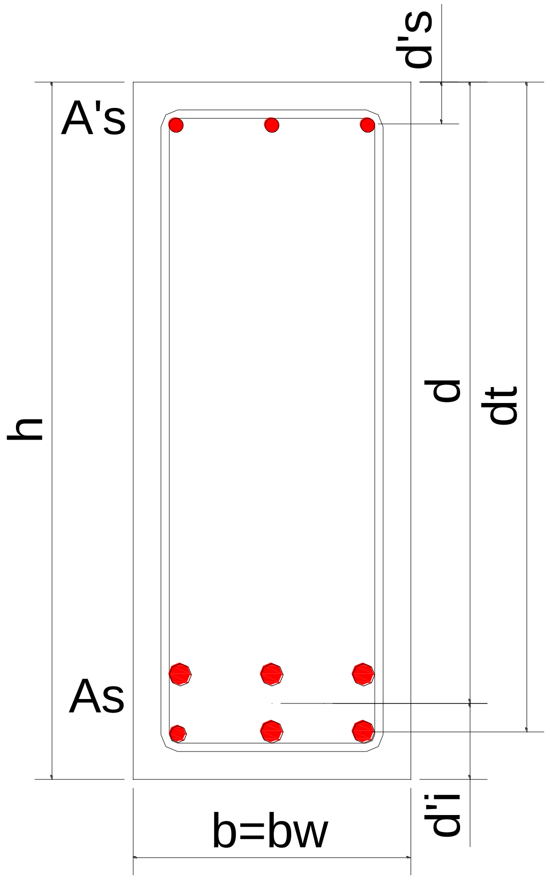
HORMIGÓN I (94.01)

EJERCICIO – DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES RECTANGULARES

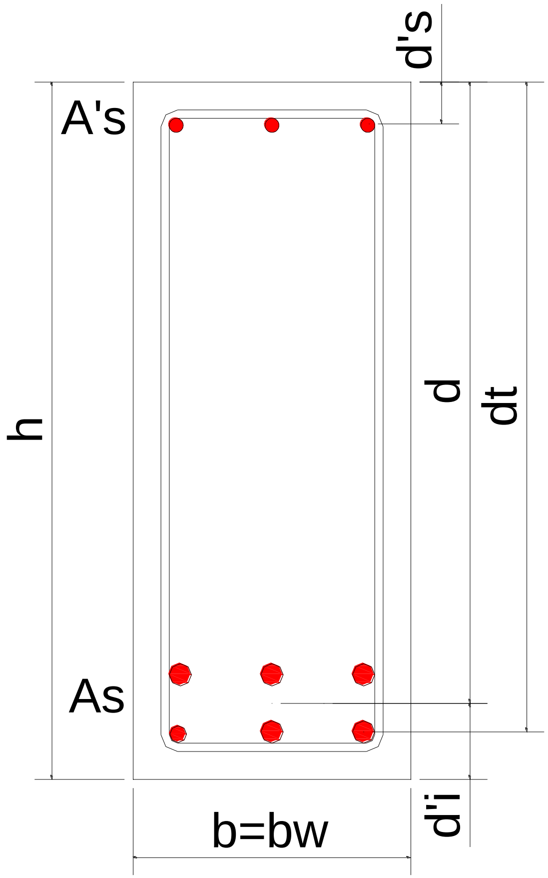
CASO 1: Nu ≠ 0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Se pide determinar la armadura necesaria para la siguiente rectangular sometida a un esfuerzo de flexión con esfuerzo axil.



CASO 1: Nu ≠ 0, A's = 0, Mu ≠ 0

Se pide determinar la armadura necesaria para la siguiente rectangular sometida a un esfuerzo de flexión con esfuerzo axil.



