

Guía 2: Electrostática en Conductores y Dieléctricos

Justifique en todos los ejercicios: el uso de la Ley de Gauss (o Ley de Gauss generalizada, según corresponda) para calcular el campo eléctrico \vec{E} , explicando claramente cómo determina la dirección de \vec{E} , la dependencia con las coordenadas y la superficie gaussiana elegida.

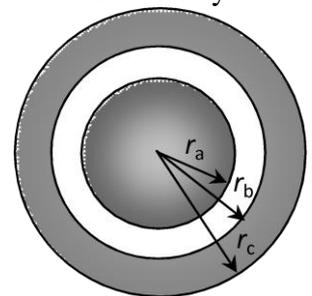
1. a) Calcular, usando la ley de Gauss, el campo creado en todo el espacio por una esfera metálica maciza de radio R cargada con carga total Q . ¿Cómo se distribuye la carga?
b) Graficar el campo y la diferencia de potencial entre un punto arbitrario y las siguientes referencias
b₁) $r = 2R$
b₂) $r \rightarrow \infty$.
c) Calcular el trabajo necesario para llevar una carga $q = 3 \mu\text{C}$ desde un punto ubicado a una distancia $2R$ del centro de la distribución hasta el “infinito”. Discutir el signo y su relación con el trabajo realizado por el campo.

2. Una cáscara conductora **esférica**, de radio interior $a = 5 \text{ cm}$ y exterior $b = 9 \text{ cm}$, tiene en su centro una carga puntual $q = +1 \mu\text{C}$.

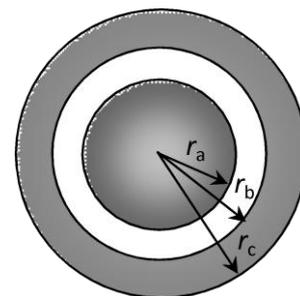
- a) Suponiendo que la cáscara está descargada determine:
a₁) el campo eléctrico generado por esta distribución de cargas. ¿Cómo se distribuye la carga?
a₂) el trabajo que es necesario aplicar para llevar una carga de prueba q_0 entre dos puntos arbitrarios del espacio.
a₃) la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos arbitrarios del espacio.
a₄) Grafique en función de una coordenada adecuada el campo, el trabajo y la diferencia de potencial. Discuta la continuidad o discontinuidad de las funciones calculadas.
b) Suponiendo que la cáscara está cargada con $q_c = -3 \mu\text{C}$. repita los apartados desde a₁ hasta a₄.

3. Se tiene un conductor **cilíndrico** de largo L y radio r_a , rodeado por otro cascarón cilíndrico de radio interno r_b y externo r_c . El primero tiene carga Q_1 y el segundo Q_2 . Entre los dos hay vacío. Considerando como válido el modelo de cilindro de largo infinito,

- a) Discuta cómo y dónde se distribuyen las cargas.
- b) Calcule las densidades de carga en todas las superficies,
- c) Calcule \vec{E} en todo el espacio.
- d) Calcule a partir del campo eléctrico $V(r_c) - V(r_a)$ y $V(r_b) - V(r_a)$ y $V(r) - V(r_a)$ donde r es un punto genérico del espacio (¿Se debe poner alguna restricción a este punto \vec{r} debido al modelo elegido?) Graficar $V(r)$ en función de la coordenada r .
- e) Discuta los resultados considerando que las cargas son del mismo signo y de distinto signo. Luego aplique a la situación $Q_1 = -Q_2$.



