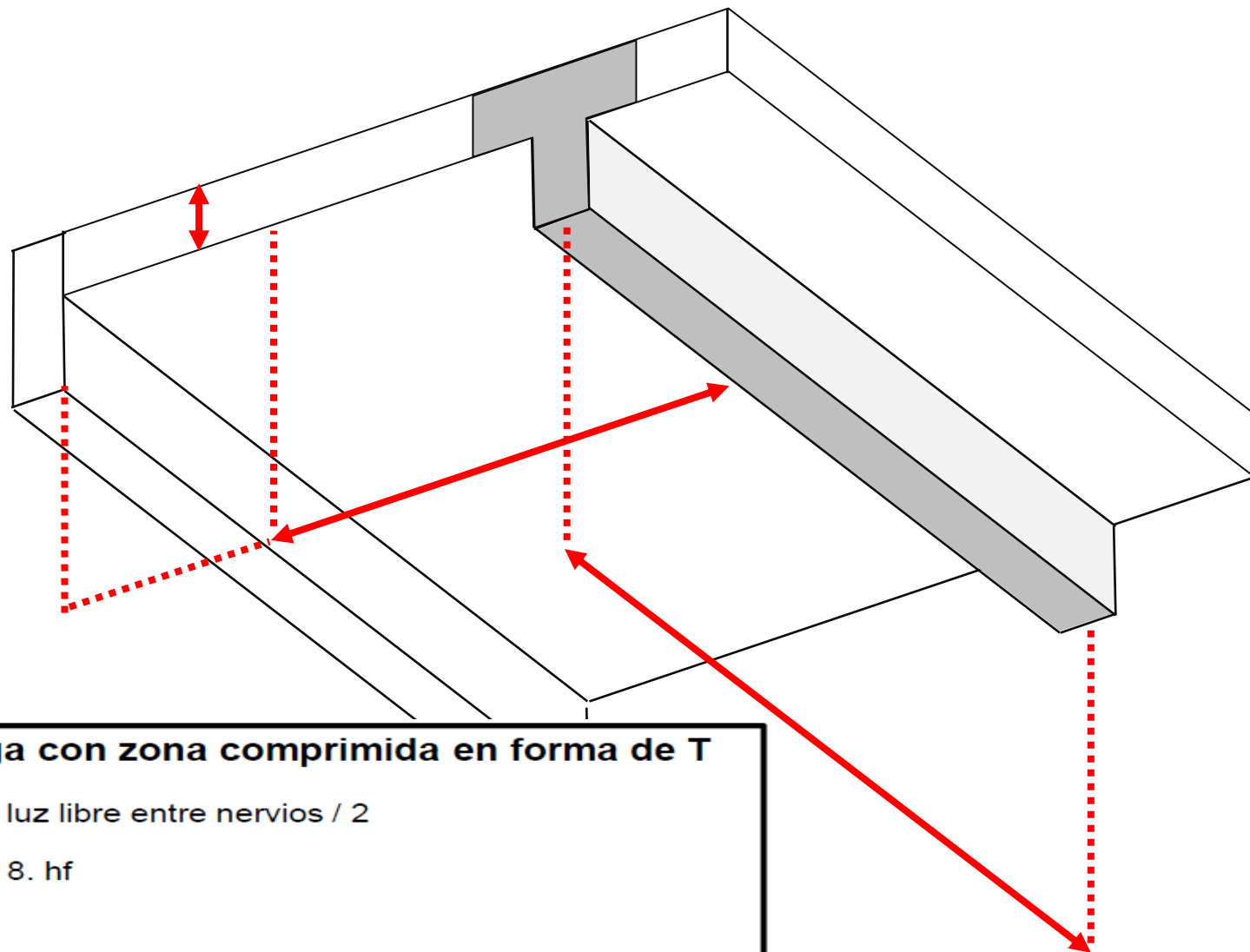




CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Se pide determinar la armadura necesaria para la siguiente sección, sometida a un esfuerzo de flexión.





