



94.01 - HORMIGON I

LOSAS

Detalles de armado



TEMARIO DE LA CLASE

ARMADO DE LOSAS

LOSAS UNIDIRECCIONALES (simple curvatura)

Aisladas - Tramo

Armadura dirección principal
Armadura de repartición *

Continuas

Tramo

Armadura dirección principal
Armadura de repartición *

Apoyos

Armadura de apoyos

LOSAS BIDIRECCIONALES O CRUZADAS (doble curvatura)

Aisladas - Tramo

Armadura dirección principal
Armadura dirección secundaria *
Armadura de torsión **

Continuas

Tramo

Armadura dirección principal
Armadura dirección secundaria *
Armadura de torsión **

Apoyos

Armadura de apoyos

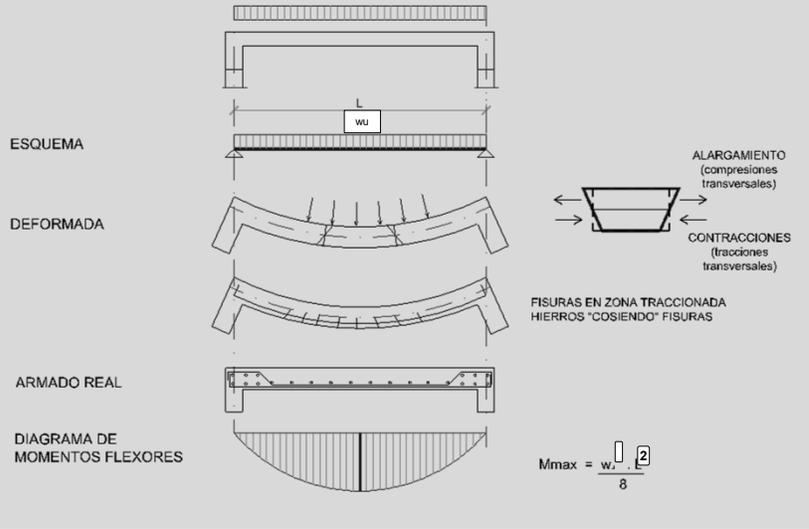
ENTREPISO SIN VIGAS

* s/CIRSOC.: "de contracción y temperatura"
** de acuerdo a las condiciones de apoyo



SOLICITACIONES EN LOSAS UNIDIRECCIONALES

LOSAS UNIDIRECCIONALES AISLADAS



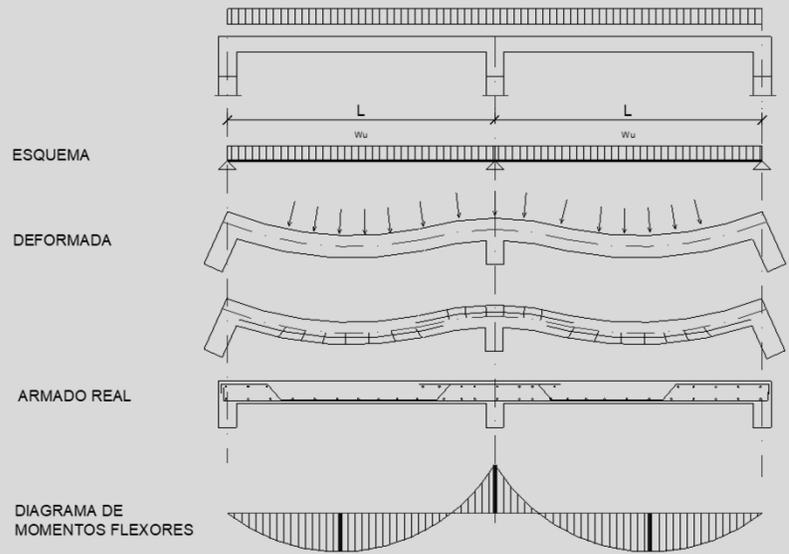
ARMADO DE LOSAS

3



SOLICITACIONES EN LOSAS UNIDIRECCIONALES

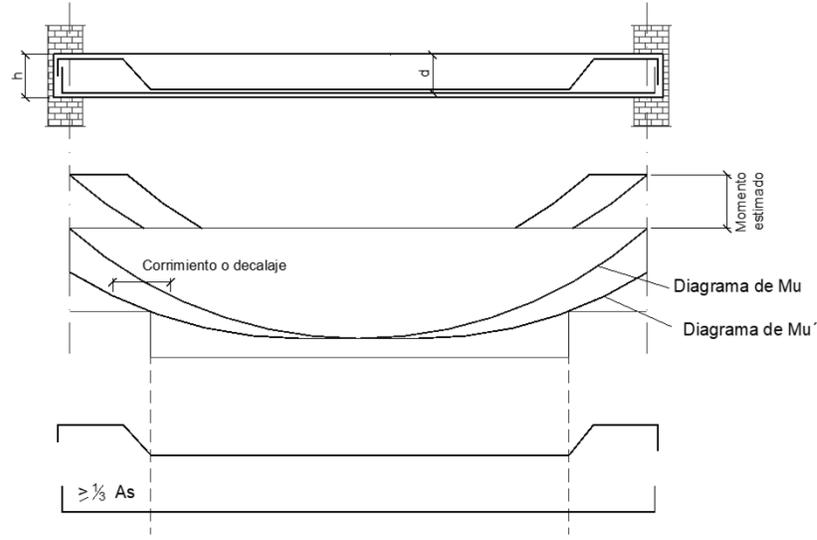
LOSAS UNIDIRECCIONALES CONTINUAS



ARMADO DE LOSAS

4

BASES PARA EL ARMADO

 CASO GENERAL: Cobertura del diagrama Mu'


ARMADO DE LOSAS

5

BASES PARA EL ARMADO DE LOSAS UNIDIRECCIONALES

La distribución de armaduras surge a partir de ESQUEMAS PRACTICOS DE ARMADO.

SEPARACION ENTRE BARRAS:

- ARMADURA DIR. PRINCIPAL: $s_l \leq 2,5$ veces el espesor h de la losa
 $s_l \leq 25d_s$ de la barra de menor diámetro
 $s_l \leq 300$ mm *
- ARMADURA DIR. SECUNDARIA (s/CIRSOC."de contracción y temperatura")
 $s \leq 3$ veces el espesor h de la losa
 $s \leq 300$ mm *

* Como criterio de la cátedra se recomienda no adoptar una separación mayor a 250mm

 Tabla 7.12.2.1. Cuanías mínimas ($\rho = As / b h$) totales para la armadura de contracción y temperatura

Acero utilizado	Cuanías mínimas
a) En losas donde se utilicen barras conformadas con ADN 420 ó ADN 420S ó malla soldada de alambre liso	0,0018
(b) En losas donde se utilice armadura con una tensión de fluencia mayor que 420 MPa	$\frac{0,0018 \cdot 420}{f_s}$

ARMADO DE LOSAS

6



ESQUEMA DE ARMADO DE LOSAS UNIDIRECCIONALES

LOSAS UNIDIRECCIONALES AISLADAS

- ARMADURA DIR. PRINCIPAL (cm²/m):

$A_{spal} \rightarrow$ según cálculo

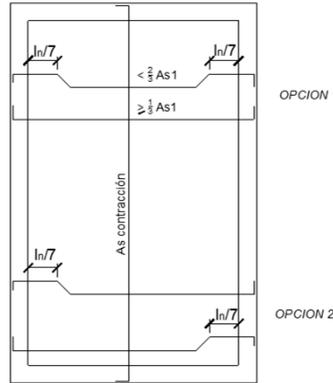
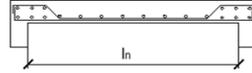
INFERIOR EN APOYOS:

$$A_{s\ inf} \geq 1/3 A_{s1}$$

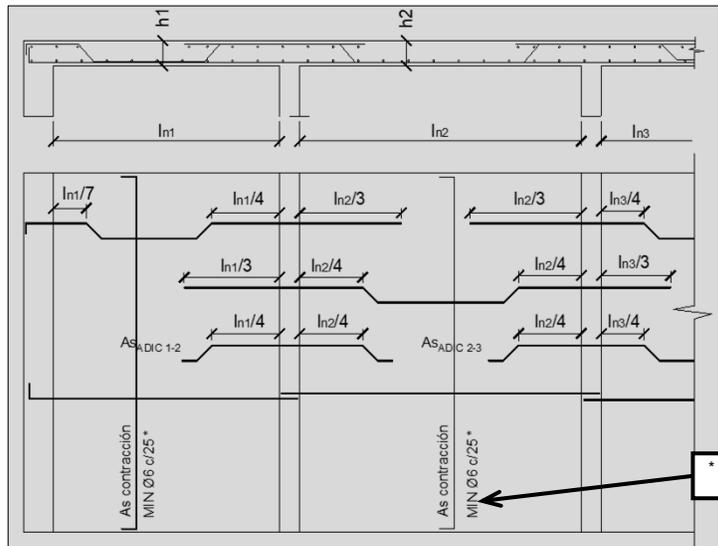
- ARMADURA DIR. SECUNDARIA (cm²/m)
(s/CIRSOC: “de contracción y temperatura”)

$$A_{s\ cont} \begin{cases} \rho_{min} \text{ (de tabla 7.12.2.1)} \\ 1/5 A_{spal} \text{ **} \end{cases}$$

** RECOMENDACIÓN DE LA CÁTEDRA



ESQUEMA DE ARMADO DE LOSAS UNIDIRECCIONALES





BASES PARA EL ARMADO DE LOSAS CRUZADAS

La distribución de armaduras surge a partir de ESQUEMAS PRACTICOS DE ARMADO.

SEPARACION ENTRE BARRAS:

- ARMADURA DIR. PRINCIPAL: $s_l \leq 2$ veces el espesor h de la losa
 $s_l \leq 25d_b$ de la barra de menor diámetro
 $s_l \leq 300$ mm *
- ARMADURA DIR. SECUNDARIA (s/CIRSOC."de contracción y temperatura")
 $s \leq 2$ veces el espesor h de la losa
 $s \leq 300$ mm *

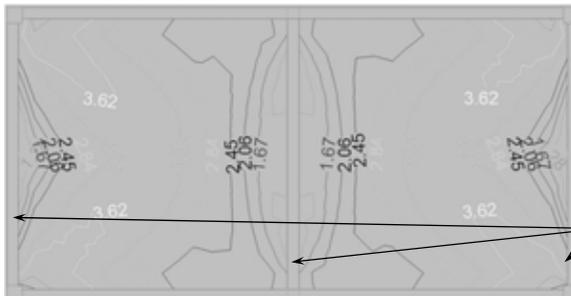
* La Cátedra recomienda no adoptar una separación mayor a 250mm



BASES PARA EL ARMADO DE LOSAS CRUZADAS

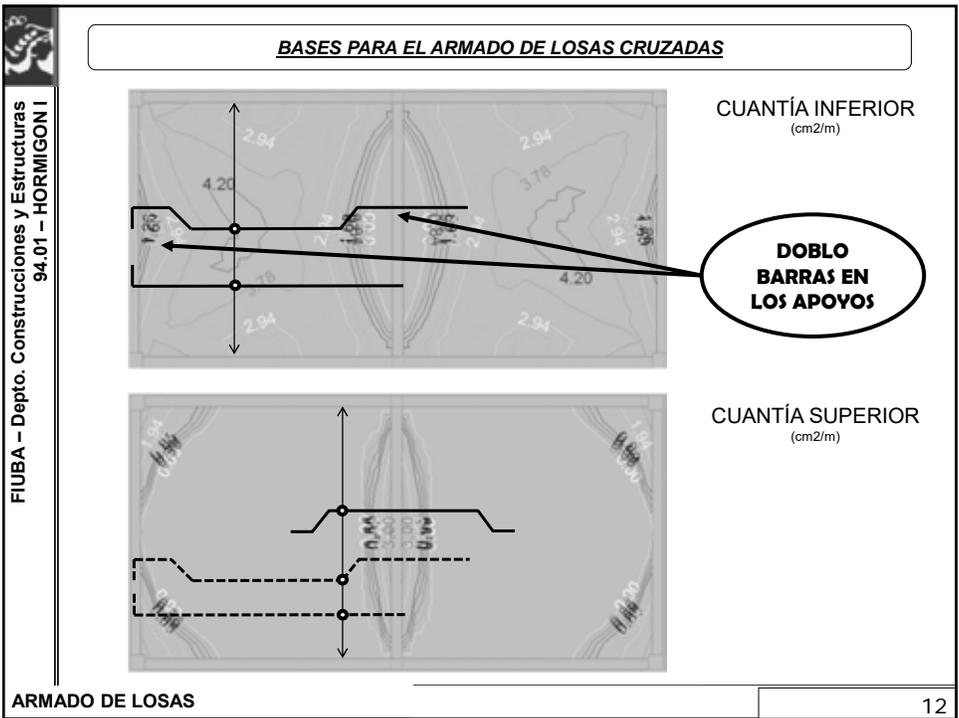
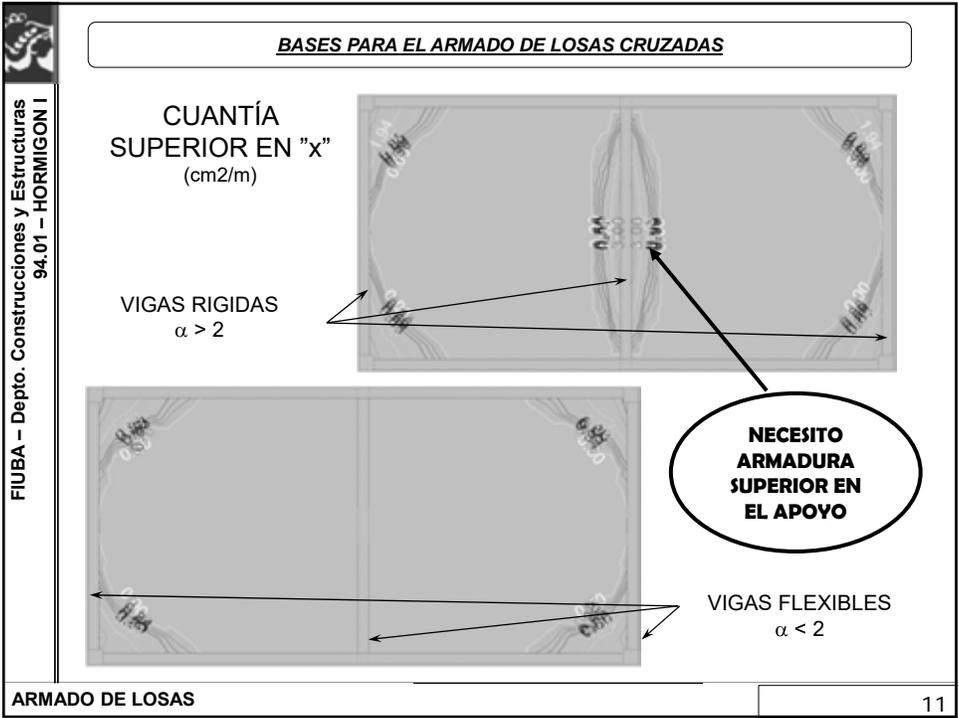
CUANTÍA INFERIOR EN "x"
(cm²/m)

VIGAS RIGIDAS
 $\alpha > 2$



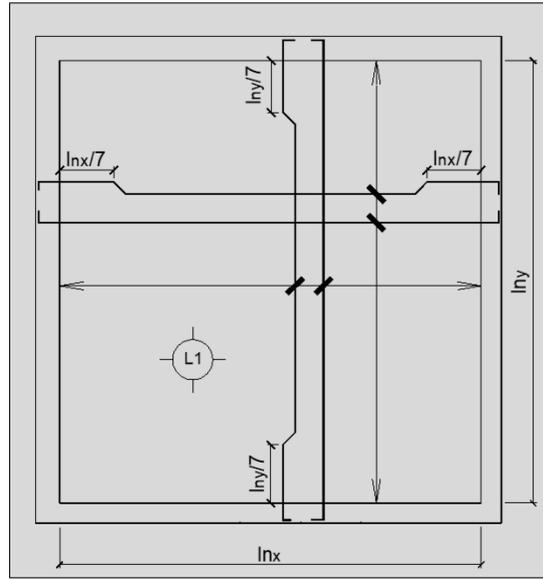
NO NECESITO ARMADURA INFERIOR EN EL APOYO

VIGAS FLEXIBLES
 $\alpha < 2$





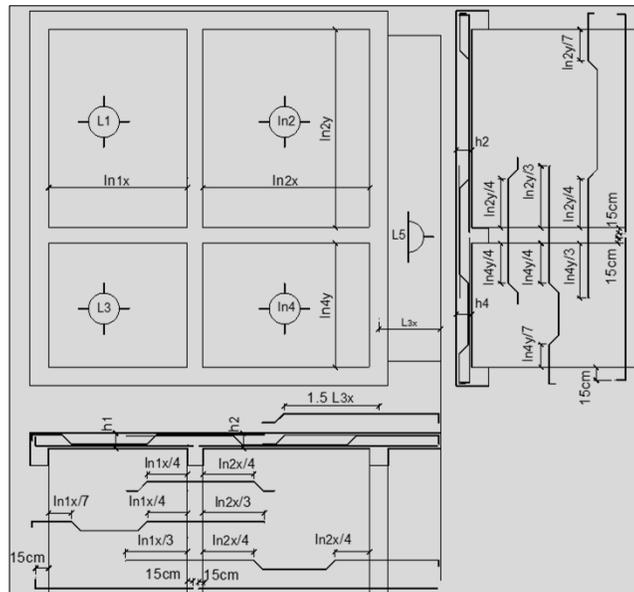
BASES PARA EL ARMADO DE LOSAS CRUZADAS AISLADAS



ARMADO DE LOSAS



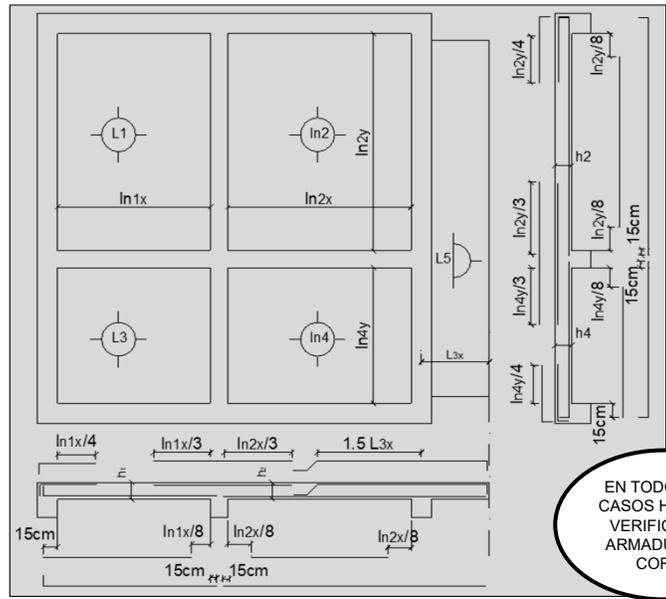
ESQUEMA DE ARMADO LOSAS CRUZADAS CONTINUAS



ARMADO DE LOSAS



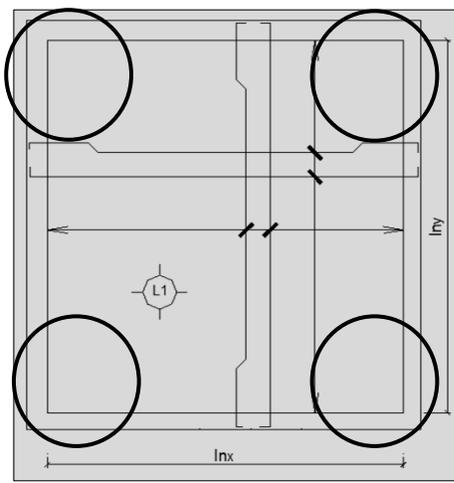
ESQUEMA DE ARMADO LOSAS CRUZADAS CONTINUAS



EN TODOS LOS CASOS HAY QUE VERIFICAR LA ARMADURA DE CORTE



ESQUEMA DE ARMADO LOSAS CRUZADAS AISLADAS



Bordes libres impedidos de levantarse

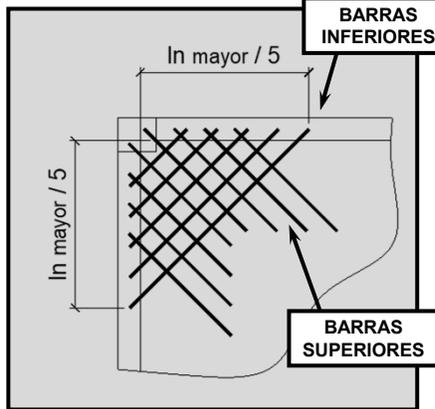
Deberá colocarse armadura adicional, superior e inferior, en las esquinas.



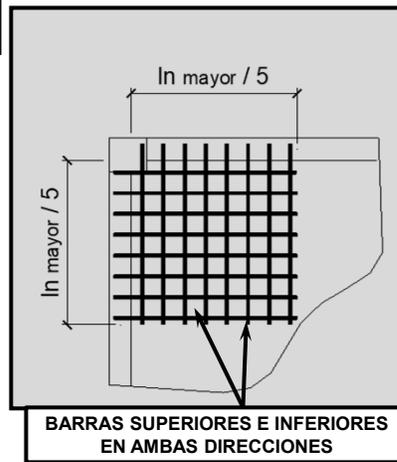
ESQUEMA DE ARMADO LOSAS CRUZADAS AISLADAS

ARMADURA DE TORSIÓN

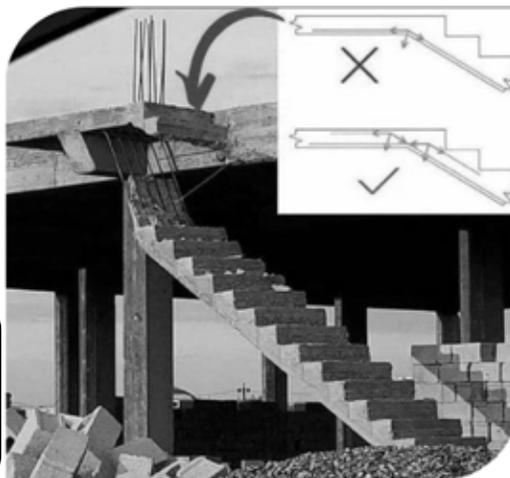
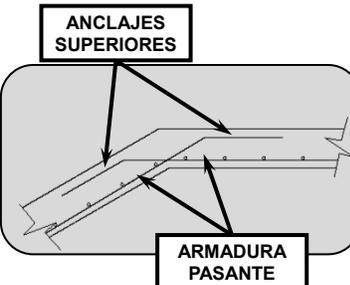
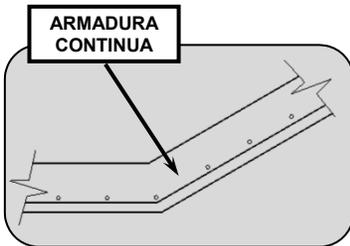
ALTERNATIVA 1



ALTERNATIVA 2



ESQUEMA DE ARMADO LOSAS QUEBRADAS



Fuente: Civil Engineering Discoveries

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 – HORMIGON I

ARMADO DE LOSAS



ALTERNATIVA DE
ARMADO SUPERIOR
EN APOYOS, PARA
EVITAR FISURAS

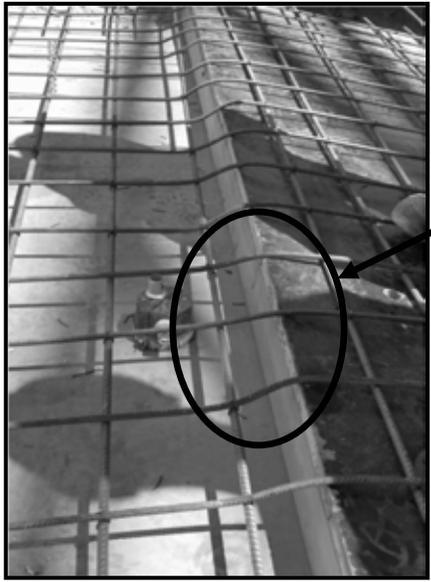




ARMADO DE LOSAS19

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 – HORMIGON I

ARMADO DE LOSAS



ERROR EN
EL ARMADO

ARMADO DE LOSAS20



ARMADO DE LOSAS

ARMADO CORRECTO DE ESCALERA



FIN
-ARMADO DE LOSAS-

GRACIAS POR SU ATENCION !!!

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	HORMIGÓN I
	ANCLAJES Y EMPALMES
ANCLAJES Y EMPALMES	Lámina 

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<p>El objetivo de esta clase es aprender a dimensionar los anclajes y empalmes de las barras de armadura.</p>
	ANCLAJES Y EMPALMES
ANCLAJES Y EMPALMES	Lámina 

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

ADHERENCIA:

ES LA UNIÓN RESISTENTE AL
RESBALAMIENTO ENTRE EL ACERO Y EL
HORMIGÓN

↓

ASEGURA QUE LAS BARRAS DE ACERO
EXPERIMENTEN LAS MISMAS
DEFORMACIONES ESPECÍFICAS ε QUE
LAS FIBRAS VECINAS DE HORMIGÓN

ANCLAJES Y EMPALMES

Lámina $\langle \# \rangle$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Las fuerzas que actúan en una barra de
armadura traccionada son:



Tensiones de adherencia

Estas fuerzas se encuentran en equilibrio.

Las tensiones de adherencia deben estar
presentes, cuando la tensión ó la fuerza
varíen de un punto al otro a lo largo de la
longitud de la barra.

ANCLAJES Y EMPALMES

Lámina $\langle \# \rangle$

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<h1>ANCLAJES</h1> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 20px auto; width: fit-content;"><p>Anclar una barra en el hormigón es transferir el esfuerzo de la barra al hormigón</p></div>
	Lámina $\langle \# \rangle$

ANCLAJES Y EMPALMES

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<h2>Longitud de anclaje</h2> <p>Las barras necesitan, a partir de la sección donde se produce la tensión máxima, una cierta longitud a través de la cual transmitir al hormigón los esfuerzos a los que está solicitada.</p> <div style="text-align: center;"> longitud de anclaje</div>
	Lámina $\langle \# \rangle$

ANCLAJES Y EMPALMES

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Longitud de anclaje

La longitud de anclaje es la menor longitud de la barra en la cual la tensión puede incrementarse desde cero a f_y .

Las longitudes de anclaje son distintas en tracción y en compresión.

ANCLAJES Y EMPALMES Lámina #

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Barra traccionada - Falla por arrancamiento

Planteando equilibrio:

$$(\pi d_b) l v_{avg} = \frac{\pi d_b^2}{4} f_s$$

ELU $\begin{cases} f_s = f_y \\ v_{avg} = v_{avg,u} \end{cases}$

$$(\pi d_b) l_u v_{avg,u} = \frac{\pi d_b^2}{4} f_y$$

$$(\pi d_b) \phi l_d v_{avg,u} = \frac{\pi d_b^2}{4} f_y$$

$$l_d = \frac{f_y}{4\phi v_{avg,u}} d_b$$

v_{avg} Tensión de adherencia media

d_b

$T = A_s f_s$

l

$f_s = 0$

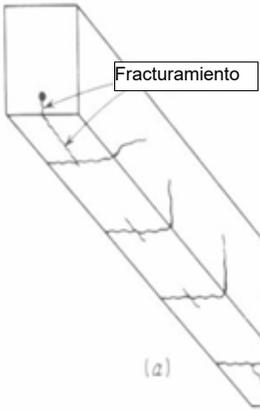
f_s

ANCLAJES Y EMPALMES Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGÓN I

Barra traccionada - Falla de fracturamiento – splitting tensile

La proximidad a los bordes o a otras barras puede modificar el tipo de falla




Referencia Nilson&Winter, "Diseño de Estructuras de Concreto", 11a.E, McGraw Hill, 1993

ANCLAJES Y EMPALMES
Lámina <#>

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGÓN I

Longitud de anclaje en tracción especificada en el Reglamento

$$l_d = \frac{1}{4\phi v_{avg,u}} f_y d_b$$

$$l_d = \frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f_c'}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{\frac{c_b + K_{tr}}{d_b}} d_b \geq 30\text{cm}$$

Es introducido mediante una serie de coeficientes ACI COMMITTEE 408 Desde 1990 cuenta con una base de datos de resultados de los ensayos

Ya incluye el coef. de minoración de resistencia ϕ

$v_{avg,u}$

- La calidad del hormigón $\rightarrow \sqrt{f_c'}$
- El tipo de hormigón (normal o liviano) $\rightarrow \lambda$
- La ubicación de la barra $\rightarrow \psi_t$
- Las condiciones de la superficie de la barra $\rightarrow \psi_e$
- El recubrimiento de la barra
- La proximidad a otras barras tensionadas
- La presencia de armadura transversal

$\left[\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right]$

Se agrega un factor según sea el diámetro de la barra $\rightarrow \psi_s$

ANCLAJES Y EMPALMES
Lámina <#>

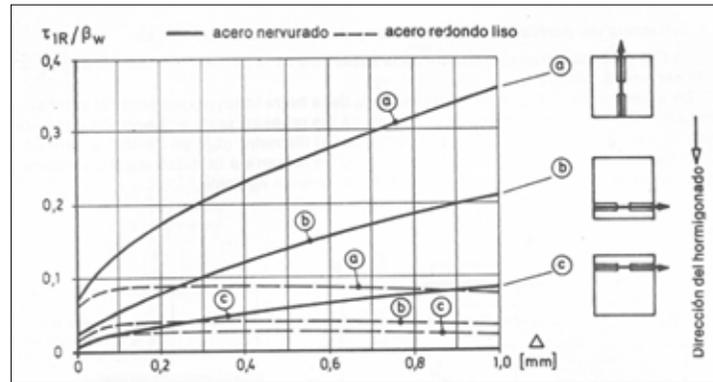
 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<p>Anclaje de barras solicitadas por tracción</p> <p>Id: Longitud de anclaje</p> $l_d = \left[\frac{9}{10} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s \cdot \lambda}{\left(\frac{c_b + k_{tr}}{d_b} \right)} \right] \cdot d_b$ <p>Id en mm y siempre $l_d \geq 300\text{mm}$</p>
	<p>ANCLAJES Y EMPALMES</p>

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<p>Anclaje de barras solicitadas por tracción</p> <p><u>Factores:</u></p> <p>ψ_t: factor de ubicación de la armadura</p> <p>ψ_e: factor por revestimiento (superficie de la barra)</p> <p>ψ_s: factor por diámetro de la armadura</p> <p>λ: factor por densidad del hormigón (agregado liviano)</p>
	<p>ANCLAJES Y EMPALMES</p>



Anclaje de barras solicitadas por tracción

Resultados de ensayos de arrancamiento en barras rectas, con distinta posición durante el hormigonado.



Leonhardt, "Estructuras de Hormigón Armado", Tomo III, Ed. El Ateneo, 1985

ANCLAJES Y EMPALMES

Lámina #



Anclaje de barras solicitadas por tracción

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s \cdot \lambda}{\left(\frac{c_d + k_{tr}}{d_b} \right)} \right] \cdot d_b$$

Factor por ubicación de la armadura	%
• Armadura horizontal ubicada de tal manera que se disponga, como mínimo, de 300 mm de hormigón debajo del empalme o anclaje de la barra o alambre	1,3
• Otras situaciones	1,0

Factor por revestimiento	%
• Armadura sin revestir	1,0
Este Reglamento no contempla la utilización de barras, alambres y mallas soldadas de acero para armaduras, revestidos con epoxi, los que serán objeto de un documento CIRSOC específico	

Factor por diámetro de la armadura	%
• Barras y alambres conformados con $d_b \leq 16$ mm	0,8
• Barras conformadas con $d_b > 16$ mm	1,0

Factor por hormigón con agregado liviano	λ
• Cuando se utilice hormigón de densidad normal	1,0
• Cuando se utilice hormigón con agregado liviano	1,3
• Cuando se especifique el valor de f_{ct} , se permite adoptar $\lambda = \sqrt{f_{ct} / 1,8 f_{ct}}$, pero siempre igual o mayor que	1,0

ANCLAJES Y EMPALMES

Lámina #



Anclaje de barras solicitadas por tracción

Término de confinamiento

En la fórmula se debe adoptar:

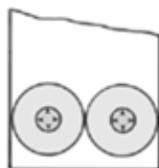
$$\left(\frac{c_b + k_{tr}}{d_b} \right) \leq 2,5$$

ya que si se adopta $> 2,5$ se puede presentar una falla por arrancamiento.