Datos del problema

$b_w = 15cm$

$h = 60cm$

$M_u = 145kN.m$

$N_u = -10kN$

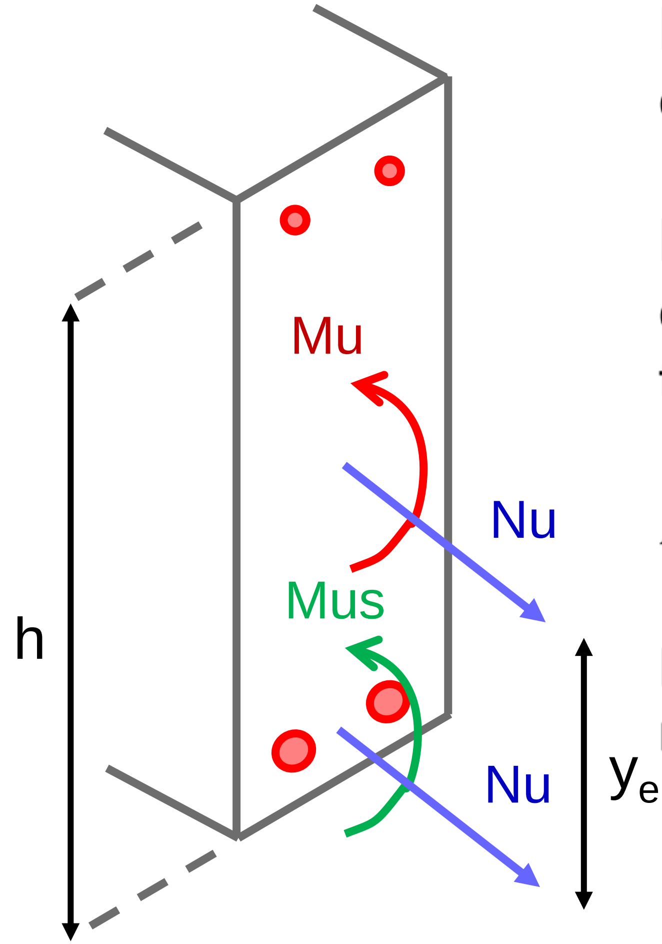
Hormigón H-30

Acero ADN420

(La sección dibujada es genérica y no corresponde a los datos provistos)

CASO 1: Nu ≠ 0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Lo primero que debemos determinar es si se trata de pequeña o gran excentricidad. Para ello verificamos:



$|N_u| \leq 0{,}10. f'_c . b_w . h = 270kN$ ⟹VERIFICA

Entonces se trata de un caso de flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad.

Para simplificar la resolución, reducimos los esfuerzos al baricentro de la armadura traccionada:

$M_{us} = |M_u| - N_u . y_s$ con $y_s = d - \frac{h}{2}$

El esfuerzo axil se tomará positivo en tracción, y negativo en compresión.

CASO 1: Nu ≠ 0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Para resolver el problema haremos uso de las siguientes ecuaciones:

Ecuaciones de Equilibrio

$$\sum M_{ext} = \sum M_{int} \Rightarrow M_{ns} = C_c.j_{dc} + C_s.j_{ds}$$

$$\sum N_{ext} = \sum N_{int} \Rightarrow N_n = T - C_c - C_s$$

Ecuaciones de Compatibilidad

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c-d'_s}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d_t-c}$$

Ecuación Fundamental de Seguridad

$$M_{us} \leq \emptyset.M_{ns}$$

$$N_{us} \leq \emptyset.N_n$$

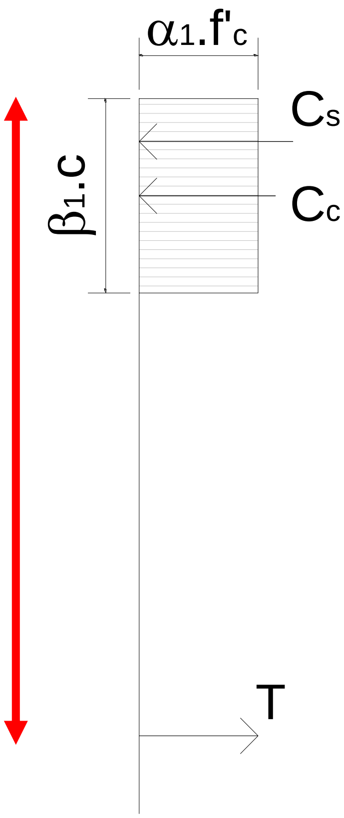
CASO 1: Nu ≠ 0, A's = 0, Mu ≠ 0

En todos los casos la primera hipótesis que haremos será sobre el plano de falla de la sección:

$\varepsilon_{cu} = -0{,}003$ y $\varepsilon_t > 0{,}005$ **HIPÓTESIS A – F.C.T.**