be para viga con zona comprimida en forma de T

$$b_e \leq b_w + 2 \cdot \text{luz libre entre nervios} / 2$$

$$b_w + 2 \cdot 8 \cdot h_f$$

$$l / 4$$

be para viga con zona comprimida en forma de L

$$b_e \leq b_w + \text{luz libre entre nervios} / 2$$

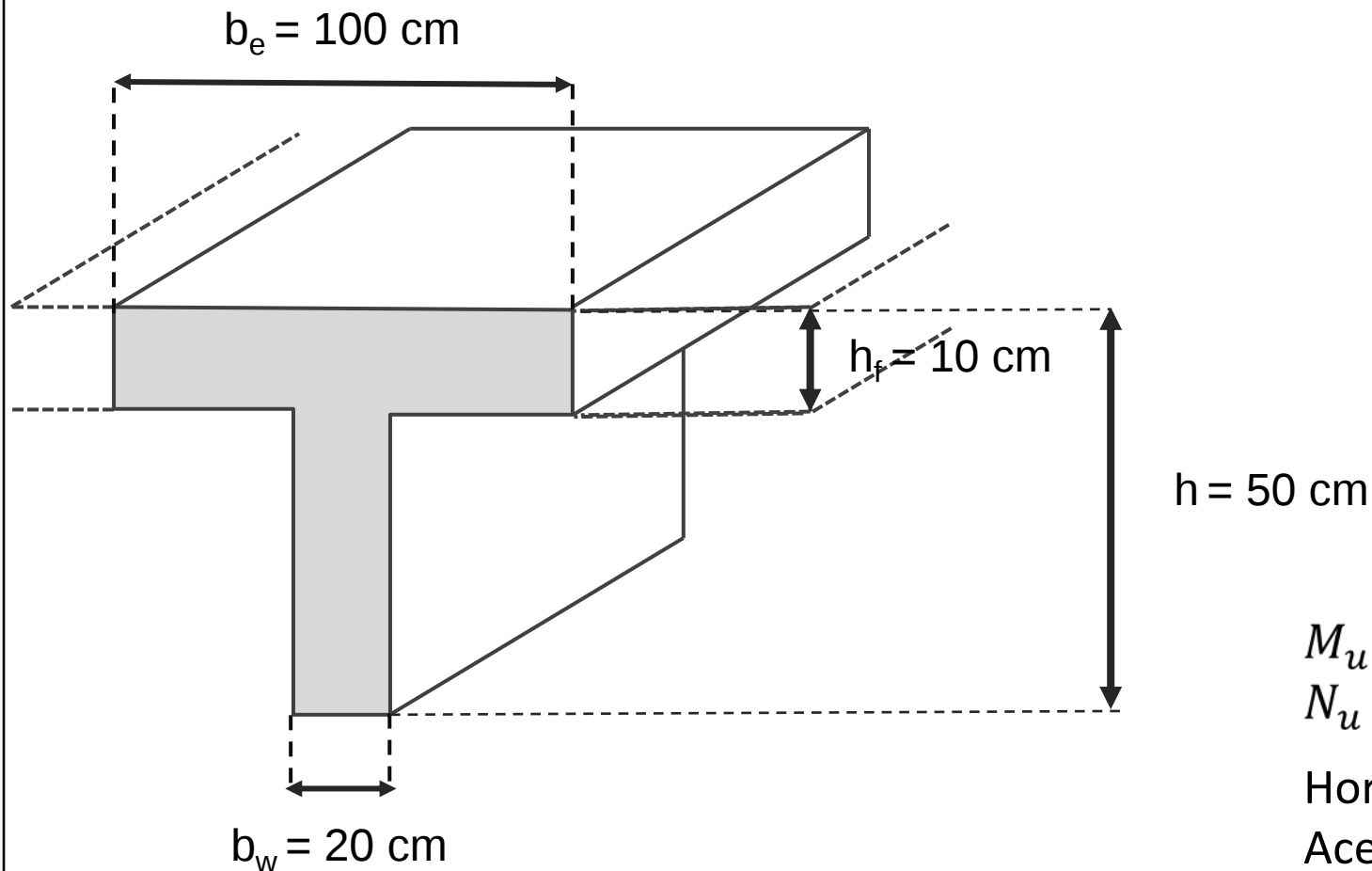
$$b_w + 6 \cdot h_f$$

$$b_w + l / 12$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Se pide determinar la armadura necesaria para la siguiente sección, sometida a un esfuerzo de flexión.



$$M_u = 155 \text{ kN.m}$$

$$N_u = 0 \text{ kN}$$

Hormigón H-35

Acero ADN420



$$\beta_1 \begin{cases} = 0.85 & \text{para } f'_c \leq 30 \text{ MPa} \\ = 0.85 - 0.05 \frac{(f'_c - 30)}{7} & \text{para } 30 \text{ MPa} < f'_c \leq 58 \text{ MPa} \\ = 0.65 & \text{para } f'_c > 58 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{Con } f'_c \begin{cases} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \end{cases}$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Para resolver el problema haremos uso de las siguientes ecuaciones:

Ecuaciones de Equilibrio

$$\sum M_{ext} = \sum M_{int} \Rightarrow M_{ns} = C_c \cdot j_{dc} + C_s \cdot j_{ds}$$

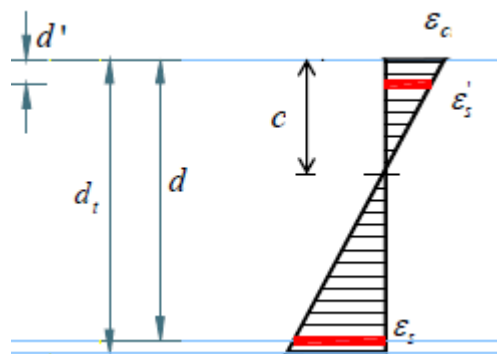
$$\sum N_{ext} = \sum N_{int} \Rightarrow N_n = T - C_c - C_s$$

Ecuaciones de Compatibilidad

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c - d'_s}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d_t - c}$$



Ecuación Fundamental de Seguridad

$$M_{us} \leq \phi \cdot M_{ns}$$

$$N_{us} \leq \phi \cdot N_n$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A'_s = 0$, $M_u \neq 0$

En todos los casos la primera hipótesis que haremos será sobre el plano de falla de la sección:

$$\varepsilon_{cu} = -0,003 \text{ y } \varepsilon_t > 0,005$$

HIPOTESIS A – F.C.T.

$$\phi = 0.90$$

$A'_s = 0$ (Asumiremos que no será necesario colocar armadura de compresión)

También tendremos que estimar el valor de la altura útil d dado que no sabemos aún qué diámetros de barras adoptaremos, ni cuántas capas tendremos que disponer. Tomaremos:

$$d = h - 5cm = 45cm$$

En el caso que a priori sepamos que habrá más de una o dos capas, adoptaremos un valor estimado menor.

Esto se verá en cada caso.