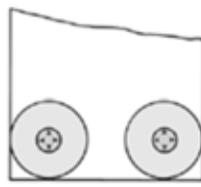


Anclaje de barras solicitadas por tracción

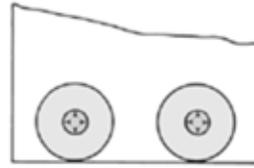
c_b : menor valor entre la distancia desde el eje de una barra, a la superficie de hormigón más próxima, ó la mitad de la separación entre los ejes de las barras que se están anclando, en mm.



a) El recubrimiento lateral y la mitad de la separación entre barras es menor que el recubrimiento inferior.



b) El recubrimiento lateral es igual al recubrimiento inferior y ambos menores que la mitad de la separación entre barras.



c) El recubrimiento inferior es menor que el recubrimiento lateral y la mitad de la separación entre barras.

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<p>Anclaje de barras solicitadas por tracción</p> <p>k_{tr}: índice de la armadura transversal.</p> $k_{tr} = \frac{A_{tr} \cdot f_{yt}}{10 \cdot s \cdot n}$ <p>El valor de k_{tr} se puede adoptar igual a cero como una simplificación, aunque haya armadura transversal.</p> <p>A_{tr}/s: área de la armadura transversal por unidad de longitud que cose el plano de falla potencial debido al anclaje o empalme</p> <p>s: separación máx. de la armadura transversal en ld.</p> <p>f_{yt}: tensión de fluencia de la armadura longitudinal.</p> <p>n: nº de barras ancladas a lo largo del plano de fisuración.</p> <p>10 es una constante que tiene dimensiones de Mpa.</p>
	Lámina $\langle \# \rangle$
ANCLAJES Y EMPALMES	

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<p>Anclaje de barras solicitadas por tracción</p> <p><u>NOTA:</u></p> <p>f'c es la resistencia a compresión del hormigón en MPa.</p> <p>De acuerdo al Reglamento Cirsoc 201 (ACI) 2005, los valores de $\sqrt{f'_c}$ a utilizar para el cálculo de longitudes de anclaje, deben ser iguales o menores que 8,3 MPa.</p>
	Lámina $\langle \# \rangle$
ANCLAJES Y EMPALMES	

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Expresiones simplificadas:

Tabla 12.2.2 – Reglamento Cirsoc 201 - 2005

	Barras o alambres conformados con $d_b \leq 16$ mm	Barras conformadas con $d_b > 16$ mm
<ul style="list-style-type: none"> • Separación libre entre barras o alambres que se empalman o se anclan $\geq d_b$ recubrimiento libre $\geq d_b$, y estribos abiertos y estribos cerrados a lo largo de $l_d \geq$ que el valor mínimo indicado en este Reglamento <li style="text-align: center;">o • Separación libre entre barras o alambres que se empalman o anclan $\geq 2 d_b$, y recubrimiento libre $\geq d_b$ 	$l_d = \left(\frac{12 f_y \Psi_t \Psi_e \lambda}{25 \sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$l_d = \left(\frac{3 f_y \Psi_t \Psi_e \lambda}{5 \sqrt{f'_c}} \right) d_b$
<ul style="list-style-type: none"> • Otros casos 	$l_d = \left(\frac{18 f_y \Psi_t \Psi_e \lambda}{25 \sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$l_d = \left(\frac{9 f_y \Psi_t \Psi_e \lambda}{10 \sqrt{f'_c}} \right) d_b$

ANCLAJES Y EMPALMES Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Anclaje de barras solicitadas por tracción

La longitud de anclaje l_d se puede reducir afectándola de un factor:

$$\frac{A_{Sreq}}{A_{Sadopt.}}$$

cuando la armadura que se dispone en un elemento solicitado a flexión, exceda el valor de la armadura requerida determinada por cálculo.

ANCLAJES Y EMPALMES Lámina #

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<p>Anclaje de barras solicitadas por compresión</p> <p>l_{dc}: Longitud de anclaje en compresión.</p> <p>La longitud de anclaje en compresión es menor que la longitud de anclaje en tracción, porque parte de la fuerza de la barra se transfiere al H^o a través del extremo de la misma.</p>	
	<p>l_{dc} en mm y siempre $l_{dc} \geq 200\text{mm}$</p> <p style="text-align: right;"><small>Leonhardt, "Estructuras de Hormigón Armado", Tomo III, Ed. El Ateneo, 1985</small></p>	
ANCLAJES Y EMPALMES		Lámina $\langle \# \rangle$

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<p>Anclaje de barras solicitadas por compresión</p> <p>La longitud de anclaje será la mayor de:</p> $l_{dc} = \left(0,24 \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right) \cdot d_b$ <p>ó $l_{dc} = (0,04 \cdot f_y) \cdot d_b$</p> <p>donde 0,04 esta en $\left[\frac{\text{mm}^2}{N} \right]$</p> <p>ó $l_{dc} = 200\text{mm}$</p> <p>l_{dc} se puede reducir en el caso de colocar armadura en exceso con el factor: $\frac{A_{Sreq}}{A_{Sadopt.}}$</p>	
	ANCLAJES Y EMPALMES	Lámina $\langle \# \rangle$

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

GANCHOS

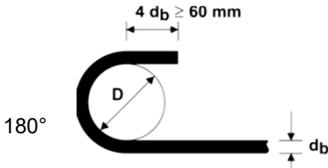
Los ganchos a 90° ó a 180°, se usan para proveer de anclaje adicional cuando no hay lugar suficiente para lograr un anclaje recto de una barra.

Los ganchos no se consideran efectivos para anclar barras comprimidas.

Lámina $\langle \# \rangle$

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

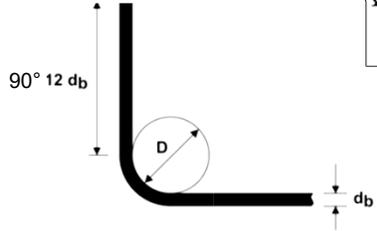
GANCHOS PARA BARRAS



D: Diámetro del mandril de doblado
(Art. 7.2.1 → Art. 7.2.1.1)

CIRSOC 201 - Figura 7.1.1

$$D \geq \begin{cases} d_b \leq 25 \rightarrow 6 d_b \\ 25 < d_b \leq 32 \rightarrow 8 d_b \\ d_b > 32 \rightarrow 10 d_b \end{cases}$$



Barras dobladas y nudos de pórticos

CIRSOC 201 - Figura 7.1.2

$$D \geq \begin{cases} d_b \leq 25 \rightarrow 9 d_b \\ 25 < d_b \leq 32 \rightarrow 12 d_b \\ d_b > 32 \rightarrow 15 d_b \end{cases}$$

Lámina $\langle \# \rangle$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

GANCHOS PARA ESTRIBOS

1- Estribos cerrados

2- Estribos abiertos (o estribo en U)

Los estribos de los elementos solicitados a compresión deben ser siempre cerrados. (arriostran barras y confinan el Hº)

Los estribos de los elementos solicitados a flexión pueden ser abiertos ó cerrados. (abiertos: toman corte, cerrados: absorben torsión)

ANCLAJES Y EMPALMES
Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

GANCHOS PARA ESTRIBOS

Estribos abiertos o cerrados

CIRSOC 201 - Figura 7.1.3

D: Diámetro del mandril de doblado
(Art. 7.2.1.1. y 7.2.3.)

$$D \geq \begin{cases} d_{be} \leq 16 \rightarrow 4 d_{be} \\ 16 < d_{be} \leq 25 \rightarrow 6 d_{be} \\ 25 < d_{be} \leq 32 \rightarrow 8 d_{be} \\ d_{be} > 32 \rightarrow 10 d_{be} \end{cases}$$

ANCLAJES Y EMPALMES
Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Anclajes de barras traccionadas con ganchos normales

sección crítica

$\geq 12 d_b$

$4 d_b$ $6 \text{ mm} \leq d_b \leq 25 \text{ mm}$

$5 d_b$ $25 \text{ mm} < d_b \leq 32 \text{ mm}$

$6 d_b$ $d_b > 32 \text{ mm}$

$4 d_b > 60 \text{ mm}$

l_{dh}

CIRSOC 201 - Figura 12.5.1

l_{dh} : longitud medida desde la sección crítica hasta el extremo exterior del gancho

ANCLAJES Y EMPALMES

Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Anclajes de barras traccionadas con ganchos normales

La longitud de anclaje l_{dh} en mm, para las barras solicitadas a tracción, que terminan con un gancho normal se determina con:

$$l_{dh} = \left(0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \right) \cdot d_b$$

pero siempre: $l_{dh} \geq 8 \cdot d_b$
 $l_{dh} \geq 150 \text{ mm}$

en la cual:

- $\psi_e = 1,0$ para armadura sin revestir
- $\lambda = 1,0$ para hormigón de densidad normal
- $\lambda = 1,3$ para hormigón con agregados livianos

ANCLAJES Y EMPALMES

Lámina #



Anclajes de barras traccionadas con ganchos normales

El valor de la longitud de anclaje l_{dh} , determinada anteriormente, se puede multiplicar por los factores de modificación aplicables en los casos que se detallan en la siguiente tabla (Tabla 12.5.3. – Cirsoc 201 / 2005)

ANCLAJES Y EMPALMES

Lámina #


 Tabla 12.5.3. Factores de modificación aplicables a la longitud de anclaje l_{dh}

Condiciones de la armadura	Factor
a) • para los ganchos de las barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$, y en los alambres con $d_b \leq 16 \text{ mm}$, con un recubrimiento lateral, perpendicular al plano del gancho $c \geq 60 \text{ mm}$ y para los ganchos con un ángulo de 90° , con un recubrimiento sobre la prolongación de la barra o alambre más allá del gancho, $c \geq 50 \text{ mm}$.	0,70
b) • para los ganchos con ángulo de 90° , en las barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$ y en los alambres con $d_b \leq 16 \text{ mm}$, que están encerrados por estribos abiertos o cerrados, perpendiculares a la barra o alambre que se debe anclar, ubicados con una separación $s \leq 3 d_b$ a lo largo de la longitud de anclaje l_{dh} del gancho, (ver la Figura 12.5.3.a). • para los ganchos con un ángulo de 90° , en barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$ y en alambres con $d_b \leq 16 \text{ mm}$, que están encerrados ya sea por estribos abiertos o cerrados, paralelos a la barra o alambre que se debe anclar, ubicados con una separación $s \leq 3 d_b$ a lo largo de la longitud de prolongación del gancho incluyendo la curvatura del mismo, (ver la Figura 12.5.3.b).	0,80
c) • para los ganchos con un ángulo de 180° , en barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$ y en alambres con $d_b \leq 16 \text{ mm}$ que están encerrados ya sea por estribos abiertos o cerrados, perpendiculares a la barra o alambre que se debe anclar, ubicados con una separación $s \leq 3 d_b$, a lo largo de la longitud de anclaje l_{dh} del gancho.	0,80
d) • cuando no se indique en forma específica la longitud de anclaje para la tensión f_p , y se disponga de armadura en exceso con respecto a la armadura requerida por cálculo.	$\frac{A_s \text{ requerida}}{A_s \text{ adoptada}}$

En los casos b) y c), d_b es el diámetro de la barra o alambre que termina en gancho, y el primer estribo abierto o cerrado debe contener la parte curva del gancho, a una distancia $s \leq 2 d_b$ desde la parte exterior de la curvatura del gancho.

ANCLAJES Y EMPALMES

Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGON I

Barra doblada solicitada: corresponde l_d y no l_{dh} !!!!

(b) Stresses and slip—90° standard hook.

(c) Stresses and slip—180° standard hook.

Wight&MacGregor, "Reinforced Concrete Mechanics and Design", 6thE, Pearson, 2012

ANCLAJES Y EMPALMES	Lámina (#)
----------------------------	------------

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGON I

EMPALMES

Empalmar una barra es transferir el esfuerzo de una barra de armadura a otra

ANCLAJES Y EMPALMES	Lámina (#)
----------------------------	------------

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

EMPALMES

DIRECTOS: El hormigón no participa en la transmisión de los esfuerzos. Pueden ser empalmes soldados o mecánicos.

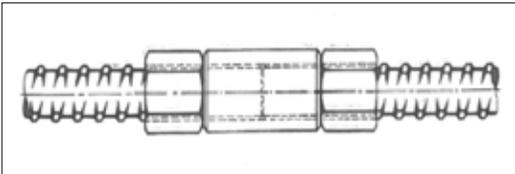
INDIRECTOS: Es necesario que el hormigón participe en la transmisión del esfuerzo de una barra a la otra.

ANCLAJES Y EMPALMES Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Directos: Empalmes mecánicos ó soldados

Estos empalmes deben poder transferir el esfuerzo a que estén solicitados, como mínimo, con un 125% de la tensión de fluencia especificada f_y de la barra.



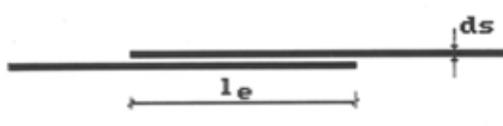
Los esfuerzos se transmiten de una barra a la otra a través del manguito roscado.

ANCLAJES Y EMPALMES Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Indirectos: Empalmes por yuxtaposición

Sólo se deben usar para empalmar barras con $d_b \leq 32\text{mm}$

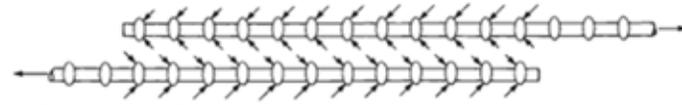


En los elementos solicitados a flexión, las barras empalmadas por yuxtaposición que no queden en contacto entre sí, se pueden distanciar como máximo $1/5$ de la longitud de empalme requerida, ó 150 mm

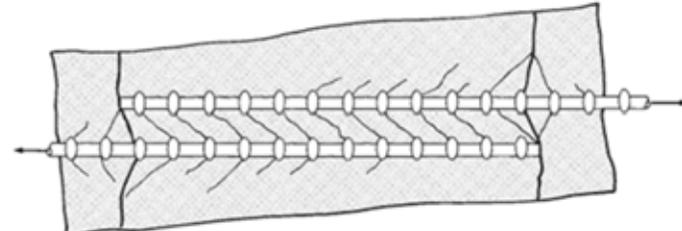
ANCLAJES Y EMPALMES Lámina $\langle \# \rangle$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

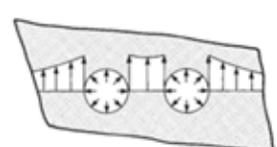
Indirectos: Empalmes por yuxtaposición



(a) Forces on bars at splice.



(b) Internal cracks at splice.



Wight&MacGregor, "Reinforced Concrete Mechanics and Design", 6thE, Pearson, 2012

ANCLAJES Y EMPALMES Lámina $\langle \# \rangle$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Indirectos: Empalmes por yuxtaposición

Transmisión de esfuerzos en un empalme indirecto: el esfuerzo T se transmite por compresión oblicua, lo que origina una tracción transversal.

Leonhardt, "Estructuras de Hormigón Armado", Tomo III, Ed. El Ateneo, 1985

ANCLAJES Y EMPALMES
Lámina #

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

EMPALMES DE BARRAS SOLICITADAS A TRACCIÓN

La longitud de los empalmes en tracción por yuxtaposición debe ser la requerida para empalmes clase A ó B, pero como mínimo 300 mm

Empalme Clase A.....	1,0 ld
Empalme Clase B.....	1,3 ld

siendo ld la longitud de anclaje correspondiente a la tensión de fluencia especificada fy sin factor de reducción por mayor armadura disponible que la requerida.

ANCLAJES Y EMPALMES
Lámina #



Los empalmes por yuxtaposición de barras solicitadas a tracción, son Clase A si:

- El área de la armadura adoptada a lo largo de todo el empalme es como mínimo el doble de la requerida por cálculo.
- Y está empalmada la mitad ó menos de la armadura total dentro de la longitud de empalme requerida.

Todos los demás casos son empalme Clase B.



EMPALMES DE BARRAS SOLICITADAS A TRACCIÓN

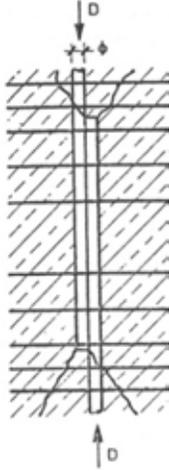
Tabla 12.15.2. Empalmes de las barras

$\frac{A_s \text{ adoptada}}{A_s \text{ requerida}}$ (*)	Porcentaje máximo de la armadura total A_s , empalmado en la longitud requerida para dicho empalme	
	50 %	100 %
≥ 2	Clase A	Clase B
< 2	Clase B	Clase B

(*) relación entre el área de la armadura adoptada y el área de la armadura requerida por cálculo

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGÓN I

EMPALMES DE BARRAS SOLICITADAS A COMPRESIÓN



La longitud de empalme por yuxtaposición de las barras comprimidas para $f'c \geq 20 \text{ Mpa}$ debe ser:

$\geq 300 \text{ mm}$

para $f_y \leq 420 \text{ MPa}$ $0,07 \cdot f_y \cdot db$

para $f_y > 420 \text{ MPa}$ $(0,13 f_y - 24) \cdot db$

donde la unidad de las constantes es: [1/MPa]

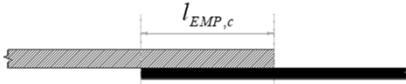
Referencia Leonhardt, "Estructuras de Hormigón Armado", Tomo III, Ed. El Ateneo, 1985

ANCLAJES Y EMPALMES
Lámina <#>

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGÓN I

CUANDO SE EMPALMAN POR YUXTAPOSICIÓN BARRAS COMPRIMIDAS DE DIFERENTE DIÁMETRO, LA LONGITUD DE EMPALME DEBE SER LA MAYOR QUE SE OBTENGA ENTRE:

- ❖ LA LONGITUD DE ANCLAJE DE LA BARRA DE MAYOR DIÁMETRO.
- ❖ LA LONGITUD DE EMPALME DE LA BARRA DE MENOR DIÁMETRO.



ANCLAJES Y EMPALMES
Lámina <#>

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I	<p>NO SE RECOMIENDA EJECUTAR EMPALMES EN ZONAS DE SOLICITACIONES ELEVADAS.</p> <p>NO CONVIENE EMPALMAR MAS DEL 50% DE LAS BARRAS DE UNA SECCIÓN.</p> <p>SE RECOMIENDA DESFASAR LOS EMPALMES UNOS CON RESPECTO A LOS OTROS.</p> <p>(Estas recomendaciones no se cumplen en el caso de empalmes en columnas)</p>
	ANCLAJES Y EMPALMES Lámina #

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I	<p>FIN – ANCLAJES Y EMPALMES.</p> <p style="text-align: right;">GRACIAS POR SU ATENCION !!!</p>
---	---

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

HORMIGÓN I

DETALLES DE ARMADO DE VIGAS

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

El objetivo de esta clase es aprender cómo y basado en qué se define la longitud y forma de las barras de armadura de un elemento flexionado.

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 2

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGÓN I

Requisitos de Armado particulares para vigas

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 3

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGÓN I

REQUISITOS PARA LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL (Art. 7.13)

➤ El objetivo de este requisito es mejorar la redundancia y la ductilidad en las estructuras, para prevenir el colapso progresivo.

- Vigas Perimetrales

Requisitos de continuidad de armaduras

Inferior – Apoyo extremo
 Prolongar y anclar $\frac{1}{4} A_{s1}$
 - Anclaje con gancho normal
 - Se ancla a partir de la cara anterior del apoyo

Superior – Centro de tramo
 La mayor armadura entre $\frac{1}{6} A'_{s1}$ o $\frac{1}{6} A'_{s2}$, pero al menos 2 barras continuas o con empalmes Clase A (o con empalme soldado o mecánico)

Inferior – Apoyo intermedio
 La mayor armadura entre $\frac{1}{4} A_{s1}$ o $\frac{1}{4} A_{s2}$, pero al menos 2 barras continuas o con empalmes Clase A (o con empalme soldado o mecánico)

CIRSOC 201
Fig. 7.13.2.2

En ACI 318-11, se especifican empalmes Clase B !!!! (no clase A)

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 4

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I



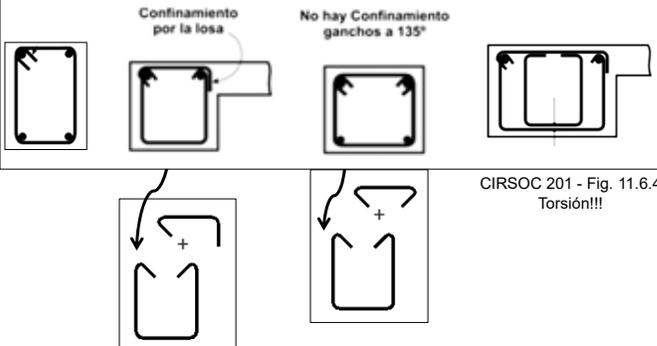
Puente sobre Panamericana, Km 108
sobre el Río Areco (Año 2015)
Créditos: Ing. Rogelio Percivati Franco

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 5

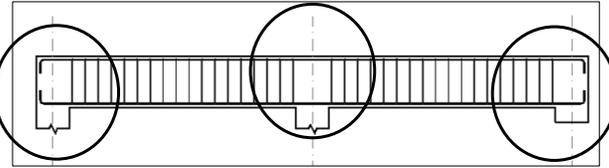
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

REQUISITOS PARA LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL (Art. 7.13)
- Vigas Perimetrales - Requisitos de Estribos

Sólo se permiten los siguientes tipos de estribos:



Los Estribos pueden interrumpirse en la zona de apoyos



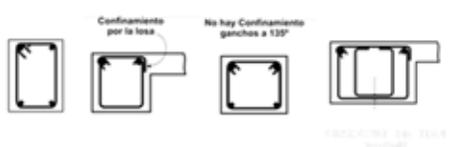
MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 6

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

REQUISITOS PARA LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL (Art. 7.13)

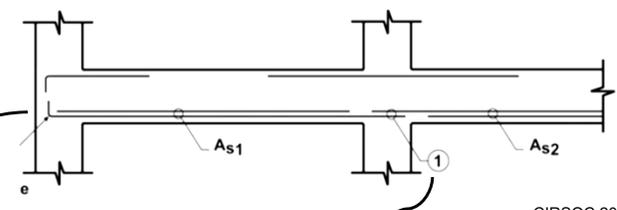
- Vigas No Perimetrales

- Si se disponen estribos tal como los exigidos para vigas de borde, **NO HAY** requisitos adicionales a cumplir por integridad estructural



- En caso contrario, se deberán respetar las condiciones para armadura inferior

Inferior – Apoyo extremo
 Prolongar y anclar $\frac{1}{4} A_{s1}$
 - Anclaje con gancho normal
 - Se ancla a partir de la cara anterior del apoyo



Inferior – Apoyo intermedio
 La mayor armadura entre $\frac{1}{4} A_{s1}$ o $\frac{1}{4} A_{s2}$, pero al menos 2 barras continuas o con empalmes Clase A (o con empalme soldado o mecánico)

En ACI 318-11, se especifican empalmes Clase B !!!! (no clase A)

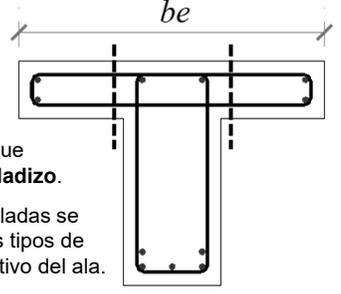
CIRSOC 201
Fig. 7.13.2.4

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 7

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

REQUISITOS PARA LA VINCULACIÓN CON LA PLACA EN VIGAS PLACA (Art. 8.10.5)

Si la armadura principal de la losa que constituye el ala de una viga T, es paralela a la viga, se debe colocar una armadura perpendicular a la viga en la parte superior de la losa.



- Se debe diseñar para resistir la carga mayorada que actúa sobre el ala, suponiendo que **trabaja en voladizo**.
 Longitud del voladizo a considerar: Para vigas aisladas se debe considerar el ancho total del ala y para otros tipos de viga sólo será necesario considerar el ancho efectivo del ala.
- La separación de la armadura transversal debe ser:

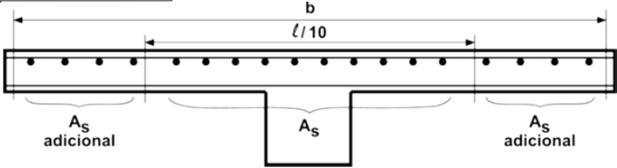
$$s \begin{cases} \leq 3 h_f & (3 \text{ veces el espesor de la losa}) \\ \leq 30 \text{ cm} \end{cases}$$

➤ Además, se deben verificar los **esfuerzos de corte** en la unión del nervio con las alas

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 8

REQUISITOS ADICIONALES DE ARMADO PARA CONTROLAR FISURACIÓN (Art. 10.6)

Requisitos en placas traccionadas (Art. 10.6.1)



CIRSOC 201
Fig. 10.6.6

Parte de la armadura de tracción por flexión se debe distribuir en la placa, en un ancho igual al menor valor entre:

- el ancho efectivo del ala b_e
- luz de la viga/10

Si fuera $b_e > l_c / 10$
 se debe disponer alguna armadura longitudinal en las zonas externas del ala.

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 9

REQUISITOS ADICIONALES DE ARMADO PARA CONTROLAR FISURACIÓN (Art. 10.6)

Separación máxima de armadura de tracción por flexión (Art. 10.6.4)

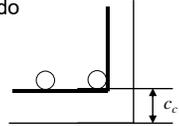
$$s_{m\acute{a}x} \begin{cases} \leq 38cm \frac{280}{f_s} - 2.5 c_c \\ \leq 30cm \frac{280}{f_s} \end{cases}$$

(entre ejes de las barras)

f_s : tensión (en estado de servicio) en la armadura más cercana al borde traccionado.
 Se admite considerar:

$$f_s \cong \frac{2}{3} f_y$$

c_c : distancia entre la superficie de la armadura más cercana al borde traccionado y el borde traccionado



$$\Rightarrow f_y = 420; f_s = 280; s_{m\acute{a}x} \begin{cases} \leq 38cm - 2.5 c_c \\ \leq 30cm \end{cases}$$

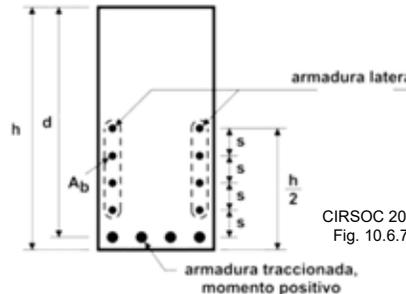
MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 10

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

REQUISITOS ADICIONALES DE ARMADO PARA CONTROLAR FISURACIÓN (Art. 10.6)

Armadura de piel (Art. 10.6.7)
en vigas con altura total:

- ✓ La armadura de piel se dispone para evitar que el ancho de fisuras en el alma pueda exceder el ancho de las fisuras a nivel de la armadura traccionada.
- ✓ No se especifica una cuantía porque se ha comprobado que es más efectivo respetar una separación máxima que cubrir una cuantía mínima.
- ✓ Para tener una idea de magnitud, la armadura de piel que se dispone habitualmente es del orden de $2.1 \text{ cm}^2/\text{m}$
- ✓ Esta armadura se puede incluir en el cálculo.



CIRSOC 201
Fig. 10.6.7

$$s \leq s_{\text{máx}} \begin{cases} \leq 38 \text{ cm} \frac{280}{f_s} - 2.5 c_c \\ \leq 30 \text{ cm} \frac{280}{f_s} \end{cases}$$

c_c : distancia entre la superficie de la armadura de piel y la cara lateral de la viga

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 11

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Método de Armado "Exacto"

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 12

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Ej. Viga simplemente apoyada
 Conocida la Armadura Necesaria calculada para $M_{\max}=53.60\text{KNm}$, se procede a adoptar barras

$f_c = 35.0\text{ MPa}$
 $f_y = 420.0\text{ MPa}$
 $b_w = 15\text{ cm}$
 $h = 45\text{ cm}$

$A_{s,nec} = 3.74\text{cm}^2$
 Adopto: $2 \phi 12 + 2 \phi 10$

Qué longitud y qué forma tienen que tener estas barras???

Opción 1: se extienden en toda la viga

Opción 2: se extienden sólo donde son necesarias

Y dónde son necesarias estas barras???

Atención !!

Una barra cortada recién empieza a trabajar a la máxima tensión a una longitud l_d desde su extremo

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 13

DIAGRAMA DE TRACCIONES

EFFECTO DE LOS ESFUERZOS DE CORTE - DECALAJE

EN LA ZONA DE CORTE, LAS TRACCIONES SON MAYORES A LAS DE TEORÍA DE FLEXIÓN

LA TRACCIÓN EN EL APOYO NO ES NULA

~~$T_x = \frac{M_x}{j_d}$~~

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 14

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

DIAGRAMA DE TRACCIONES

EFFECTO DE LOS ESFUERZOS DE CORTE - DECALAJE

~~$T_x = \frac{M_x}{j_d}$~~

$T_x = \frac{M_x}{j_d} + V_x \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2}$

$T_x = T_n + \frac{M_x}{j_d} + V_x \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2}$

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 15

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

DIAGRAMA DE TRACCIONES

EFFECTO DE LOS ESFUERZOS DE CORTE - DECALAJE

$T_x = \frac{M_x}{j_d} + \frac{\Delta M_x}{j_d} \rightarrow T_x = \frac{M_x}{j_d} + \frac{(\Delta T j_d)}{j_d}$

$T_x = \frac{M_x}{j_d} + \frac{1}{j_d} \left(V_x \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2} j_d \right)$

Δx

$decalaje = \Delta x^{DEC} = \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2} j_d$

$j_d \cong d \Rightarrow$

{	θ	α	Δx
	45	90	0.50d
	30	90	0.87d
	45	45	0
	30	45	0.37d

$T_x = \frac{M_x}{j_d} + \frac{V_x \Delta x^{DEC}}{j_d}$

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 16

DIAGRAMA DE TRACCIONES

Diagrama de tracciones T

CIRSOC 201
indirectamente
impone

$\Delta x = d$

Las barras:

- Deben proveer una fuerza tal que en cada punto se cubra el diagrama de tracciones
- Deben estar bien ancladas
- Cumplir con requisitos constructivos y mínimos reglamentarios
- Si se corta en una región de corte relativamente alto, causan una importante concentración de tensiones que pueden implicar importantes fisuras inclinadas en el extremo de la barra que se corta. Evitar esto o proveer armadura transversal adecuada.

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 17

Cuánto vale en el apoyo $T_{x=0} \neq 0$? Dependerá de los ángulos θ y α

Para la viga de la figura se consideró un reticulado con bielas $\theta = 34^\circ$ y estribos verticales.

Resultando $\Delta T = 0.75 V_u$

correspondiendo a un decalaje $\Delta x = 0.75 j d$

La fuerza en el apoyo es

$$T_{x=0} = \Delta T = 0.75 V_u$$

Si no se calcula especialmente, $0.75 V_u$ resulta un valor razonable para considerar en el anclaje de las armaduras en el apoyo. Particularmente aplicaremos esta fuerza en zonas 2 y 3 de corte.

$$V_u \geq \frac{1}{3} \sqrt{f_c'} b_w d$$

Adaptación de figura extraída de
Wight-Mac Gregor, J. "REINFORCED
CONCRETE - Mechanics and Design"

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 18

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

MÉTODOS DE ARMADO

MÉTODO EXACTO

↓

Armadura escalonada cubriendo las tracciones en cada sección

↓

Es laborioso pero se logra:

- Exactitud
- Ahorro de material (acero)

MÉTODO SIMPLIFICADO

↓

Armadura definida en base a pautas establecidas por la experiencia para casos típicos de cargas y vínculos

↓

Rapidez y simplicidad constructiva en obra. Sencillez en ejecución de documentación

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 19

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

En esta etapa, se debe pasar del cálculo a elaborar planos o planillas de detalle de armaduras a enviar a obra

PLANILLA DE DOBLADO DE ARMADURA: PL-09

OBRAL: Clase de armado Vigas S/2° Piso PAD: 14 DE 20

VIGA: V260 - 20 / 45

RECUBRIMIENTO: 2 cm

POS	#	FORMA	LONG. PARCIAL	LONG. TOTAL	PERO	OBSERVACIONES
		VIGA	m	m	kg	
1	10	535	5.69	11.38	7.0	SUPERIOR 1° CAPA
2	20	535	5.79	17.37	42.8	INFERIOR 1° CAPA
3	20	500	5.00	10.00	24.7	INFERIOR 2° CAPA VIGA
4	8	ESTRIBOS SIMPLES #8 d 13	1.30	52.00	20.5	ESTRIBOS SIMPLES #8 d 13

HORMIGON	ACERO	REV	FECHA	CONCEPTO
H-30	ADR 432	0	24-10-2013	EMISION

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

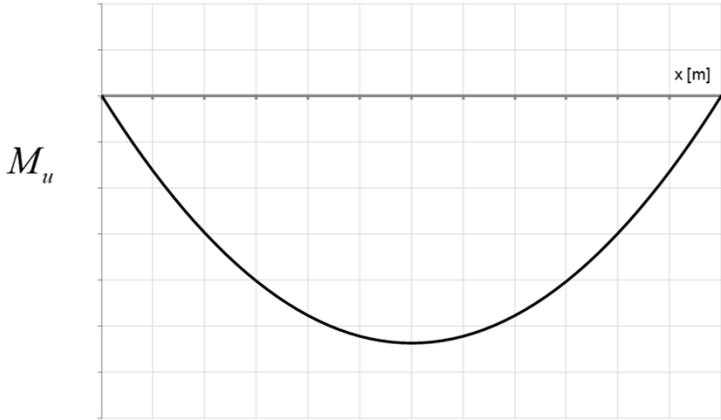
Lámina 20

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Método de Armado Exacto: consiste en verificar en TODA la longitud

$$M_d = \phi M_n^{barras} \geq M_u$$

teniendo en cuenta el diagrama de tracciones



MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 21

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

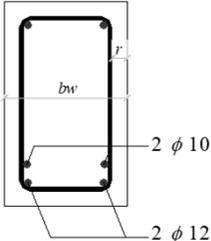
Cuál es el momento que aporta cada barra?

$$M_d^{barra} = \phi M_n^{barra} = \phi [A_s^{barra} f_y j_d]$$

Ejemplo 1 (clase 7):

$$j_d = 37.91 \text{ cm}$$

$$M_d^{\phi 12} = 0.90 \cdot 1.13 \cdot \frac{420}{10} (0.3791)$$

$$M_d^{\phi 12} = 16.21 \text{ KNm}$$


Adoptar ϕ y j_d de cálculo correspondiente al momento máximo.

