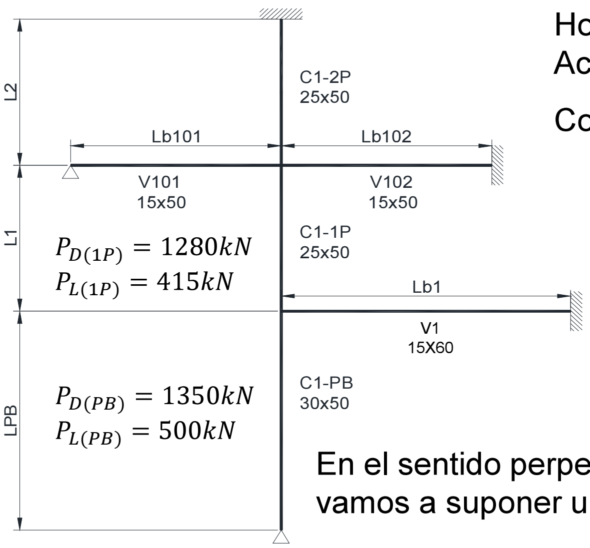
HORMIGÓN I (74.01 y 94.01)

EJERCICIO – INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN

1

Se tiene el siguiente pórtico para la C1 de un edificio:



Hormigón: H35
Acero: ADN420

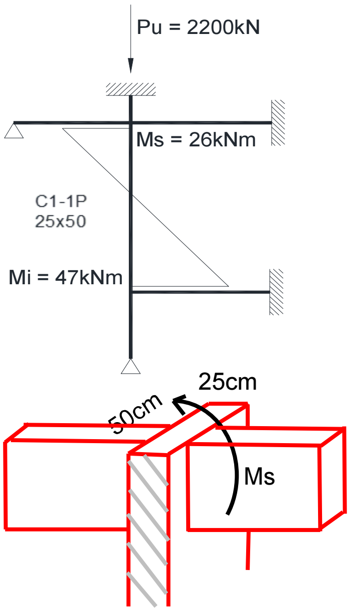
Con: $L_{PB} = 4.50m$
$L_1 = 3.00m$
$L_2 = 3.00m$
$L_{b1} = 5.50m$
$L_{b101} = 4.00m$
$L_{b102} = 4.00m$

En el sentido perpendicular a la hoja vamos a suponer un arriostramiento total

2

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Primero analizamos el tramo s/1P



$$P_{D(1P)} = 1280kN$$
$$P_{L(1P)} = 415kN$$
$$P_{U(1P)} = 1.2P_{D(1P)} + 1.6P_{L(1P)}$$

NOTA: los M ya están mayorados con la misma combinación que Pu!!

Identificamos los M:

M1 = - min(|Ms|,|Mi|) = -26kNm
M2 = +max(|Ms|,|Mi|) = +47kNm

3

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Hacemos un análisis de segundo orden a la columna para saber si:

- ¿Alcanza con $P_u^{1º}$ y $M_u^{1º}$ de 1º orden para dimensionar?
- ¿Tenemos que considerar los efectos de 2º orden en el cálculo, entonces calcular un $M_u^{2º}$ simplificado y dimensionar?
- ¿Es demasiado esbelta la columna, y por lo tanto tendremos que redimensionarla?

Aplicamos el método simplificado del reglamento que analiza la columna por tramos aislados.

La respuesta a la pregunta anterior dependerá de la esbeltez mecánica del tramo de columna que estamos analizando.

4

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica

$$\lambda_{1P} = \frac{k.l_u}{i}$$

λ_{1P} = esbeltez mecánica de la columna en el 1ºPiso

k = coeficiente que ajusta a l_u para convertirlo en la longitud efectiva de pandeo

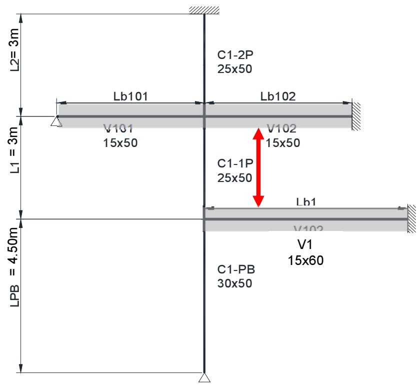
l_u = longitud sin arriostramientos de la columna en el 1ºPiso

i = radio de giro de la sección transversal en la dirección analizada

5

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica



l_u = Longitud sin arriostramientos.

$$l_u = L_{1P} - \frac{50cm}{2} - \frac{60cm}{2} = 2{,}45m$$

i = radio de giro de la sección.

$$i = \sqrt{\frac{I_g}{A}} = \frac{h_{c1P}}{\sqrt{12}} \quad \text{ó } i = 0.3h_{c1P} = 0{,}075m$$

6

Cálculo de la esbeltez mecánica

k = coeficiente que ajusta a l_u para convertirlo en la longitud efectiva de pandeo.

