FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

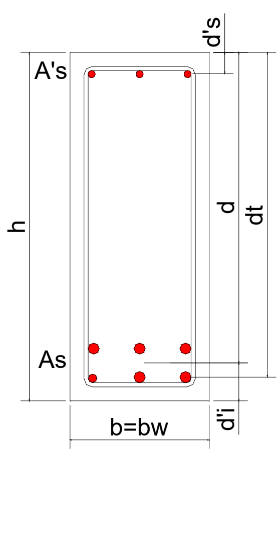
HORMIGÓN I (94.01)

EJERCICIO – DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN DE SECCIONES RECTANGULARES

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 1: Nu=0, A's = 0, Mu ≠ 0

Se pide la resistencia de diseño a flexión sin esfuerzo axil, de la siguiente sección rectangular.



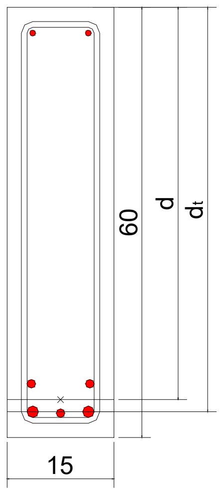
Datos del problema

$b_w = 15cm$
$h = 60cm$
$A_s = (2\phi16 + 1\phi12) + 2\phi12$ (dos capas)
$A'_s = 0$
Hormigón H-30
Acero ADN420

(La sección dibujada es genérica y no corresponde a los datos provistos)

CASO 1: Nu=0, A's = 0, Mu ≠ 0

La armadura traccionada se encuentra dispuesta en dos capas, por lo que determinamos d y dt:



En general se tiene que:

$$d_t = h - r - d_e - \frac{d_b}{2}$$

Donde:

r: recubrimiento. Distancia entre el filo exterior de Hº y el borde exterior del estribo o la armadura más traccionada (adoptaremos 2cm salvo indicación en contrario)

d_e: diámetro del estribo. Adoptaremos 8mm salvo indicación en contrario.

d_b: diámetro de la mayor barra de la primera capa (se numeran desde la más traccionada)

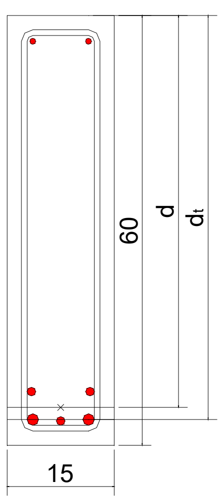
$$d_t = 60cm - 2cm - 0.8cm - \frac{1.6cm}{2} = 56{,}4cm$$

(está simplificado como si fuesen 3ϕ16)

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 1: Nu=0, A's = 0, Mu ≠ 0

La armadura traccionada se encuentra dispuesta en dos capas, por lo que determinamos d y dt:



En general se tiene que:

$$d = h - r - d_e - \frac{d_b}{2} - y_g (= 55{,}21cm)$$

Donde:

y_g: distancia entre el baricentro de la capa inferior y el baricentro de la armadura traccionada total.

$$y_g = \frac{\sum_i^n A_{si} . d_i}{\sum_i^n A_{si}} (= 1{,}19cm)$$

A_{si}: armadura de la capa "i"

$A_{s1} = 5{,}15cm^2 \quad A_{s2} = 2{,}26cm^2$

d_i: distancia entre baricentros de la capa "i" y la primera capa.

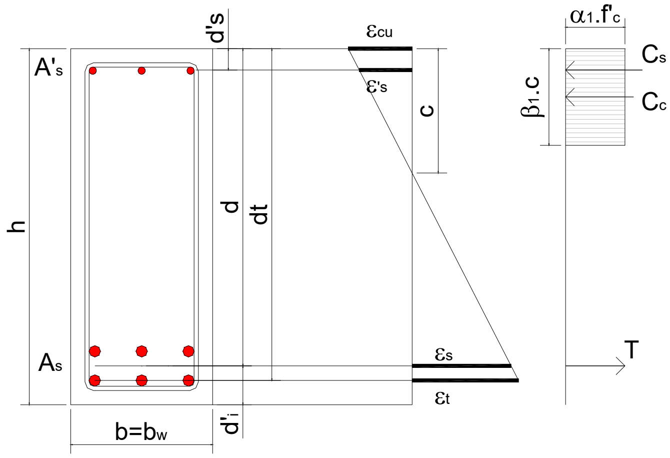
$d_1 = 0cm$

$$d_2 = \frac{1.6cm}{2} + 2.5cm + \frac{1.2cm}{2} = 3{,}9cm$$

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 1: Nu=0, A's = 0, Mu ≠ 0

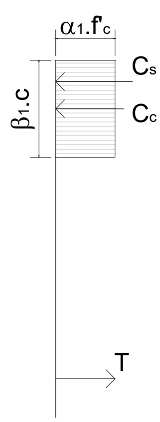
Propondremos un plano de falla cualquiera, y utilizando las relaciones constitutivas de los materiales obtenemos una distribución de esfuerzos internos como la siguiente:



FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 1: Nu=0, A's = 0, Mu ≠ 0

En particular si adoptamos un plano con $\varepsilon_{cu} = -0{,}003$ podremos adoptar los diagramas simplificados para el hormigón y será:



$C_s = 0\ kN$ (por ser $A'_s = 0$)

$T = f_s\ .A_s$

$C_c = \alpha_1 . f'_c . \beta_1 . c . b_w$

$\alpha_1 = 0{,}85$

$\beta_1 = 0{,}85$ si $f'_c \leq 30\ MPa$

$\beta_1 = 0{,}85 - 0{,}05\frac{(f'_c - 30)}{7}$ si $30\ MPa < f'_c < 58\ MPa$

$\beta_1 = 0{,}65$ si $58\ MPa \leq f'_c$

CASO 1: Nu=0, A's = 0, Mu ≠ 0

Para resolver el problema haremos uso de las siguientes ecuaciones:

Ecuaciones de Equivalencia

$$\sum M_{ext} = \sum M_{int} \Longrightarrow M_{ns} = C_c . j_{dc} + C_s . j_{ds}$$

$$\sum N_{ext} = \sum N_{int} \Longrightarrow N_n = T - C_c - C_s$$

Ecuaciones de Compatibilidad

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c}$$

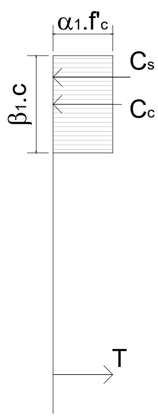
$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c - d'_s}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d_t - c}$$

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 1: Nu=0, A's = 0, Mu ≠ 0

Proponemos un plano de falla en el cual
$\varepsilon_{cu} = -0{,}003$ y $\varepsilon_s > \varepsilon_y$ **HIPÓTESIS A**



$C_s = 0\ kN$ (por ser $A'_s = 0$)

$$T = f_y \ . A_s = 42 \, {}^{kN}\!/_{cm^2} . 7{,}41cm^2 = 311{,}2kN$$

$$C_c = \alpha_1 . f'_c . \beta_1 . c . b_w$$
$$= 0{,}85.3 \, {}^{kN}\!/_{cm^2} . 0{,}85.15\text{cm}.\text{c} = (32{,}51 \, {}^{kN}\!/_{cm}). c$$

$$C_c = T \Longrightarrow 32{,}51 \, {}^{kN}\!/_{cm} . c = 311{,}2\text{kN} \Longrightarrow$$

$$c = \frac{311{,}2kN}{32{,}51 \frac{kN}{cm}} = 9{,}57cm$$

CASO 1: Nu=0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Chequeamos si la HIPÓTESIS A es correcta:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c} \Longrightarrow \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c}{c}.(d-c) = 0{,}003.\frac{(55{,}21cm - 9{,}57cm)}{9{,}57cm}$$
$$= 0{,}0143 = 1.43\% > 0{,}21\%$$

Como verifica la HIPÓTESIS A, podemos seguir con el problema:

$$a = \beta_1.c = 0{,}85.9{,}57cm = 8{,}13cm$$

Calculamos el brazo elástico interno:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 55{,}21cm - \frac{8{,}13cm}{2} = 51{,}15cm \approx 0{,}512m$$

Calculamos la resistencia nominal a flexión:

$$M_{ns} = C_c.j_{dc} = 311{,}2kN.0{,}512m = 159{,}3kN.m$$

CASO 1: Nu=0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Para obtener la resistencia de diseño debemos determinar el coeficiente de minoración, para lo cual debemos conocer:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d_t-c} \Longrightarrow \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c}{c}.(d_t-c) = 0{,}003.\frac{(56{,}4cm - 9{,}57cm)}{9{,}57cm}$$
$$= 0{,}0146 = 1.46\% > 0{,}5\% \Longrightarrow \phi = 0{,}90$$

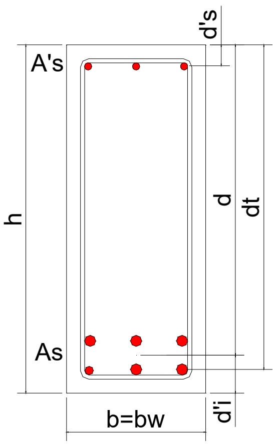
La resistencia de diseño a flexión resulta:

$$\boxed{\begin{aligned} M_{ds} &= \phi.M_{ns} = 0{,}90.159{,}3kN.m \\ M_{ds} &= 143{,}4kN.m \end{aligned}}$$

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 2: Nu=0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Se pide la resistencia de diseño a flexión sin esfuerzo axil, de la siguiente sección rectangular.