Podría adoptarse
 $j_d = 0.90d$ en vigas rectangulares
 $j_d = d - hf/2$ en vigas placa

Si el j_d adoptado es menor que el de cálculo, puede resultar insuficiente la armadura adoptada.

$$M_d^{\phi 10} = 0.90 \cdot 0.785 \cdot \frac{420}{10} (0.3791)$$

$$M_d^{\phi 10} = 11.26 \text{ KNm}$$

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 22

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Método de Armado Exacto: consiste en verificar en TODA la longitud

$$M_d^{\phi 12} = 16.21 \text{ KNm}$$

$$M_d^{\phi 10} = 11.26 \text{ KNm}$$

$$M_d = \phi M_n^{\text{barras}} \geq M_u$$

teniendo en cuenta el diagrama de tracciones

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 23

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Armado "Exacto"

$$\phi M_n^{\text{barras}} \geq M_u$$

y teniendo en cuenta el diagrama de tracciones

Según CIRSOC 201, se basa en cumplir 6 condiciones:

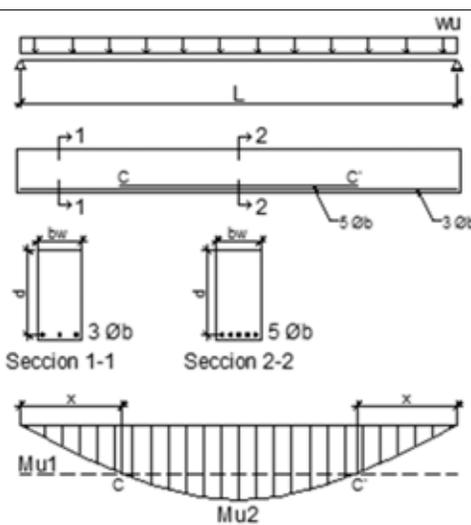
- Condición 1: Establece zonas en las que se recomienda no cortar barras
- Condición 2: Prolongación mínima de barras a partir del punto teórico de corte para flexión
- Condición 3: Distancia mínima entre puntos de corte sucesivos
- Condición 4: Armadura de Momento Positivo a extender hasta apoyos
- Condición 5: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Negativo (PI puntos de inflexión)
- Condición 6: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Positivo (PI puntos de inflexión)

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 24

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

UBICACIÓN DE LOS PUNTOS TEÓRICOS DE CORTE PARA FLEXIÓN.



$$M_d = \phi M_n^{barras} \geq M_u$$

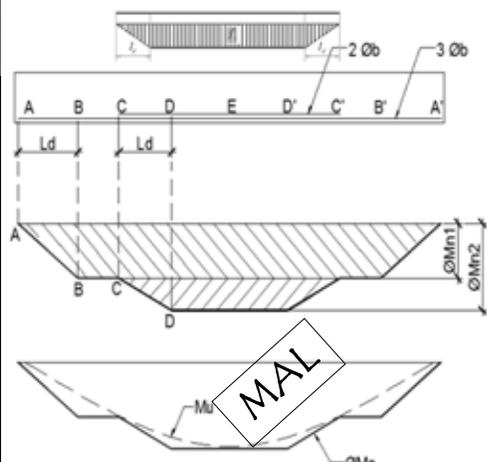
$Mu1 = \phi \cdot Mn_1$ calculado considerando las tres barras que continúan hasta los apoyos.

Conociendo la ley de variación del diagrama de momento requerido se puede determinar la distancia x.

Adaptación de figura extraída de Wight-Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE – Mechanics and Design"

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte
Lámina 25

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I



El diagrama rayado representa el momento nominal reducido, ϕMn , en cada punto de la viga. **(momento resistente o de diseño).**

$CD = l_d$
de las 2 barras cortadas en C.

$AB = l_d$
de las 3 barras que llegan a los apoyos.

$$M_d = \phi M_n^{barras} \geq M_u$$

Se cumple que → la viga tiene capacidad adecuada para flexión
Pero *ignorando los efectos de los esfuerzos de corte!!!*

No tiene en cuenta el diagrama de tracciones

Adaptación de figura extraída de Wight-Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE – Mechanics and Design"

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte
Lámina 26

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Condición 2: Corrimiento o decalaje.

Para tener en cuenta los efectos de los esfuerzos de corte sobre la fuerza de tracción en la armadura longitudinal, podemos usar el diagrama de momento modificado, M_u' , para seleccionar los puntos en los cuales se pueden cortar barras.

Si todas las barras se extendieran a lo largo de toda la luz de la viga, el diagrama de tensiones en las barras sería similar al diagrama de momentos modificado, como se ve en la figura inferior.

Para tener en cuenta el diagrama de tracciones, se establece la

Condición 2: Prolongación mínima de barras a partir del punto teórico de corte para flexión

12.10.3. La armadura se debe prolongar, más allá de la sección en la que ya no es necesaria para resistir flexión, una distancia mayor o igual al mayor valor entre

$$\begin{cases} d \\ 12 d_b \end{cases}$$

d : altura útil
 d_b : diámetro de la barra

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 27

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Condición 2: Prolongación mínima de barras a partir del punto teórico de corte para flexión

▪ **Condición 2:** se deben extender d ó $12d_b$ a partir de donde ya no son necesarias por flexión.

$\geq d$ ó $12d_b$

Longitud mínima de barras $d_b=10$

Tensión en la barra

$$\begin{cases} d \\ 12 d_b \end{cases}$$

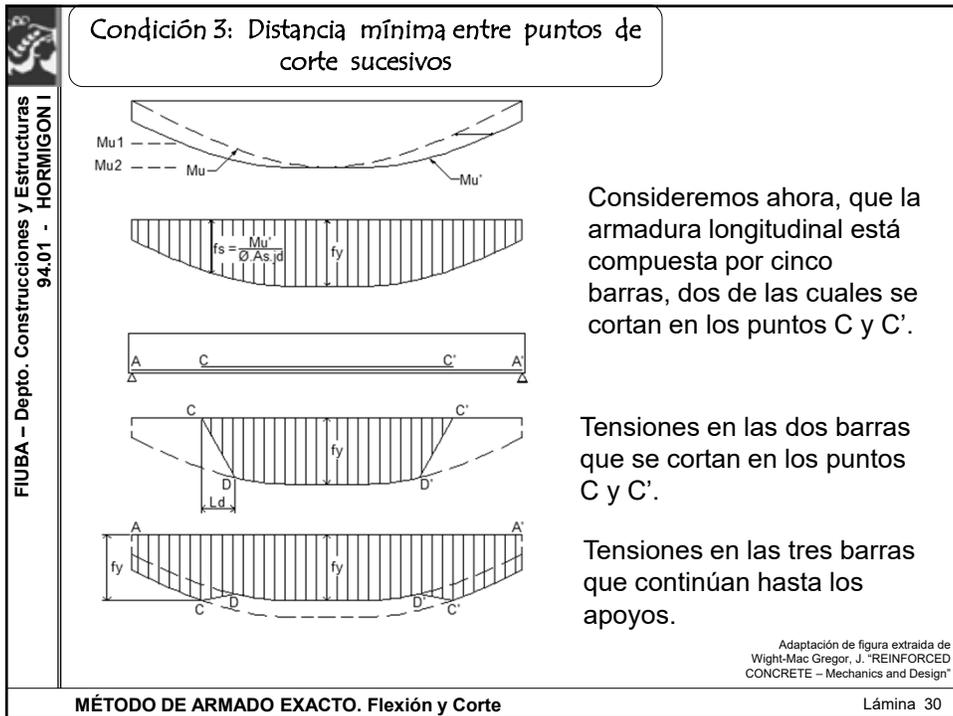
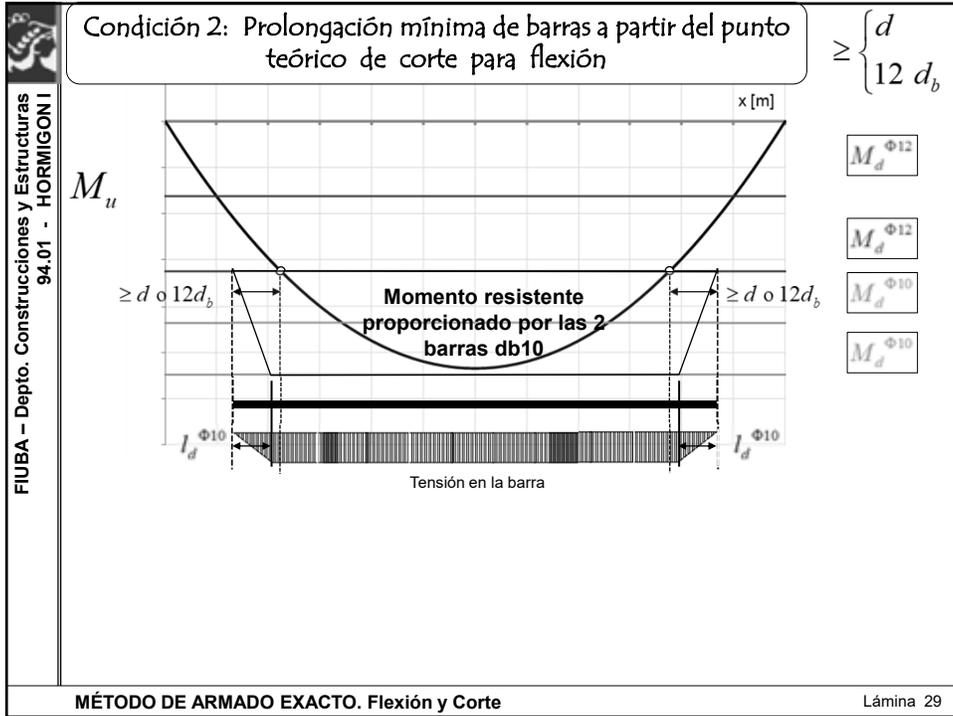
$M_d^{\Phi 12}$

$M_d^{\Phi 12}$

$M_d^{\Phi 10}$

$M_d^{\Phi 10}$

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 28



FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Condición 3: Distancia mínima entre puntos de corte sucesivos $\geq \{l_d\}$

12.10.4. La distancia entre los puntos de corte debe ser mayor o igual que la longitud de anclaje l_d , calculada para la/las barra que continúa.

Para que las barras que continúan hasta los apoyos alcancen la tensión de fluencia en el punto C, la distancia AC debe ser al menos longitud de anclaje l_d de las barras que continúan.

Es decir, la barra que continúa ya tiene que estar anclada antes de poder cortar otra barra.

Si la distancia AC es menor que la longitud de anclaje, el anclaje requerido puede lograrse mediante un gancho en el extremo de las barras en A, usando barras de diámetros menores o no cortando barras en C.

Adaptación de figura extraída de Wight-Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE – Mechanics and Design"

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 31

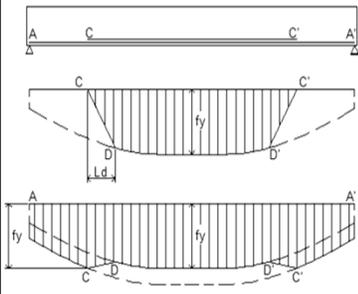
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Condición 3: distancia entre extremos de barras mayor o igual que l_d de la/las barras que siguen.

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 32

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

EFFECTO DE LAS DISCONTINUIDADES EN LOS PUNTOS DONDE SE CORTAN BARRAS EN ZONAS DE TRACCIÓN POR FLEXIÓN.



Cerca de los puntos donde se cortan barras, hay una importante variación de las tensiones en las barras y que son transmitidas al H° adyacente.

Estos esfuerzos, contribuyen a que se produzca fisuración diagonal, y producen sollicitaciones en la armadura transversal dispuesta por corte.

La fisura diagonal comienza en, o cerca, del extremo de la barra cortada.

Se produce entonces una disminución de la resistencia nominal al corte y también una pérdida de ductilidad.

Condición 1: Establece zonas en las que se recomienda no cortar barras o condiciones para poder cortar barras

Lámina 33

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Condición 1: Establece zonas en las que se recomienda no cortar barras o condiciones para poder cortar barras

12.10.5. La armadura de **flexión no se debe interrumpir en una zona solicitada a tracción**, a menos que se verifique alguna (no todas) de las siguientes condiciones:

12.10.5.1. El esfuerzo de corte mayorado en la sección en la cual se interrumpe la armadura, sea

$$V_u \leq \frac{2}{3} \phi V_n = \frac{2}{3} \phi (V_c + V_s)$$

12.10.5.2. A lo largo de cada barra o alambre que se interrumpe se dispone un área de **estribos cerrados** A_v en una longitud $= 3/4 d$ medida a partir del punto de finalización de la armadura.

La armadura debe cumplir:

$$A_v = A_v^{Nec. Corte+Torsión} + \Delta A_v$$

$$\Delta A_v \geq 0.40 \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

$$s \leq \frac{d}{8\beta_d}$$

β_d : cociente entre el área de la armadura interrumpida y el área total de la armadura traccionada de la sección.

12.10.5.3. La armadura que se continúa en el elemento, constituida por barras con $d_b \leq 32$ (o alambres $d_b \leq 16$) debe tener en la sección donde se termina la barra o alambre cortado, **un área igual al doble del área requerida por flexión**, y al mismo tiempo, el esfuerzo de corte mayorado, V_u , debe ser

$$V_u \leq \frac{3}{4} \phi V_n$$

Esta es la más fácil !!
Implica cubrir 1.5 veces el corte requerido.

Lámina 34

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Condición 1: Establece zonas en las que se recomienda no cortar barras o condiciones para poder cortar barras

12.10.5.1. El esfuerzo de corte mayorado en la sección en la cual se interrumpe la armadura, sea

$$V_u \leq \frac{2}{3} \phi V_n = \frac{2}{3} \phi (V_c + V_s)$$

Ejemplo: $V_c = 82.2 \text{ KN}$
 $V_{s,estr} = 48.6 \text{ KN}$ E° $\Phi 6\text{c}/22 \text{ cm}$ (n=2)

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \phi (V_c + V_s) = \frac{2}{3} 0.75(82.2 + 48.6) = 65.4 \text{ KN}$$

\Rightarrow Zona donde no se puede cortar barras si hay tracción

Excepto que aumente la cantidad de estribos

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 35

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Condición 4: Armadura de Momento Positivo a extender hasta apoyos

Se debe prolongar hasta el apoyo, Al menos 2 barras y además:

	Apoyos no continuos: $\frac{1}{3} A_s^{Tramo}$	Asegura una armadura mínima para tomar la tracción que aparece debida al corte en apoyos $M=0$
	Apoyos intermedios: $\frac{1}{4} A_s^{Tramo}$	Asegura un anclaje mínimo de los esfuerzos de tracción inferiores que aparecen debidos al corte que se producen en el punto de inflexión

Esta armadura debe entrar en el apoyo una longitud $\geq 15\text{cm}$, medida desde el filo anterior del apoyo

En el punto de inflexión donde el cordón comprimido cruza de la parte superior a la inferior, hay tracciones tanto en la zona inferior como en la superior!!

Referencia Leonhardt, "Estructuras de Hormigón Armado", Tomo I, Ed. El Ateneo, 1985

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 36

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Condición 5: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Negativo (PI puntos de inflexión)

12.12.3. Al menos 1/3 de la armadura de momento negativo se debe prolongar una longitud l_e **más allá del punto de momento nulo** (o punto de inflexión PI).

$$\frac{1}{3} A_s^{Apoyo} \rightarrow l_e \geq \begin{cases} d \\ 12 d_b \\ l_n / 16 \end{cases}$$

d : altura útil
 d_b : diámetro de la barra
 l_n : luz libre

Asegura un anclaje mínimo de los esfuerzos de tracción SUPERIORES que aparecen debidos al corte que se producen en el punto de inflexión

Tiene en consideración posibles corrimientos en los puntos de inflexión teóricos debido a cambios en las cargas

(b) Anclaje dentro de la viga adyacente

(a) Anclaje en una columna exterior

CIRSOC 201
Figura 12.12.4

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 37

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Condición 5: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Negativo (PI puntos de inflexión)

- Condición 5: condición para el punto de inflexión PI

$$\frac{1}{3} A_s^{Apoyo} \rightarrow l_e \geq \begin{cases} d = 45 \\ 12 d_b \\ l_n / 16 = 485 / 16 \end{cases} \Rightarrow l_e = 45cm$$

- Condición 1: No interrumpir barras en zonas con tracción dentro de la zona en la que no se cumple

$$V_u \leq \frac{2}{3} \phi V_n$$

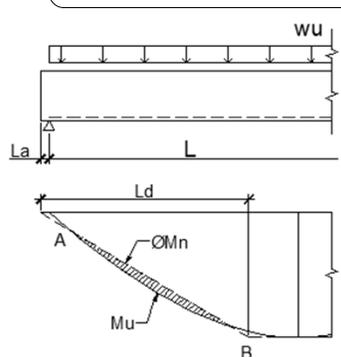
- Condición 2: Distancia entre puntos de corte en zona traccionada mayor o igual que la longitud de anclaje l_d

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte

Lámina 38

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Condición 6: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Positivo (PI puntos de inflexión)



El diagrama de momentos para una viga con carga uniformemente repartida es parabólico. Podría ocurrir el caso que se muestra en la figura, donde se comparan el diagrama de momento requerido y el diagrama de momento resistente.

Se asume que el momento resistente varía linealmente desde cero en el extremo de la barra hasta ϕM_n a la distancia l_d medida desde el extremo de la barra.

En la zona rayada, no se cumple

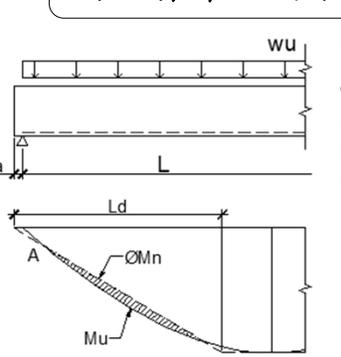
$$M_d = \phi M_n^{barras} \geq M_u !!!$$

Observar: Esto no pasa en las zonas de **momentos negativos** por la curvatura que presentan los diagramas en dichas zonas

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 39

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Condición 6: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Positivo (PI puntos de inflexión)



Para que se verifique $\phi M_n^{barras} \geq M_u$ debe cumplirse: (Ignorando por simplicidad la extensión de la barra dentro del apoyo)

$$\left. \frac{d(\phi M_n)}{dx} \right|_{x=0} \geq \frac{dM_u}{dx}$$

siendo $\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{d(\phi M_n)}{dx} \right|_{x=0} = \frac{\phi M_n^{barras}}{l_d} \right. \\ \left. \frac{dM_u}{dx} = V_u \right.$

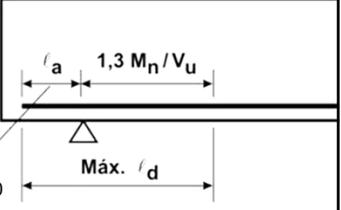
$$\Rightarrow \frac{\phi M_n}{l_d} \geq V_u \Rightarrow \boxed{l_d \leq \frac{\phi M_n^{barras}}{V_u}}$$

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 40

Condición 6: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Positivo (PI puntos de inflexión)

Para que se verifique en apoyos $M=0$ que sea $\phi M_n^{barras} \geq M_u$ el Reglamento CIRSOC 201 impone: Limitación del diámetro de las barras

- Apoyos extremos con $M=0$

$$d_b \text{ tal que } l_d \leq \begin{cases} \frac{M_n}{V_u} + l_a \rightarrow \text{Apoyos indirectos} \\ \frac{1.3M_n}{V_u} + l_a \rightarrow \text{Apoyos directos} \end{cases}$$


M_n : momento resistente nominal, suponiendo que toda la armadura de la sección está solicitada f_y .

V_u : esfuerzo de corte mayorado en la sección.

l_a : longitud embebida de la armadura que se prolonga más allá del punto de momento nulo.

No es necesario cumplir esto si la armadura termina más allá del eje de un apoyo simple, mediante un gancho normal, o mediante un anclaje mecánico equivalente como mínimo, a un gancho normal.

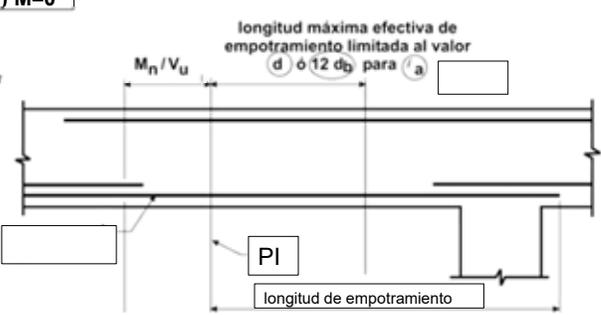
Debido a que las expresiones para el cálculo de las long. de anclaje que figuran en el Reglamento fueron desarrolladas para (f_y) y no para (ϕf_y) , directamente se considera (M_n) y no (ϕM_n) .

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 41

Condición 6: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Positivo (PI puntos de inflexión)

Para que se verifique en apoyos $M=0$ que sea $\phi M_n^{barras} \geq M_u$ el Reglamento CIRSOC 201 impone: Limitación del diámetro de las barras

- Puntos de inflexión (PI) $M=0$

$$d_b \text{ tal que } l_d \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a$$


CIRSOC 201 (Comentarios)
Figura C12.11.3

M_n : momento resistente nominal, suponiendo que toda la armadura de la sección está solicitada f_y .

V_u : esfuerzo de corte mayorado en la sección.

l_a : longitud embebida de la armadura que se prolonga más allá del punto de momento nulo. En el punto de inflexión, se debe limitar al mayor valor entre d y $12d_b$.

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 42

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Condición 6: Condiciones para cubrir las tracciones en $M_u=0$ en Zonas de Momento Positivo (PI puntos de inflexión)

Las ecuaciones anteriores no consideran el corrimiento del diagrama debido a los esfuerzos de corte.

Por lo tanto estas ecuaciones no proveen un chequeo suficiente del anclaje de las barras en apoyos simples en vigas que soportan esfuerzos de corte de importancia

$$V_u \geq \frac{1}{3} \sqrt{f_c'} b_w d$$

EN ZONAS 2 y 3 DE CORTE, SE DEBERÁ ANCLAR LAS BARRAS QUE LLEGAN AL APOYO EXTREMO PARA UNA FUERZA

$$0.75 V_u$$

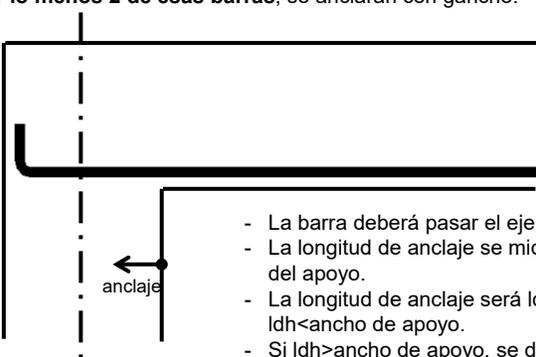
MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 43

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

En este curso, se deberá anclar en los apoyos extremos con $M=0$, al menos

- 2 barras ó
- $1/3 A_s$, nec de tramo ó
- A_s necesario para absorber $0.75V_u \rightarrow A_s^{\text{min. Apoyo}} = \frac{0.75 V_u}{f_y}$

Por lo menos 2 de esas barras, se anclarán con gancho.



- La barra deberá pasar el eje de apoyo.
- La longitud de anclaje se mide a partir de la cara anterior del apoyo.
- La longitud de anclaje será l_{dh} (anclaje con gancho) si $l_{dh} < \text{ancho de apoyo}$.
- Si $l_{dh} > \text{ancho de apoyo}$, se deberá calcular l_d y desarrollarla incluyendo el gancho. En este caso, el diámetro del perno de doblado y el largo de la "patita", serán mayores

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 44

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Método de Armado "Simplificado"

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 45

PAUTAS PARA ARMADO SIMPLIFICADO – Viga Interior

Minimum 6 in. typical
15cm

(a) Beam with closed stirrups. If closed stirrups are not provided, see ACI Code Section 7.13.

Válido para vigas con dos o más tramos, carga uniforme, poca diferencia entre luces y una relación no mayor que tres entre la carga viva mayorada y la carga muerta mayorada, y que además el sistema no forma parte de un pórtico que resista cargas laterales.

Referencia: Fig. A-5 Wight&MacGregor, "Reinforced Concrete Mechanics and Design", 6thE, Pearson, 2012

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 46

PAUTAS PARA ARMADO SIMPLIFICADO – Viga Perimetral

Some top bars lap spliced. See ACI 7.13.2

Larger of $l_{n1}/3$ and $l_{n2}/3$

Larger of $l_{n2}/3$ and $l_{n3}/3$

Minimum 6 in. typical
15cm

(b) Perimeter beam. Some bottom bars lap spliced. See ACI 7.13.2

Válido para vigas con dos o más tramos, carga uniforme, poca diferencia entre luces y una relación no mayor que tres entre la carga viva mayorada y la carga muerta mayorada, y que además el sistema no forma parte de un pórtico que resista cargas laterales.

Referencia: Fig. A-5 Wight&MacGregor, "Reinforced Concrete Mechanics and Design", 6thE, Pearson, 2012

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 47

**FIN –
Detalles de Armado de Vigas**

GRACIAS POR SU ATENCION !!!

MÉTODO DE ARMADO EXACTO. Flexión y Corte Lámina 48

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

HORMIGÓN I

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de pequeña excentricidad

CUÁNDO SE DICE QUE EXISTE UN ESFUERZO NORMAL DOMINANTE?

Tracción $\Rightarrow M_{us} = |M_u| - N_u^+ \cdot y_s < 0$ Tensores
($M_{ns} = M_{us} / \phi < 0$)

Compresión $\Rightarrow |N_u^{(-)}| > 0.10 f'_c A_g$ Columnas

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de Pequeña excentricidad

Lámina 2

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

TRACCIÓN DOMINANTE

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad Lámina 3

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

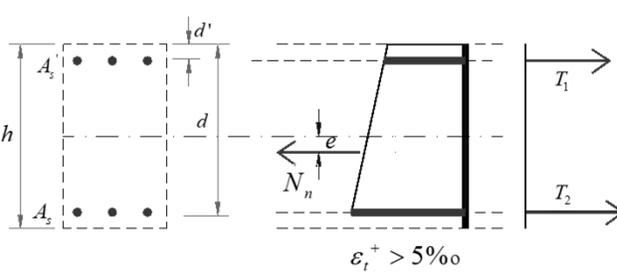
TRACCIÓN o FLEXIÓN + TRACCIÓN CON PEQUEÑA EXCENTRICIDAD

Tracción $\implies M_{us} = |M_u| - N_u^+ \cdot y_s < 0$ Tensores

$$M_u = N_u \cdot e \implies M_{us} = N_u \cdot e - N_u \cdot y_s \quad y_s = d - \frac{h}{2}$$

$$M_{us} = N_u \cdot (e - y_s)$$

$$M_{us} < 0 \implies e < y_s$$



Falla Controlada por tracción $\implies \phi = 0.90$

PARA LA CAPACIDAD PORTANTE SÓLO COLABORA LA ARMADURA.
NO IMPORTA LA FORMA DE LA SECCIÓN DE HORMIGÓN

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad Lámina 4

2

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGÓN I

TRACCIÓN CENTRADA

Datos:

- Geometría
- Nu
- Materiales

Incógnitas:

A_{st}

Equilibrio de fuerzas:

$$\begin{cases} N_n = T - C_c - C_s = N_u / \phi \\ M_n = M_u / \phi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_n = T_1 + T_2 = N_u / \phi \\ M_n = 0 \end{cases} \quad \boxed{\phi = 0.90}$$

$$\Rightarrow T_{tot} = N_u / \phi = A_{st} f_y \quad \Rightarrow A_{st} = \frac{N_u}{0.90 f_y}$$

A_{st} : armadura total
(distribuida uniformemente)

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad
Lámina 5

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGÓN I

TRACCIÓN o FLEXIÓN + TRACCIÓN CON PEQUEÑA EXCENTRICIDAD

Datos:

- Geometría
- Nu y Mu
- Materiales

Incógnitas:

A'_s y A_s

$$e = M_u / N_u = M_n / N_n$$

Hipótesis Simplificativa para el dimensionado:

Ambas armaduras están en fluencia

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = A'_s f_y \\ T_2 = A_s f_y \end{cases}$$

Incógnitas reales
 A'_s, ϵ'_s, U'_s y A_s

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad
Lámina 6

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

TRACCIÓN o FLEXIÓN + TRACCIÓN CON PEQUEÑA EXCENTRICIDAD

$$\begin{cases} T_1 = A'_s f_y \\ T_2 = A_s f_y \end{cases}$$

Por conveniencia elijo dos ecuaciones de momento

Ecuaciones de Equilibrio:

1- Momentos con respecto a la armadura inferior :

$$M_{ns} - M'_{ns} / \phi = 0 \Rightarrow M_{ns} - N_u (y_s - e) / \phi = 0$$

$$T_1 (y_s + y'_s) - N_u (y_s - e) / \phi = 0 \Rightarrow A'_s = \frac{N_u (y_s - e)}{0.90 f_y (y_s + y'_s)}$$

2- Momentos con respecto a la armadura superior :

$$M'_{ns} - M'_{ns} / \phi = 0 \Rightarrow M'_{ns} - N_u (y'_s + e) / \phi = 0$$

$$T_2 (y_s + y'_s) - N_u (y'_s + e) / \phi = 0 \Rightarrow A_s = \frac{N_u (y'_s + e)}{0.90 f_y (y_s + y'_s)}$$

- Verifico equilibrio de fuerzas:

$$T_1 + T_2 = N_n \geq N_u / \phi$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad Lámina 7

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

TRACCIÓN o FLEXIÓN + TRACCIÓN CON PEQUEÑA EXCENTRICIDAD

Hipótesis Simplificativa para el dimensionado:
Ambas armaduras están en fluencia

En esta zona, no es posible definir una distribución de deformaciones en forma unívoca en base a las ecuaciones de equilibrio.

Para valores $e \approx y_s$ se recomienda adoptar A_s mayor que el valor calculado.

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad Lámina 8

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	TRACCIÓN o FLEXIÓN + TRACCIÓN CON PEQUEÑA EXCENTRICIDAD	
	<p>IMPORTANTE: HASTA ACÁ HEMOS APRENDIDO A DIMENSIONAR UNA SECCIÓN DE HºAº SOLICITADA A FLEXOTRACCIÓN CON PEQUEÑA EXCENTRICIDAD</p> <p>EN UN ELEMENTO ESTRUCTURAL COMO POR EJ. TENSORES, LUEGO DEL DIMENSIONAMIENTO DE ACUERDO A LOS ELU</p> <p>SE DEBE VERIFICAR EL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO DE FISURACIÓN (ELS)</p>	
ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad		Lámina 9

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; display: inline-block;"> <p style="margin: 0;">COMPRESIÓN DOMINANTE</p> </div>	
	ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad	

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

COMPRESIÓN DOMINANTE

Compresión \Rightarrow $|N_u^{(-)}| > 0.10 f_c' A_g$ Columnas

Estribos $\phi = 0.90$		$\phi = 0.65$
Zunchos $\phi = 0.90$		$\phi = 0.75$

Nota: para $|N_u^{(-)}| > 0.10 f_c' A_g$ también pueden corresponder planos límite últimos comprendidos entre el plano $-3\text{‰}/+4\text{‰}$ y el plano de falla balanceada.