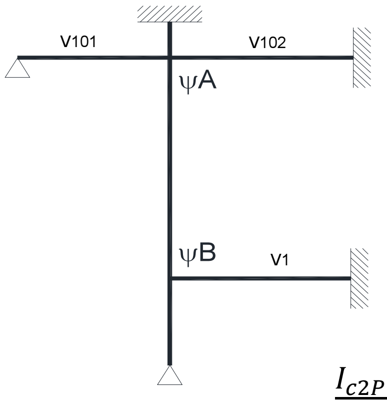
Dos opciones para calcularlo:

1. Calculamos las rigideces relativas de los nodos y usamos los nomogramas de Jackson-Moreland
2. Calculamos las rigideces relativas de los nodos y usamos la fórmula simplificada

7

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica



$$\psi = \frac{\sum(E_c.I_c/l_c)}{\sum(E_b.I_b/l_b)}$$

$$\boxed{0,20 \leq \psi \leq 20}$$

I = Rigidez de la sección fisurada

$I_c = 0,7I_{gc}$

$I_b = 0,35I_{gb}$ $\qquad$ $I_g = \frac{b.h^3}{12}$

$$\psi_A = \frac{\frac{I_{c2P}}{l_{c2P}} + \frac{I_{c1P}}{l_{c1P}}}{0.5\frac{I_{b101}}{l_{b101}} + \frac{I_{b102}}{l_{b102}}} \qquad \psi_B = \frac{\frac{I_{c1P}}{l_{c1P}} + \cancel{0.5}\frac{I_{cPB}}{l_{cPB}}}{\frac{I_{b1}}{l_{b1}}}$$

Que pasaría si V101 fuese una mensula? 0.5 → 0

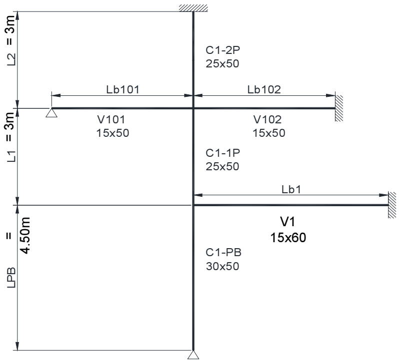
8

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica

$$I_{gb101} = \frac{15.50^3}{12} = 156250cm^4 = I_{gb102}$$

$$I_{gb1} = \frac{15.60^3}{12} = 270000cm^4$$



Reducimos por fisuración:

$$I_{cb101} = I_{cb102} = 0{,}35 * 156250cm^4 = 54688cm^4$$

$$I_{cb1} = 0{,}35 * 270000cm^4 = 94500cm^4$$

En vigas no hay dudas de cómo calcularlo

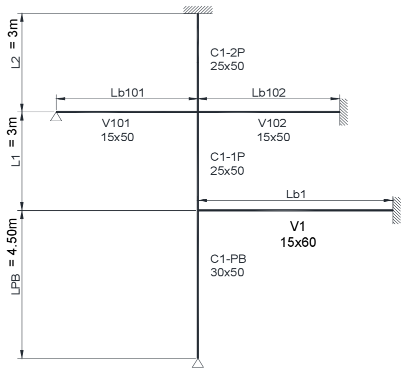
9

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica

En columnas dependerá de qué dirección analizamos.
Si el esquema de pórticos es como el que dibujamos al inicio:

C1-1P: 25x50 → $h_c = 25$ y $b_c = 50$
C1-1P: 50x25 → $h_c = 50$ y $b_c = 25$



$$I_{gc1P} = \frac{50.25^3}{12} = 65104cm^4 = I_{gc2P}$$

$$I_{gcPB} = \frac{50.30^3}{12} = 112500cm^4$$

$$I_{c1P} = 0{,}7.65104cm^4 = 45573cm^4 = I_{c2P}$$

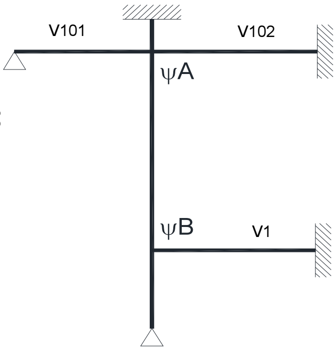
$$I_{cPB} = 0{,}7.112500cm^4 = 78750cm^4$$