En todos los casos la primera hipótesis que haremos será sobre el plano de falla de la sección:

$$\varepsilon_{cu} = -0,003 \text{ y } \varepsilon_t > 0,005$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

La segunda hipótesis que haremos será que el bloque de tensiones del hormigón va a caer dentro del ala:

$$a < h_f$$

HIPOTESIS B

$$\text{CASO I: } \beta_1 c \leq h_f$$





CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

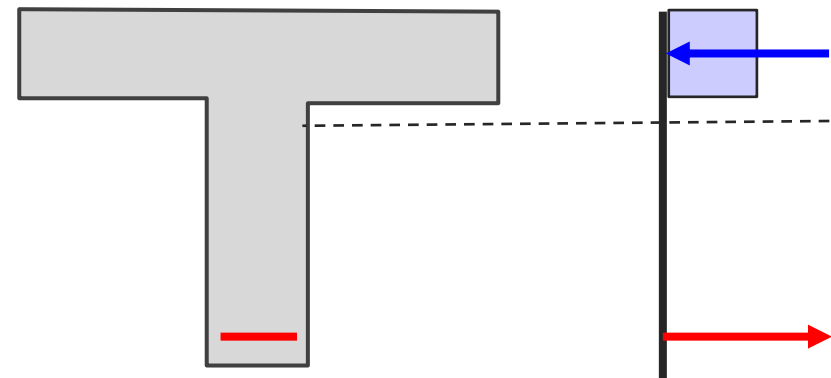
La segunda hipótesis que haremos será que el bloque de tensiones del hormigón va a caer dentro del ala:

$$a < h_f \quad \text{HIPOTESIS B}$$

Estimamos el brazo elástico interno:

$$a = h_f$$

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 40\text{cm}$$

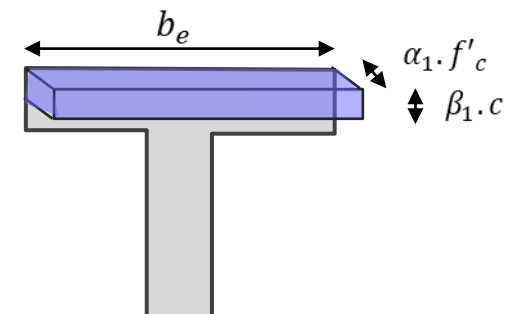


Calculamos la fuerza de compresión estimada:

$$M_{us} = \phi \cdot M_{ns} = \phi \cdot C_c \cdot j_{dc} \Rightarrow C_c = \frac{M_{us}}{\phi \cdot j_{dc}} = \frac{155,0\text{kN}\cdot\text{m}}{0,9 \cdot 0,40\text{m}} = 430,56\text{kN}$$

$$C_c = \alpha_1 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_e = 0,85 \cdot 3,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 0,814 \cdot c \cdot 100\text{cm}$$

$$c = \frac{430,56\text{kN}}{240,97 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}} = 1,777\text{cm}$$





CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Chequeamos si la **HIPOTESIS B** es correcta:

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,814 \cdot 1,777 \text{ cm} = 1,447 \text{ cm}$$

Da menor que el espesor de ala, **verifica Hip. B**

Chequeamos si la **HIPOTESIS A** es correcta:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d - c} &\Rightarrow \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c}{c} \cdot (d - c) = 0,003 \cdot \frac{(45 \text{ cm} - 1,777 \text{ cm})}{1,777 \text{ cm}} = 0,0729 \\ &= \mathbf{7,29\%} > \mathbf{0,5\%} \end{aligned}$$

Como **verifica la HIPOTESIS A**, podemos seguir sin modificar nada. Ajustamos los valores que estimamos:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 45 \text{ cm} - \frac{1,447 \text{ cm}}{2} = 44,3 \text{ cm} \approx 0,443 \text{ m}$$

Ajustamos el esfuerzo interno de compresión:

$$C_c = \frac{M_{us}}{\phi \cdot j_{dc}} = \frac{155,0 \text{ kN} \cdot \text{m}}{0,90 \cdot 0,443 \text{ m}} = 388,971 \text{ kN}$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Ajustamos la profundidad del bloque de tensiones:

$$a = \frac{C_c}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot b_e} = \frac{388,971 kN}{0,85 \cdot 3,5 \frac{kN}{cm^2} \cdot 100 cm} = 1,307 cm$$

Ajustamos el brazo elástico interno nuevamente:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 45 cm - \frac{1,307 cm}{2} = 44,3 cm \approx 0,443 m$$

Este proceso se repite tantas veces como consideremos necesario. En general, con dos ajustes al brazo elástico se obtienen resultados suficientemente certeros.

Ajustamos por ultima vez el esfuerzo interno de compresión:

$$C_c = \frac{M_{us}}{\phi \cdot j_{dc}} = \frac{155,0 kN \cdot m}{0,90 \cdot 0,443 m} = 388,358 kN$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

La fuerza de tracción resulta:

$$T = \frac{N_u}{\phi} + C_c + C_s = 388,358kN$$

La armadura necesaria será:

$$A_{snec} = \frac{T}{f_y} = \frac{388,358kN}{42kN/cm^2} = 9,25cm^2$$

Además debemos cumplir con el requisito de armadura mínima:

$$A_{smin} = \max\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} \cdot b_w \cdot d, \frac{1,4MPa}{f_y} \cdot b_w \cdot d\right)$$

$$A_{smin} = 3,17cm^2$$

$$A_{snec} > A_{smin} \quad \text{Verifica}$$

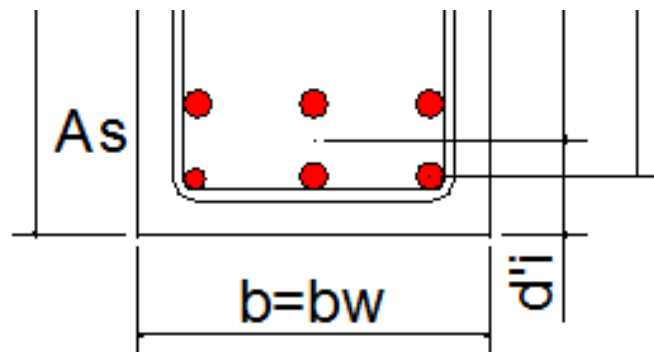


¿ b_e o b_w ?