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad
Lámina 11

COLUMNAS

Columnas con Estribos

$\phi = 0.65$

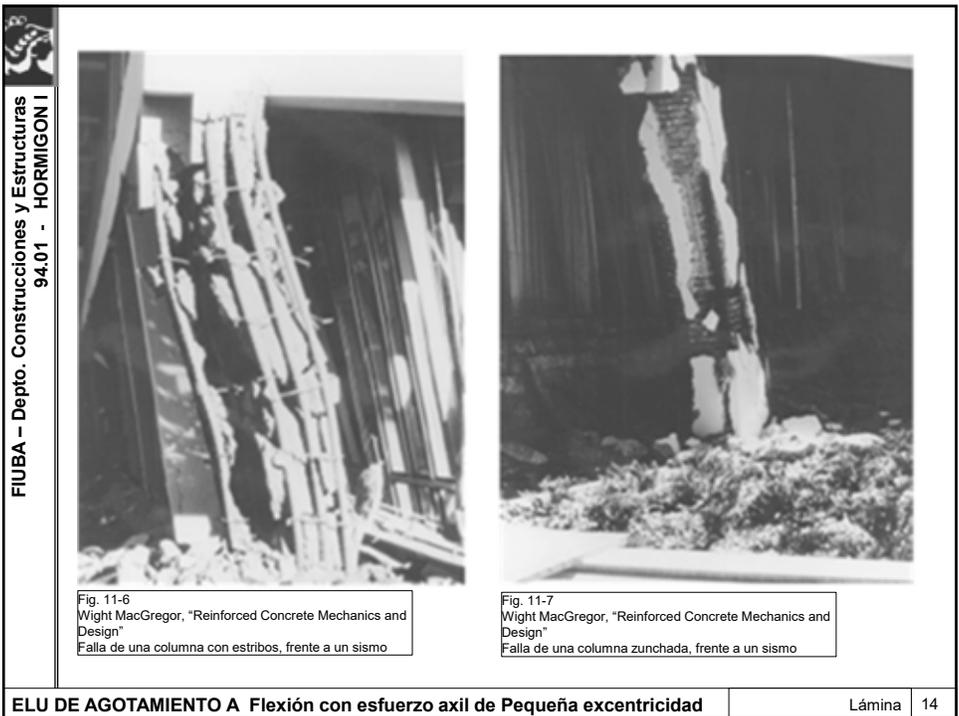
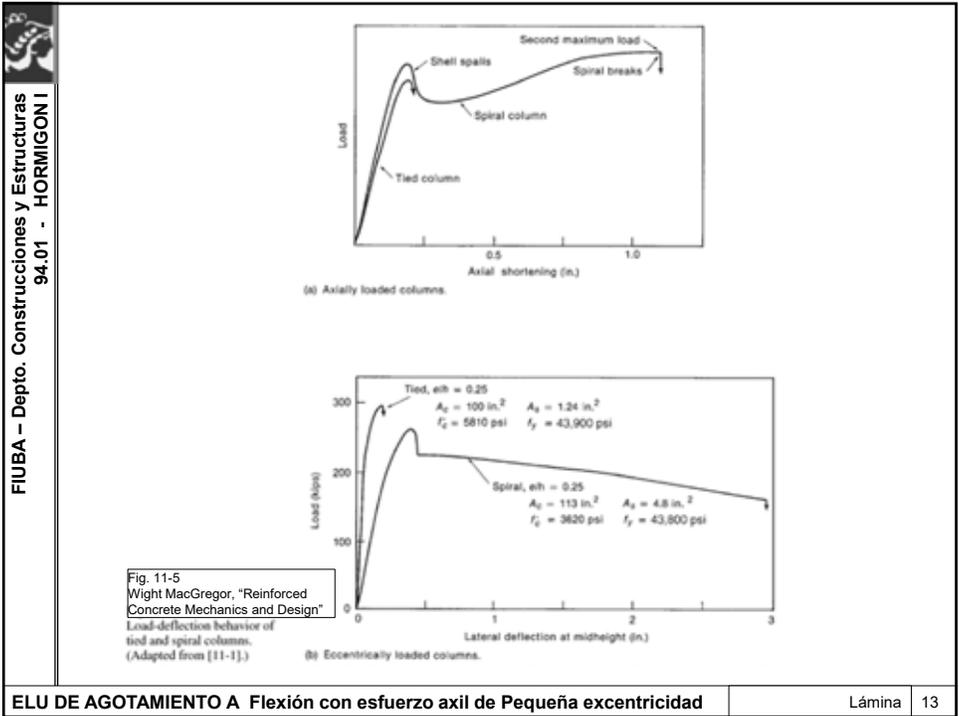
Columnas Zunchadas

Fig. 11-4
Wight MacGregor, "Reinforced Concrete Mechanics and Design"

los zunchos proporcionan confinamiento y por lo tanto ductilidad

$\Rightarrow \phi = 0.70$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad
Lámina 12



FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

COMPRESIÓN CENTRADA

Resistencia nominal en compresión centrada

$P_o = P_{n,c} + P_{n,s}$ Ley de Adición - ELU

$P_o = k_3 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}$

A_{st} : armadura total
(distribuida uniformemente)

$k_3 = 0.85$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad
Lámina 15

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

COMPRESIÓN DOMINANTE

Resistencia nominal en compresión excéntrica

Esfuerzo Normal:

$P_n = P_{n,c} + \sum_{i=1}^n P_{n,si}$ Ojo cuando el DIAGR de M es CRUZADO

$P_n = 0.85 f'_c \beta_1 c b + A_{s,1} (f_{s,1} - 0.85 f'_c) + A_{s,2} (f_{s,2} - 0.85 f'_c)$

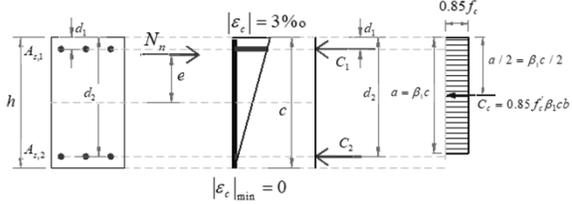
Momento con respecto al baricentro de la sección:

$M_n = |C_c| \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + |C_{s,1}| \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + |C_{s,2}| \left(\frac{h}{2} - d_2 \right)$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad
Lámina 16

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

DIMENSIONAMIENTO EN COMPRESIÓN DOMINANTE



Datos:

- Geometría
- Nu, Mu
- Materiales

Incógnitas:

As,1 y As,2

Podría ir planteando distintos planos y distintas armaduras hasta verificar que

$$\begin{cases} N_d = \phi N_n \geq N_u \\ M_d = \phi M_n \geq M_u \end{cases}$$

Proceso iterativo

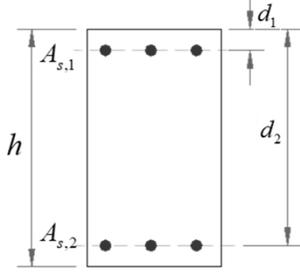
- Elegir un plano límite
- Plantear las ecuaciones de Equilibrio y Compatibilidad
- Determinar Nd y Md
- Si no coinciden con las requeridas, plantear otro plano.....

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad

Lámina 17

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

ÁBACOS DE INTERACCIÓN



Datos:

- Geometría
- Materiales
- As,1 y As,2

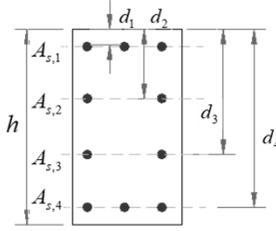
Incógnitas:

Nn y Mn
para obtener Nd y Md

Para esta sección, se plantean varios planos límites de deformación posibles.

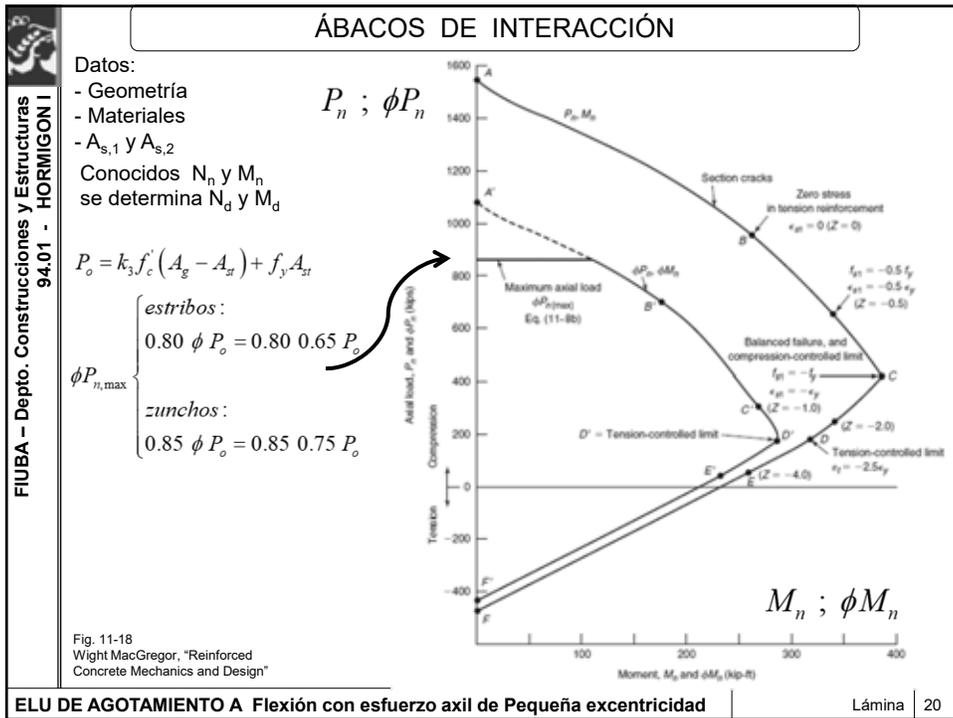
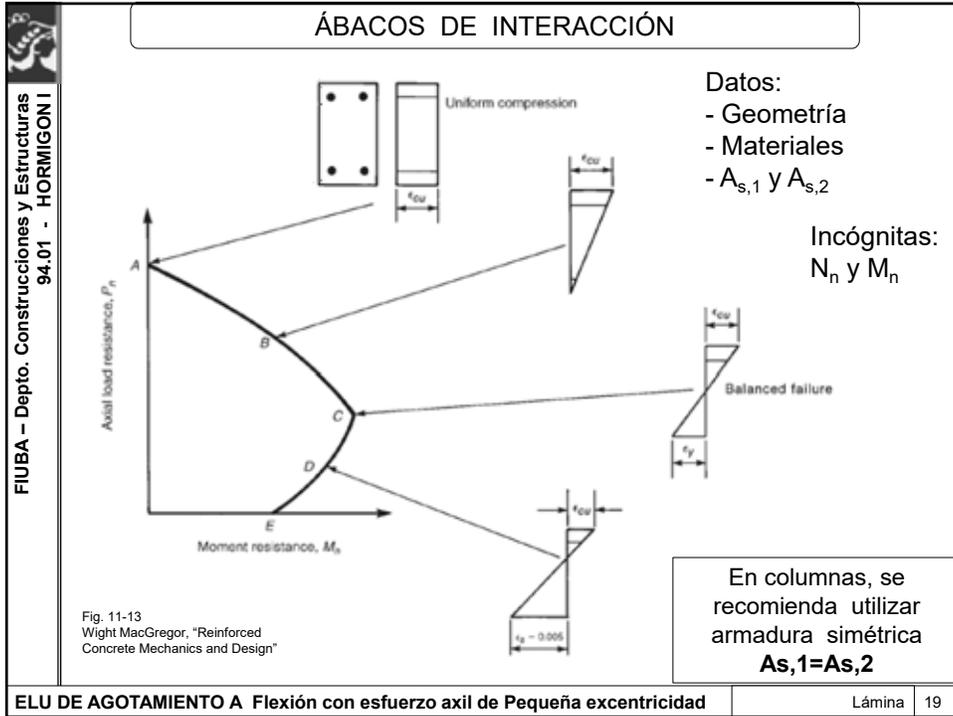
En cada uno, se determinan Nn y Mn.

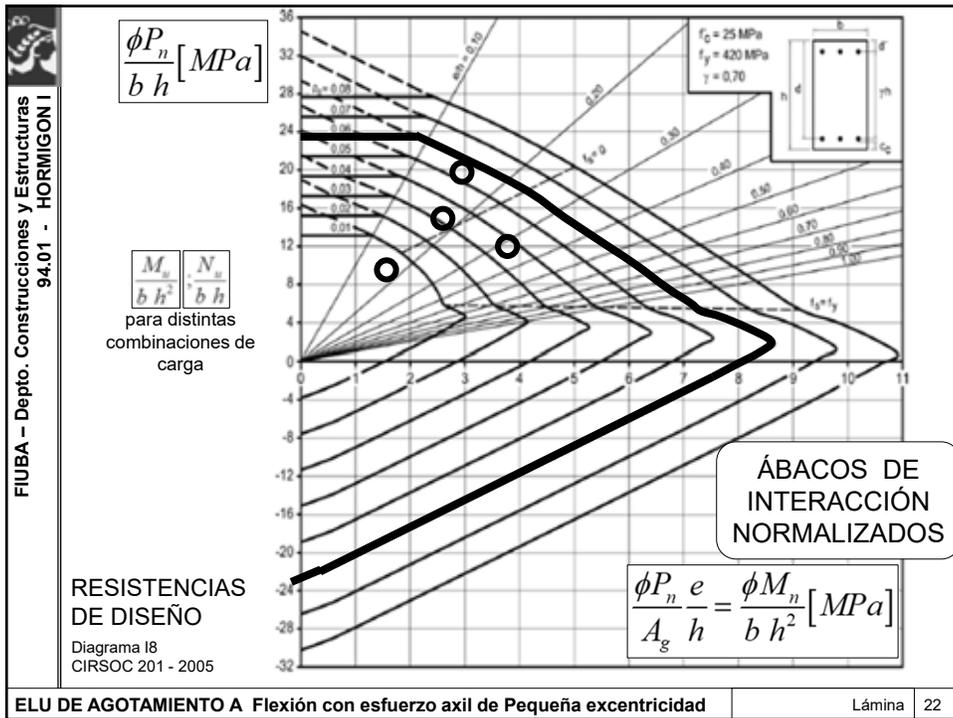
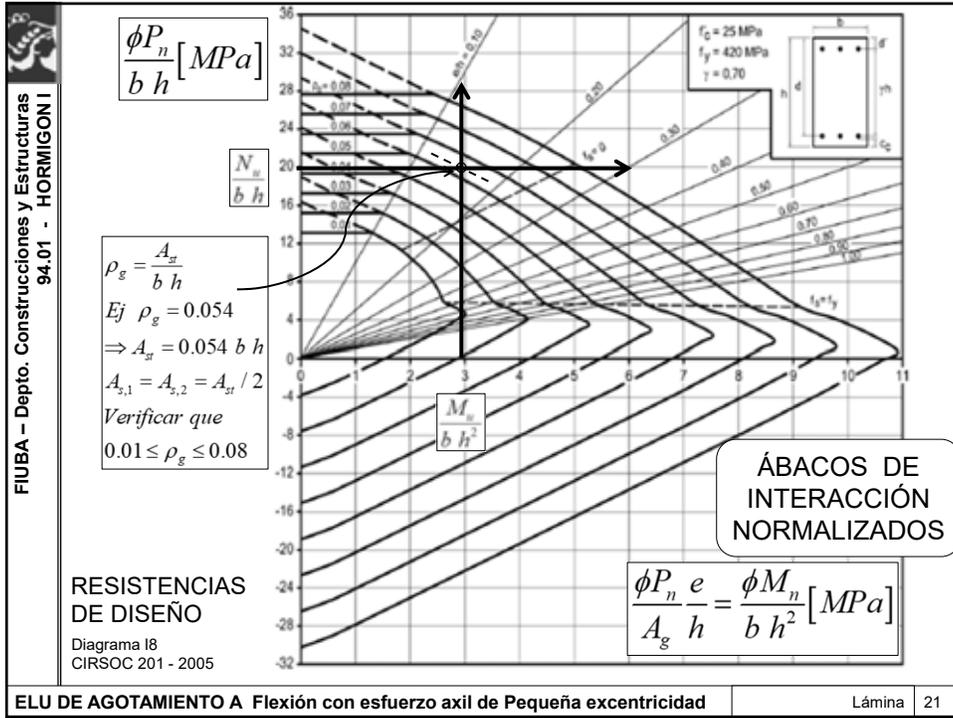
Pueden plantearse distintas distribuciones de armadura, por ejemplo:



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de Pequeña excentricidad

Lámina 18







FIN –
ELU DE AGOTAMIENTO A
Flexión con esfuerzo axial
de pequeña excentricidad

GRACIAS POR SU ATENCION !!!

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

HORMIGON I

ELEMENTOS COMPRIMIDOS: “COLUMNAS CORTAS”

ASPECTOS CONSTRUCTIVOS Y REGLAMENTARIOS

Lámina

23-05-22

ARMADO DE COLUMNAS Lámina 1

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

Objetivos:

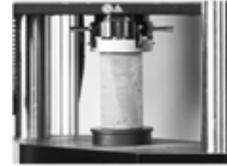
Explicación de criterios para el correcto diseño y especificación de las armadura que se colocan en columnas y tabiques, a fin de satisfacer:

- *requerimientos resultado del proceso de cálculo y dimensionamiento*
- *cumplir con requisitos reglamentarios*
- *adecuarse a los correctos usos y costumbres constructivas habituales en nuestro medio.*

Los conceptos corresponden a nociones con fundamento científico, aspectos tecnológicos y experiencias basadas en probadas reglas del arte, así como otros de carácter reglamentario y consideraciones de índole económica.

ARMADO DE COLUMNAS Lámina 2

Conceptos generales:



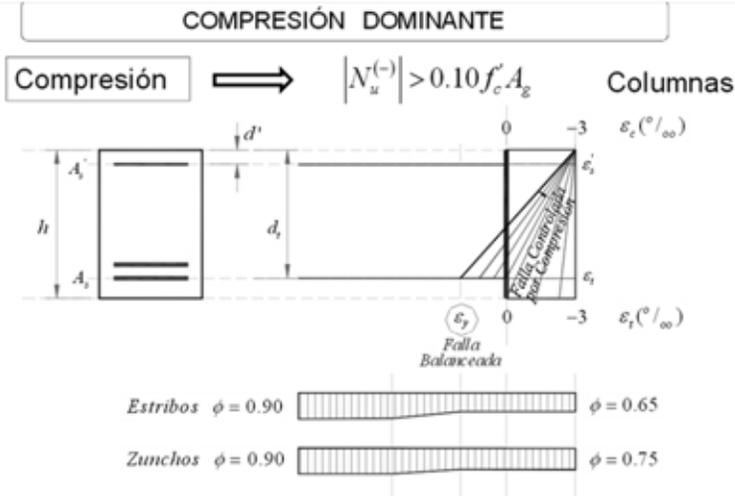
El hormigón es un material eficiente para tomar compresión , pero....

EXISTEN RAZONES PARA COLOCAR ARMADURA EN ELEMENTOS COMPRIMIDOS:



- Columnas y puntales
- Elementos principales de arcos y pórticos
- Elementos a compresión en reticulados, cáscaras, etc..

Recordamos ...



Nota: para $|N_u^{(-)}| > 0.10 f_c' A_g$ también pueden corresponder planos limite últimos comprendidos entre el plano $-3\text{‰}/+4\text{‰}$ y el plano de falla balanceada.

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

RAZONES PARA COLOCAR ARMADURA LONGITUDINAL EN ELEMENTOS COMPRIMIDOS

- ✓ Evitar fibras traccionadas sin armadura.
 - > excentricidades imprevistas
 - analíticas
 - constructivas
 - por cargas
 - por geometría
 - > excentricidades generadas por inestabilidad del equilibrio
- ✓ Compatibilizar las deformaciones del conjunto.
 - > Fluencia Lenta y Contracción.
- ✓ Dotar a las piezas de cierta ductilidad.
 - > evitar rotura muy abrupta en piezas comprimidas sin armar.

ARMADO DE COLUMNAS Lámina 5

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

RAZONES PARA COLOCAR ARMADURA TRANSVERSAL EN ELEMENTOS COMPRIMIDOS

- ✓ Tracción transversal por desvíos de compresión longitudinal.
- ✓ Pandeo individual de las barras.
- ✓ Fisuramiento prematuro por contracción transversal.
- ✓ Posicionado de las armaduras al hormigonar.
- ✓ Absorción de esfuerzos de corte.
- ✓ Otorgar "algún" grado de confinamiento y ductilidad
- ✓ Tracciones transversales en zonas de empalmes



ARMADO DE COLUMNAS Lámina 6

CRITERIO GENERAL DE ARMADO

- ✓ Las solicitaciones de compresión pura o levemente excéntricas se toman con el **hormigón** (economía).
- ✓ Se coloca una mínima cantidad de **armadura longitudinal** (barras rectas) de modo de maximizar el “brazo elástico interno”.
- ✓ Se coloca **armadura transversal** (estribos y/o ganchos y/o armadura en hélice) formando “anillos” convexos, que “envuelvan” la armadura longitudinal.

Columnas zunchadas

El recubrimiento falla igual que en una columna de similares características armada con estribos. Superada esa carga comienza a actuar el zuncho.

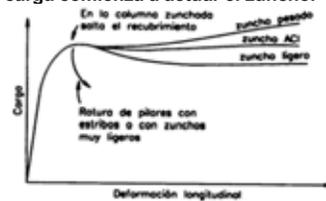
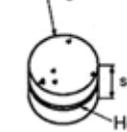


Figura 4.1. Comportamiento de elementos de concreto armado sometidos a compresión pura

Arthur H. Nilson

Núcleo de hormigón



Hélice

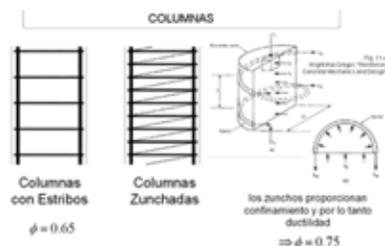
A_g : área bruta
 A_c : área del núcleo



$\rho_s = \frac{\text{Vol. } A^{\circ} \text{ de la hélice}}{\text{Vol. del núcleo de } H^{\circ}}$

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c}{f_y}$$

Hélice ACI

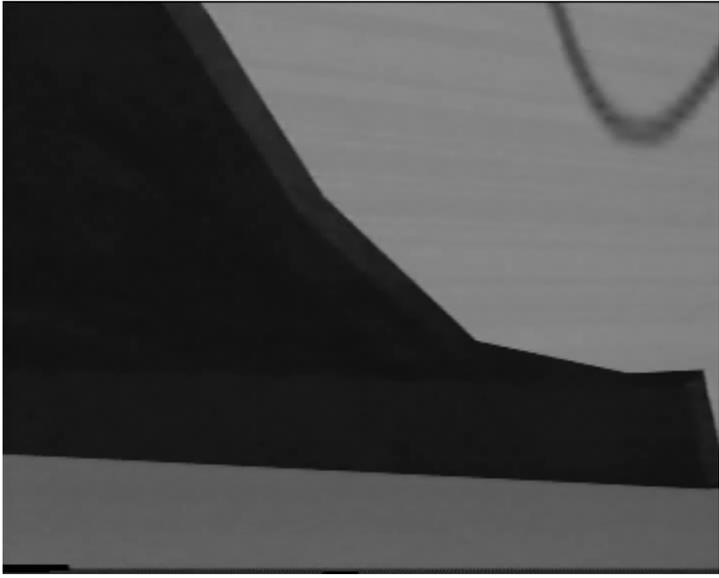
Calidad del Hormigón ≥ 20 MPa

Colocar una hélice tal que provea una capacidad adicional por efecto del zunchado levemente superior a la aportada por el recubrimiento de hormigón.

- > Mayor costo por cuantías de armadura transversal. (sep ≤ 8 cm ; $\phi \geq 10$ mm)
- > **Mayor ductilidad y resistencia a la compresión** \Rightarrow especialmente aptas para grandes cargas de compresión (pisos inferiores) y en zonas sísmicas.
- > Sin ventaja comparativa bajo solicitaciones por flexión medianas o altas

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

SEGUNDA PARTE :
ENSAYO DE COLUMNAS CORTAS A COMPRESIÓN CENTRADA HASTA LA ROTURA



ARMADO DE COLUMNAS Lámina 9

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

TERCERA PARTE

REQUERIMIENTOS
REGLAMENTARIOS

Y

RECOMENDACIONES
CONSTRUCTIVAS

ARMADO DE COLUMNAS Lámina 10

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 HORMIGON I

COLUMNA: elemento, utilizado principalmente para resistir carga axial de compresión, con una relación entre su altura y su menor dimensión lateral mayor que 3" (CIRSOC 201-05 Glosario)

TABIQUE: no está definido taxativamente en el reglamento CIRSOC 201-05
 Según ACI-318-S14 "Elemento con una relación entre la altura y la menor dimensión lateral mayor que 3 usado principalmente para resistir carga axial de compresión"
 Espesor mínimo = $h/25$ ($>10\text{cm}$) art. 11.3m – **NO SE APLICA EN NUESTRO MEDIO**

MUROS clasificación según su función (Mac Gregor) (Tabiques en nuestro medio)

- "bearingwalls" (muros de carga) soportan exclusivamente cargas verticales.
- "shearwalls" (muros de rigidez) soportan cargas verticales y horizontales en dirección ppal.
- "retainingwalls" (muros de contención) soportan cargas normales a su plano (fuera de análisis.)

Reglamento CIRSOC 201 2005 –

- Requisitos de resistencia (para muros de carga y muros de rigidez) pueden diseñarse como columnas (capítulos 10 y 11)
- Requisitos geométricos para columnas, muros de rigidez, muros de contención y muros de carga no incluidos en art. 14.5
 Espesor mínimo: 200mm (art. 10.8)
- Requisitos geométricos para muros de carga diseñados según el art. 14.5
 Espesor mínimo: 100mm (art. 14.5) **NO SE APLICA EN NUESTRO MEDIO**

EN NUESTRO MEDIO
 (Según usos y costumbres, no prohibido, pero que en rigor podría requerir verificación especial)

TABIQUES O MUROS: Espesor mínimo recomendado 15 cm para correcto llenado
 S/CIRSOC 201-82: Lado mayor $\geq 5 \times$ Lado menor ; Espesor mínimo = 12 cm.

Lámina 11

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 HORMIGON I

COLUMNAS: Geometría
1) Dimensiones Transversales Mínimas (CIRSOC 201-Art. 10.8)

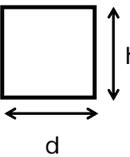
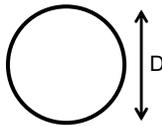
	In situ Con estribos	In situ Con zunchos
Sección		
Dimensiones mínimas	$h \geq 200 \text{ mm}$ $d \geq 200 \text{ mm}$	$D \geq 300 \text{ mm}$
Recubrim. máximo	$r \leq 40 \text{ mm}$	$r \leq 40 \text{ mm}$

Lámina 12

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGÓN I

ARMADURA LONGITUDINAL (CIRSOC 201-Art. 10.9)

2) Cuantías Longitudinales

mínima: $A_{st} \geq 1\% A_g$ [ó $\geq 1\% A_{ef.red.}$]
 máxima: $A_{st} \leq 8\% A_g$ (atención empalmes)

Área efectiva reducida (para un determinado esfuerzo de compresión):
es aquella capaz de soportar ese esfuerzo, armada con la cuantía mínima.
 (condición $A_{ef.red.} \geq A_{total}/2 \Rightarrow A_{st} \geq 0,5\% A_g$).

3) Cantidad de barras: $n \geq 4$ Sección rectangular, con estribos
 $n \geq 6$ Sección circular y/o zunchada

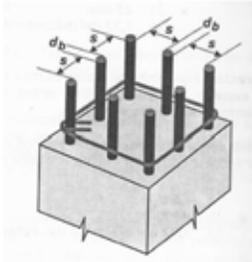
4) Diámetros: $d_b \geq 12$ mm (in situ)

Recomendación diámetro único o combinación de diámetros consecutivos

5) Separación mínima: $s \geq 1,5 d_b$
 (CIRSOC 201-7.6.5) $s \geq 40$ mm
 $s \geq 1,33 TMA$

6) Separación máxima: $s \leq 30$ cm (CIRSOC 201-82)
 Se autoriza armar con 2 barras la columna de 40 cm de lado

7) Ubicación: diámetros mayores en la esquinas



ARMADO DE COLUMNAS Lámina 13

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGÓN I

ESTRIBOS

CIRSOC 201- art 7.10.5

1) $V_n = V_c + V_s$ $V_u \leq \phi(V_n) = \phi(V_c + V_s)$ siendo $\phi = 0.75$
 $V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c$

2) N_u compresión \Rightarrow $V_c = \lambda \left(1 + \frac{N_u}{14A_g} \right) \frac{1}{6} \sqrt{f_c} b_w d$

3) $V_c = \left(\sqrt{f_c} + 120 \rho_v \frac{V_u d}{M_u} \right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0.30 \sqrt{f_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0.3 N_u}{A_g}}$
 siendo $M_u = M_u - N_u \left(\frac{4h - d}{8} \right)$
 $\sqrt{f_c} \leq 8.30$ MPa

4) N_u : esfuerzo axial mayorado, normal a la sección transversal, que se produce simultáneamente con V_u . Se debe considerar **positivo para compresión**.
 A_g área total o bruta de la sección.

ARMADO DE COLUMNAS Lámina 14

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGÓN I

ESTRIBOS

4) Separación transversal

✓Cualquier barra que diste de otra barra restringida al pandeo individual menos de 15 veces d_e , no requiere restricción adicional (estribo, gancho).

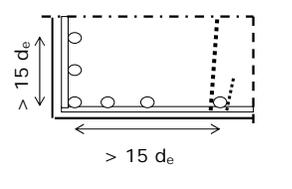
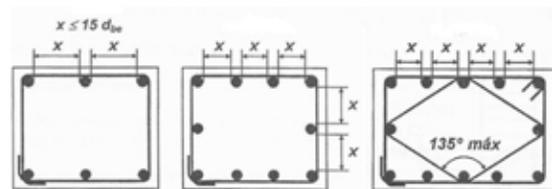
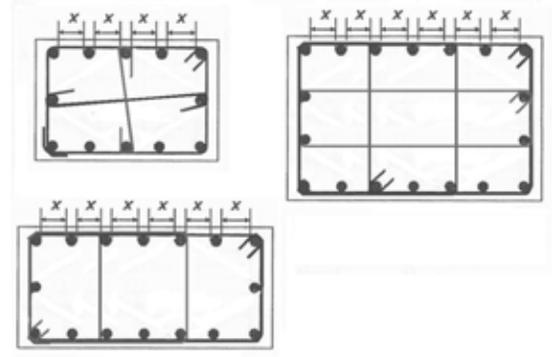



Figura 7.10.5.3. Distintos esquemas de distribución transversal de las barras longitudinales en columnas.



ARMADO DE COLUMNAS Lámina 15

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGÓN I

ETAPAS CONSTRUCTIVAS- EMPALMES – CAMBIO DE SECCIÓN

- Desvío de armadura: máxima pendiente 1:6
- Esfuerzos de desvío (1,5 veces): tomados con estribos cerrados, zunchos o con el entrepiso
- Doblado antes de ser colocadas en el encofrado
- Desvío máximo 80 mm

ARMADURA EN ESPERA

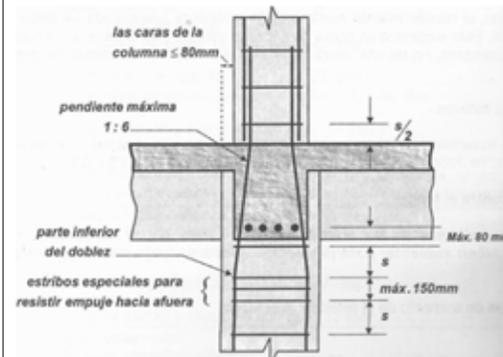
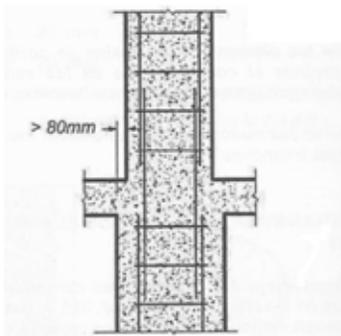



Figura 7.8.1.5. Cambio de sección en columnas con sus caras desalineadas más de 80 mm.