10

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica

$$\psi_A = \frac{\frac{45573cm^4}{3m} + \frac{45573cm^4}{3m}}{0.5\frac{54688cm^4}{4m} + \frac{54688cm^4}{4m}} = 1{,}48$$



$$\psi_B = \frac{\frac{45573cm^4}{3m} + \frac{78750cm^4}{4{,}5m}}{\frac{94500cm^4}{5{,}50m}} = 1{,}90$$

Calculamos k:

$$k = 1 - \frac{1}{(5 + 9\psi_A)} - \frac{1}{(5 + 9\psi_B)} - \frac{1}{(10 + \psi_A\psi_B)} \geq 0{,}60$$

$$k = 0{,}82$$

11

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica

$$\lambda_{1P} = \frac{0{,}82 * 2{,}45m}{0{,}075m} = 26{,}79$$

Hay que considerar efectos de 2do orden?

$$\lambda_{1P} = 26{,}79 > \lambda_{lim} = 22$$

En principio sí.

Veamos si los momentos extremos ayudan:

$$\lambda_{lim} = 34 - 12.\frac{M1}{M2} = 34 - 12\frac{(-26)}{(+47)} = 40{,}64 \leq 40 \quad \Rightarrow \lambda_{lim} = 40$$

Entonces, hay que considerar efectos de 2do orden?

$$\lambda_{1P} = 26{,}8 < \lambda_{lim} = 40$$

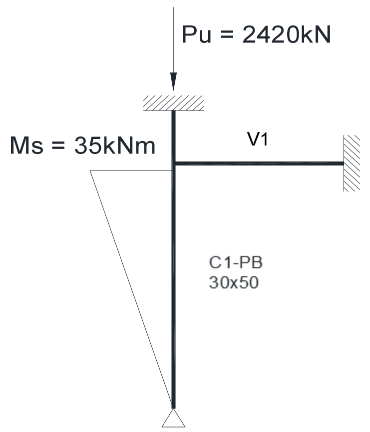
No.

Como la esbeltez resulta menor que la esbeltez límite, los efectos de segundo orden son despreciables.
Podemos dimensionar el tramo s/1P con las solicitaciones de primer orden.

12

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

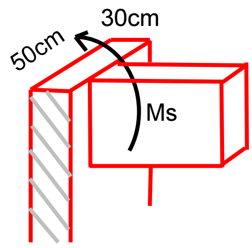
Analizamos ahora el tramo s/PB



NOTA: los M ya están mayorados con la misma combinación que el Pu!!

Identificamos los M:

M1 = 0kNm
M2 = +35kNm



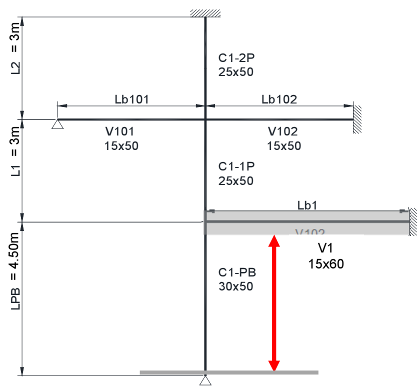
13

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica

l_u = Longitud sin arriostramientos.
Como tenemos vigas vinculadas a un sistema de arriostramiento externo lo calculamos como:

$$l_u = L_{PB} - \frac{60cm}{2} = 4{,}20m$$



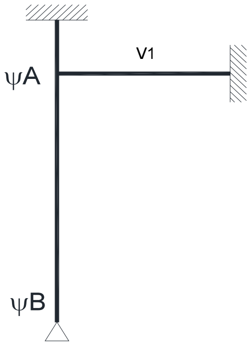
i = radio de giro de la sección.

$$i = \sqrt{\frac{I_g}{A}} = \frac{h_{cPB}}{\sqrt{12}} \quad \text{ó } i = 0.3h_{cPB}$$

$$\Rightarrow i = 0{,}09m$$

14

Cálculo de la esbeltez mecánica



$$\psi_A = \frac{\frac{I_{c1P}}{l_{c1P}} + \frac{I_{cPB}}{l_{cPB}}}{\frac{I_{b1}}{l_{b1}}} = 1{,}90$$

$$\psi_B = Articulación\ Perfecta = \infty$$

Pero como eso no existe:

$$\psi_B = 20$$

$$k = 1 - \frac{1}{(5 + 9\psi_A)} - \frac{1}{(5 + 9\psi_B)} - \frac{1}{(10 + \psi_A \psi_B)} \geq 0{,}60$$

$$k = 0{,}93$$

15

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cálculo de la esbeltez mecánica

$$\lambda_{PB} = \frac{0{,}93.4{,}20m}{0{,}09m} = 43{,}20$$

Hay que considerar efectos de 2do orden?

$$\lambda_{PB} = 43{,}20 > \lambda_{lim} = 22$$

En principio sí.