$\emptyset = 0{,}90$

$A'_s = 0$ (Asumiremos que no será necesario colocar armadura de compresión)

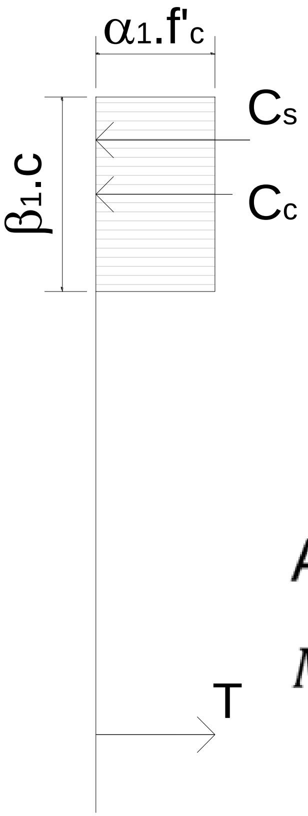


También tendremos que estimar el valor de la altura útil d dado que no sabemos aún qué diámetros de barras adoptaremos, ni cuántas capas tendremos que disponer. Tomaremos:

$$d = h - 5cm$$

En el caso que a priori sepamos que habrá más de una o dos capas, adoptaremos un valor estimado menor. Esto se verá en cada caso.

CASO 1: Nu ≠ 0, A’s = 0, Mu ≠ 0



Calculamos el momento flexor reducido M_{us}:

$$M_{us} = 145kN.m - (-10kN).\left(0{,}55m - {}^{0{,}60m}/_{2}\right)$$
$$= 147{,}5kN.m$$

Estimamos el brazo elástico interno:

$$j_{dc} = 0{,}80.d = 0{,}80.55cm = 44cm$$

Además hacemos:

$$M_{us} = \emptyset.M_{ns} = \emptyset.C_c.j_{dc} \Longrightarrow C_c = \frac{M_{us}}{\emptyset.j_{dc}} = \frac{147{,}5kN.m}{0{,}9.0.44m} = 372{,}5kN$$

$$C_c = \alpha_1.f'_c.\beta_1.c.b_w = 0{,}85.3\frac{kN}{cm^2}.0{,}85.c.15cm = 32{,}51\frac{kN}{cm}.c$$

$$c = \frac{372{,}5kN}{32{,}51\frac{kN}{cm}} = 11{,}45cm$$

CASO 1: Nu ≠ 0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Chequeamos si la HIPOTESIS A es correcta:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d-c} \Longrightarrow \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c}{c}.(d-c) = 0{,}003.\frac{(55cm - 11{,}45cm)}{11{,}45cm} = 0{,}0114$$
$$= 1.14\% > 0{,}5\%$$

Como verifica la HIPOTESIS A, podemos seguir sin modificar nada. Ajustamos los valores que estimamos:

$$a = \beta_1.c = 0{,}85.11{,}45cm = 9{,}73cm$$

Ajustamos el brazo elástico interno:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 55cm - \frac{9{,}73cm}{2} = 50{,}14cm \approx 0{,}501m$$

Ajustamos el esfuerzo interno de compresión:

$$C_c = \frac{M_{us}}{\emptyset.j_{dc}} = \frac{147{,}5kN.m}{0{,}90.0{,}501m} = 327{,}1kN$$

CASO 1: Nu ≠ 0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Ajustamos la profundidad del bloque de tensiones:

$$a = \frac{C_c}{\alpha_1 . f'_c . b_w} = \frac{327{,}1kN}{0{,}85.3\,{}^{kN}/_{cm^2}\,.\,15cm} = 8{,}55cm$$

Ajustamos el brazo elástico interno nuevamente:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 55cm - \frac{8{,}55cm}{2} = 50{,}73cm \approx 0{,}507m$$

Este proceso se repite tantas veces como consideremos necesario. En general, con dos ajustes al brazo elástico se obtienen resultados suficientemente certeros.