ARMADO DE COLUMNAS Lámina 16

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

EMPALME DE ARMADURA

SEGÚN LEONHART

a) b) c)

cortes a-a

aquí es determinante

Leonhardt

Casos a) y b)
EMBOTELLADO

Caso c)
ARMADURA EN ESPERA

ARMADO DE COLUMNAS

Lámina 17

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

EJEMPLO DE DESPIECE DE ARMADURA DE COLUMNA

Col D204	PLANTA	DI	A	A1	A2	ESTR.
8°	100x25	4e20	8e20			e8c/24
8°	135x35	4e25	14e20	4e25		e8c/24

Col D204
(8° R50)

ARMADO DE COLUMNAS

Lámina 18

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

CUARTA PARTE

ELEMENTOS COMPRIMIDOS

“COLUMNAS CORTAS”

ASPECTOS CONSTRUCTIVOS:

EJEMPLOS



ARMADO DE COLUMNAS

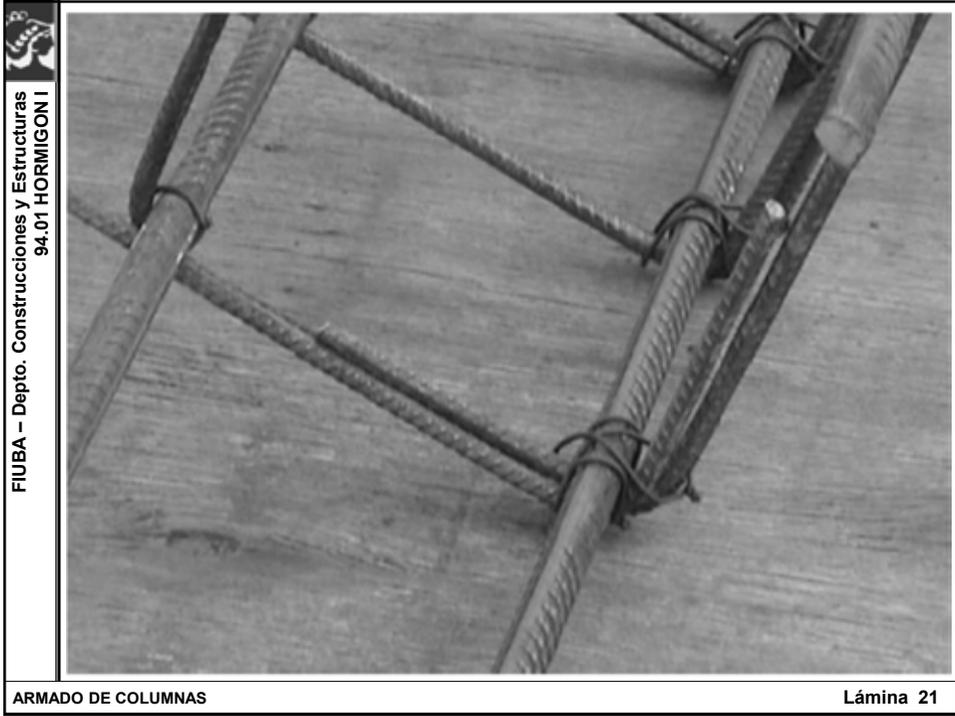
Lámina 19

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I



ARMADO DE COLUMNAS

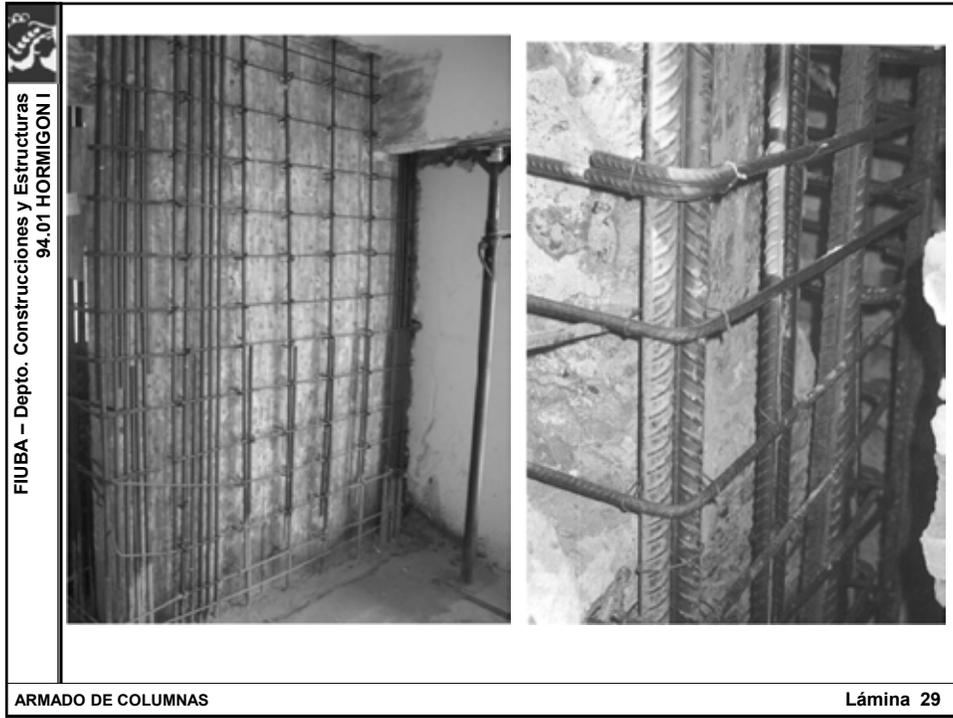
Lámina 20













FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I



ARMADO DE COLUMNAS

Lámina 33

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 HORMIGON I

Para comentar



ARMADO DE COLUMNAS

Lámina 34



ELEMENTOS COMPRIMIDOS:

“COLUMNAS CORTAS”

**ASPECTOS CONSTRUCTIVOS
Y
REGLAMENTARIOS**

Gracias por su atención



HORMIGÓN I

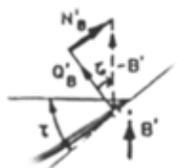
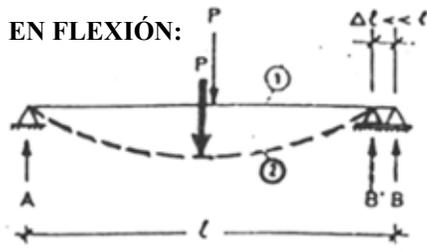
ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE
INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO
Parte 1



Descripción del problema

CASO 1) Entre causas y efectos existe una relación lineal
Cálculo lineal

- Material elástico lineal
- Pequeños desplazamientos



Para ángulos τ pequeños
 $B \cong B' \cong Q_s$
 $N'_s \cong 0$

Leonhardt - "ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO" - TOMO I - Fig. 10-1

Despreciamos los "efectos de 2º orden"

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Descripción del problema

CASO 2) Entre causas y efectos no existe una relación lineal
Cálculo no-lineal

- Material NO es elástico lineal → no linealidad material
- Desplazamientos NO son pequeños o la incidencia de los mismos en las solicitaciones NO es despreciable → no linealidad geométrica

Leonhardt - "ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO" - TOMO I - Fig. 10-1

NO se pueden despreciar los "efectos de 2º orden"
 → El equilibrio debe plantearse en el sistema deformado

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1º Parte Lámina 3

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Descripción del problema

COLUMNA EN FLEXO-COMPRESIÓN:

El sistema es estable?

La inestabilidad global de un sistema estructural está asociada al colapso del sistema.

↓

Estado Límite Último de Inestabilidad del Equilibrio

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1º Parte Lámina 4

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Marco Teórico

Euler (1744)

Materiales Ideales

Compresión centrada

COMPRESIÓN CENTRADA
BARRA BIARTICULADA
MATERIAL ELÁSTICO IDEAL

ECUACIÓN DE LA ELÁSTICA PEQUEÑAS DEFORMACIONES:

$$\chi = \frac{1}{\rho} \cong \frac{d^2v}{dx^2}$$

CURVATURA

EN ESTE CASO :

$$M^A = -M + P v = 0$$

ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$\Rightarrow EI \frac{d^2v}{dx^2} + P v = 0$$

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad v = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx$$

Bibliografía: "Resistencia de Materiales", Timoshenko

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte

Lámina 5

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Marco Teórico

Euler (1744)

Materiales Ideales

PROBLEMA DE ESTABILIDAD CON BIFURCACIÓN DEL EQUILIBRIO
Material Elástico

Condic. de Borde

1) $x = 0; v = 0 \Rightarrow C_2 = 0 \Rightarrow v_{(x)} = C_1 \sin kx$

2) $x = l; v = 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2a) C_1 = 0 \rightarrow \text{solución trivial} \\ 2b) \sin kl = 0 \Rightarrow k l = n \pi \quad (n=1,2,3,\dots) \end{cases}$$

ECUACIÓN DE PANDEO

$$\Rightarrow P = n^2 \pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

CARGA CRÍTICA DE PANDEO DE EULER

$$\Rightarrow P_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

Material Elastoplástico ideal
TAMBIÉN
PROBLEMA DE ESTABILIDAD CON BIFURCACIÓN DEL EQUILIBRIO
EL VALOR DE P_{cr} SERÁ DISTINTO

Bibliografía: "Resistencia de Materiales", Timoshenko

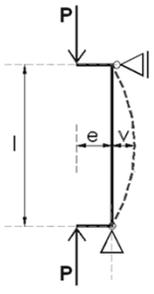
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte

Lámina 6

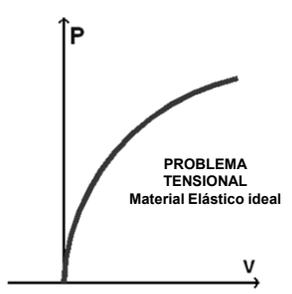
FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Marco Teórico

Compresión excéntrica

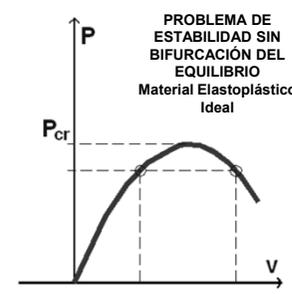


COMPRESIÓN EXCÉNTRICA
MATERIAL ELÁSTICO IDEAL



PROBLEMA
TENSIONAL
Material Elástico ideal

COMPRESIÓN EXCÉNTRICA
MATERIAL ELASTOPLÁSTICO IDEAL



PROBLEMA DE
ESTABILIDAD SIN
BIFURCACIÓN DEL
EQUILIBRIO
Material Elastoplástico
Ideal

$$EI \cdot \frac{d^2v}{dx^2} + P \cdot v + M_{ext} = 0$$

$$v = C_1 \cdot \sin kx + C_2 \cdot \cos kx + f(M_{ext} / EI)$$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1º Parte

Lámina 7

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

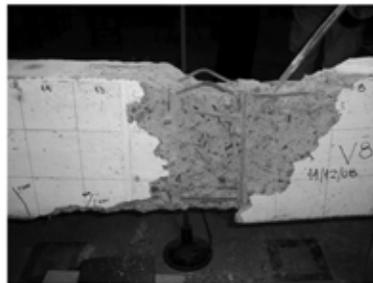
Qué parámetros inciden sobre la Carga Crítica?

- El tipo de sollicitación
- La geometría de la sección
- El material!!



Columna tubular de acero
Foto: Rul Carneiro de Barros, Tesis doctoral, 1983





Pandeo de barras de armadura
Ensayo FIUBA - 28-10-2009

Columna hormigón armado
Foto: Awati & Khadiranaikar, Engineering Structures, Vol 37, pp76-87, 2012

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1º Parte

Lámina 8

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I

Qué parámetros inciden? Materiales y Vínculos Ideales

- Los vínculos

$$P_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{l_e^2}$$

$l_e = 0.50 l$

$l_e = 0.70 l$

$l_e = l$

$l_e = 2 l$

l_e : longitud efectiva, distancia entre puntos de inflexión de la configuración de pandeo

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte Lámina 9

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I

Qué parámetros inciden?

- La esbeltez

Esbeltez aumenta

↓

Carga crítica disminuye!!

Gran Esbeltez

Pequeña Esbeltez

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte Lámina 10

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

EFFECTOS DE 2° ORDEN EN ELEMENTOS COMPRIMIDOS DE HORMIGÓN ARMADO



- No es elasto-plástico "ideal"
- Material compuesto de complejo comportamiento
- No existen vínculos ideales
- Siempre existen imperfecciones y/o excentricidades

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte
Lámina 11

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

DEFINICIÓN DE ESBELTEZ:

Esbeltez Geométrica: $\lambda_{geom} = \frac{l}{d_p}$ $\left\{ \begin{array}{l} l: \text{Longitud del elemento} \\ d_p: \text{Dimensión de la columna paralela al plano de pandeo} \end{array} \right.$

ESBELTEZ MECÁNICA: $\lambda_m = \frac{l}{r}$

r : Radio de giro de la sección; $r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$ $\left\{ \begin{array}{l} I_g: \text{Momento de inercia de la columna} \\ A_g: \text{Área de la columna} \end{array} \right.$

Sección rectangular: $r = \sqrt{\frac{b h^3}{12} \frac{1}{b h}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} \cong 0.30 h$

EN EL CÁLCULO: $l = l_e$

l_e : Longitud de pandeo o longitud efectiva, depende de las condiciones de vínculo.
Se obtiene multiplicando la longitud sin arriostamientos l_u por un coeficiente k .

$l_e = k l_u$

$\lambda_m = \frac{k l_u}{r}$

ESBELTEZ

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte
Lámina 12

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

$$\lambda_m = \frac{k l_u}{r}$$

ESBELTEZ

l_u : Longitud sin arriostramientos

Distancia libre entre losas de entrepiso, vigas u otros elementos capaces de proporcionarle apoyo lateral en la dirección considerada.

Cuando existan capiteles, ábacos o cartelas en las columnas, la longitud, l_u debe ser medida hasta el extremo inferior del capitel, ábaco o cartela, en el plano considerado.

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte
Lámina 13

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

El comportamiento del Hormigón es similar al del material elastoplástico ideal

$M = P(e + \delta)$

PROBLEMA DE ESTABILIDAD SIN BIFURCACIÓN DEL EQUILIBRIO

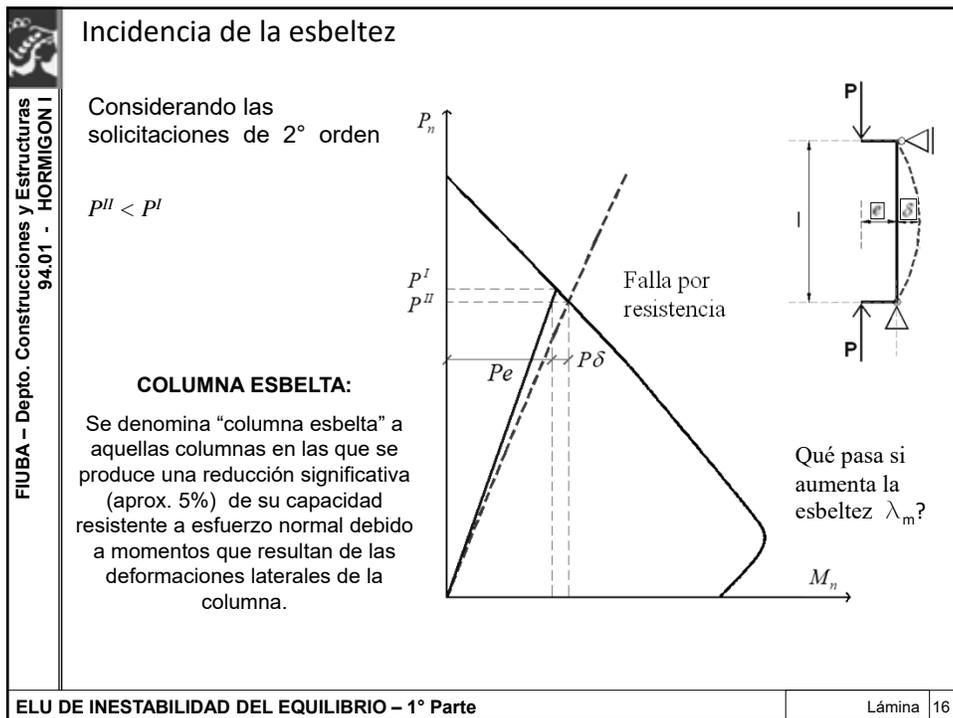
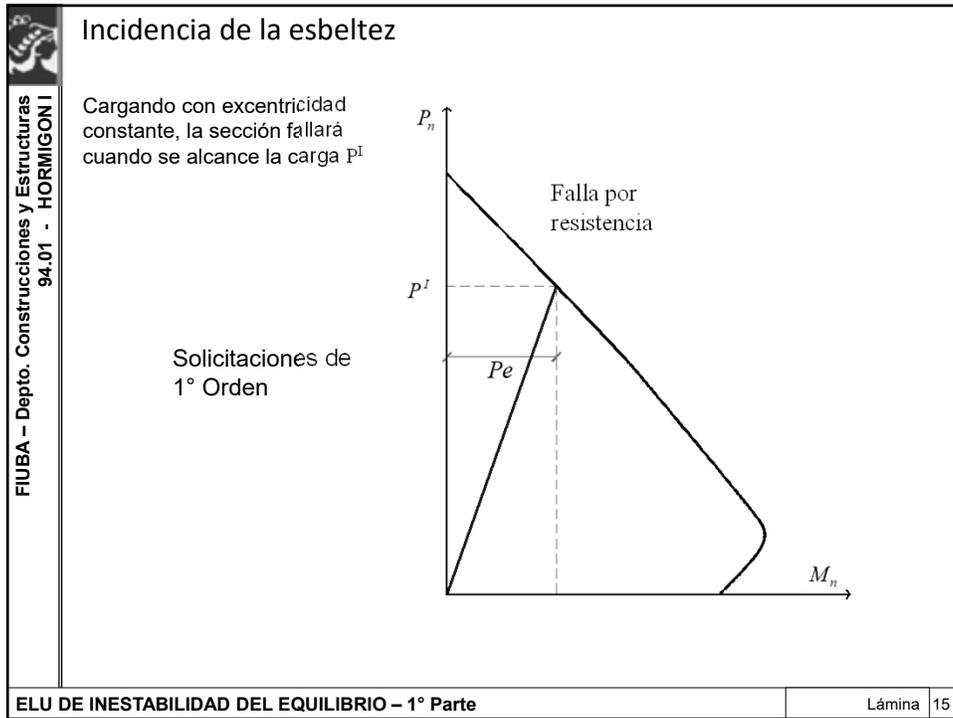
$P < P_{cr}$

P_{cr}

RAMA ESTABLE RAMA INESTABLE

PROBLEMA TENSIONAL

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte
Lámina 14



FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Incidencia de la esbeltez

Considerando las sollicitaciones de 2° orden

$p^{II} < p^I$

A medida que aumenta la esbeltez, disminuye la capacidad portante

Falla por resistencia

Qué pasa si aumenta la esbeltez λ_m ?

P_n

M_n

p^I

p^{II}

P_e

P_δ

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte

Lámina 17

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Incidencia de la esbeltez

Considerando las sollicitaciones de 2° orden

$p^{II} < p^I$

A medida que aumenta la esbeltez, disminuye la capacidad portante

Falla por resistencia

Qué pasa si aumenta la esbeltez λ_m ?

P_n

M_n

p^I

p^{II}

P_e

P_δ

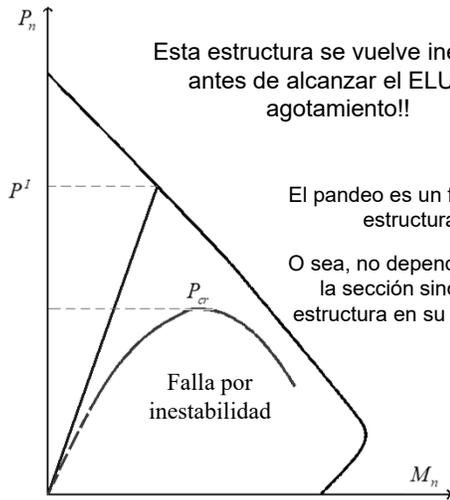
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte

Lámina 18



Incidencia de la esbeltez

Considerando las sollicitaciones de 2° orden



Esta estructura se vuelve inestable antes de alcanzar el ELU de agotamiento!!

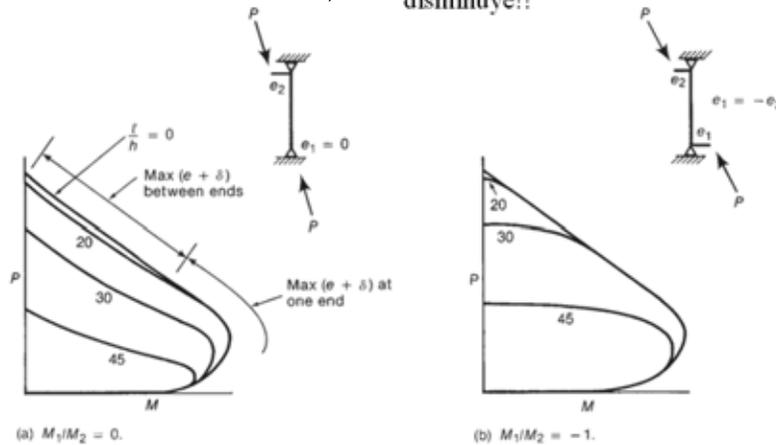
El pandeo es un fenómeno estructural.

O sea, no depende sólo de la sección sino de la estructura en su conjunto.



DIAGRAMAS INTERACCIÓN COLUMNAS ESBELTAS

Esbeltez aumenta → Capacidad portante disminuye!!



Columnas con Momentos Extremos con apoyos horizontales en los extremos

Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE - Mechanics and Design", Fig. 12-12

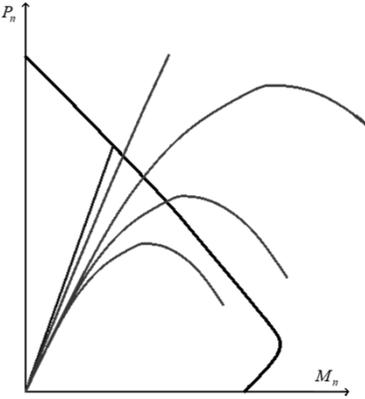
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Proceso de Dimensionamiento

1) CONDICIÓN DE ESTABILIDAD ⇒ **ELU INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO**

- VERIFICACIÓN DE ACUERDO A TEORÍA DE 2° ORDEN
- δ
- VERIFICACIÓN UTILIZANDO PROCEDIMIENTOS SIMPLIFICADOS

2) CONDICIÓN DE RESISTENCIA ⇒ **ELU AGOTAMIENTO A FLEXOCOMPRESIÓN**



COLUMNA ESBELTA:

Se denomina "columna esbelta" a aquellas columnas en las que se produce una reducción significativa (aprox. 5%) de su capacidad resistente a esfuerzo normal debido a momentos que resultan de las deformaciones laterales de la columna.

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte
Lámina 21

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CÁLCULO SEGÚN TEORÍA DE 2° ORDEN

VERIFICACIÓN DE LA ESTABILIDAD

- Cargar la estructura (sin deformar) con Cargas Mayoradas y un coeficiente de reducción de rigidez $\phi_x \cong 0.80$
- Calcular las deformaciones δ_1
- Cargar la estructura deformada 1 con Cargas Mayoradas
- Calcular las deformaciones δ_2

$\delta_i \leq \alpha \delta_{i-1} ?$

SI

VERIFICACIÓN DE RESISTENCIA

DIMENSIONAMIENTO DE ARMADURAS

$$\begin{cases} N_d = \phi N_n \geq N_u \\ M_d = \phi M_n \geq M_u \end{cases}$$

NO

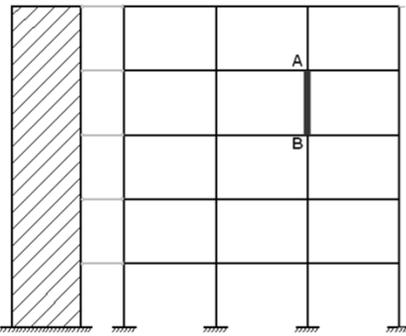
Cargar la estructura deformada

Calcular las deformaciones

Puede suceder que no haya convergencia!!

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte
Lámina 22

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	CÁLCULO SEGÚN TEORÍA DE 2° ORDEN	Alternativa: ANÁLISIS ELÁSTICO + EL MÉTODO DE LA AMPLIFICACIÓN DE MOMENTOS
	<p>Iterativo y engorroso.....</p> <p>No es fácil determinar las deformaciones.....</p> <ul style="list-style-type: none"> ➢ comportamiento no lineal del material, ➢ comportamiento distinto a compresión y a tracción, ➢ fisuración que incide en las rigideces, ➢ fluencia lenta, ➢ excentricidades constructivas, etc. <p>El reglamento establece dos limitaciones para su utilización:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Las dimensiones en la estructura definitiva no pueden diferir en más del 10 % de las dimensiones adoptadas en el análisis estructural. 2. Se debe demostrar que se obtienen valores de las cargas últimas dentro de un margen de ± 15 % con respecto a las obtenidas mediante ensayos !!! 	<ul style="list-style-type: none"> 1) PÓRTICOS INDESPLAZABLES 2) PÓRTICOS DESPLAZABLES <p>Análisis elástico de 1° orden: para tener en cuenta la existencia de fisuración, reducir rigideces:</p> <p>Vigas: 0.35 Ig</p> <p>Columnas: 0.70 Ig</p> <p>Placas y losas planas: 0.25 Ig</p>
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte		Lámina 23

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	SISTEMAS INDESPLAZABLES	SUS NUDOS SE ENCUENTRAN PRÁCTICAMENTE IMPOSIBILITADOS DE MOVERSE HORIZONTALMENTE. →ESTÁN VINCULADOS A ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE ABSORBEN LAS FUERZAS HORIZONTALES.
	 <p>Si no resulta claro, verificar alguna de estas condiciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Una columna de una estructura se puede suponer como indesplazable, si el incremento en los momentos extremos de la columna, debido a los efectos de segundo orden, es igual o menor que el 5 % de los momentos extremos de primer orden. - Cuando todas las columnas del piso tengan igual altura, un entrepiso de la estructura se podrá suponer como indesplazable, si se verifica que el ÍNDICE DE ESTABILIDAD : $Q = \frac{\sum P_{ii} \Delta_o}{V_{us} l_c} \leq 0.05$ <p>$\sum P_{ii}$: Carga vertical mayorada total. (Sumatoria de todas las cargas de columnas y tabiques en el nivel considerado)</p> <p>V_{us} : Esfuerzo de corte horizontal en el piso considerado</p> <p>Δ_o : Desplazamiento relativo de 1° orden entre la parte superior e inferior del entrepiso debido a V_{us}</p> <p>l_c : Longitud del elemento comprimido de un pórtico, medida entre los ejes de los nudos del pórtico</p>	
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte		Lámina 24

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

SISTEMAS INDESPLAZABLES

I_b : Momento de Inercia de las Vigas
 I_c : Momento de Inercia de la Columna

$I_b \cong I_c$

$l_e = l_c$

$I_b \cong I_c$

$I_b \cong I_c$

$l_e = 0.7 l_c$

$I_b \gg I_c$

$I_b \gg I_c$

$l_e = 0.5 l_c$

$I_b \gg I_c$

EN SISTEMAS INDESPLAZABLES

$l_e \leq l_c$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte Lámina 25

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

SISTEMAS DESPLAZABLES

$l_e = 2 l_c$

$I_b \approx \infty$

$l_e = 2 l_c$

$l_e \geq 2 l_c$

$I_b \approx \infty$

$l_e = l_c$

I_b

$l_e \geq l_c$

EN SISTEMAS DESPLAZABLES

$l_e \geq l_c$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte Lámina 26

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Coefficientes de rigidez relativa

I_b : Momento de Inercia de las Vigas ($0.35I_{gb}$)
 I_c : Momento de Inercia de la Columna ($0.70I_{gc}$)

$$\psi_A = \frac{\frac{E_c I_{c1}}{l_{c1}} + \frac{E_c I_{c2}}{l_{c2}}}{\frac{E_b I_{b1}}{l_1} + \frac{E_b I_{b2}}{l_2}}$$

Se recomienda una reducción de rigidez del 50% en el caso de extremos articulados de vigas o columnas

$$\psi_B = \frac{\frac{E_c I_{c1}}{l_{c1}} + \frac{E_c I_{c2}}{l_{c2}}}{0.5 \frac{E_b I_{b1}}{l_1} + \frac{E_b I_{b2}}{l_2}}$$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte

Lámina 27

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Longitud efectiva l_e en columnas de **Sistemas Indesplazables**

$$l_e = k l_u$$

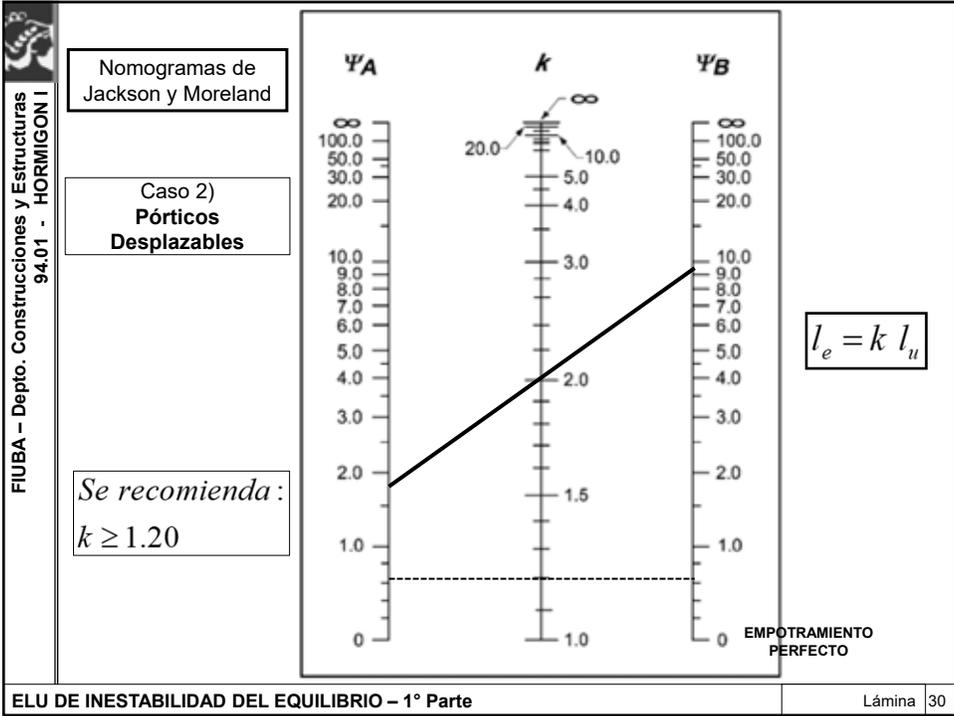
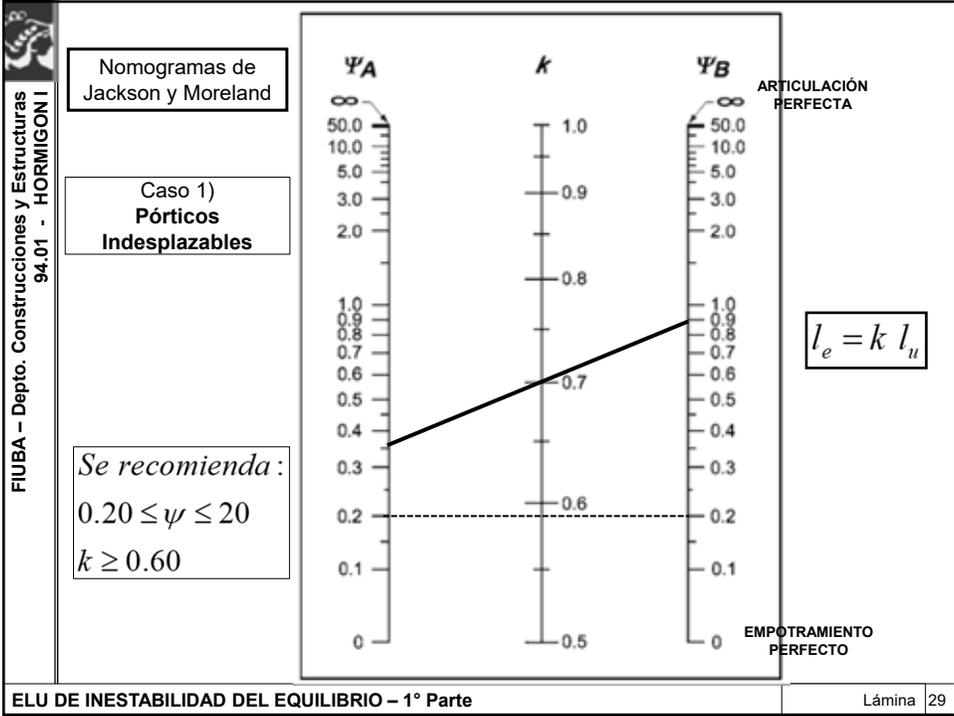
Tres alternativas:

1. Puede adoptarse $k=1 \Rightarrow l_e = l_u$
2. Puede evaluarse k por medio de los nomogramas de Jackson y Moreland
3. Puede evaluarse k mediante la siguiente expresión:

$$k = 1 - \frac{1}{(5+9 \psi_A)} - \frac{1}{(5+9 \psi_B)} - \frac{1}{(10+\psi_A \psi_B)}$$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte

Lámina 28



FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Momentos de 2° orden

Se distinguen 2 tipos diferentes de momentos de segundo orden que pueden actuar en una columna:

- Momentos P-δ:** Son el resultado de las deflexiones del eje de la columna que ocurren lejos de los extremos de la columna.
- Momentos P-Δ:** Son el resultado de los desplazamientos laterales de los nudos.