Veamos si los momentos extremos ayudan:

$$\lambda_{lim} = 34 - 12.\frac{M1}{M2} = 34 - 12\frac{(0)}{(+35)} = 34 \leq 40 \quad \Rightarrow \lambda_{lim} = 34$$

Entonces, hay que considerar efectos de 2do orden?

$$\lambda_{PB} = 43.20 > \lambda_{lim} = 34$$

Si.

Como la esbeltez resulta mayor que la esbeltez límite, los efectos de segundo orden podrían ser considerables, y habrá que tenerlos en cuenta.

16

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Efectos de Segundo Orden

El método simplificado del reglamento consiste en:

$M_c = \delta_{ns} M_{2c}$

M_c = Momento amplificado

δ_{ns}= Factor de amplificación para pórticos no desplazables lateralmente

Momento de 1º orden a amplificar M_{2c}

$$M_{2c} = max \begin{cases} M_2 \\ M_{2min} = P_u.(15mm + 0{,}03 * h_c) \end{cases}$$

17

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Efectos de Segundo Orden

δ_{ns}= Factor de amplificación para pórticos no desplazables lateralmente

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0{,}75 P_c}} < 2{,}00$$

EL COEFICIENTE DE AMPLIFICACION SERA SIEMPRE MAYOR A 1!!! (O EN SU DEFECTO IGUAL A 1)

C_m= factor que ajusta los resultados del diagrama de momentos real con un diagrama de momentos uniforme

P_c= carga crítica de Euler de la columna analizada

18

Efectos de Segundo Orden

C_m= factor que ajusta los resultados del diagrama de momentos real con un diagrama de momentos uniforme.

Cuando no hay cargas transversales en la columna:

$$C_m = 0{,}6 + 0{,}4.\frac{M1}{M2} \geq 0{,}40$$

Cuando sí hay cargas transversales en la columna:

$$C_m = 1{,}00$$

En nuestra columna:

$$C_m = 0{,}6 + 0{,}4.\frac{(0)}{35kNm} = \boxed{0{,}60}$$

19

Efectos de Segundo Orden

P_c= carga crítica de Euler de la columna analizada

$$P_c = \frac{\pi^2.EI_c}{(k.l_u)^2}$$

EI_c= rigidez equivalente a flexión de la sección de hormigón al momento de la falla.

$$EI_c = \frac{0{,}4.E_c.I_{gc}}{1 + \beta_{dns}}$$

E_c= módulo de elasticidad del hormigón

I_{gc}= inercia de la sección bruta en la dirección analizada

β_{dns}= factor que tiene en cuenta los efectos de la fluencia lenta sobre la resistencia de la columna

20

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Efectos de Segundo Orden

E_c= módulo de elasticidad del hormigón

$$E_c = 4700.\sqrt{f_c'} = 4700.\sqrt{35} = 27805{,}6MPa = \boxed{2780{,}56\frac{kN}{cm^2}}$$

I_{gc}= inercia de la sección bruta en la dirección analizada

$$I_{gcPB} = \frac{50.30^3}{12} = \boxed{112500cm^4}$$

β_{dns}= factor que tiene en cuenta los efectos de la fluencia lenta sobre la resistencia de la columna

$$\beta_{dns} = \frac{P_{uD} + 0{,}2.P_{uL}}{P_u}$$

21

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Efectos de Segundo Orden

Veamos como se obtuvo Pu…

El análisis de segundo orden hay que hacerlo para TODAS las combinaciones que se tengan en la columna

$$P_u = \sum \gamma P_i = \underbrace{\gamma_D.P_D}_{P_{uD}} + \underbrace{\gamma_L.P_L}_{P_{uL}}$$

22

Efectos de Segundo Orden

En este ejercicio en particular:

$P_D = 1350kN \qquad P_L = 500kN$

$P_{u1} = 1{,}4P_D = 1890kN$

$\boxed{P_{u2} = 1{,}2P_D + 1{,}6P_L = 2420kN}$ Dimensionamos solo para este estado

$P_{uD} = 1{,}2 * 1350kN = 1620kN$

$P_{uL} = 1{,}6 * 500kN = 800kN$

$$\beta_{dns} = \frac{P_{uD} + 0{,}2.P_{uL}}{P_u} \Rightarrow \quad \beta_{dns} = \frac{1620kN + 0{,}2 * 800kN}{2420kN} = \boxed{0{,}74}$$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Efectos de Segundo Orden