Ajustamos por ultima vez el esfuerzo interno de compresión:

$$C_c = \frac{M_{us}}{\emptyset . j_{dc}} = \frac{147{,}5kN.m}{0{,}90.0{,}507m} = 323{,}25kN$$

CASO 1: Nu ≠ 0, A's = 0, Mu ≠ 0

La fuerza de tracción resulta:

$$T = \frac{Nu}{\emptyset} + C_c = \frac{(-10kN)}{0,90} + 323,3kN = 312,2kN$$

La armadura necesaria será:

$$As_{nec} = \frac{T}{fy} = \frac{312.2kN}{42\,{}^{kN}\!/_{cm^2}} = 7.39cm^2$$

Además debemos cumplir con el requisito de armadura mínima:

$$A_{smin} = \frac{1}{4}.\frac{\sqrt{f'_c}}{f_y}.b_w.d > \frac{1,4MPa}{f_y}.b_w.d$$

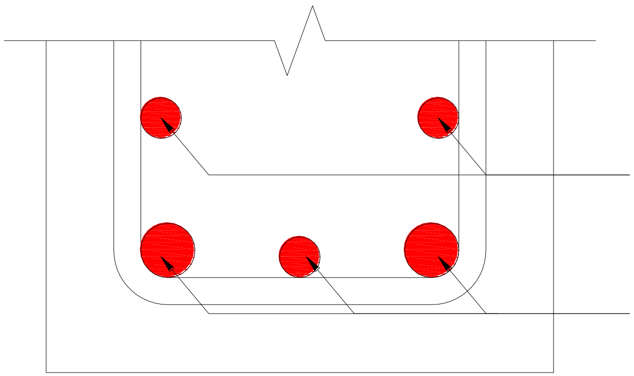
$$A_{smin} = \frac{1}{4}.\frac{\sqrt{30}}{420}.15cm.55cm > \frac{1,4}{420}.15cm.55cm$$

$$A_{smin} = 2,68cm^2 > \mathbf{2,75cm^2}$$

$A_{snec} > A_{smin}$ Verifica

CASO 1: Nu ≠ 0, A's = 0, Mu ≠ 0

Adoptaremos:



$$A_{sadop} = 2.2{,}01cm^2 + 3.1{,}13cm^2$$
$$A_{sadop} = 7{,}41cm^2$$

Calculamos la posición de baricentro de armaduras

$$d = \frac{As_{1Capa} d_t + As_{2Capa} d_{2c}}{As_{tot}}$$

$$d = 55.21cm$$

$$d_t = h - r - \phi e - \frac{\phi_{1c}}{2}$$
$$d_t = 60 - 2 - 0.8 - 0.8$$
$$d_t = 56.4cm$$

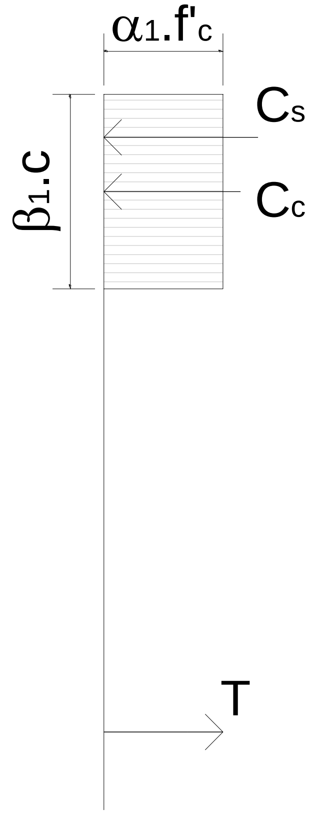
$$d_{2c} = h - r - \phi e - \phi_{1c} - s - \frac{\phi_{2c}}{2}$$
$$d_{2c} = 60 - 2 - 0.8 - 1.6 - 2.5 - 0{,}6$$
$$d_{2c} = 52.5cm$$

A continuación verificaremos rápidamente la armadura adoptada.