CASO 1: $Nu = 0$, $A's = 0$, $Mu \neq 0$

Adoptaremos: $3\phi 16 + 3\phi 12$



$$A_{capa2} = 3.1,13cm^2 = 3,39cm^2$$

$$A_{capa1} = 3.2,01cm^2 = 6,03cm^2$$

$$A_{s,adopt} = 9,41cm^2$$

$$d_{capa2} = d_{capa1} - \frac{1.6cm}{2} - 2,5cm - \frac{1.2cm}{2} = 42,5cm$$

$$d_{capa1} = h - 2cm - 0,8cm - \frac{1.6cm}{2} = 46,4cm$$

$$d_{real} = \frac{A_{capa1} \cdot d_{capa1} + A_{capa2} \cdot d_{capa2}}{A_{s,adopt}} = 45cm$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

A continuación verificaremos rápidamente la armadura adoptada.

Asumiremos que:

$$\varepsilon_{cu} = -0,003 \text{ y } \varepsilon_s > \varepsilon_y$$

HIPOTESIS-1 ARMADURA EN FLUENCIA

Entonces tendremos:

$$T = 9,41 \text{ cm}^2 \cdot 42 \text{ kN/cm}^2 = 395,64 \text{ kN}$$

$$C_c = T - \frac{N_u}{\phi} = 395,64 \text{ kN}$$

$$a = \frac{C_c}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot b_e} = \frac{395,64 \text{ kN}}{0,85 \cdot 3,5 \text{ kN/cm}^2 \cdot 100 \text{ cm}} = 1,33 \text{ cm}$$

HIPOTESIS-2 Bloque de tensiones de compresión dentro de ala

$$a = \beta_1 \cdot c \rightarrow c = 1,63 \text{ cm}$$





CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

$$\varepsilon_s$$

$$\varepsilon_s = 0,003 \cdot \frac{(d_{real} - 1,63cm)}{1,63cm} = 7,97\%$$

VERIFICA ARMADURA EN FLUENCIA

$$\varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = 0,003 \cdot \frac{(d_{capa1} - 1,63cm)}{1,63cm} = 8,22\% \rightarrow \phi = 0,9 \quad \textbf{FCT}$$

$$j_{dc}$$

$$j_{dc} = d_{real} - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} = 45cm - \frac{0,814 \cdot 1,63cm}{2} = 44,30cm$$

$$M_{ns}$$

$$M_{ns} = C_c \cdot j_{dc} = 395,64kN \cdot 0,44m = 175,4kN \cdot m$$

$$M_{ds}$$

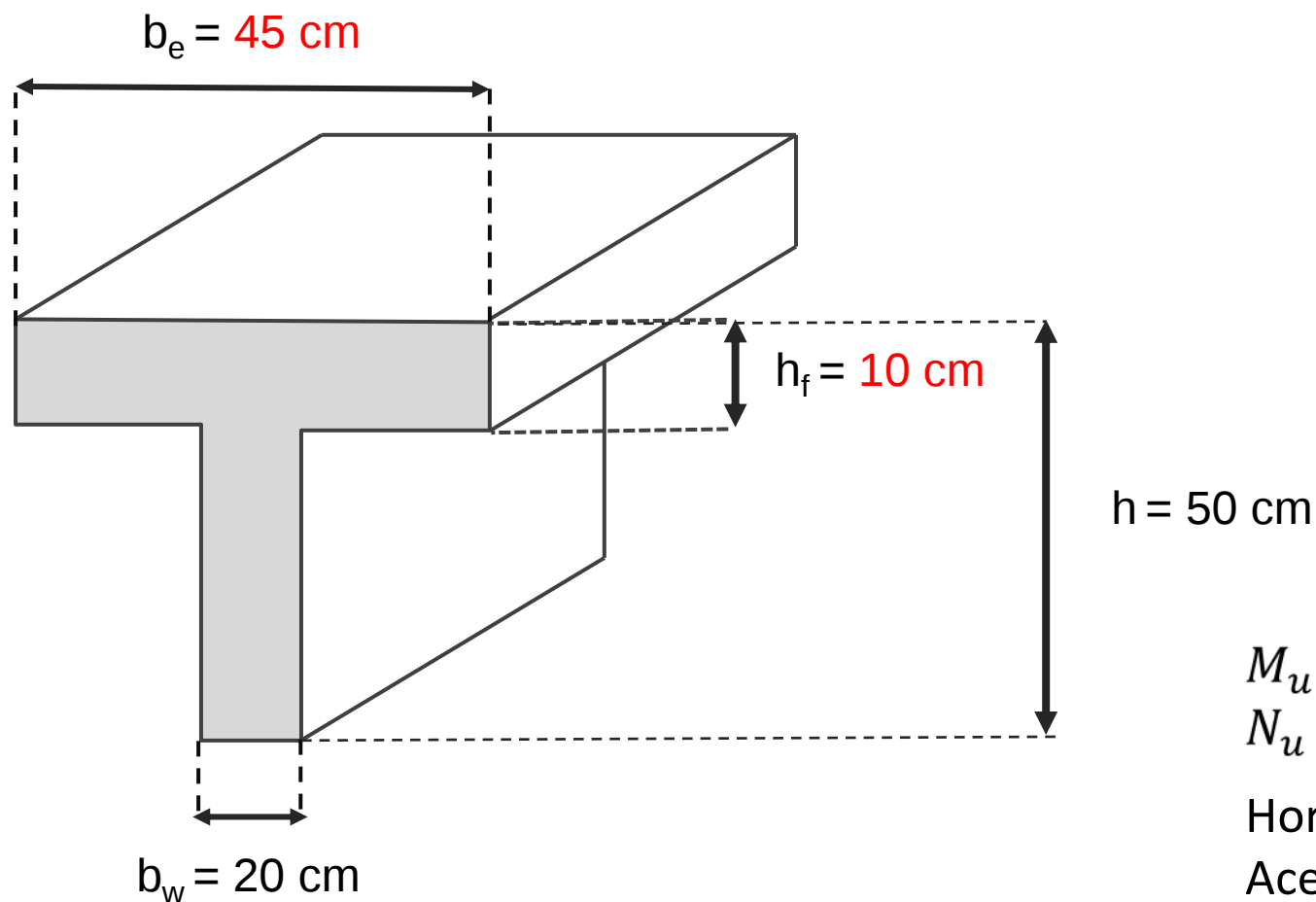
$$M_{ds} = 0,90 \cdot 175,4kN \cdot m = 157,9kN \cdot m > M_u = 155kN \cdot m$$