INDESPLAZABLE

DESPLAZABLE

Proceso de Dimensionamiento

1) CONDICIÓN DE ESTABILIDAD	⇒	ELU INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO
2) CONDICIÓN DE RESISTENCIA	⇒	ELU AGOTAMIENTO A FLEXOCOMPRESIÓN

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte

Lámina 31

Método de los Momentos Amplificados – BARRAS BIARTICULADAS

Deformac. de 1° orden

Deformac. de 2° orden

$M_0 = Pe$ δM $M_t = M_0 + P\delta$

Aplicando el Método de Área de Momentos, considerando que la distribución de deformaciones es una semi onda senoidal, y por lo tanto la de momentos adicionales, también, se obtiene:

$$\text{Area} \frac{M_0}{EI} \int_A^B = \frac{M_0}{EI} \frac{l}{2} ; y_{\frac{M_0}{EI}} \int_A^B = \frac{l}{4} \Rightarrow \delta_0 = \frac{M_0 l^2}{EI 8}$$

$$\text{Area} \frac{\delta M}{EI} \int_A^B = \left(\frac{P}{EI} (\delta_0 + \delta_a) \right) \frac{l}{2\pi} ; y_{\frac{\delta M}{EI}} \int_A^B = \frac{l}{\pi} \Rightarrow \delta_a = P \frac{l^2}{\pi^2 EI} (\delta_0 + \delta_a)$$

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \Rightarrow \delta_a = \frac{P}{P_E} (\delta_0 + \delta_a) \Rightarrow \delta_a = \frac{P}{(P_E - P)} \delta_0$$

2° teorema del Método de área de momentos:
La desviación de la tangente en un punto A sobre la curva elástica con respecto a la tangente prolongada desde otro punto B, es igual al momento del área bajo la curva M/EI entre los puntos Ay B con respecto a A. Esta desviación es igual a la deformación.

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte

Lámina 32

Método de los Momentos Amplificados – BARRAS BIARTICULADAS

$\delta_a = \frac{P}{(P_E - P)} \delta_0 \Rightarrow \delta_{tot} = \delta_0 + \delta_a = \frac{1}{1 - P/P_E} \delta_0$

$M_c = M_o + P \delta_{tot} = M_o + \frac{P}{1 - P/P_E} \delta_0$

$\delta_0 = \frac{M_o l^2}{EI \cdot 8}$

$M_c = M_o + \frac{P}{1 - P/P_E} \frac{M_o l^2}{EI \cdot 8}$

$M_c = M_o + \frac{P}{1 - P/P_E} \left(\frac{\pi^2 EI / l^2}{P_E} \right) \frac{1}{EI} \frac{l^2}{8} M_o$

$M_c = M_o + \frac{(\pi^2 / 8) P / P_E}{1 - P/P_E} M_o$

$M_c = \left(\frac{1 - P/P_E + (\pi^2 / 8) P / P_E}{1 - P/P_E} \right) M_o$

$M_c = \frac{(1 + 0.23 P / P_E)}{1 - P/P_E} M_o$

$M_o = P_e \quad \delta M \quad = \quad M_c = M_o + P \delta$

El coef. 0.23 se obtuvo para un M_o constante en toda la barra. Será distinto para otra forma del diagrama de momentos de 1° orden.

El numerador $(1 + \text{coef } P/P_E)$ varía entre 0.96 y 1.06 para distintos tipos de diagrama de M_o . En el Reglamento se toma igual a 1.

$$M_c = \frac{1}{1 - P/P_E} M_o$$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte Lámina 33

Método de los Momentos Amplificados – SISTEMAS INDESPLAZABLES

Incidencia de los momentos de borde

ATENCIÓN!!!

En columnas de sistemas indesplazables, puede suceder que los momentos de 1° orden extremos resulten mayores que los momentos amplificados en el tercio medio de la configuración de pandeo.

Depende de la magnitud de M_1 y M_2 y de la esbeltez.

Se debe dimensionar ambas secciones y adoptar armadura para el peor caso.

1) P+máxMc

2) P+M2

Especialmente si M_1 y M_2 son de distinto signo!!!

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte Lámina 34

Método de los Momentos Amplificados – SISTEMAS INDESPLAZABLES

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Incidencia de los momentos de borde

Además, si M_1 y M_2 son de distinto signo:

P_u M_u

Columna con doble curvatura

Este caso es más favorable!
Los momentos adicionales serán menores

Siempre que no existan cargas transversales.....

$$\lambda_m = \frac{k l_u}{r}$$

P_u M_u

Columna con simple curvatura

Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE – Mechanics and Design" - Fig. 12-13

En columnas de Pórticos Indesplazables se tendrá en cuenta el efecto de la distribución de momentos de 1° orden al evaluar las sollicitaciones de 2° orden.

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte Lámina 35

Método de los Momentos Amplificados – SISTEMAS INDESPLAZABLES

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

Incidencia de los momentos de borde **Definición de M1 y M2**

M_1 : Es el **menor** momento (de 1° orden) mayorado, en uno de los extremos de un elemento comprimido. Se adopta como positivo si el elemento presenta curvatura simple, y negativo si tiene doble curvatura (momentos de distinto signo).

M_2 : Es el **MAYOR** momento (de 1° orden) mayorado, en uno de los extremos de un elemento comprimido. Se adopta SIEMPRE positivo.

P_u $+M_2$ $-M_1$

$l_e = k l_u$

$$\left(\frac{M_1}{M_2} \right) < 0$$

P_u $+M_2$ $+M_1$

$l_e = k l_u$

$$\left(\frac{M_1}{M_2} \right) > 0$$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte Lámina 36

Método de los Momentos Amplificados – SISTEMAS INDESPLAZABLES

Columna Real Columna Equivalente

- BARRA ARTICULADA EN AMBOS EXTREMOS
- SECCIÓN TRANSVERSAL CONSTANTE y ARMADURA LONGITUDINAL CONSTANTE
- LONGITUD = LONGITUD EFECTIVA DE LA COLUMNA REAL
- MOMENTO CONSTANTE, IGUAL A UN VALOR MEDIO EVALUADO DE MANERA TAL QUE EL MOMENTO MÁXIMO AMPLIFICADO DE LA COLUMNA EQUIVALENTE SEA IGUAL AL DE LA COLUMNA REAL
- SOLICITADA POR EL MISMO ESFUERZO AXIL QUE LA BARRA REAL

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte Lámina 37

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

$k \leq 1$

- 1) Se debe realizar un análisis de 2° orden si

$$\lambda_m = \frac{k l_u}{r} > 100$$

El reglamento no impone un valor máximo de esbeltez
- 2) Se puede ignorar los efectos de 2° orden si se cumple:

$$\lambda_m = \frac{k l_u}{r} \leq \lambda_{m,lim}$$

Las solicitaciones debidas a las deformaciones son despreciables.
Se verifica ELU de agotamiento a flexocompresión con las solicitaciones de 1° orden.

$$\lambda_{w,lim} \begin{cases} \text{si } M_1 = M_2 = 0 \rightarrow \lambda_{m,lim} = 22 \\ \text{si } 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40 \rightarrow \lambda_{w,lim} = 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \\ \text{si } 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) > 40 \rightarrow \lambda_{w,min} = 40 \end{cases}$$
- 3) En todos los demás casos, se deben considerar los efectos de 2° orden y puede utilizarse el Método aproximado de los Momentos Amplificados.

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte Lámina 38

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

$$\lambda_{m,\text{lim}} = 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$$

Si $\lambda_m \leq \lambda_{m,\text{lim}}$ las solicitaciones debidas a las deformaciones son despreciables.
Se verifica ELU de agotamiento a flexocompresión con las solicitaciones de 1° orden.

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte Lámina 39

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

Método aproximado de los Momentos Amplificados

Momento amplificado $M_c = \delta_{ns} M_2$ $M_c = \frac{1}{1 - P/P_E} M_o$

El momento a amplificar, es el mayor de los momentos extremos, pero además en esta ecuación debe ser (para cada dirección):

$$M_2 \geq M_{2,\text{min}} = P_u (15 + 0.03 h)$$

Factor de amplificación de momentos para pórticos indesplazables $\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} \geq 1.0$

Carga crítica de Euler $P_c = \pi^2 \frac{EI}{l_e^2} = \pi^2 \frac{EI}{(k l_u)^2}$

Factor que relaciona el diagrama real de momentos con un diagrama equivalente de momentos uniforme $C_m = \begin{cases} 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 & \text{Si no existen cargas transversales entre los apoyos} \\ 1.0 & \text{Si existen cargas transversales entre los apoyos} \end{cases}$

El factor 0.75 que multiplica a P_c es el factor de reducción de rigidez: $\phi_k = 0.75$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 1° Parte Lámina 40

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

Carga crítica de Euler $P_c = \pi^2 \frac{EI}{(k l_u)^2}$

EI debería ser la rigidez de la columna al momento de la falla, de acuerdo con su carga normal, su esbeltez, y considerando la fisuración, la fluencia y la no linealidad del material. No es fácil de evaluar!!!!

Es la relación entre la carga permanente y la total

$$\beta_d = \frac{P_u^D + 0.20P_u^L}{P_u}$$

$$EI = \begin{cases} \frac{0.2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_d} \\ \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_d} \end{cases}$$

Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE - Mechanics and Design" - Fig. 12-15

E_c : Módulo de Elasticidad del hormigón de la columna $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$

I_g : Momento de inercia baricéntrico correspondiente a la sección bruta de la columna

E_s : Módulo de Elasticidad del acero de la armadura de la columna $E_s = 200000 MPa$

I_{se} : Momento de inercia de la armadura de la columna con respecto al eje baricéntrico de la sección bruta de la columna

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte

Lámina 41

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

Momento mínimo a amplificar:

Se exige una excentricidad mínima, tal que: $M_2 \geq M_{2,min} = P_u (15 + 0.03 h)$

Si no se cumple:

<p>$\lambda_{m,lim} = 22$</p> <p>$M_c = \delta_{ns} M_{2,min}$</p> <p>$C_m = 1$</p> <p>Columnas sin momento de 1° orden</p>	<p>$\lambda_{m,lim} = 22$</p> <p>$M_c = \delta_{ns} M_{2,min}$</p> <p>$C_m = 1$</p> <p>Columnas con simple curvatura</p>	<p>$\lambda_{m,lim} = 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$</p> <p>$M_c = \delta_{ns} M_{2,min}$</p> <p>$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$</p> <p>Columnas con doble curvatura</p>	<p>$\lambda_{m,lim} = 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$</p> <p>$M_c = \delta_{ns} M_{2,min}$</p> <p>$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$</p> <p>Columnas con doble curvatura</p>
--	---	---	---

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 1° Parte

Lámina 42



FIN –
ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE
INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO
Parte 1

GRACIAS POR SU ATENCION !!!

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

HORMIGÓN I

**ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE
INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO**

Parte 2

Momentos de 2° orden

Se distinguen 2 tipos diferentes de momentos de segundo orden que pueden actuar en una columna:

1. **Momentos $P-\delta$** : Son el resultado de las deflexiones del eje de la columna que ocurren lejos de los extremos de la columna.
2. **Momentos $P-\Delta$** : Son el resultado de los desplazamientos laterales de los nudos.

INDESPLAZABLE

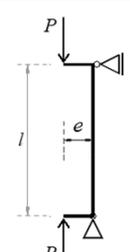
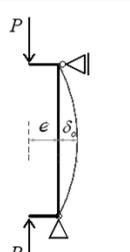
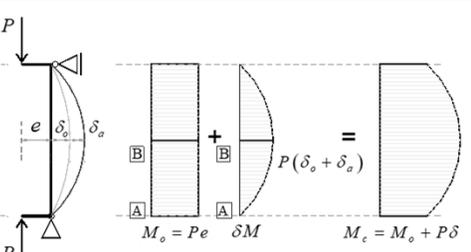
DESPLAZABLE

Proceso de Dimensionamiento

1) CONDICIÓN DE ESTABILIDAD	⇒	ELU INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO
2) CONDICIÓN DE RESISTENCIA	⇒	ELU AGOTAMIENTO A FLEXOCOMPRESIÓN

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte
Lámina 2

Método de los Momentos Amplificados – BARRAS BIARTICULADAS

Deformac. de 1° orden Deformac. de 2° orden

Aplicando el Método de Área de Momentos, considerando que la distribución de deformaciones es una semi onda senoidal, y por lo tanto la de momentos adicionales, también, se obtiene:

$$\text{Area} \frac{M_o}{EI} \int_A^B = \frac{M_o l}{EI 2} ; y_{\frac{M_o}{EI}} = \frac{l}{4} \Rightarrow \delta_0 = \frac{M_o l^2}{EI 8}$$

$$\text{Area} \frac{\delta M}{EI} \int_A^B = \left(\frac{P}{EI} (\delta_0 + \delta_a) \right) \frac{l 2}{2 \pi} ; y_{\frac{\delta M}{EI}} = \frac{l}{\pi} \Rightarrow \delta_a = P \frac{l^2}{\pi^2 EI} (\delta_0 + \delta_a)$$

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \Rightarrow \delta_a = \frac{P}{P_E} (\delta_0 + \delta_a) \Rightarrow \delta_a = \frac{P}{(P_E - P)} \delta_0$$

2° teorema del Método de área de momentos:
 La desviación de la tangente en un punto A sobre la curva elástica con respecto a la tangente prolongada desde otro punto B, es igual al momento de la área bajo la curva M/EI entre los puntos Ay B con respecto a A.
 Esta desviación es igual a la deformación.

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte
Lámina 3

Método de los Momentos Amplificados – BARRAS BIARTICULADAS

$$\delta_a = \frac{P}{(P_E - P)} \delta_0 \Rightarrow \delta_{Tot} = \delta_0 + \delta_a = \frac{1}{1 - P/P_E} \delta_0$$

$$M_c = M_o + P \delta_{Tot} = M_o + \frac{P}{1 - P/P_E} \delta_0$$

$$\delta_0 = \frac{M_o l^2}{EI 8}$$

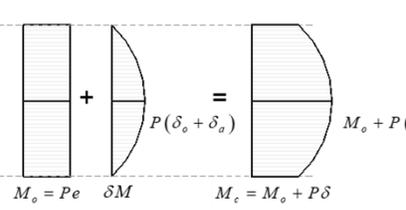
$$M_c = M_o + \frac{P}{1 - P/P_E} \frac{M_o l^2}{EI 8}$$

$$M_c = M_o + \frac{P}{1 - P/P_E} \left(\frac{\pi^2 EI / l^2}{P_E} \right) \frac{1}{EI 8} M_o$$

$$M_c = M_o + \frac{(\pi^2 / 8) P / P_E}{1 - P/P_E} M_o$$

$$M_c = \left(\frac{1 - P/P_E + (\pi^2 / 8) P / P_E}{1 - P/P_E} \right) M_o$$

$$M_c = \frac{(1 + 0.23 P / P_E)}{1 - P/P_E} M_o$$



El coef. 0.23 se obtuvo para un Mo constante en toda la barra. Será distinto para otra forma del diagrama de momentos de 1° orden.
 El numerador (1+coef P/P_E) varía entre 0.96 y 1.06 para distintos tipos de diagrama de Mo.
 En el Reglamento se toma igual a 1.

$$M_c = \frac{1}{1 - P/P_E} M_o$$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte
Lámina 4

Método de los Momentos Amplificados – SISTEMAS INDESPLAZABLES

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I

Incidencia de los momentos de borde

ATENCIÓN!!!

En columnas de sistemas indesplazables, puede suceder que los momentos de 1° orden extremos resulten mayores que los momentos amplificados en el tercio medio de la configuración de pandeo.

Depende de la magnitud de M_1 y M_2 y de la esbeltez.

Se debe dimensionar ambas secciones y adoptar armadura para el peor caso.

- 1) $P + \text{máx} M_c$
- 2) $P + M_2$

Especialmente si M_1 y M_2 son de distinto signo!!!

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte

Lámina 5

Método de los Momentos Amplificados – SISTEMAS INDESPLAZABLES

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I

Incidencia de los momentos de borde

Además, si M_1 y M_2 son de distinto signo:

$l_e = k l_u$

Columna con doble curvatura

Este caso es más favorable!
Los momentos adicionales serán menores

Siempre que no existan cargas transversales....

$l_e = l$

Columna con simple curvatura

En columnas de Pórticos Indesplazables se tendrá en cuenta el efecto de la distribución de momentos de 1° orden al evaluar las sollicitaciones de 2° orden.

Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE – Mechanics and Design" - Fig. 12-13

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte

Lámina 6

Método de los Momentos Amplificados – SISTEMAS INDESPLAZABLES

Incidencia de los momentos de borde **Definición de M1 y M2**

M_1 : Es el **menor** momento (de 1° orden) mayorado, en uno de los extremos de un elemento comprimido. Se adopta como positivo si el elemento presenta curvatura simple, y negativo si tiene doble curvatura (momentos de distinto signo).

M_2 : Es el **MAYOR** momento (de 1° orden) mayorado, en uno de los extremos de un elemento comprimido. Se adopta SIEMPRE positivo.

$\left(\frac{M_1}{M_2} \right) < 0$

$\left(\frac{M_1}{M_2} \right) > 0$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte Lámina 7

Método de los Momentos Amplificados – SISTEMAS INDESPLAZABLES

Columna Real

Columna Equivalente

- BARRA ARTICULADA EN AMBOS EXTREMOS
- SECCIÓN TRANSVERSAL CONSTANTE y ARMADURA LONGITUDINAL CONSTANTE
- LONGITUD = LONGITUD EFECTIVA DE LA COLUMNA REAL
- MOMENTO CONSTANTE, IGUAL A UN VALOR MEDIO EVALUADO DE MANERA TAL QUE EL MOMENTO MÁXIMO AMPLIFICADO DE LA COLUMNA EQUIVALENTE SEA IGUAL AL DE LA COLUMNA REAL
- SOLICITADA POR EL MISMO ESFUERZO AXIL QUE LA BARRA REAL

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte Lámina 8

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

$k \leq 1$

1) Se debe realizar un análisis de 2° orden si

$$\lambda_m = \frac{k l_u}{r} > 100$$

El reglamento no impone un valor máximo de esbeltez

2) Se puede ignorar los efectos de 2° orden si se cumple:

$$\lambda_m = \frac{k l_u}{r} \leq \lambda_{m,lim}$$

Las solicitaciones debidas a las deformaciones son despreciables. Se verifica ELU de agotamiento a flexocompresión con las solicitaciones de 1° orden.

$$\lambda_{m,lim} \begin{cases} \text{si } M_1 = M_2 = 0 \rightarrow \lambda_{m,lim} = 22 \\ \text{si } 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40 \rightarrow \lambda_{m,lim} = 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \\ \text{si } 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) > 40 \rightarrow \lambda_{m,min} = 40 \end{cases}$$

3) En todos los demás casos, se deben considerar los efectos de 2° orden y puede utilizarse el Método aproximado de los Momentos Amplificados.

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte Lámina 9

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

$$\lambda_{m,lim} = 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$$

Si $\lambda_m \leq \lambda_{m,lim}$ las solicitaciones debidas a las deformaciones son despreciables. Se verifica ELU de agotamiento a flexocompresión con las solicitaciones de 1° orden.

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte Lámina 10

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I	Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables	
	Método aproximado de los Momentos Amplificados	
	Momento amplificado $M_c = \delta_{ns} M_2$	$M_c = \frac{1}{1 - P/P_E} M_o$
	El momento a amplificar, es el mayor de los momentos extremos, pero además en esta ecuación debe ser (para cada dirección):	
	$M_2 \geq M_{2,\min} = P_u (15 + 0.03 h)$	
Factor de amplificación de momentos para pórticos indesplazables	$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} \geq 1.0$	
Carga crítica de Euler $P_c = \pi^2 \frac{EI}{l_e^2} = \pi^2 \frac{EI}{(k l_u)^2}$		
Factor que relaciona el diagrama real de momentos con un diagrama equivalente de momentos uniforme	$C_m = \begin{cases} 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 & \text{Si no existen cargas transversales entre los apoyos} \\ 1.0 & \text{Si existen cargas transversales entre los apoyos} \end{cases}$	
El factor 0.75 que multiplica a P_c es el factor de reducción de rigidez: $\phi_k = 0.75$		
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte		Lámina 11

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I	Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables	
	Método aproximado de los Momentos Amplificados	
	Momento amplificado $M_c = \delta_{ns} M_2$	$M_c = \frac{1}{1 - P/P_E} M_o$
	Factor de amplificación $1.00 \leq \delta_{ns} \leq 1.40$	
	ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte	

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

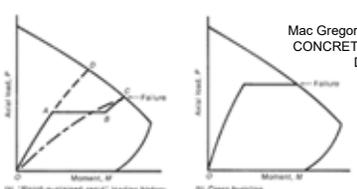
Carga crítica de Euler $P_c = \pi^2 \frac{EI}{(k l_u)^2}$

EI debería ser la rigidez de la columna al momento de la falla, de acuerdo con su carga normal, su esbeltez, y considerando la fisuración, la fluencia y la no linealidad del material. No es fácil de evaluar!!!!

$$EI = \begin{cases} \frac{0.2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_d} \\ \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_d} \end{cases}$$

Es la relación entre la carga permanente y la total

$$\beta_d = \frac{P_u^D + 0.20P_u^L}{P_u}$$



Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE - Mechanics and Design" - Fig. 12-15

E_c : Módulo de Elasticidad del hormigón de la columna $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$

I_g : Momento de inercia baricéntrico correspondiente a la sección bruta de la columna

E_s : Módulo de Elasticidad del acero de la armadura de la columna $E_s = 200000 MPa$

I_{se} : Momento de inercia de la armadura de la columna con respecto al eje baricéntrico de la sección bruta de la columna

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte

Lámina 13

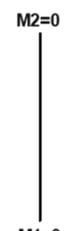
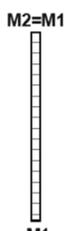
FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Indesplazables

Momento mínimo a amplificar:

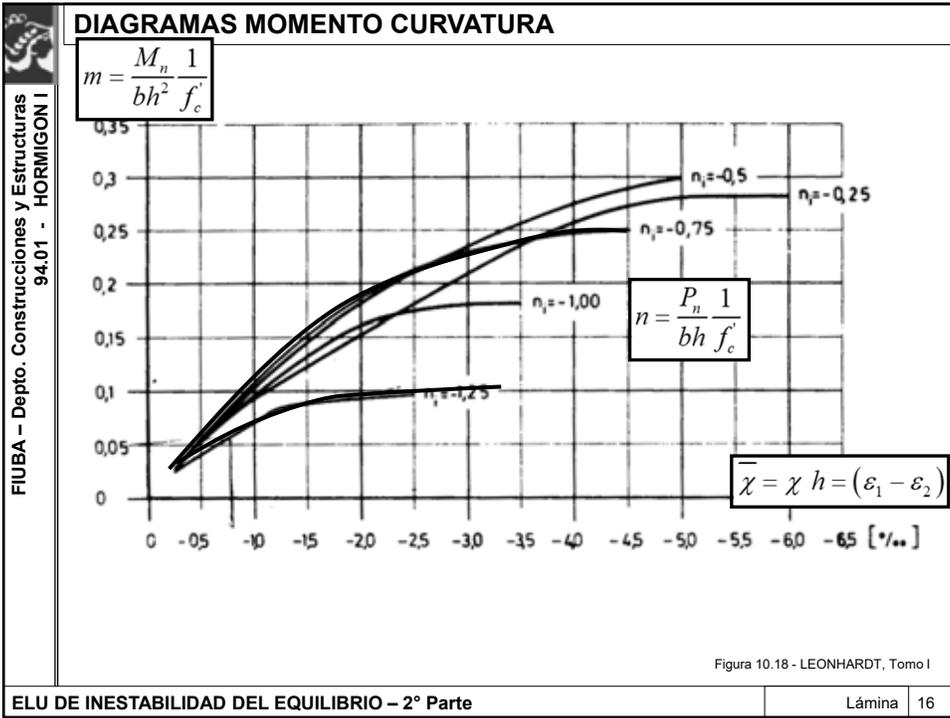
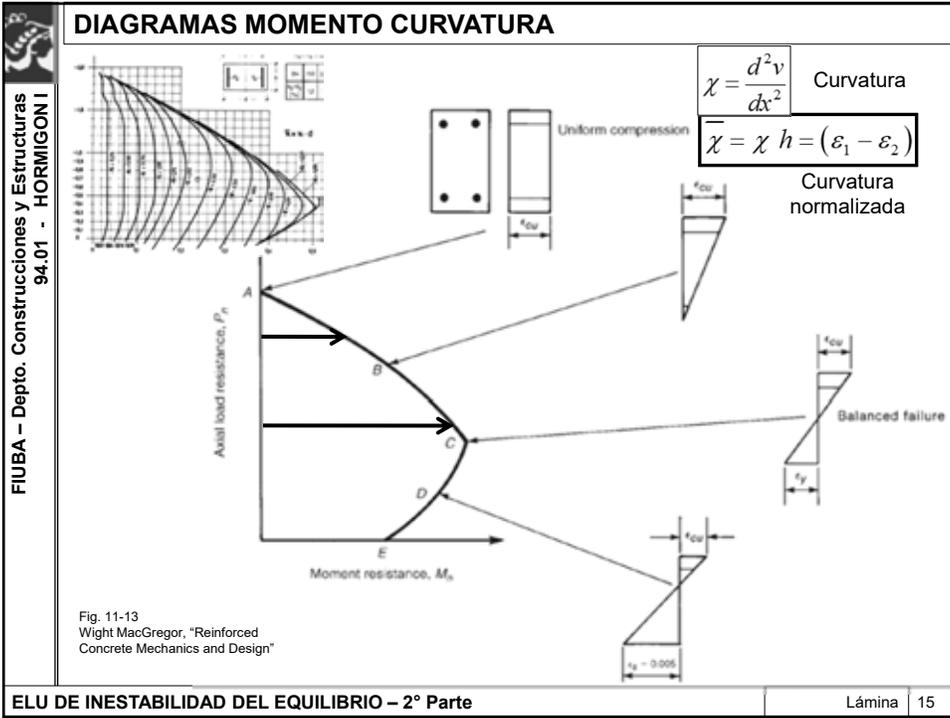
Se exige una excentricidad mínima, tal que: $M_2 \geq M_{2,min} = P_u (15 + 0.03 h)$

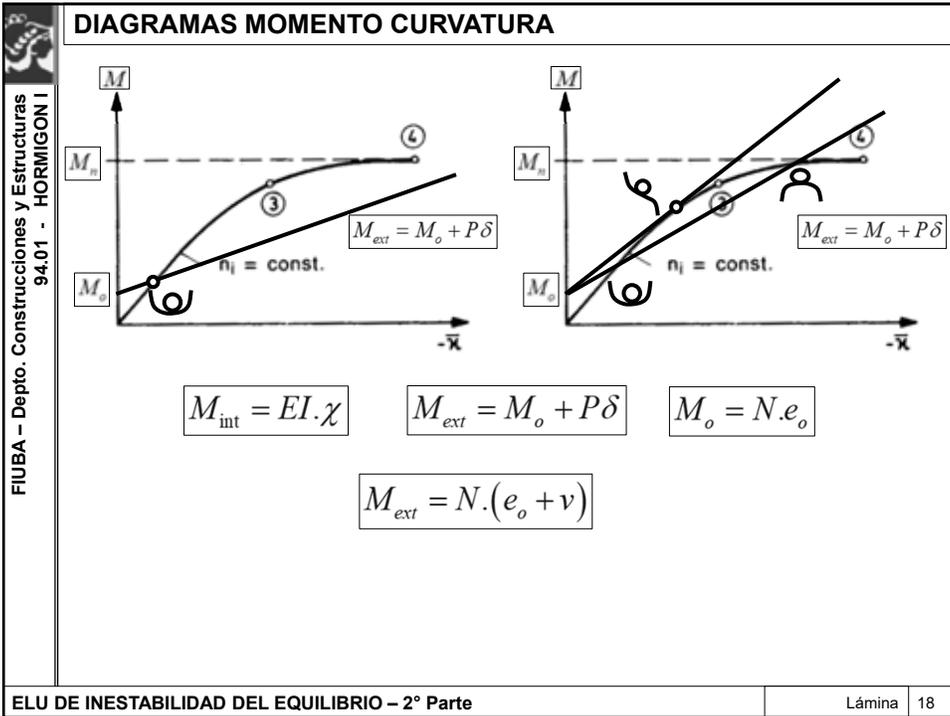
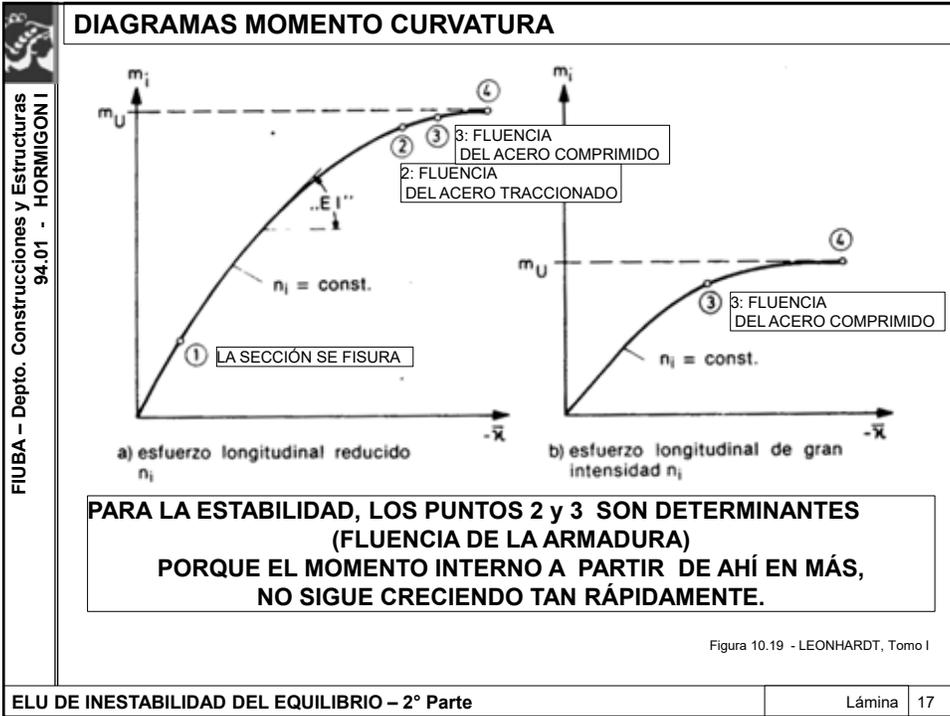
Si no se cumple:

 <p>$M_2=0$ $M_1=0$</p> <p>$\lambda_{m,lim} = 22$</p> <p>$M_c = \delta_{ns} M_{2,min}$</p> <p>$C_m = 1$</p> <p>Columnas sin momento de 1° orden</p>	 <p>$M_2=M_1$ M_1</p> <p>$\lambda_{m,lim} = 22$</p> <p>$M_c = \delta_{ns} M_{2,min}$</p> <p>$C_m = 1$</p> <p>Columnas con simple curvatura</p>	 <p>M_2 M_1</p> <p>$\lambda_{m,lim} = 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$</p> <p>$M_c = \delta_{ns} M_{2,min}$</p> <p>$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$</p> <p>Columnas con simple curvatura</p>	 <p>M_2 $-M_1$</p> <p>$\lambda_{m,lim} = 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$</p> <p>$M_c = \delta_{ns} M_{2,min}$</p> <p>$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$</p> <p>Columnas con doble curvatura</p>
---	--	---	---

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte

Lámina 14





FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Comportamiento de Pórticos Desplazables

En los pórticos desplazables, el tercio medio de la configuración de pandeo corresponde a los nudos y a los empotramientos.