P_c= carga crítica de Euler de la columna analizada $P_c = \dfrac{\pi^2.EI_c}{(k.l_u)^2}$

$$EI_c = \frac{0{,}4.E_c.I_{gc}}{1 + \beta_{dns}} = \frac{0{,}4 * 2780{,}56\frac{kN}{cm^2}.112500cm^4}{1 + 0{,}74}$$

$$\boxed{EI_c = 71911034kNcm^2}$$

$$P_c = \frac{\pi^2.71911034kNcm^2}{(0{,}93 * 420cm)^2} = \boxed{4651{,}63kN}$$

Además hay que controlar que:

$P_u = 2420kN < 0{,}75P_c = 3488{,}72kN$ sino se debe redimensionar

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Efectos de Segundo Orden

δ_{ns}= Factor de amplificación para pórticos no desplazables lateralmente

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0{,}75P_c}} < 2{,}00$$

$$\delta_{ns} = \frac{0{,}60}{1 - \frac{2420kN}{3488{,}72kN}} = 1{,}96$$

EL COEFICIENTE DE AMPLIFICACION SERA SIEMPRE MAYOR A 1!!! (O EN SU DEFECTO IGUAL A 1)

Momento de 1° orden a amplificar

$M_2 = \boxed{35kNm}$

$M_{2min} = P_u.(15mm + 0{,}03 * h_c)$
$= 2420kN.(0{,}015m + 0{,}03 * 0{,}3m) = \boxed{58{,}1kNm}$

$$M_{2c} = \max(M_2; M_{2\min}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{M_{2c} = 58{,}1kNm}$$

25

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Efectos de Segundo Orden

Finalmente, el método simplificado consiste en:

$$M_c = \delta_{ns} M_{2C} = 1{,}96 * 58{,}1kNm = \boxed{113{,}9kNm}$$

Una vez definidas las solicitaciones en cada tramo de la columna de nuestro pórtico, dimensionamos la armadura utilizando los diagramas de interacción.

26

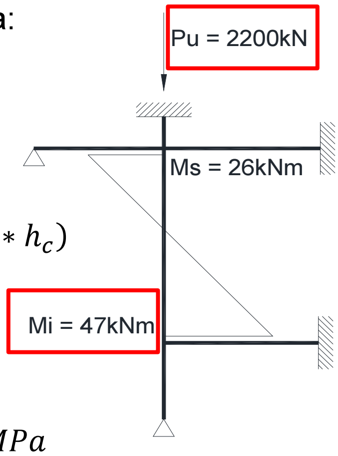
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de la Armadura (s/1P)

Para el tramo s/1P dimensionamos para:

$$\begin{aligned} P_{D(1P)} &= 1280kN \\ P_{L(1P)} &= 415kN \end{aligned} \Rightarrow P_u = 2200kN$$

$$M_{uc} = max \begin{cases} M_u = 47kNm \\ M_{2min} = P_u.(15mm + 0{,}03 * h_c) \\ M_{2min} = 49.5kNm \end{cases}$$



Los esfuerzos reducidos serán:

$$n_u = \frac{2200kN}{0{,}25m.0{,}50m} = 17600kPa = 17{,}6MPa$$

$$m_u = \frac{49.5kNm}{(0{,}25m)^2.0{,}50m} = 1584kPa = 1{,}6MPa$$

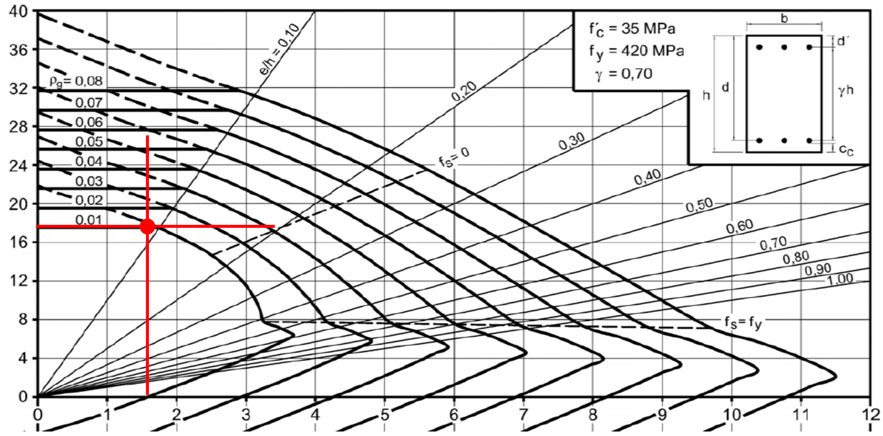
27

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de la Armadura (s/1P)

Tendremos que usar un diagrama de interacción con:

$$\gamma = \frac{hc - 2d'}{hc} = \frac{25cm - 2.(4cm)}{25cm} = 0{,}68 \sim 0{,}70$$



28

Dimensionamiento de la Armadura (s/1P)