VERIFICA



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Se pide determinar la armadura necesaria para la siguiente sección, sometida a un esfuerzo de flexión.



$$M_u = 455 \text{ kN.m}$$

$$N_u = 0 \text{ kN}$$

Hormigón H-35

Acero ADN420



CASO 1: $N_u = 0$, $A'_s = 0$, $M_u \neq 0$

En todos los casos la primera hipótesis que haremos será sobre el plano de falla de la sección:

$$\varepsilon_{cu} = -0,003 \text{ y } \varepsilon_t > 0,005$$

HIPOTESIS A – F.C.T.

$$\phi = 0.90$$

$A'_s = 0$ (Asumiremos que no será necesario colocar armadura de compresión)

También tendremos que estimar el valor de la altura útil d dado que no sabemos aún qué diámetros de barras adoptaremos, ni cuántas capas tendremos que disponer. Tomaremos:

$$d = h - 5cm = 45cm$$

En el caso que a priori sepamos que habrá más de una o dos capas, adoptaremos un valor estimado menor.

Esto se verá en cada caso.

En todos los casos la primera hipótesis que haremos será sobre el plano de falla de la sección:

$$\varepsilon_{cu} = -0,003 \text{ y } \varepsilon_t > 0,005$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

La segunda hipótesis que haremos será que el bloque de tensiones del hormigón va a caer dentro del ala:

$$a < h_f$$

HIPOTESIS B

$\text{CASO I: } \beta_1 c \leq h_f$



Estimamos el brazo elástico interno:

$$a = h_f$$

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 41\text{cm}$$

Calculamos la fuerza de compresión estimada:

$$M_{us} = \phi \cdot M_{ns} = \phi \cdot C_c \cdot j_{dc} \Rightarrow C_c = \frac{M_{us}}{\phi \cdot j_{dc}} = \frac{440,0\text{kN}\cdot\text{m}}{0,9 \cdot 0,41\text{m}} = 1192,41\text{kN}$$

$$C_c = \alpha_1 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_e = 0,85 \cdot 3,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 0,814 \cdot c \cdot 45\text{cm}$$

$$c = \frac{1192,41\text{kN}}{108,44 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}} = 10,938\text{cm}$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Chequeamos si la **HIPOTESIS A** es correcta:

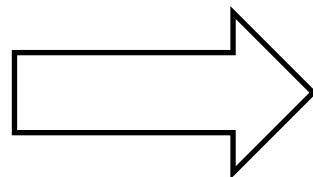
$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d - c} \Rightarrow \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c}{c} \cdot (d - c) = 0,003 \cdot \frac{(45cm - 10,938cm)}{10,938cm} = 0,0093$$
$$= 0,93\% > 0,5\%$$

verifica la HIPOTESIS A.

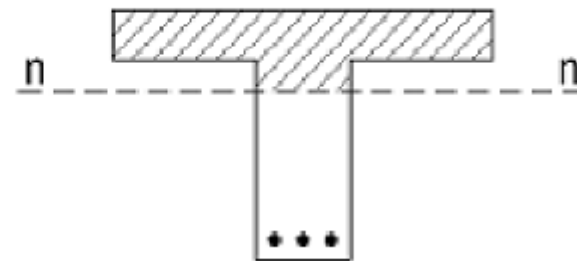
Chequeamos si la **HIPOTESIS B** es correcta:

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,814 \cdot 10,938cm = 8,907cm \quad h_f = 8cm$$

Da mayor que el espesor de ala, **NO verifica Hip. B**

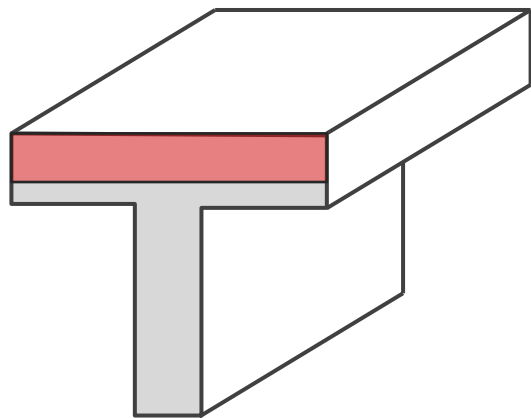


CASO II: $\beta_1 c > h_f$



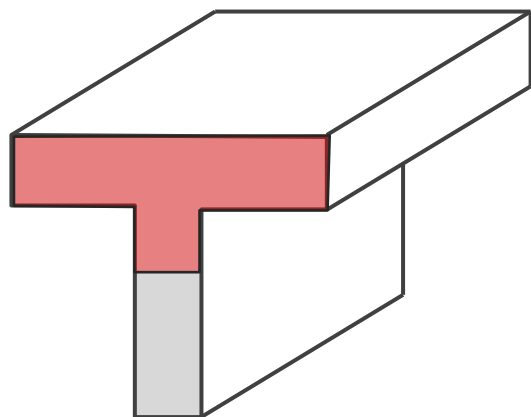


El procedimiento de análisis de secciones tipo T puede ser separado en **dos casos generales**:



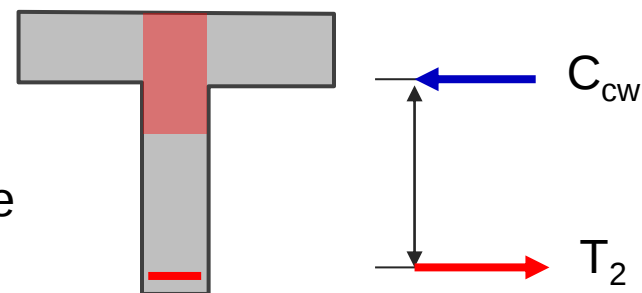
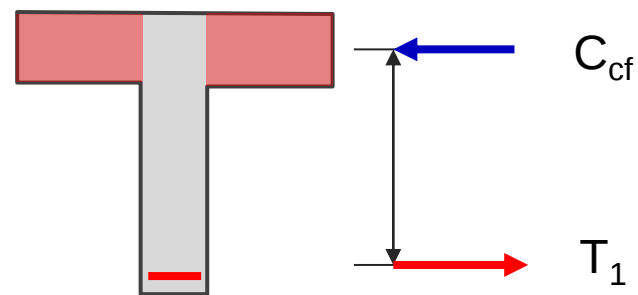
$$a \leq h_f$$

Análisis similar al de una sección rectangular con $b_w = b_e$



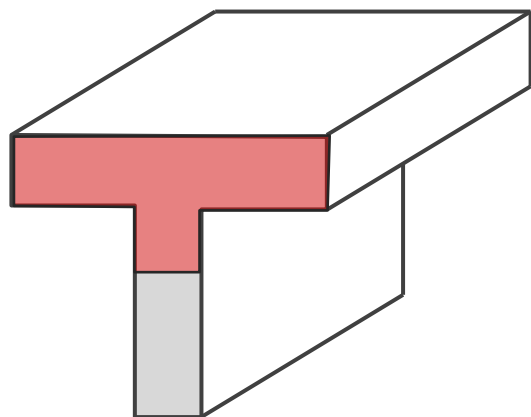
$$a > h_f$$

Determinación de
 C_{cf} y C_{cw}





El procedimiento de análisis de secciones tipo T puede ser separado en **dos casos generales**:

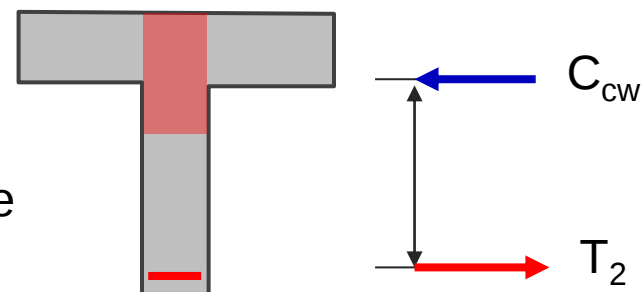
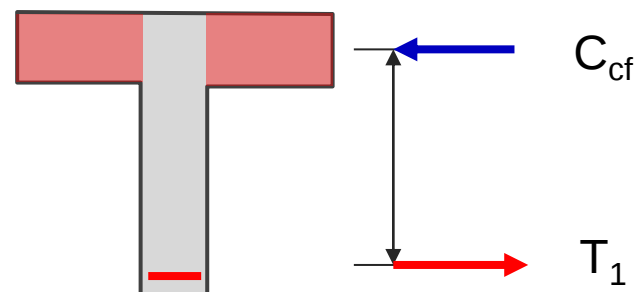


$$a \leq h_f$$

Análisis similar al de una sección rectangular con $b_w = b_e$

$$a > h_f$$

Determinación de
 C_{cf} y C_{cw}





CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Procedemos con el dimensionamiento de secciones T. Tomaremos:

$$d = h - 8cm = 42cm$$

Asumiremos a partir de aquí que será necesaria más de una capa para colocar la armadura.

$$C_c = C_{cf} + C_{cw}$$

$$C_{cf} = \alpha_1 \cdot f'_c \cdot h_f \cdot (b_e - b_w) = 595kN$$

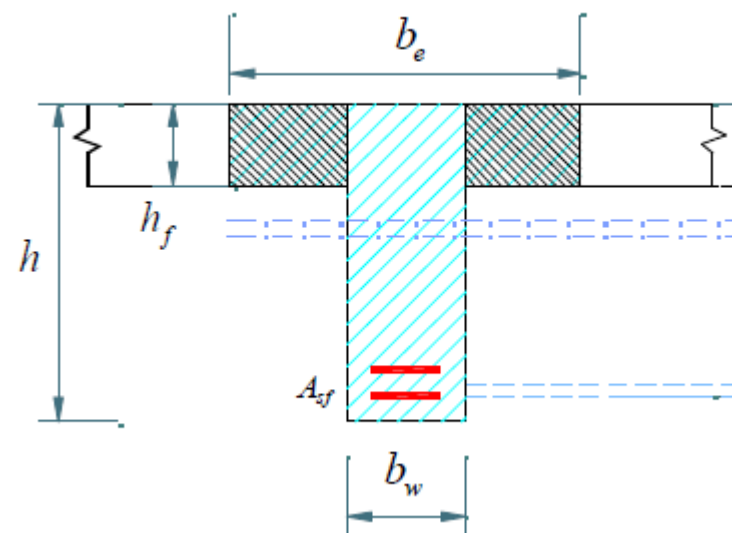
$$M_{nsf} = C_{cf} \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 226,1kN.m$$

El sobrante de momento que deberá tomar el alma será:

$$M_{nsw} = \frac{M_u}{\phi} - M_{nsf} = 262,8kN.m$$

HIPOTESIS A – F.C.T.

$$\phi = 0,90$$





CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

La fuerza de compresión en el alma será determinada con el método usual.