$C_m = 1.0$

$\Sigma(M_{top} + M_{btm}) = V l + \Sigma P \Delta$

En ambos, el máximo momento corresponde al nudo

$$M_c = \frac{(1 - 0.18P/P_E)}{1 - P/P_E} M_o$$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte

Lámina 19

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Comportamiento de Pórticos Desplazables

COLUMNA EMPOTRADA

SI LA COLUMNA ES ESBELTA, SE DEBERÁ CALCULAR M^{II}

ATENCIÓN: CUANDO SE DIMENSIONE LA FUNDACIÓN, POR EQUILIBRIO DEL NUDO, SE DEBERÁ CONSIDERAR TAMBIÉN ESE M^{II}

ATENCIÓN: CUANDO SE DIMENSIONE EL TRAVESAÑO, POR EQUILIBRIO DEL NUDO, SE DEBERÁ CONSIDERAR TAMBIÉN ESE M^{II}

ATENCIÓN: CUANDO SE DIMENSIONE LA FUNDACIÓN, POR EQUILIBRIO DEL NUDO, SE DEBERÁ CONSIDERAR TAMBIÉN ESE M^{II}

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte

Lámina 20

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Desplazables

$k > 1$

1) Se debe realizar un análisis de 2° orden si

$\lambda_m = \frac{k l_u}{r} > 100$

El reglamento no impone un valor máximo de esbeltez

2) Se puede ignorar los efectos de 2° orden si se cumple:

$\lambda_m = \frac{k l_u}{r} \leq 22$

\Rightarrow

Las solicitaciones debidas a las deformaciones son despreciables. Se verifica ELU de agotamiento a flexocompresión con las solicitaciones de 1° orden.

3) En todos los demás casos, se deben considerar los efectos de 2° orden. Se amplifican los **momentos extremos** de la columna.

Momentos amplificados

$$\begin{cases} M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \\ M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \end{cases}$$

Si un elemento individual comprimido verifica la siguiente expresión

$\frac{l_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c A_g}}}$

Se supone que en esta columna el momento máximo no ocurrirá en los nudos sino en algún punto intermedio. Ésto es raro que suceda pero puede pasar. En este caso, se utilizan las expresiones de amplificación especificadas para indesplazables. (Cm≠1)

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte

Lámina 21

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Dimensionamiento de columnas de Pórticos Desplazables

ns s

Si la columna es muy esbelta con alta carga axial, el máximo momento podría ocurrir entre extremos.

$\frac{l_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c A_g}}}$

$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$

$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$

$M_e = \delta_{ns} M_2$

$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_e}}$

$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.40$

Ref. Clases de HI
ING. ANIBAL MANZELLI

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte

Lámina 22

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	Dimensionamiento de columnas de Pórticos Desplazables	$k > 1$
	C 10.13. MOMENTOS AMPLIFICADOS - PÓRTICOS DESPLAZABLES	
<p>El diseño de pórticos desplazables, considerando los efectos de la esbeltez, ha sido revisado en la edición 1995 del Código ACI 318. El procedimiento actualizado consiste en dar cumplimiento a los tres pasos que se indican a continuación:</p>		
<p>(1) Se calculan los momentos amplificados $\delta_s M_s$ debidos al desplazamiento lateral, utilizando alguna de las tres alternativas que se detallan a continuación</p> <p>(1.1.) un análisis elástico de segundo orden del pórtico, de acuerdo con el artículo 10.13.4.1.</p> <p>(1.2.) una aproximación al análisis de segundo orden, de acuerdo con el artículo 10.13.4.2.</p> <p>(1.3.) el valor de amplificación por desplazamiento lateral δ_s indicado en las ediciones anteriores del Código ACI 318, de acuerdo con el artículo 10.13.4.3.</p> <p>(2) Los momentos amplificados $\delta_s M_s$ debidos al desplazamiento lateral se deben sumar, en cada extremo de cada columna, al momento M_{ns}, no amplificado y sin considerar el desplazamiento lateral (ver el artículo 10.13.3.). Los momentos sin considerar el desplazamiento lateral se pueden determinar utilizando un análisis elástico de primer orden.</p> <p>(3) Si la columna es esbelta y las cargas sobre ella son importantes, se debe verificar si los momentos existentes en puntos entre los extremos de la columna son mayores que los existentes en los extremos. Como se indica en el artículo 10.13.5., esta verificación se realizará utilizando el amplificador para pórticos indesplazables δ_{ns}, con P_c calculado considerando $k \leq 1,0$.</p>		
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte		Lámina 23

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	Dimensionamiento de columnas de Pórticos Desplazables	
	<p>Momentos amplificados</p> $\begin{cases} M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \\ M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \end{cases}$ <p style="text-align: right;">SUMATORIA DE EFECTOS!</p> <p> M_{1ns} } Son los momentos extremos mayorados debidos a cargas que no originan desplazamiento lateral apreciable, y calculados mediante un análisis elástico de primer orden del pórtico. (No es necesario amplificarlos)</p> <p> M_{2ns} } </p> <p> $\delta_s M_{1s}$ } Son los momentos amplificados por efecto del desplazamiento lateral </p> <p> $\delta_s M_{2s}$ } </p> <p style="text-align: right;"> P-Δ </p> <p>Pueden determinarse de 3 maneras distintas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Análisis de 2° orden 2. Método directo P-Δ 3. Factor de amplificación de momentos por desplazamiento lateral <p>Nota: Siempre se deben verificar todos los estados de cargas a ser considerados. Se debe dimensionar las armaduras necesarias para cada estado, y adoptar la mayor. Además de los estados de cargas que incluyen cargas horizontales, se debe verificar la resistencia y estabilidad de la estructura para cargas gravitatorias mayoradas.</p> <p>Si las deformaciones por torsión son importantes, debería utilizarse un análisis de segundo orden 3D.</p>	
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte		Lámina 24

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Pueden determinarse de 3 maneras distintas:

1. Análisis de 2° orden
2. Método directo P-Δ
3. Factor de amplificación de momentos por desplazamiento lateral

**MÉTODO P-Δ
ITERATIVO**

Vigas 0.35 I_g
Columnas 0.70 I_g
Áreas 1.00 A_g

Figura 9.17 - NILSON-WINTER

1) cálculo 1° orden → Δ₀

2) Se calcula el sistema con cargas horizontales incrementadas → Δ₁

i) Se calcula el sistema con cargas horizontales incrementadas → Δ_i
hasta que Δ_i - Δ_{i-1} < α

Debe ser

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} \leq 2.50$$

ATENCIÓN: Si da mayor que 2.5, debe rigidizarse el pórtico (redimensionar las columnas)

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte

Lámina 25

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Pueden determinarse de 3 maneras distintas:

1. Análisis de 2° orden
2. Método directo P-Δ
3. Factor de amplificación de momentos por desplazamiento lateral

**MÉTODO P-Δ
DIRECTO**

Vigas 0.35 I_g
Columnas 0.70 I_g
Áreas 1.00 A_g

Figura 9.17 - NILSON-WINTER

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1-Q} \geq M_s$$

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_{us} l_c} \leq 0.60 \quad \text{Índice de estabilidad}$$

ATENCIÓN:

- Si δ_s da mayor que 1.5, usar métodos 1 o 3

1) cálculo 1° orden → Δ₀

$\sum P_u$: Carga vertical mayorada total. (Sumatoria de todas las cargas de columnas y tabiques en el nivel considerado)

V_{us} : Esfuerzo de corte horizontal en el piso considerado

Δ_0 : Desplazamiento relativo de 1° orden entre la parte superior e inferior del entrepiso debido a V_{us}

l_c : Longitud del elemento comprimido de un pórtico, medida entre los ejes de los nudos del pórtico

Figura 9.17 - NILSON-WINTER

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2° Parte

Lámina 26

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	Dimensionamiento de columnas de Pórticos Desplazables	
	$\delta_s M_{1s}$ $\delta_s M_{2s}$	Son los momentos amplificados por efecto del desplazamiento lateral Pueden determinarse de 3 maneras distintas: 1. Análisis de 2° orden 2. Método directo P-Δ 3. Factor de amplificación de momentos por desplazamiento lateral
	Factor de amplificación de momentos para pórticos Desplazables	$1.00 \leq \delta_{ms} = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_u}{0.75 \Sigma P_c}} \leq 2.50$
	ΣP_u : Sumatoria de todas las cargas verticales mayoradas en un piso ΣP_c : Sumatoria de todas las cargas críticas de pandeo de todas las columnas que resisten el desplazamiento lateral de un piso. $P_{c,i} = \pi^2 \frac{(EI)_i}{(k_i l_{u,i})^2}$	ATENCIÓN: <ul style="list-style-type: none"> - Si δ_{ms} da menor que 1, se adopta 1. - Si δ_{ms} da mayor que 2.5, debe rigidizarse el pórtico (redimensionar las columnas)
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte		
Lámina 27		

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	No nos olvidemos de Dimensionar a CORTE !!!
	$V_n = V_c + V_s \quad V_u \leq \phi(V_n) = \phi(V_c + V_s) \quad \text{siendo } \phi = 0.75$ $V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c$
	$N_u \text{ compresión} \Rightarrow \begin{cases} V_c = \lambda \left(1 + \frac{N_u}{14 A_g} \right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d \\ \text{o} \\ V_c = \left(\sqrt{f'_c} + 120 \rho_w \frac{V_u d}{M_m} \right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0.30 \sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0.3 N_u}{A_g}} \end{cases}$
	$\text{siendo } M_m = M_u - N_u \left(\frac{4h - d}{8} \right)$ $\sqrt{f'_c} \leq 8.30 \text{ MPa}$ <p> N_u: esfuerzo axial mayorado, normal a la sección transversal, que se produce simultáneamente con V_u. Se debe considerar positivo para compresión. A_g área total o bruta de la sección. </p>
ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte	
Lámina 28	

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Compresión + Flexión Biaxial

TIENE QUE HABER ARMADURA EN LAS DOS CARAS

Flexión en dos direcciones

Eje neutro
C
ja
Mux
Muy

SUPERFICIE DE INTERACCIÓN
Compresión con Flexión en dos direcciones

P
P
Mx
My

Estructuras de H°A°-F.
Leonhardt-Tomo I

Mac Gregor, J. "REINFORCED CONCRETE - Mechanics and Design" - Fig. 11-32

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte
Lámina 29

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

Compresión + Flexión Biaxial

Puede resolverse:

1. Mediante un análisis iterativo planteando equilibrio y compatibilidad
2. Mediante métodos simplificados.

Por ej. el **Método de la Carga Recíproca de Bresler**

$$\frac{1}{\phi P_n} = \frac{1}{\phi P_{nx}} + \frac{1}{\phi P_{ny}} - \frac{1}{\phi P_{no}}$$

válido si $\phi P_n \geq 0.10 \phi P_{no}$

También es iterativo!!!

a- Se supone una cuantía

b- Se calcula ϕP_{no}

$$\phi P_{no} \begin{cases} \text{estribos :} \\ 0.80 \phi P_o = 0.80 \cdot 0.65 P_o \\ \text{zunchos :} \\ 0.85 \phi P_o = 0.85 \cdot 0.75 P_o \end{cases}$$

$$P_o = k_3 f_c' (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}$$

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO - 2° Parte
Lámina 30

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

c- Para M_{ux} , se determina ϕP_{nx}

ABACOS DE INTERACCIÓN NORMALIZADOS

$\frac{\phi P_x e}{A_x h} = \frac{\phi M_x}{b h^2} [MPa]$

d- Para M_{uy} , se determina ϕP_{ny}

$\frac{\phi P_y e}{A_y h} = \frac{\phi M_y}{b h^2} [MPa]$

e- Por último, se despeja ϕP_n y se verifica

$$\phi P_n = \frac{1}{\left(\frac{1}{\phi P_{nx}} + \frac{1}{\phi P_{ny}} - \frac{1}{\phi P_{no}} \right)} \geq P_u$$

COLUMNAS ESBELTAS FLEXOCOMPRESIDAS – CIRSOC 201-2005:
 10.11.6. Para elementos comprimidos solicitados a flexión, respecto de ambos ejes principales, **el momento respecto de cada eje debe ser amplificado en forma separada**, sobre la base de las condiciones de restricción correspondientes a dicho eje.

ELU DE INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO – 2º Parte
Lámina 31

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

FIN –
ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE
INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO
Parte 2

GRACIAS POR SU ATENCIÓN !!!

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

HORMIGÓN I
DESVÍO DE ESFUERZOS

DESVÍO DE ESFUERZOS Lámina 1

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

CUANDO UN ELEMENTO
TRACCIONADO O COMPRIMIDO
EXPERIMENTA UN CAMBIO DE DIRECCION

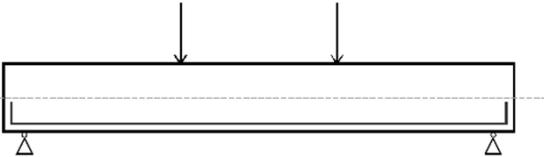


SE ORIGINAN ESFUERZOS DE DESVÍO
QUE HABRÁ QUE EVALUAR SI REQUIEREN
ARMADURA ESPECIAL Y/O ARMADO ESPECIAL

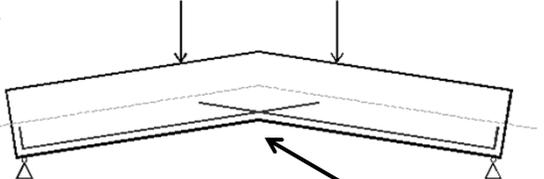
DESVÍO DE ESFUERZOS Lámina 2

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

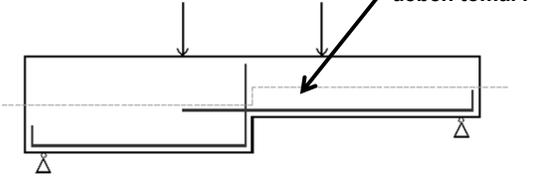
Armadura
sin desvío



Armadura
con desvío



Armadura
con desvío



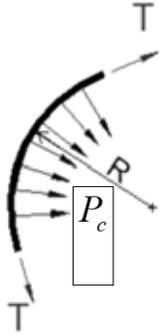
¿Qué medidas se deben tomar?

DESVÍO DE ESFUERZOS

Lámina 3

QUÉ SUCEDE CUANDO HAY UN "DESVÍO DE ESFUERZO"

Barra de armadura traccionada que experimenta un cambio de dirección



$$P_c = \frac{T}{R}$$

Fuerza por unidad de longitud

El desvío del esfuerzo "T", sólo es posible si pueden desarrollarse "esfuerzos de desvío".

En la figura, el desvío del eje es una curva de radio "R".
Aparecen esfuerzos "p_c" normales al eje de la barra.

DESVÍO DE ESFUERZOS

Lámina 4

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGON I

EJEMPLOS DE "DESVIÓ DE ESFUERZOS":

NUDO TIPO 1:
 TRACCIÓN CARA
 EXTERIOR

Mu

NUDO TIPO 2:
 TRACCIÓN CARA
 INTERIOR

Mu

DESVIÓ DE ESFUERZOS
Lámina 5

NUDO TIPO 1: TRACCIÓN EN LA CARA EXTERIOR

Mu

Mu

Ejemplo 1: Pórtico con
 cargas verticales

DESVIÓ DE ESFUERZOS
Lámina 6

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

NUDO TIPO 1: TRACCIÓN EN LA CARA EXTERIOR

Debido al desvío de la fuerza "T" se produce una presión en el hormigón

$$p_{c,u} = \frac{P_c}{d_b} = \frac{T}{R d_b} \Rightarrow p_{c,u} = \frac{T}{(D/2) d_b}$$

Cuanto más chico es D, mayores son los valores de $p_{c,u}$

Lámina 7

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I

NUDO TIPO 1: TRACCIÓN EN LA CARA EXTERIOR

Debe asegurarse que

$$p_{c,u} \leq \phi p_n$$

$p_{c,u}$: Presión requerida
 ϕ : Coef. de minoración de resistencia
 p_n : Presión nominal asociada con la falla

La presión requerida es

$$p_{c,u} = \frac{T}{(D/2)d_b} = \frac{2A_s f_y}{D d_b} = \frac{1}{D} \frac{\pi d_b f_y}{2}$$

D : Diámetro de doblado de la barra
 d_b : Diámetro de la barra

La presión de diseño recomendada por Leonhardt en base a ensayos experimentales PARA QUE NO SE ASTILLE EL HORMIGÓN, es

$$\phi p_n = 0.63 \sqrt{\frac{e}{d_b}} f_c' \leq 1.20 f_c'$$

e : depende de:

- la separación entre barras
- la distancia de la barra al borde

$e_1 > 2e_r \Rightarrow e = e_r$

$e_1 \leq 2e_r \Rightarrow e = e_1$

Se recomienda que siempre:

$$e_r \geq 3d_b \geq 3cm$$

Adaptación de presión nominal propuesta en Leonhardt, "Estructuras de Hormigón Armado", tomo III

Lámina 8

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

NUDO TIPO 1: TRACCIÓN EN LA CARA EXTERIOR

Igualando $P_{c,u} = \phi P_n \Rightarrow \frac{1}{D} \frac{\pi d_b}{2} f_y = 0.63 \sqrt{\frac{e}{d_b}} f_c' \leq 1.20 f_c'$

$$\Rightarrow D^{recom} \geq \begin{cases} 2.50 d_b \sqrt{\frac{d_b}{e}} \frac{f_y}{f_c'} \frac{A_{s,req}}{A_{s,adopt}} \\ 1.30 d_b \frac{f_y}{f_c'} \frac{A_{s,req}}{A_{s,adopt}} \end{cases}$$

Este diámetro muchas veces resulta mayor que el especificado en el CIRSOC para barras de nudos de pórticos:

$$D \geq \begin{cases} d_b \leq 25 \rightarrow 9 d_b \\ 25 < d_b \leq 32 \rightarrow 12 d_b \\ d_b > 32 \rightarrow 15 d_b \end{cases}$$

Adaptación de presión nominal propuesta en Leonhardt, "Estructuras de Hormigón Armado", tomo III

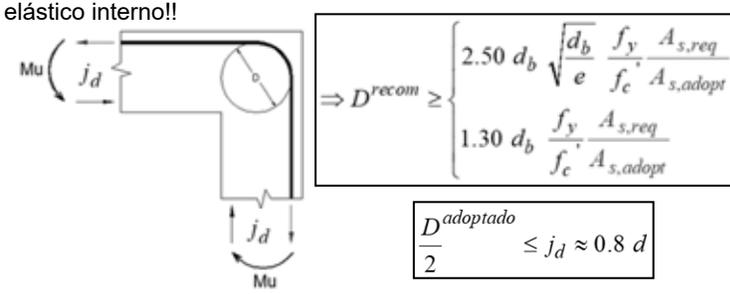
DESVIÓ DE ESFUERZOS

Lámina 9

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

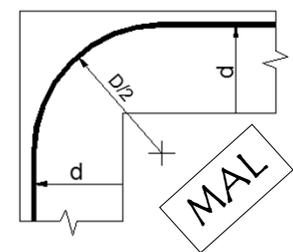
NUDO TIPO 1: TRACCIÓN EN LA CARA EXTERIOR

ATENCIÓN!!! El radio de doblado no debe ser menor que el brazo elástico interno!!



$$\Rightarrow D^{recom} \geq \begin{cases} 2.50 d_b \sqrt{\frac{d_b}{e}} \frac{f_y}{f_c'} \frac{A_{s,req}}{A_{s,adopt}} \\ 1.30 d_b \frac{f_y}{f_c'} \frac{A_{s,req}}{A_{s,adopt}} \end{cases}$$

$$\frac{D^{adoptado}}{2} \leq j_d \approx 0.8 d$$



En este ejemplo, no se cumple resultando $\frac{D^{adoptado}}{2} > j_d$ y en la zona del nudo el brazo elástico resulta menor que el de cálculo

Adaptación de presión nominal propuesta en Leonhardt, "Estructuras de Hormigón Armado", tomo III

DESVIÓ DE ESFUERZOS

Lámina 10

5

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

NUDO TIPO 1: TRACCIÓN EN LA CARA EXTERIOR

Quando $D^{recom} / 2 \leq jd$, se adopta $D \geq D^{recom}$

Empalmes de armadura fuera de la zona del nudo

Si $\rho_g \leq 0,50\%$ y $d_b \leq D/18$
↓
se permite empalmar en nudos, utilizando lazos

Si $\rho_g > 0,50\%$,
NO SE PERMITE EMPALMAR EN LA ZONA DEL NUDO

DESVIÓ DE ESFUERZOS Lámina 11

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

NUDO TIPO 1: TRACCIÓN EN LA CARA EXTERIOR

Quando $D^{recom} / 2 > jd$
se adopta $D < D^{recom}$

⇒

y se coloca una armadura contra fractura en forma de escalera marinera

Quando $\rho_g \geq 0,70\%$
↓
COLOCAR UNA CARTELA

Se recomienda empalmar fuera de la zona del nudo

DESVIÓ DE ESFUERZOS Lámina 12

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGON I

NUDO TIPO 2: TRACCIÓN EN LA CARA INTERIOR

Ejemplo 2: Pórtico con cargas Horizontales

M_u

DESVÍO DE ESFUERZOS

Lámina 13

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
 94.01 - HORMIGON I

NUDO TIPO 2: TRACCIÓN EN LA CARA INTERIOR

$T_D = \sqrt{2} \cdot T$

$T_D = \sqrt{2} \cdot T$

C T

C T

fisuras

esfuerzos en el nudo

DESVÍO DE ESFUERZOS

Lámina 14

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

NUDO TIPO 2: TRACCIÓN EN LA CARA INTERIOR

Repartición de tensiones y trayectorias de tensiones principales en el nudo en ángulo recto con tracción en la cara interior

Fuente: Estructuras de Hormigón Armado Leonhardt - Monning, Tomo III

DESVIÓ DE ESFUERZOS

Lámina 15

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

NUDO TIPO 2: TRACCIÓN EN LA CARA INTERIOR

Para $p_g \leq 0,75\%$

Para $p_g \leq 1,20$ a $1,50\%$

Para $p_g \leq 1,00\%$

Para $p_g > 1,20$ a $1,50\%$
↓
COLOCAR CARTELA

DESVIÓ DE ESFUERZOS

Lámina 16

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

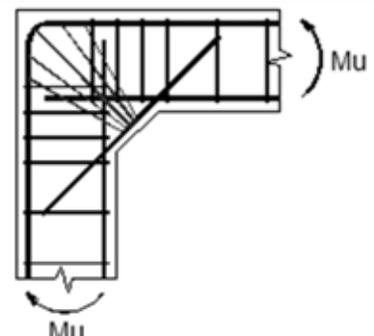
NUDO TIPO 2: TRACCIÓN EN LA CARA INTERIOR

Si $A_s < 0,40\%$ → $A_{ss} = 0$

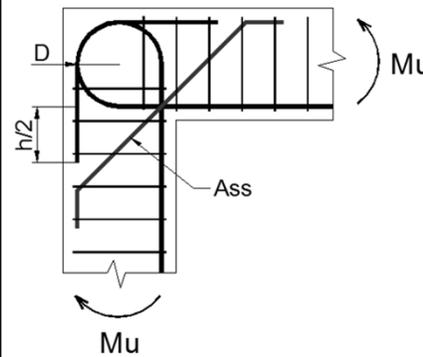
Si $A_s < 1,00\%$ → $A_{ss} = A_s/2$

Si $A_s \geq 1,00\%$ → $A_{ss} = A_s$

NUDOS DE PORTICOS DE GRANDES DIMENSIONES
 $h \geq 50$ cm



ESTRIBOS EN ABANICO



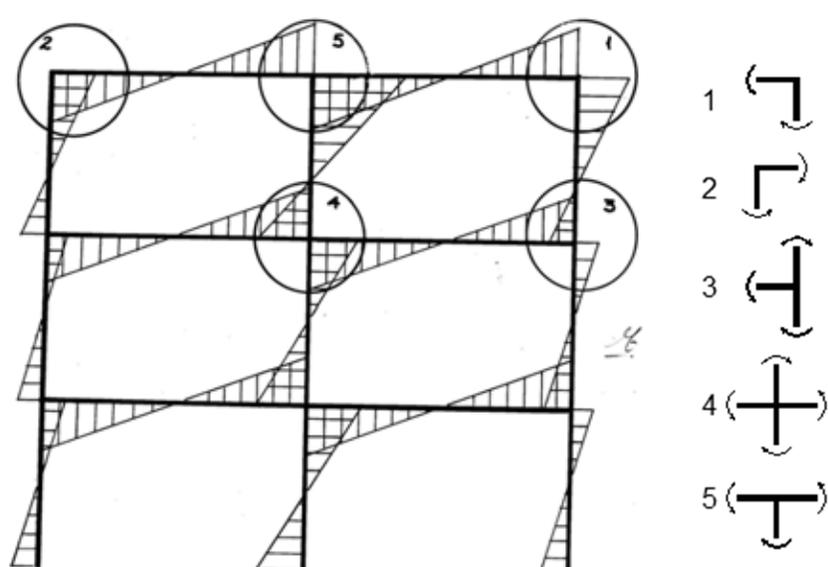
$D \geq 10 db$

DESVIÓ DE ESFUERZOS

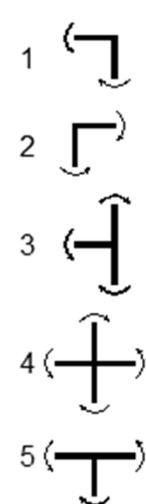
Lámina 17

FIUBA - Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

CASOS TÍPICOS DE NUDOS

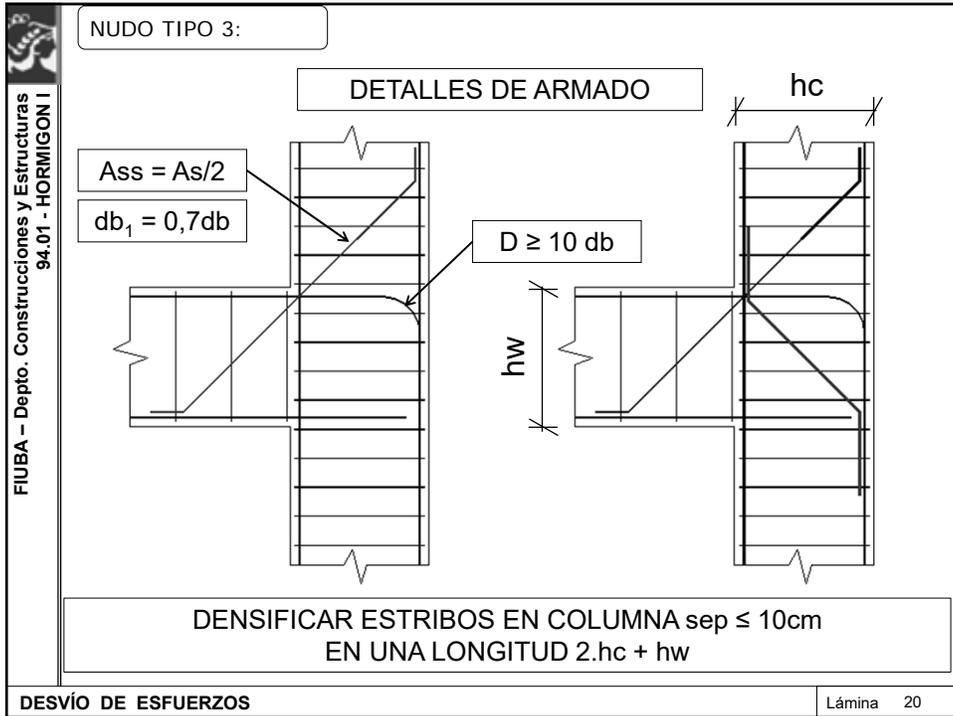
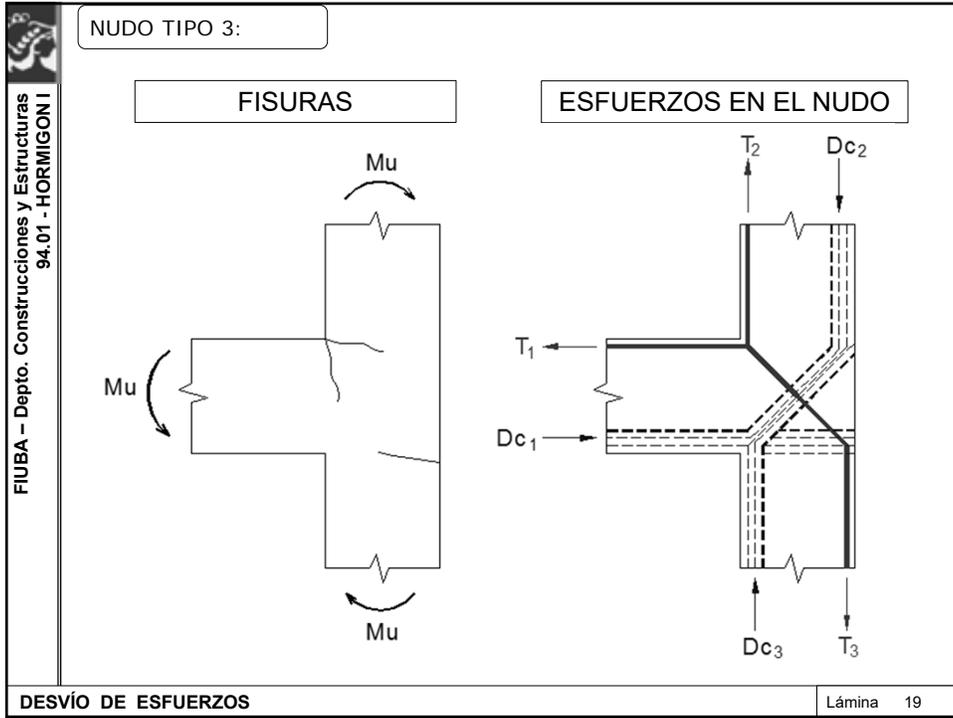