Quedamos por debajo de la cuantía de armadura mínima, por lo que adoptamos:

$$\rho = 1\% = 0{,}01$$

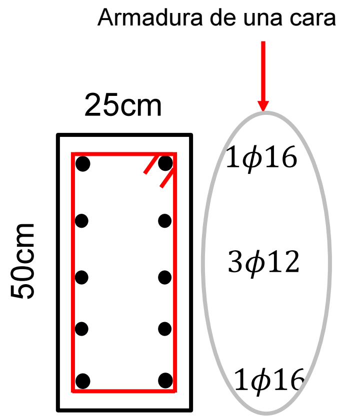
$$A_{stot} = 0{,}01 * 25cm * 50cm = 12{,}5cm^2$$

Colocaremos:

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{12{,}5cm^2}{2} = 6{,}25cm$$

$4\phi16$ en las esquinas
$3\phi12$ adicional en cada cara

$$A_{sAdop} = 14{,}82cm^2$$



29

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de la Armadura (s/1P)

Para los estribos:

$d_{bmax} = 16$ entonces $d_e = 6mm$

$$Sep_e = \min(12d_{bmin}; 48d_e; 25cm)$$
$$Sep_e = \min(12 * 1.2cm; 48 * 0.6cm; 25cm) = 14cm$$

La separación entre las barras internas y una barra arriostrada es:

$$x = \frac{50cm - 2 * 2cm - 2 * 0{,}6cm - 2 * 1{,}6cm - 3 * 1{,}2cm}{4} = 9{,}5cm$$

$$x_{max} = 15.d_e = 9cm$$

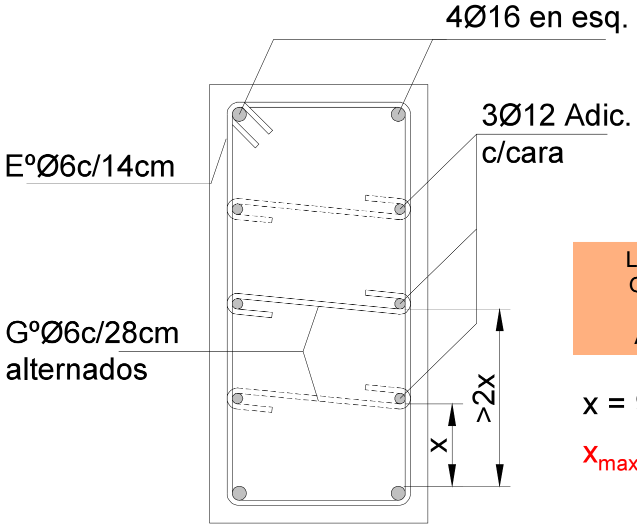
Habrá que colocar ganchos

30

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de la Armadura (s/1P)

Corte



LAS BARRAS CON GANCHOS NO SE CONSIDERAN ARRIOSTRADAS

x = 9.5 cm

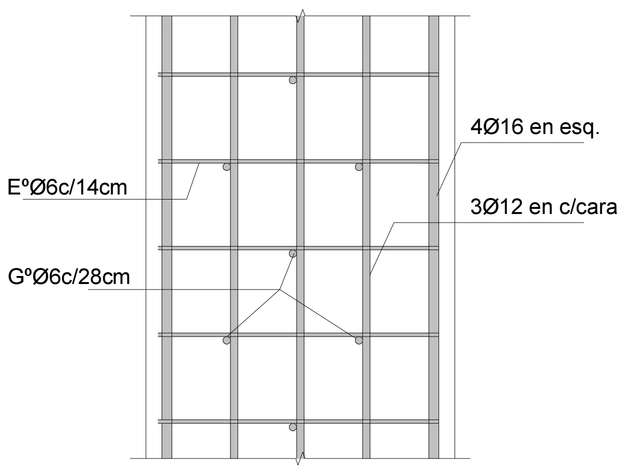
x_{max} = 9 cm

31

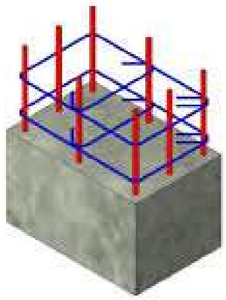
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de la Armadura (s/1P)

Vista Lateral



Otro ejemplo



32

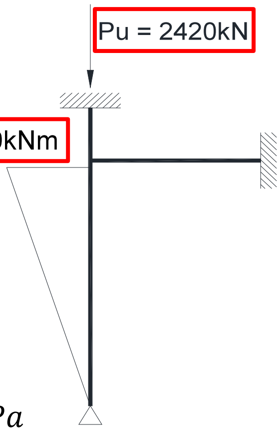
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de la Armadura (s/PB)