Estimamos el brazo elástico interno:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 42 - \frac{8,907}{2} = 37,55cm$$

Calculamos la fuerza de compresión de alma:

$$C_{cw} = \frac{M_{nsw}}{j_{dc}} = \frac{262,79kN.m}{0,375m} = 699,90kN$$

$$C_{cw} = \alpha_1 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_w = 0,85 \cdot 3,5 \frac{kN}{cm^2} \cdot 0,814 \cdot c \cdot 20cm$$

$$c = \frac{699,90kN}{48,43 \frac{kN}{cm}} = 14,45cm$$

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_c}{c} &= \frac{\varepsilon_t}{d - c} \Rightarrow \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c}{c} \cdot (d - c) = 0,003 \cdot \frac{(42cm - 14,45cm)}{14,45cm} = 0,0057 \\ &= 0,57\% > 0,5\% \end{aligned}$$

verifica HIPOTESIS FCT



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

Calculamos la profundidad del bloque de tensiones:

$$a = \beta_1 \cdot c = 11,763cm$$

Iteramos para ajustar los valores:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 36,1cm \quad C_{cw} = \frac{M_{nsw}}{j_{dc}} = 727,57kN \quad a = \frac{C_{cw}}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot b_w} = 12,23cm$$

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 35,9cm \quad C_{cw} = \frac{M_{nsw}}{j_{dc}} = 732,29kN \quad a = \frac{C_{cw}}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot b_w} = 12,31cm$$

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 35,8cm \quad C_{cw} = \frac{M_{nsw}}{j_{dc}} = 733,10kN \quad a = \frac{C_{cw}}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot b_w} = 12,32cm$$

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 35,8cm$$

Este proceso se repite tantas veces como consideremos necesario. En general, con dos ajustes al brazo elástico se obtienen resultados suficientemente certeros.



CASO 1: $Nu = 0$, $A's = 0$, $Mu \neq 0$

La fuerza de tracción resulta:

$$T = \frac{Nu}{\phi} + C_{cw} + C_{cf} + C_s = 733,10 + 595 = 1328,10kN$$

La armadura necesaria será:

$$A_{snec} = \frac{T}{f_y} = \frac{1328,10kN}{42 \text{ kN/cm}^2} = 31,62cm^2$$

Además debemos cumplir con el requisito de armadura mínima:

$$A_{smin} = \max \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} \cdot b_w \cdot d, \frac{1,4MPa}{f_y} \cdot b_w \cdot d \right)$$

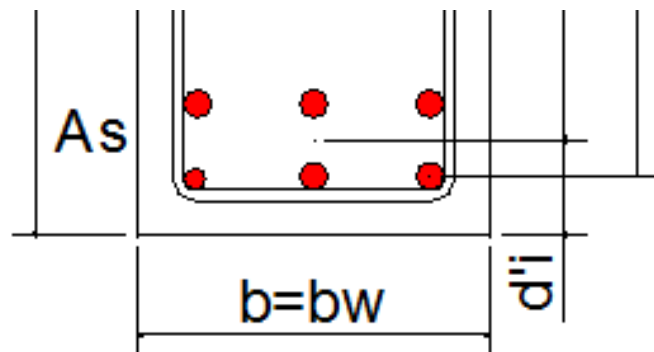
$$A_{smin} = 2,958cm^2$$

$$A_{snec} > A_{smin} \quad \text{Verifica}$$



CASO 1: $Nu = 0$, $A's = 0$, $Mu \neq 0$

Adoptaremos: $3\phi 25 + 3\phi 25 + 1\phi 20$



$$A_{capa3} = 3,14 \text{ cm}^2$$

$$A_{capa2} = 3 \cdot 4,91 \text{ cm}^2 = 14,73 \text{ cm}^2$$

$$A_{capa1} = 3 \cdot 4,91 \text{ cm}^2 = 14,73 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,adopt} = 32,6 \text{ cm}^2$$

$$d_{capa3} = d_{capa2} - \frac{2,5 \text{ cm}}{2} - 2,5 \text{ cm} - \frac{2,0 \text{ cm}}{2} = 36,2 \text{ cm}$$

$$d_{capa2} = d_{capa1} - \frac{2,5 \text{ cm}}{2} - 2,5 \text{ cm} - \frac{2,5 \text{ cm}}{2} = 40,95 \text{ cm}$$

$$d_{capa1} = h - 2 \text{ cm} - 0,8 \text{ cm} - \frac{2,5 \text{ cm}}{2} = 45,95 \text{ cm}$$

$$d_{real} = \frac{A_{capa1} \cdot d_{capa1} + A_{capa2} \cdot d_{capa2} + A_{capa3} \cdot d_{capa3}}{A_{s,adopt}} = 42,75 \text{ cm}$$



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

A continuación verificaremos rápidamente la armadura adoptada.