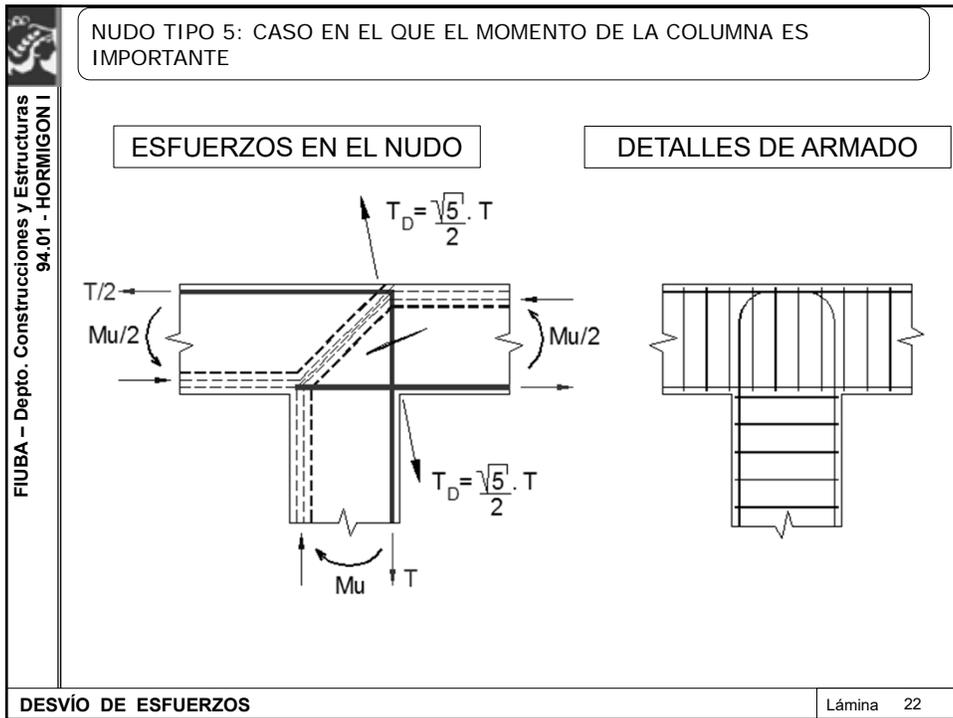
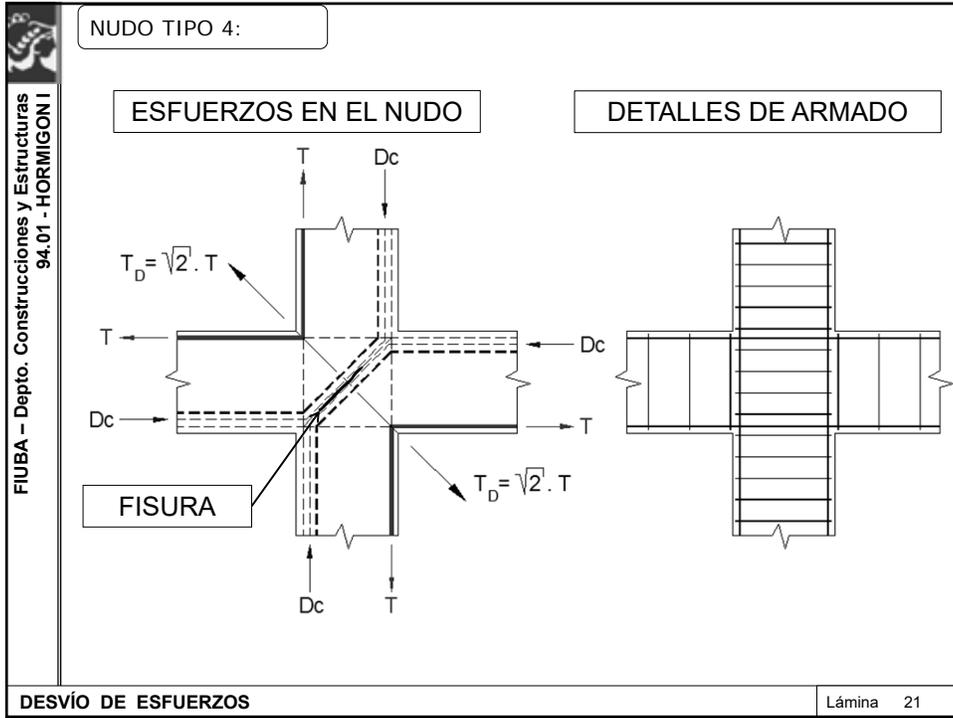
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5



DESVIÓ DE ESFUERZOS

Lámina 18





FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

NUDO TIPO 5: CASO EN EL QUE EL MOMENTO DE LA COLUMNA ES PEQUEÑO FRENTE AL DE LOS TRAVESAÑOS

DESVÍO DE ESFUERZOS

DETALLES DE ARMADO

Ld = LONGITUD DE ANCLAJE

Lámina 23

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Losas de Escalera

Otros ejemplos de desvío de esfuerzos

ANCLAJES SUPERIORES

ARMADURA PASANTE

ARMADURA CONTINUA

Viga con cambio de altura

$\geq l_d$

$\geq l_d$

A_{ss}

Lámina 24

 <p>FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I</p>	<div data-bbox="467 499 1193 598" style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px;"><p>FIN DESVIO DE ESFUERZOS GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!!</p></div>
<p>DESVÍO DE ESFUERZOS</p>	<p>Lámina 25</p>

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

HORMIGÓN I
REGIONES "D"
MODELO DE BIELAS Y TIRANTES

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 1

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

REGIONES "D"
(ZONAS DE DISCONTINUIDAD)

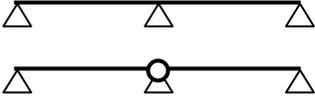
↓

SON ZONAS EN LAS QUE

- Hay discontinuidades geométricas o de cargas
- Esas "perturbaciones" producen estados de tensión biaxiales
- No es válida la hipótesis de Bernoulli

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 2

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	Modelo de Bielas y Tirantes (Strut and Tie Model)
	<ul style="list-style-type: none"> - Sabemos que cuando en las regiones "D" existen fisuras, no puede realizarse un análisis de tensiones basado en Teoría de la Elasticidad. La distribución de esfuerzos puede ser evaluada por medio de reticulados, isostáticamente determinados. - El modelo propuesto por Schlaich entre 1982 y 1990 es básicamente una generalización de la Analogía del Reticulado propuesto por Ritter y Morsch. - Es aplicable a toda estructura o a partes de estructuras de hormigón armado o de hormigón pretensado. - Resulta de especial interés para diseñar las regiones "D", para las cuales antes no había un método claro de cálculo, y que por lo tanto su diseño se basaba en datos de ensayos experimentales y en la experiencia.
REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES	
Lámina 3	

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	Fundamentos
	<p style="text-align: center;">Teorema del Límite Inferior de la Plasticidad</p> <p>Establece que si una estructura es sometida a una distribución de fuerzas internas estáticamente admisible, y si las secciones transversales de los elementos de la estructura se diseñan de manera de tener una resistencia como para soportar esas fuerzas internas de manera <u>segura</u>, la estructura no colapsará o estará justo en el punto de colapso.</p> <p>En otras palabras: si se hace un cálculo estático correcto y se dimensionan las secciones coherentemente con las fuerzas internas resultantes de ese cálculo, observando márgenes de seguridad, la estructura no colapsará.</p> <p>Para evitar el colapso estructural, no es necesario determinar el mecanismo de rotura real sino que es suficiente hallar un mecanismo resistente viable.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin: 10px 0;">  <div style="text-align: left;"> <p>Atención: La estructura debe tener una ductilidad adecuada para poder funcionar como se diseñó.</p> </div> </div> <p>Este teorema no asegura un buen funcionamiento en ELS</p>
REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES	
Lámina 4	

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Fundamentos

Principio de Saint Venant

Establece que una perturbación aplicada en sistemas estáticamente equivalentes, produce aproximadamente los mismos efectos a una distancia suficientemente alejada de la zona de aplicación.

- La longitud de la zona de incidencia de la discontinuidad puede considerarse igual a la altura total h del elemento, a cada lado de ella.
- A una distancia h desde la perturbación, puede considerarse que las deformaciones varían en forma aproximadamente lineal en la altura de la sección. (o sea, puede admitirse la Hip. Bernoulli)

Las regiones "D" son finitas

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 5

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Fundamentos

Principio de Saint Venant

-La longitud de la zona de incidencia de la discontinuidad puede considerarse igual a la altura total h del elemento, a cada lado de ella.

VIGA ESBELTA ($L/h \geq 2$) – CARGA CONCENTRADA MUY CERCA DEL APOYO
Moretto - "CURSO DE HORMIGÓN ARMADO" – Fig. V-3a

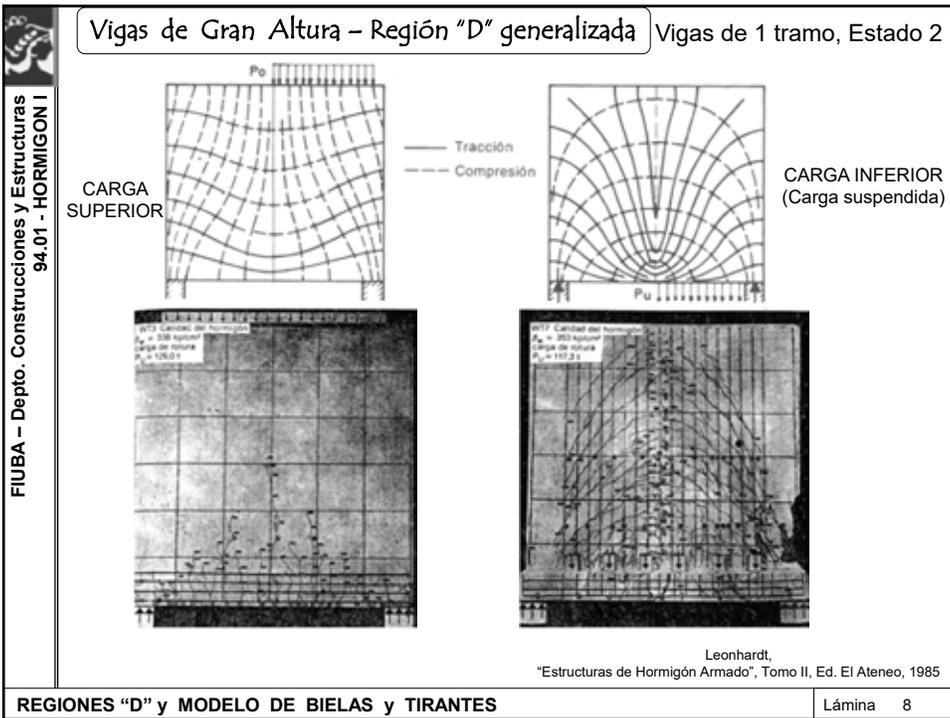
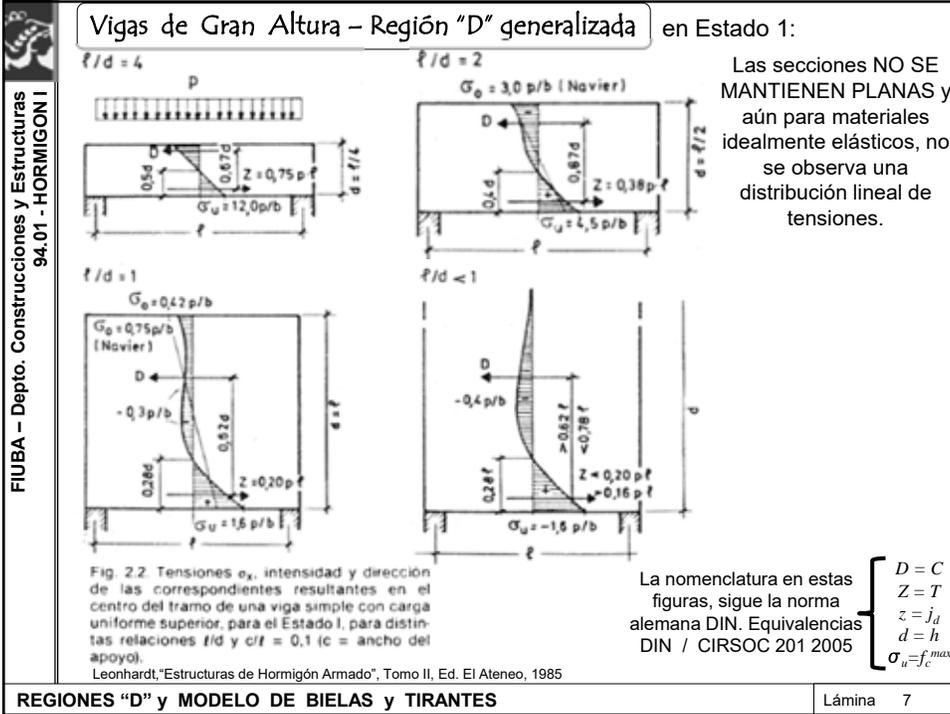
--- Discontinuidades

Sería lo mismo que en lugar de P existiera una carga distribuida con resultante de igual módulo y punto de aplicación que P??
Estáticamente sí, pero los efectos locales en la zona adyacente a P serían distintos!!

Qué pasaría si fuera una viga "de gran altura" ($L/h < 2$)??
No habría ninguna parte de la viga en zona B !! "Discontinuidad generalizada"

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 6



FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Vigas de Gran Altura – Región "D" generalizada

a)

b)

Ménsula Corta
 $a / d \leq 1$
Viga Pared en Ménsula
 $a / d < 0.50$

Leonhardt,
"Estructuras de Hormigón Armado",
Tomo II, Ed. El Ateneo, 1985

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 9

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Vigas de Gran Altura – Región "D" generalizada

Definición

CIRSOC 201-2005

Vigas de gran altura (Art.11.8)

- Elementos que presenten luces libres, l_n , (medida entre bordes de apoyo), iguales o menores que 4 veces la altura total del elemento h

$$l_n \leq 4 h$$

- las zonas de las vigas cargadas con cargas concentradas, ubicadas a una distancia a , desde el apoyo, igual o menor que 2 veces la altura h del elemento ($a \leq 2h$), que están cargadas en una cara y apoyadas en la cara contraria, de manera tal que se puedan desarrollar bielas de compresión entre las cargas y los apoyos.
- Ménsulas cortas: $a/h \leq 2$. Pero para $a/h \leq 1$ especifica requerimientos especiales.

Reglamento DIN 1045

$\frac{l}{d} < 2,0$

$\frac{l}{d} < 2,5$

$\frac{l}{d} < 3$

$\frac{l_k}{d} \leq 1$

Leonhardt,
"Estructuras de Hormigón Armado",
Tomo II, Ed. El Ateneo, 1985

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 10

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Modelo de Bielas y Tirantes En general, se aplica sólo en las regiones “D”

Consiste en un sistema de Bielas comprimidas y Tirantes traccionados conectados en “Zonas Nodales”, siendo este sistema capaz de transferir las cargas a los apoyos o a regiones “B” adyacentes, en ELU.

Bielas: toman los esfuerzos de compresión que se generan en el hormigón.

Tirantes: representan fuerzas de tracción a ser absorbidas por las barras de armadura.

Zonas Nodales: zona de hormigón que rodea a los nodos donde se intersectan las bielas y los tirantes

Fig 17-3 – Ej. viga de gran altura.
Wight MacGregor
“Reinforced Concrete Mechanics and Design”

REGIONES “D” y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 11

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Modelo de Bielas y Tirantes

Es un modelo de barras de una parte de una estructura que satisface:

- 1- Involucra un sistema de fuerzas en **equilibrio** con un conjunto de cargas dadas.
- 2- En cada sección de las bielas, tirantes y zonas nodales, la **resistencia** de diseño es mayor o igual que las fuerzas mayoradas actuantes

$$F_d = \phi F_n \geq F_u$$
- 3- La estructura debe tener una ductilidad suficiente como para poder pasar desde un comportamiento elástico a uno plástico que redistribuye las fuerzas internas mayoradas de acuerdo al conjunto de fuerzas que satisface los puntos 1 y 2.

El Teorema del Límite Inferior de la Plasticidad establece que la capacidad de un sistema que satisface 1 y 2 es un límite inferior de la resistencia real de la estructura. Pero esto es cierto sólo si esa distribución de fuerzas supuesta es posible.

Para evitar el colapso estructural, no es necesario determinar el mecanismo de rotura real sino que es suficiente hallar un mecanismo resistente viable.
No hay un único reticulado posible !!

REGIONES “D” y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 12

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	Modelo de Bielas y Tirantes Metodología de aplicación:
	<ol style="list-style-type: none"> 1) Definir y aislar la región "D" a analizar 2) Calcular los esfuerzos internos (M_w, V_w, P_u) y las respectivas tensiones en los bordes de la zona aislada así como las reacciones de vínculo si hay apoyos incluidos en la región considerada. Transformar todas las tensiones sobre el borde en fuerzas concentradas. 3) Diseñar un modelo de reticulado capaz de transferir los esfuerzos a través de la región "D", definir las dimensiones de bielas y zonas nodales, y calcular los esfuerzos en cada elemento. 4) Calcular la resistencia de bielas y zonas nodales y verificar la condición de seguridad. Diseñar la armadura de tirantes y sus anclajes, verificando la condición de seguridad. 5) Verificar cuantías de armadura mínima para control de fisuración y detallar las barras de armadura a disponer.
REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES	Lámina 13

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGÓN I	1- Regiones "D" Según CIRSOC 201 – 2005 (Ver Comentarios al Anexo A)
	<p>Discontinuidad: Cambio brusco en la geometría o en las cargas.</p> <p>Región D: Parte de un elemento ubicada dentro de una distancia h, medida a partir de una discontinuidad del esfuerzo o de una discontinuidad geométrica.</p>
(a) Discontinuidades Geométricas	(b) Discontinuidades de Cargas y Geométricas
Fig. CA.1.1. Regiones D y discontinuidades - Comentarios CIRSOC 201-2005	
REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES	Lámina 14

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

2- Cargas en los bordes de la Región "D"

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 15

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

3- Modelo

Cuál es el modelos más adecuado?
El que cumpla:

- Ser isostático, para que la solución no dependa de la rigidez relativa de bielas y tirantes.
- Si el problema es muy complejo puede recurrirse a superponer modelos isostáticos.
- El ángulo entre bielas y tirantes debe ser mayor o igual que 25°.
- Acercarse lo más posible a la solución elástica.
- Buscar entre las posibles soluciones la que involucre la menor longitud de tirantes porque será la que haga mínima la energía de deformación.

(a) Loading (b) Preferred model (c) Inefficient load path (d) Incompatible load path

Fig 10-8 – Nilson, Darwin, Dolan
"Design of Concrete Structures"

Para evitar el colapso estructural, no es necesario determinar el mecanismo de rotura real sino que es suficiente hallar un mecanismo resistente viable.
No hay un único reticulado posible !!

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 16

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

4- Modelo: Acerca de las bielas (STRUTS - S)

(a) Idealized prismatic strut.
Biela Prismática

(b) Bottle-shaped strut.
Biela en forma de botella

(c) Strut-and-tie model of a bottle-shaped strut.
Fig 17-4 – Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

$$F_{ds} = \phi F_{ns} \geq F_{us}$$

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \begin{cases} f_{ce} : \text{Resistencia efectiva a compresión} \\ A_{cs} : \text{Área del puntal} \end{cases}$$

$$f_{ce} = 0.85 \beta f'_c$$

Coeficiente que tiene en cuenta el estado tensional y las armaduras transversales

$k_3 \cong 0.85$ Fluencia

El ángulo entre bielas y tirantes debe ser mayor o igual que 25° .

El ancho de las bielas depende de la zona nodal

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 17

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

4- Resistencia de las bielas (STRUTS - S)

$$F_{ds} = \phi F_{ns} \geq F_{us}$$

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs}$$

$$f_{ce} \leq \begin{cases} f_{ce}^S = 0.85 \beta_s f'_c & f_{ce}^S : \text{Resistencia efectiva a compresión del Puntal} \\ f_{ce}^{NZ} = 0.85 \beta_n f'_c & f_{ce}^{NZ} : \text{Resistencia efectiva a compresión de la Zona Nodal} \end{cases}$$

$$\beta_s \begin{cases} = 1.00 \text{ Para puntales prismáticos} \\ = 0.75 \text{ Para puntales en forma de botella con armadura que satisface A3.3} \\ = 0.60\lambda \text{ Para puntales en forma de botella sin armadura que satisface A3.3} \\ = 0.40 \text{ Para puntales en elementos traccionados o en placas traccionadas} \end{cases}$$

$$\lambda \begin{cases} = 1.00 \text{ Para hormigón de densidad normal} \\ = 0.85 \text{ Para hormigones livianos con arena de densidad normal} \\ = 0.75 \text{ Para hormigones livianos con todos sus componentes livianos} \end{cases}$$

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 18

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

4- Resistencia de las bielas (STRUTS - S)

$$F_{ds} = \phi F_{ns} \geq F_{us}$$

Puede disponerse armadura longitudinal en las bielas (como en columnas) para aumentar su resistencia.
Si se agrega armadura:

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} + A'_s f'_s$$

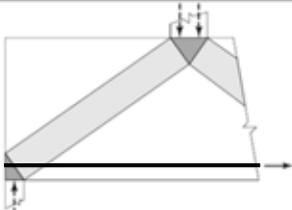
A'_s : Área de armadura longitudinal comprimida
 f'_s : Tensión en la armadura comprimida bajo cargas mayoradas

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 19

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

4- Modelo: Resistencia de los Tirantes (TIES - T)



Cuidado con los anclajes: Ganchos o dispositivos mecánicos

Tratar que la longitud total de tensores sea mínima

$$F_{dt} = \phi F_{nt} \geq F_{ut}$$

$$F_{nt} = f_y A_{ts} + A_{tp} (f_{se} + \Delta f_p) \begin{cases} (f_{se} + \Delta f_p) \leq f_{py} \\ \Delta f_p = \begin{cases} 420 \text{ MPa} & \text{para armadura pretensada adherente} \\ 70 \text{ MPa} & \text{para armadura pretensada no adherente} \end{cases} \end{cases}$$

f_y : Tensión de fluencia especificada del acero
 A_{ts} : Área de la armadura de acero de un tensor
 A_{tp} : Área del acero de pretensado en un tensor
 f_{se} : Tensión efectiva en el acero de pretensado luego de las pérdidas
 Δf_p : Aumento de la tensión en los cables de pretensado debido a las cargas mayoradas

Fig 17-4 – Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 20

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

4- Modelo: Acerca de las Zonas Nodales (NODAL ZONES -NZ)

Zonas Nodales:
zona de hormigón que rodea a los nodos donde se intersectan las bielas y los tirantes

Fig 1710 – Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES
Lámina 21

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGON I

4- Modelo: Acerca de las Zonas Nodales (NODAL ZONES -NZ)

Cuál es el caso más desfavorable para el hormigón de la zona nodal?

Figs 10-4 y 10-5 – Nilson, Darwin, Dolan
"Design of Concrete Structures"

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES
Lámina 22

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

4- Modelo: Resistencia de las Zonas Nodales (NODAL ZONES -NZ)

Resistencia de las Zonas Nodales

$$F_{dn} = \phi F_m \geq F_{un}$$

$$F_m = f_{ce}^{NZ} A_{nz} \begin{cases} f_{ce}^{NZ} : \text{Resistencia efectiva a compresión (sobre una cara de la zona nodal)} \\ A_{nz} : \text{Área de la zona nodal} \end{cases}$$

$$f_{ce}^{NZ} = 0.85 \beta_n f'_c$$

\swarrow Coeficiente que tiene en cuenta el estado tensional
 \searrow Fluencia

$k_3 \cong 0.85$

$$\beta_n \begin{cases} = 1.00 \text{ en Zonas Nodales en la que no anclan tensores} \\ = 0.80 \text{ en Zonas Nodales en la que ancla 1 tensor} \\ = 0.60 \text{ en Zonas Nodales en la que no ancla más de 1 tensores} \end{cases}$$

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 23

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

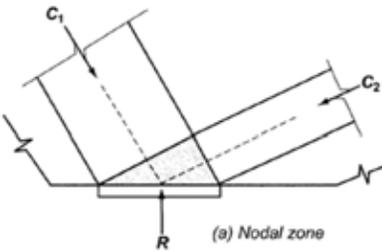
4- Modelo: Resistencia de las Zonas Nodales (NODAL ZONES -NZ)

A_{nz} : Área de la zona nodal

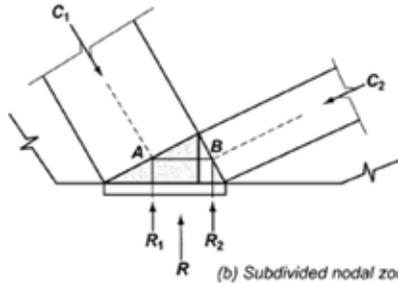
tomar el menor valor entre (a) ó (b), según corresponda:

(a) el área de la cara de la zona nodal sobre la cual actúa F_u , considerada perpendicularmente a la recta de acción de F_u , o

(b) el área de una sección que atraviesa la zona nodal, considerada perpendicularmente a la recta de acción del esfuerzo resultante que actúa sobre la sección.



(a) Nodal zone



(b) Subdivided nodal zone

Fig. RA.1.6—Subdivision of nodal zone.

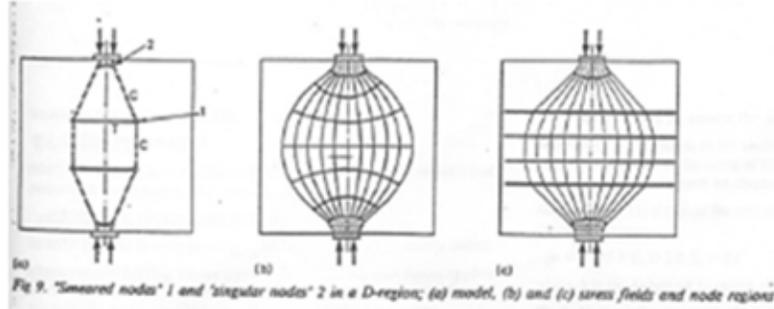
ACI 318-11

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 24



5- Armadura para control de Fisuración

La expansión lateral interna del esfuerzo de compresión, produce una tracción transversal que pueden producir una falla conocida como SPLITTING FAILURE (hendidamiento).

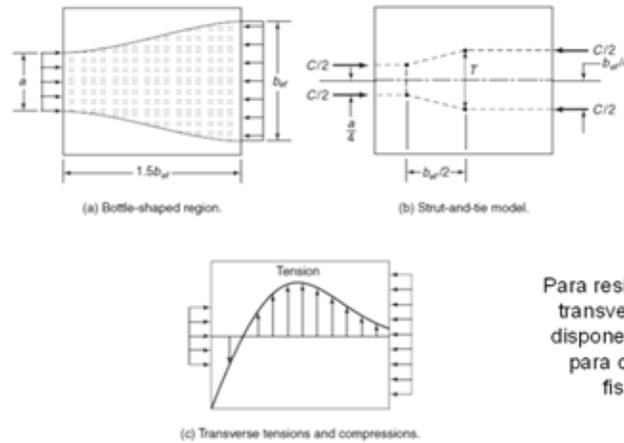


Jorg Schlaich and Kurt Schafer, "Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models," *The Structural Engineer*, Vol. 69, No. 6, March 1991, 13 pp.



5- Armadura para control de Fisuración

La expansión lateral interna del esfuerzo de compresión, produce una tracción transversal que pueden producir una falla conocida como SPLITTING FAILURE (hendidamiento).



Para resistir la tracción transversal se debe disponer la armadura para control de la fisuración.

Este efecto puede evaluarse aplicando el modelo de Biela en forma de botella

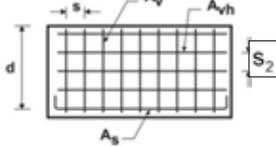
Fig 17-5 – Wight MacGregor "Reinforced Concrete Mechanics and Design"

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

5- Armadura para control de Fisuración

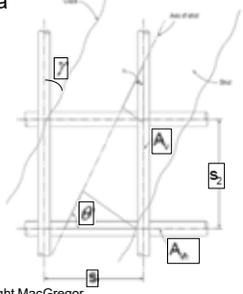
Requerimiento de armadura s/CIRSOC

11.8. En vigas de gran altura o en zonas con cargas cercanas al apoyo ($a \leq 2h$), debe disponerse una **Armadura Vertical** y una **Armadura Horizontal**.

$$\left\{ \begin{array}{l} A_v \geq \frac{2.50}{1000} b_w s ; \quad s \leq \begin{cases} d/5 \\ 30cm \end{cases} \\ A_{vh} \geq \frac{1.50}{1000} b_w s_2 ; \quad s_2 \leq \begin{cases} d/5 \\ 30cm \end{cases} \end{array} \right.$$


El objeto de estas cuantías de armadura es limitar el ancho de las fisuras

A3.3. Si se toma $\beta_s = 0,75$, debe disponerse una malla de armadura

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{calcularla} \\ o \\ \frac{A_v}{b_w s} \text{sen}(\gamma) + \frac{A_{vh}}{b_w s_2} \text{sen}(\theta) \geq \frac{3.00}{1000} ; \quad \text{si } f'_c \leq 42MPa \end{array} \right.$$


- Si se toma $\beta_s = 1.00$, VALE 11.8
- Para **Ménsulas cortas**, VER ART. 11.9

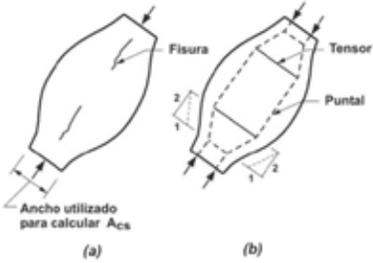
Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 27

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

5- Armadura para control de Fisuración

Biela en forma de botella



La armadura para control de la fisuración indicada en el artículo A.3.3. se puede determinar utilizando el modelo de bielas ilustrado en la Figura

La expansión del esfuerzo de compresión se hace con una pendiente de 1:2 con respecto al eje del esfuerzo de compresión aplicado.

El área de la sección transversal A_{cs} de un puntal en forma de botella, se debe considerar como la menor de las áreas de las secciones transversales en los dos extremos del puntal.

Figura CA.1.8. Puntal en forma de botella:
(a) fisuración de un puntal en forma de botella;
(b) modelo de bielas de un puntal en forma de botella
Comentarios CIRSOC 201-2005

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 28

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Ejemplos VIGA PARED CON CARGA INFERIOR (Carga suspendida)

(a) Stress trajectories. (b) Truss model. (c) Refined truss model. (d) Crack pattern. (e) Reinforcement layout.

Fig. 17-28 - Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

Fig. 12-10 - Leonhardt,
"Estructuras de Hormigón Armado",
Tomo III, Ed. El Ateneo, 1985

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 29

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Ejemplos MÉNSULA CORTA (COLUMN BRACKET)

Tension ties, Compression struts, V_u , N_{uc} , T , C , θ , A_s (armadura principal), A_n (estribos cerrados), placa de apoyo, barra de anclaje, barra para anclar estribos cerrados, $2/3 d$, d , h .

Figs 11-23b – Nilson, Darwin, Dolan
"Design of Concrete Structures"

Figura 11.9.2. Simbología utilizada en el artículo 11.9.
CIRSOC 201 - 2005

ATENCIÓN:
Art. 11.9 CIRSOC 201-2005: Disposiciones especiales para Ménsulas Cortas
Si bien define ménsula corta a una ménsula que cumple $a_v / h \leq 2$
Indica disposiciones especiales para el caso en que se cumplan 2 condiciones:
1) $a_v / h \leq 1$
2) Que exista una fuerza horizontal de tracción $N_{uc} \leq V_u$
Ver en dicho Reglamento las especificaciones particulares.

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 30

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Ejemplos MÉNSULA CORTA (COLUMN BRACKET) con carga en toda la altura

Fig. 2.44. Disponiendo una armadura inclinada en las ménsulas con vigas apoyadas indirectamente para el dimensionado puede admitirse un 60 % de la reacción de apoyo de las vigas como "carga superior" absorbido por la armadura superior horizontal de tracción y otro 60 % de la misma como "colgada" de la armadura inclinada.

Fig. 2-44 - Leonhardt,
"Estructuras de Hormigón Armado",
Tomo II- Ed. El Ateneo, 1985

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 31

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Ejemplos APOYO DE VIGA EN VOLADIZO (DAPPED BEAM END)

Fig. 17-42 - Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"
MODELOS POSIBLES

Fig. 9.37. Posibles formas de armar los apoyos en voladizo.

horquilla ①

horquilla ②

Fig. 9-37 - Leonhardt,
"Estructuras de Hormigón Armado",
Tomo III, Ed. El Ateneo, 1985

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Lámina 32

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Ejemplos VIGA ESBELTA CON UN PASE RECTANGULAR

Fig 17-1 (c)– Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 33

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras
94.01 - HORMIGÓN I

Ejemplos VIGA ESBELTA CON UN PASE RECTANGULAR

Fig. 9-40 y 41 - Leonhardt,
"Estructuras de Hormigón Armado",
Tomo III, Ed. El Ateneo, 1985

- 1) Dimensionar a flexión la sección m-m como sección total con M_u^{m-m}
- 2) Calcular los esfuerzos longitudinales en los cordones, tomando como brazo j la distancia entre ejes de cordones

$$C = T = M_u^{m-m} / j$$
- 3) Esfuerzos de corte: Distribuir V_u^{m-m} considerando que el cordón comprimido absorberá la mayor parte de los esfuerzos, y dimensionar con estos valores los estribos en los cordones

$$V_u^{C.Sup.} = (0.8 \text{ a } 0.9) V_u^{m-m}; \quad V_u^{C.Inf.} = (0.2 \text{ a } 0.1) V_u^{m-m}$$
- 4) Dimensionar los cordones a flexión compuesta (No sumar a armadura de punto 1)

$$\begin{cases} M_u^{C.Sup.} = V_u^{C.Sup.} \cdot l^{pase} / 2; & N_u^{C.Sup.} = D \\ M_u^{C.Inf.} = V_u^{C.Inf.} \cdot l^{pase} / 2; & N_u^{C.Inf.} = T \end{cases}$$
- 5) A cada lado del pase disponer "armaduras de suspensión". Dimensionarlas para $0.8V_u$ en el lado más alejado del apoyo.
- 6) En vigas "grandes" disponer barras inclinadas en los vértices entrantes.

REGIONES "D" y MODELO DE BIELAS y TIRANTES Lámina 34

 <p>FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 94.01 - HORMIGON I</p>	<p>FIN REGIONES “D” y MODELO DE BIELAS y TIRANTES GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!!</p>
<p>REGIONES “D” y MODELO DE BIELAS y TIRANTES</p>	<p>Lámina 35</p>