Datos del problema

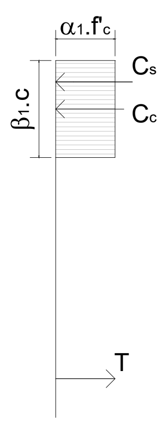
$b_w = 15cm$
$h = 60cm$
$A_s = 2\phi25 + 2\phi25$ (dos capas)
$A'_s = 0$
$d = 53{,}45cm$ $\qquad d_t = 55{,}95cm$
Hormigón H-30
Acero ADN420

(La sección dibujada es genérica y no corresponde a los datos provistos)

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 2: Nu=0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Proponemos un plano de falla en el cual
$\varepsilon_{cu} = -0{,}003$ y $\varepsilon_s > \varepsilon_y$ **HIPÓTESIS A**



$C_s = 0kN$ (por ser $A'_s = 0$)

$$T = f_y \ .A_s = 42 \, {}^{kN}\!/_{cm^2} . 19{,}64cm^2 = 824{,}88kN$$

$$C_c = \alpha_1 . f'_c . \beta_1 . c . b_w$$

$$= 0{,}85.3 \, {}^{kN}\!/_{cm^2} . 0{,}85.15\text{cm}.\text{c} = 32{,}51 \, {}^{kN}\!/_{cm} . c$$

$$C_c = T \Longrightarrow 32{,}51 \, {}^{kN}\!/_{cm} . c = 824{,}88\text{kN} \Longrightarrow$$

$$c = \frac{824{,}88kN}{32{,}51 \frac{kN}{cm}} = 25{,}37cm$$

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 2: Nu=0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Chequeamos si la HIPÓTESIS A es correcta:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c} \Longrightarrow \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c}{c}.(d-c) = 0{,}003.\frac{(53{,}45cm - 25{,}37cm)}{25{,}37cm}$$
$$= 0{,}0033 = 0.33\% \geq 0{,}21\%$$

Como verifica la HIPOTESIS A, podemos seguir con el problema:

$$a = \beta_1.c = 0{,}85.25{,}37cm = 21{,}56cm$$

Calculamos el brazo elástico interno:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 53{,}45cm - \frac{21{,}56cm}{2} = 42{,}67cm \approx 0{,}427m$$

Calculamos la resistencia nominal a flexión:

$$M_{ns} = C_c.j_{dc} = 824{,}9kN.0{,}427m = 352{,}23kN.m$$

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 2: Nu=0, A’s = 0, Mu ≠ 0

Para obtener la resistencia de diseño debemos determinar el coeficiente de minoración, para lo cual debemos conocer:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d_t-c} \Longrightarrow \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c}{c}.(d_t-c) = 0{,}003.\frac{(55{,}95m - 25{,}37cm)}{25{,}37cm}$$
$$= 0{,}0036 = 0.36\%$$

$$\phi = 0{,}65 + 0{,}25.\frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_y)}{(0{,}005 - \varepsilon_y)} = 0{,}65 + 0{,}25.\frac{(0{,}0036 - 0{,}0021)}{0{,}0029}$$
$$\phi = 0{,}779$$

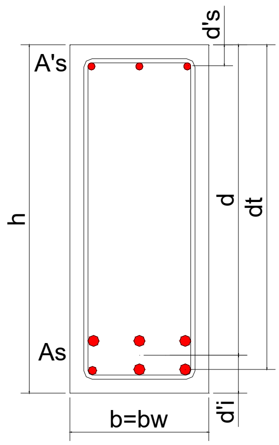
La resistencia de diseño a flexión resulta:

$$\boxed{\begin{aligned} M_{ds} &= \phi.M_{ns} = 0{,}779.352{,}23kN.m \\ M_{ds} &= 274{,}4kN.m \end{aligned}}$$

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 3: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

Se pide la resistencia de diseño a flexión sin esfuerzo axil, de la siguiente sección rectangular.



Datos del problema

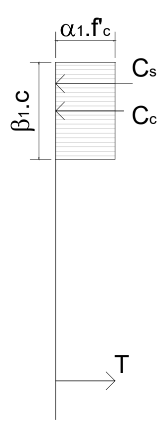
$b_w = 15cm$
$h = 60cm$
$A_s = 2\phi25 + 2\phi25$ (dos capas)
$\boldsymbol{A'_s = 3\phi12}$
$d = 53{,}45cm \; d_t = 55{,}95cm \; d'_s = 3{,}4cm$
Hormigón H-30
Acero ADN420

(La sección dibujada es genérica y no corresponde a los datos provistos)

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 3: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