CASO 1: Nu ≠ 0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Asumiremos que:

$\varepsilon_{cu} = -0{,}003,\ \varepsilon_s > 0{,}021$ y $\varepsilon_t > 0{,}005$ **HIPÓTESIS A – F.C.T.**



Entonces tendremos:

$$T = 7{,}41cm^2.42\,{}^{kN}/_{cm^2} = 311{,}2kN$$

$$C_c = T - \frac{N_u}{\emptyset} = 311{,}2kN - \frac{(-10kN)}{0{,}9} = 322{,}3kN$$

$$c = \frac{C_c}{\alpha_1.f'_c.\beta_1.b_w} = \frac{322{,}3kN}{32{,}51\,\frac{kN}{cm}} = 9{,}91cm$$

$$\varepsilon_s = 0{,}003.\frac{(55{,}21cm - 9{,}91cm)}{9{,}91cm} = 0{,}0137 = 1{,}37\%$$

$$\varepsilon_t = 0{,}003.\frac{(56{,}4cm - 9{,}91cm)}{9{,}91cm} = 0{,}0141 = 1{,}41\%$$

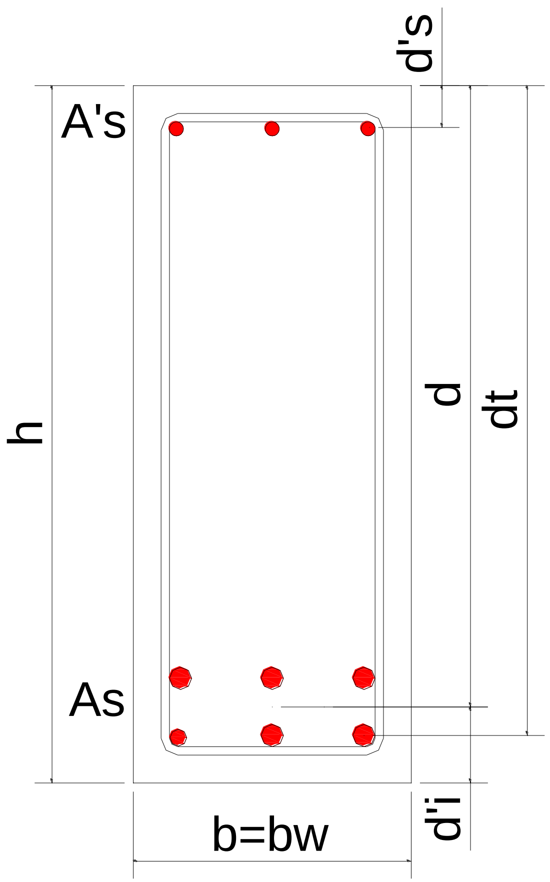
$$j_{dc} = d - \frac{\beta_1.c}{2} = 55{,}21cm - \frac{0{,}85.9{,}23cm}{2} = 51{,}00cm$$

$$M_{ns} = 322{,}3kN.0{,}51m = 164{,}4kN.m$$

$$\boldsymbol{M_{ds} = 0,90.164,4kN.m = 148kN.m > 147,5kN.m}$$

CASO 2: Nu=0, A’s ≠ 0, Mu ≠ 0

Se pide la resistencia de diseño a flexión sin esfuerzo axil, de la siguiente sección rectangular.



Datos del problema

$b_w = 15cm$

$h = 60cm$

$M_u = 320kN.m$

$N_u = 0kN$

Hormigón H-30

Acero ADN420

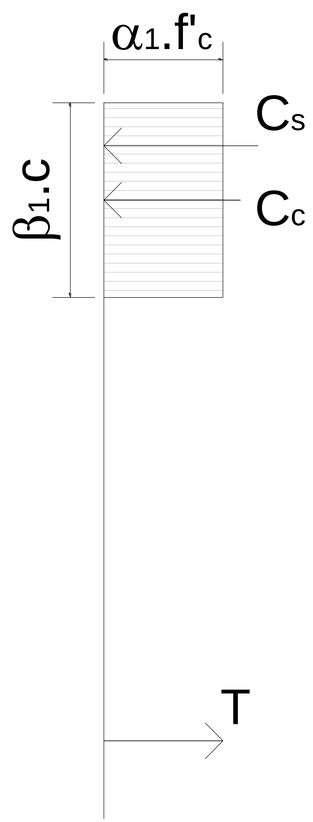
(La sección dibujada es genérica y no corresponde a los datos provistos)

CASO 2: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

Haremos la misma hipótesis inicial de siempre:

$\varepsilon_{cu} = -0{,}003$ y $\varepsilon_t > 0{,}005$ **HIPÓTESIS A – F.C.T.**

$\emptyset = 0.90$



Tomaremos inicialmente:

$d = d_t = h - 5cm = 55cm$

Dado que no hay esfuerzo axil, $M_{us} = M_u$.