Para el tramo s/PB dimensionamos para:

$N_u = 2420kN$

$M_u = 113{,}9kNm\ (= M_c)$



Los esfuerzos reducidos serán:

$$n_u = \frac{2420kN}{0{,}30m.0{,}50m} = 16133kPa = 16{,}1MPa$$

$$m_u = \frac{113{,}9kNm}{(0{,}30m)^2.0{,}50m} = 2531{,}1kPa = 2{,}5MPa$$

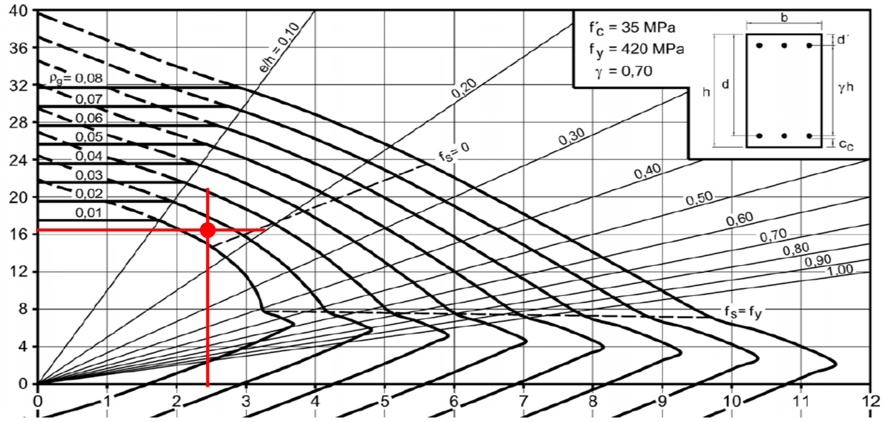
33

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de la Armadura (s/PB)

Tendremos que usar un diagrama de interacción con:

$$\gamma = \frac{hc - 2d'}{hc} = \frac{30cm - 2.(4cm)}{30cm} = 0{,}73 \sim 0{,}70$$



34

Dimensionamiento de la Armadura (s/PB)

Tenemos:

$\rho = 1{,}5\% = 0{,}015$

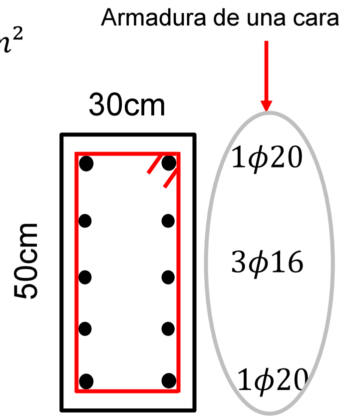
$A_{stot} = 0{,}015 * 30cm * 50cm = 22{,}5cm^2$

Colocaremos:

$A_{s1} = A_{s2} = \dfrac{22{,}5cm^2}{2} = 11{,}25cm$

$4\phi20$ en las esquinas
$3\phi16$ adicional en cada cara

$A_{sAdop} = 24{,}62cm^2$



Dimensionamiento de la Armadura (s/PB)

Para los estribos:

$d_{bmax} = 20$ entonces $d_e = 8mm$

$Sep_e = \min(12d_{bmin}; 48d_e; 30cm)$
$Sep_e = \min(12 * 16mm; 48 * 8mm; 30cm) = 19cm$

La separación entre las barras internas y una barra arriostrada es:

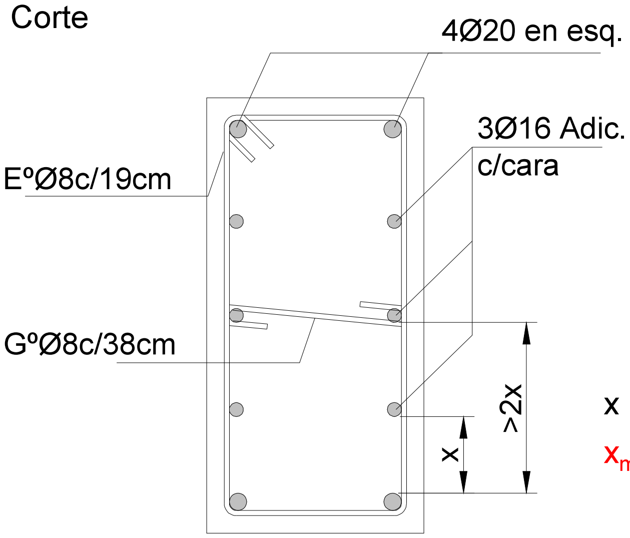
$$x = \frac{50cm - 2 * 2cm - 2 * 0{,}8cm - 2 * 2{,}0cm - 3 * 1{,}6cm}{4} = 8{,}9cm$$