Proponemos un plano de falla en el cual
$\varepsilon_{cu} = -0{,}003$ y $\varepsilon_s > \varepsilon_y$ **HIPÓTESIS A**
Y en este caso, las ecuaciones resultan:



$$C_s = E_s.\varepsilon'_s.A'_s - \underline{\alpha_1.f'_c.A'_s}$$
$$T = f_y \;.A_s = 42\,{}^{kN}/_{cm^2}.19{,}64cm^2 = 824{,}88kN$$
$$C_c = T - C_s$$
$$C_c = \alpha_1.f'_c.\beta_1.c.b_w = 32{,}51\,{}^{kN}/_{cm}.c$$
$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_c}{c}.(c - d'_s)$$

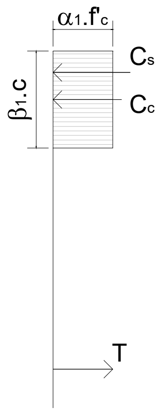
En este caso la solución no se obtiene de forma tan directa como antes, sino que requiere un proceso que podría resultar iterativo, el que centraremos en la deformación específica de la armadura comprimida.

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 3: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

$\varepsilon'_s = \varepsilon_y$ **HIPÓTESIS B (solo de partida)**

Entonces: $C_s = f_y . A'_s - \alpha_1 f'_c . A'_s = 3{,}39 cm^2 (42 - 2{,}6)\, {}^{kN}/_{cm^2}$



$T = f_y \ . A_s = 42\, {}^{kN}/_{cm^2} . 19{,}64 cm^2 = 824{,}88 kN$

$C_c = T - C_s = 824{,}9kN - 133{,}6kN = 691{,}3kN$

$C_c = \alpha_1 . f'_c . \beta_1 . c . b_w = 32{,}51\, {}^{kN}/_{cm} . c = 691{,}3kN$
$\Longrightarrow c = 21{,}26 cm$

$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_c}{c} . (c - d'_s) = 0{,}003 . \frac{(21{,}26 - 3{,}4)}{21{,}26} = 0{,}0025$$

En este caso $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y$ por lo que no hará falta iterar. Podemos seguir con el problema.

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 3: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

Chequeamos si la HIPÓTESIS A es correcta:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c} \Longrightarrow \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c}{c} . (d - c) = 0{,}003 . \frac{(53{,}45cm - 21{,}26cm)}{21{,}26cm}$$
$$= 0{,}0045 = 0.45\% \geq 0{,}21\%$$

Como verifica la HIPOTESIS A, podemos seguir con el problema:

$a = \beta_1 . c = 0{,}85 . 21{,}26 cm = 18{,}07 cm$

Calculamos el brazo elástico interno para el esfuerzo de compresión en el hormigón:

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 53{,}45cm - \frac{21{,}26cm}{2} = 42{,}82cm \approx 0{,}428m$$

Calculamos la resistencia nominal a flexión que aporta este esfuerzo y su contraparte de armadura traccionada:

$$M^*_{ns} = C_c . j_{dc} = 691{,}3kN . 0{,}428m = 295{,}9kN . m$$

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 3: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

Calculamos el brazo elástico interno para el esfuerzo en la armadura comprimida:

$$j_{ds} = d - d'_s = 53{,}45cm - 3{,}4cm = 50{,}05cm \approx 0{,}501m$$

Calculamos la resistencia nominal a flexión que aporta este esfuerzo y su contraparte de armadura traccionada:

$$\Delta M_{ns} = C_s . j_{ds} = 133{,}6kN . 0{,}501m = 66{,}9kN.m$$

Calculamos la resistencia nominal a flexión total:

$$M_{ns} = M^*_{ns} + \Delta M_{ns} = 295{,}9kN.m + 66{,}9kN.m = 362{,}8kN.m$$

FIUBA – Departamento de construcciones y estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CASO 3: Nu=0, A's ≠ 0, Mu ≠ 0

Para obtener la resistencia de diseño debemos determinar el coeficiente de minoración, para lo cual debemos conocer:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_t}{d_t - c} \Longrightarrow \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_c}{c} . (d_t - c) = 0{,}003 . \frac{(55{,}95m - 21{,}26cm)}{21{,}26cm} = 0{,}0049 = 0.49\%$$

$$\phi = 0{,}65 + 0{,}25 . \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_y)}{(0{,}005 - \varepsilon_y)} = 0{,}65 + 0{,}25 . \frac{(0{,}0049 - 0{,}0021)}{0{,}0029}$$

$$\phi = 0{,}891$$

La resistencia de diseño a flexión resulta:

$$\boxed{M_{ds} = \phi . M_{ns} = 0{,}891 . 362{,}8kN.m \qquad M_{ds} = 323{,}3kN.m}$$

FIN –
DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN DE SECCIONES RECTANGULARES.

GRACIAS POR SU ATENCIÓN