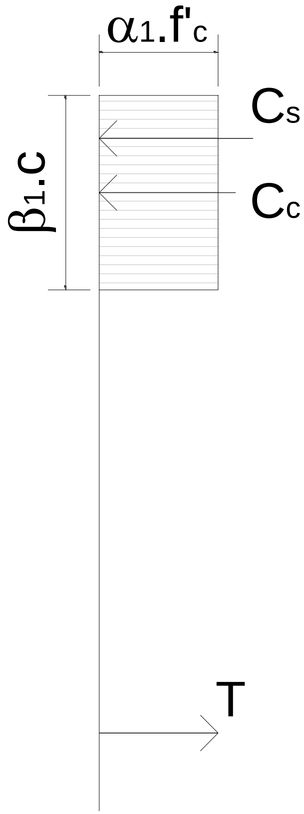
Estimamos el brazo elástico de la misma forma que antes:

$j_{dc} = 0{,}80.d = 0{,}44m$

Calculamos la fuerza de compresión en el hormigón:

$$C_c = \frac{M_{us}}{\emptyset . j_{dc}} = \frac{320kN.m}{0{,}90.0{,}44m} = 808{,}1kN$$

CASO 2: Nu=0, A’s ≠ 0, Mu ≠ 0



Calculamos la profundidad del eje neutro:

$$C_c = \alpha_1 . f'_c . \beta_1 . c . b_w = 0{,}85.3\,\frac{kN}{cm^2} . 0{,}85 . c . 15cm = 32{,}51\,\frac{kN}{cm} . c$$

$$c = \frac{808{,}1kN}{32{,}51\,\frac{kN}{cm}} = 24{,}85cm$$

Verificamos la hipótesis A:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d_t - c} \Longrightarrow \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c}{c} . (d_t - c) = 0{,}003 . \frac{(55cm - 24{,}85cm)}{24{,}85cm} = 0{,}0036 = 0.36\% < 0{,}5\%$$

Sino podemos decir: $\frac{c}{d} = \frac{24{,}85cm}{55cm} = 0{,}45$

No solo no cumple la hipótesis A, sino que resulta menor que la deformación mínima establecida por el reglamento, $\varepsilon_{tmin} = 0{,}4\%$

CASO 2: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

Una forma más rápida de calcular esto es controlando la relación $^{c}/_{d}$:

- Cuando $\frac{c}{d_t} < \frac{3}{8} (= 0{,}375)$ tendremos F.C.T.
- Cuando $\frac{c}{d_t} > \frac{3}{7} (= 0{,}429\ )$ tendremos que tomar alguna medida para controlar la deformación mínima del acero traccionado (ε_t)

La forma de controlar la deformación mínima del acero traccionado será fijando el plano límite, y colocando armadura de compresión, de ser necesario, que se encargue de aportar la resistencia nominal a flexión que fuera necesaria.

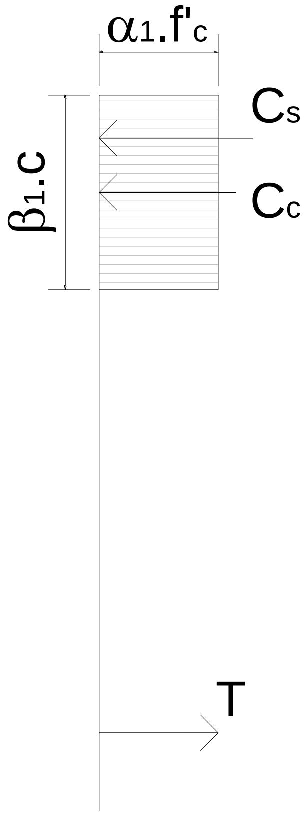
Fijando el plano de deformación fijamos también:

$\varepsilon_c = -0{,}003$ y $\varepsilon_t = 0{,}004 \ \Longrightarrow \emptyset = 0{,}814$;

$$c = 0{,}429.d_t = 23{,}57cm$$

$$j_{dc} = d - \frac{\beta_1.c}{2} = 55cm - \frac{0{,}85.23{,}57cm}{2} = 44{,}98cm$$