Asumiremos que:

$$\varepsilon_{cu} = -0,003 \text{ y } \varepsilon_s > \varepsilon_y$$

HIPOTESIS-1 ARMADURA EN FLUENCIA

Entonces tendremos:

$$T = 32,6 \text{ cm}^2 \cdot 42 \text{ kN/cm}^2 = 1369 \text{ kN}$$

HIPOTESIS-2 bloque de tensiones del hormigón va a caer abajo del ala

$$C_{cf} = \alpha_1 \cdot f'_c \cdot h_f \cdot (b_e - b_w) = 595 \text{ kN}$$

$$C_{cw} = T - \frac{N_u}{\phi} - C_s - C_{cf} = 774,2 \text{ kN}$$

$$c = \frac{C_{cw}}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1} = \frac{774,2 \text{ kN}}{0,85 \cdot 3,5 \text{ kN/cm}^2 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 0,814} = 15,98 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 13,01 \text{ cm}$$

da mayor que el espesor del ala, **verifica Hip. 2**



CASO 1: $N_u = 0$, $A's = 0$, $M_u \neq 0$

$$\varepsilon_s = 0,003 \cdot \frac{(d_{real} - 15,98cm)}{15,98cm} = 0,503\%$$

VERIFICA ARMADURA EN FLUENCIA

$$\varepsilon_t = 0,003 \cdot \frac{(d_{capa1} - 15,98cm)}{15,98cm} = 0,563\% \rightarrow \phi = 0,9 \quad \textbf{FCT}$$

$$M_{ns} = C_{cf} \left(d_{real} - \frac{h_f}{2} \right) + C_{cw} \left(d_{real} - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \right)$$

$$M_{ns} = 511,19kN.m$$

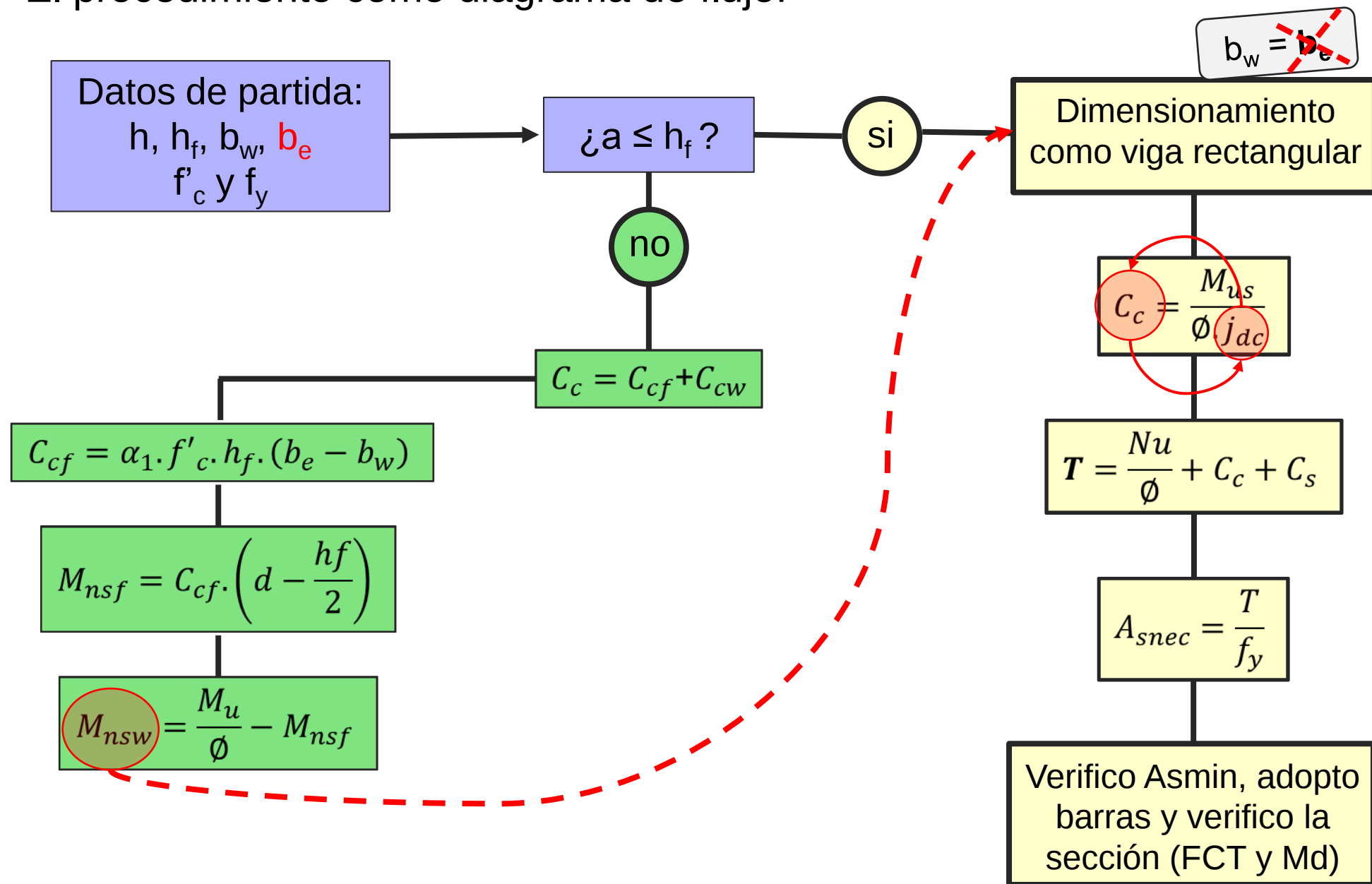
$$M_{ds} = 0,90 \cdot 511,19kN.m = 460,07kN.m >$$

$$M_u = 440kN.m$$

VERIFICA



El procedimiento como diagrama de flujo:





**FIN –
DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES CON
ZONA COMPRIMIDA NO RECTANGULAR:
VIGAS PLACA.**

GRACIAS POR SU ATENCION