$x_{max} = 15.d_e = 12cm$

Habrá que colocar ganchos también

Dimensionamiento de la Armadura (s/PB)

Corte



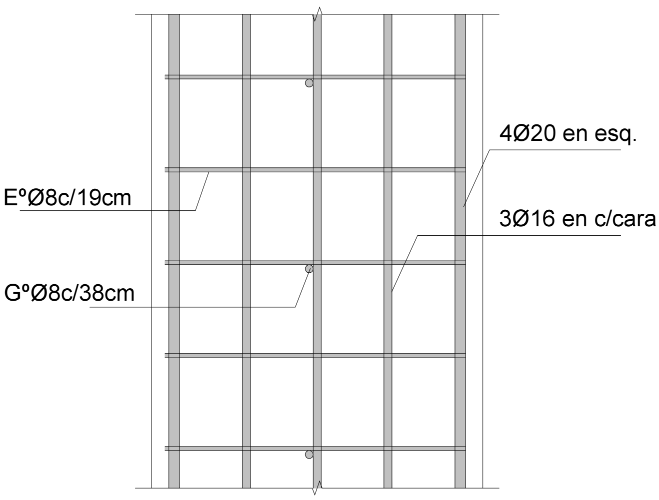
$x = 8.9$ cm

$x_{max} = 12$ cm

37

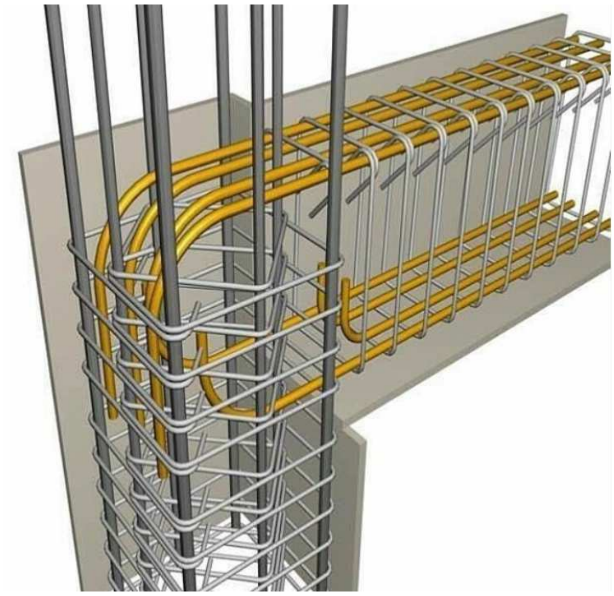
Dimensionamiento de la Armadura (s/PB)

Vista Lateral



38

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I



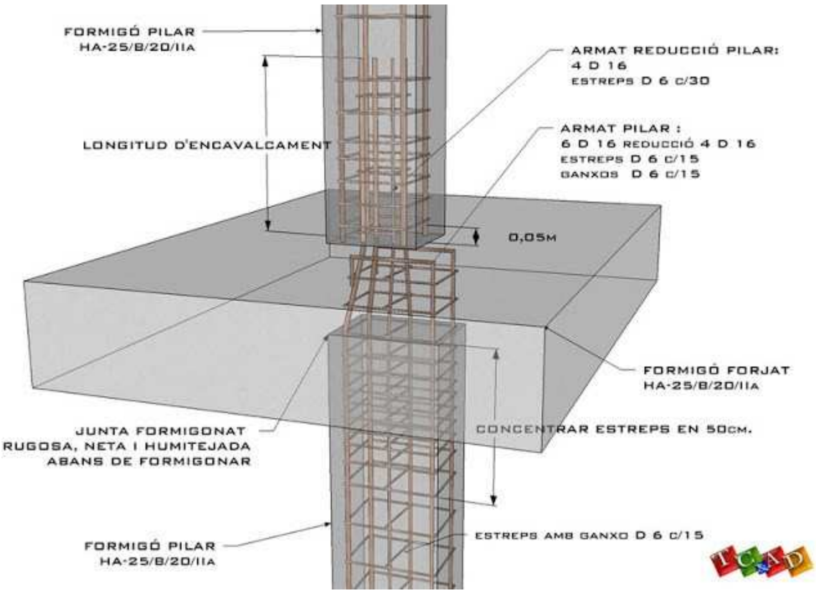
IG: @bookcivil

DISPOSICIONES REGLAMENTARIAS - CORTE

Lámina ‹Nº›

39

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I



belenfernandezfranca.wordpress.com/

DISPOSICIONES REGLAMENTARIAS - CORTE

Lámina ‹Nº›

40

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

FIN –
INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO –
EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN.

GRACIAS POR SU ATENCION

41