CASO 2: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0



Calculamos la fuerza de compresión en el hormigón:

$$C_c = \alpha_1 . f'_c . \beta_1 . c . b_w = 0{,}85.3\frac{kN}{cm^2}.0{,}85.23{,}57cm.15cm$$

$$C_c = 766{,}3kN$$

Calculamos la resistencia nominal a flexión que aporta únicamente el Hº:

$$M^*_{ns} = C_c . j_{dc} = 766{,}3kN.0{,}45m = 344{,}8kN.m$$

$$M_d = \phi M*ns = 0.814 \cdot 344.8kN.m$$

$$M_d = 278.65kNm \angle Mu$$

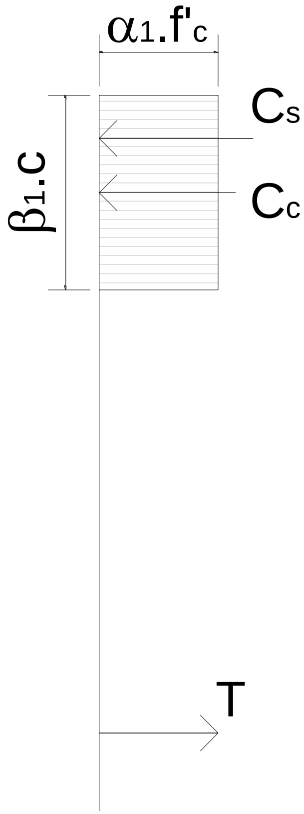
La resistencia nominal a flexión que debemos aportar con armadura comprimida es:

$$\Delta M_{ns} = \frac{M_{us}}{\emptyset} - M^*_{ns} = \frac{320kN.m}{0{,}814} - 344{,}8kN.m = 48{,}3kN.m$$

El brazo elástico de la fuerza de compresión es:

$j_{ds} = d - d'_s = 55cm - \mathbf{4cm} = 51cm$ (estimado en función del recubrimiento, diámetro de estribo y diámetro de las barras de la armadura de compresión)

CASO 2: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0



Calculamos la fuerza en la armadura comprimida:

$$C_s = \frac{\Delta M_{ns}}{j_{ds}} = \frac{48{,}3kN}{0{,}51m} = 94{,}7kN$$

Para saber cuánta armadura debemos colocar, primero tenemos que calcular la deformación específica:

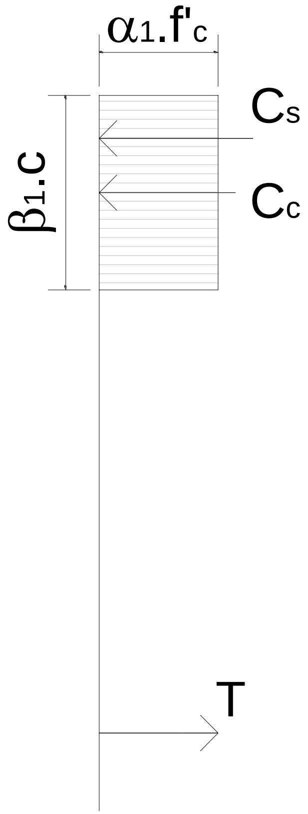
$$\varepsilon'_s = 0{,}003.\frac{(c - d'_s)}{c} = 0{,}003.\frac{(23{,}57cm - 4cm)}{23{,}57cm}$$

$$\varepsilon'_s = 0{,}0024 = 0{,}24\% > \varepsilon_y$$

La armadura comprimida necesaria es:

$$A'_s = \frac{C_s}{f_y - \alpha_1.f'_c} = \frac{94{,}7kN}{42\,{}^{kN}/_{cm^2} - 0{,}85.3\,{}^{kN}/_{cm^2}} = 2{,}40cm^2$$

CASO 2: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0



La fuerza de tracción total necesaria para el equilibrio es:

$$T = \frac{N_u}{\emptyset} + C_s + C_c = 0kN + 94{,}7kN + 766{,}3kN = 861kN$$

La armadura principal necesaria será entonces:

$$A_{snec} = \frac{T}{f_y} = \frac{861kN}{42\, {}^{kN}/_{cm^2}} = 20{,}5cm^2$$

$$> A_{smin}\ (2{,}75cm^2\ calculado\ en\ el\ ejercicio\ anterior)$$

Se adoptarán las siguientes armaduras:

$A_{sadop} = 4\emptyset 25 = 19{,}64cm^2$ (en dos capas)

$A'_{sadop} = 3\emptyset 12$ (recomendamos adoptar al menos 30% más de armadura comprimida para evitar tener como resultado final un plano con $\varepsilon_t < 0{,}004$)

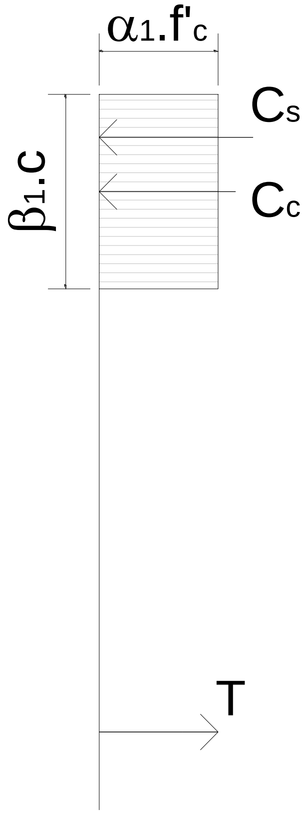
A continuación se verifica la sección con las armaduras adoptadas.

CASO 2: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

Asumiremos que:

$$\varepsilon_{cu} = -0{,}003,\ \varepsilon_s > \varepsilon_y,\ {}^{c}/_{d_t} > {}^{3}/_{7},\ \varepsilon'_s > \varepsilon_y$$

HIPÓTESIS A



Entonces tendremos:

$$T = 19{,}64cm^2 . 42\ {}^{kN}/_{cm^2} = 824{,}9kN$$

$$C_s = 3{,}39cm^2 . (42\ {}^{kN}/_{cm^2} - 0{,}85.0{,}3\ {}^{kN}/_{cm^2}) = 133{,}8kN$$

$$C_c = 824{,}9kN - 133{,}8kN = 691{,}1kN$$

$$c = \frac{691{,}1kN}{32{,}51\frac{kN}{cm}} = 21{,}25cm$$

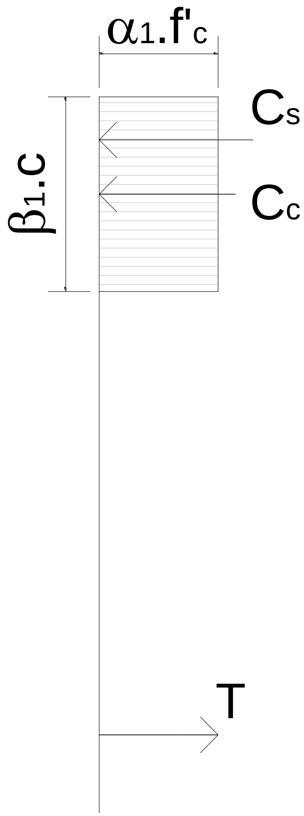
$$\varepsilon_s = 0{,}003 . \frac{(53{,}45cm - 21{,}25cm)}{20{,}99cm} = 0{,}0046$$

$$\varepsilon'_s = 0{,}003 . \frac{(21{,}25cm - 3{,}4cm)}{21{,}25cm} = 0{,}0025$$

$$j_{dc} = 53{,}45cm - \frac{0{,}85.21{,}25cm}{2} = 44{,}4cm$$

$$j_{ds} = 53{,}45cm - 3{,}4cm = 50{,}05cm$$

CASO 2: Nu=0, A’s ≠ 0, Mu ≠ 0



$$M^*_{ns} = 691{,}1kN.\,0{,}444m = 306{,}8kN.\,m$$

$$\Delta M_{ns} = 133{,}8kN.\,0{,}50m = 66{,}9kN.\,m$$

$$M_{ns} = M^*_{ns} + \Delta M_{ns} = 306{,}8kN.\,m + 66{,}9kN.\,m = 373{,}7kN.\,m$$

$$M_{ds} = 0{,}90.373{,}7kN.\,m = 336{,}3kN.\,m$$

$$M_{ds} > M_{us}$$

FIN –
DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN DE SECCIONES RECTANGULARES.

GRACIAS POR SU ATENCIÓN