4. Se tiene un conductor **cilíndrico** de largo L y radio r_a , rodeado por otro cascarón cilíndrico de radio interno r_b y externo r_c (ambos descargados inicialmente). El espacio entre ellos está vacío. Despreciando efectos de borde, y sabiendo que se ha conectado una batería tal que:



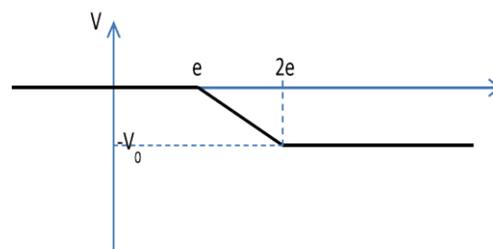
$$V(r_b) - V(r_a) = 10 \text{ V},$$

- Discuta por qué no es necesario especificar los puntos donde se conecta la batería sobre cada conductor.
- Calcule las distribuciones de cargas en todas las superficies.
- Calcule \vec{E} en todo el espacio (**Justifique**). Graficar la componente r del campo eléctrico en función de la coordenada r .
- Calcule $V(r) - V(r_a)$. Graficar $V(r)$ en función de la coordenada r .
- Repetir desde b) hasta d) si $V(r_c) - V(r_a) = -5 \text{ V}$.
- Analice las similitudes y diferencias entre los dos tipos de conexiones propuestas.

5. Se tiene una placa conductora cuadrada de lado L y espesor d ($L \gg d$). La carga de dicha placa es Q_1 . Bajo el modelo de distribución plana infinita (¿qué supone considerar este modelo?):

- Calcular las densidades de carga libre en condiciones estáticas.
- Calcular las densidades de carga libre si la misma placa estuviera enfrentada a una distribución plana de cargas de densidad superficial uniforme σ_0 .
- Calcular las densidades de carga libre si la misma placa estuviera enfrentada a otra placa metálica de iguales dimensiones, pero con carga Q_2 , ¿Qué sucede cuando $Q_2 = -Q_1$?

6. Dos placas conductoras planas de espesor e y lados a y b , se encuentran separadas una distancia e de tal forma que $e \ll a, b$. Las placas están cargadas y el espacio entre ellas está vacío. En la figura se representa la variación del potencial electrostático del sistema (respecto a algún punto del espacio) en la zona alejada de los bordes y a lo largo del eje z (que es perpendicular a las placas) donde es posible despreciar los efectos de los bordes.



- ¿Qué valor tiene y cuál es el significado físico de la integral de línea $\int_0^{2e} \vec{E} \cdot \vec{dz}$?
- Calcule el campo eléctrico a lo largo del eje perpendicular a las placas en función de los datos del problema.
- Determine el valor de las cargas y su ubicación en las placas en función de los datos del problema.

7. Repita los Problemas 3 y 4 considerando que en el espacio entre los conductores se coloca un dieléctrico de permitividad ϵ . Compare los resultados.

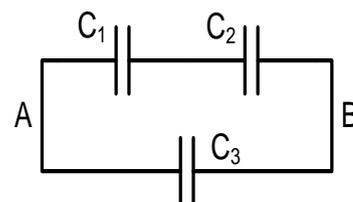
8. Calcular la capacidad de los siguientes capacitores (**despreciando efectos de bordes**):

- Capacitor de placas plano-paralelas si hay aire o vacío entre las placas. Calcular la energía almacenada si la carga del capacitor es Q .
- Ídem para un capacitor cilíndrico.
- Repetir los cálculos a) y b) si el espacio entre las placas está totalmente ocupado por un dieléctrico de permitividad ϵ (permitividad relativa ϵ_r). ¿La capacidad es mayor, igual o menor que la obtenida en los ítems a) o b)? ¿Cómo depende la capacidad de ϵ_r ?
- ¿Qué significa “**Desprecie efectos de bordes**”?

9. El circuito de la figura está compuesto por tres capacitores:

$$C_1 = 20 \text{ nF}, C_2 = 5 \text{ nF}, C_3 = 2 \text{ nF}.$$

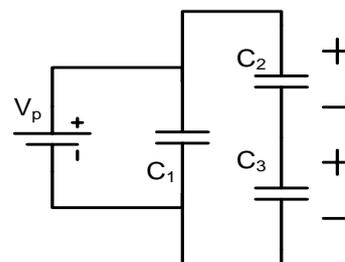
- Determinar la capacidad equivalente entre los puntos A y B.
- Si $V(B) - V(A) = 10 \text{ V}$, calcule la diferencia de potencial entre las placas de cada capacitor y la carga sobre cada una de sus placas indicando su polaridad.



10. En el circuito de la figura los capacitores se encontraban descargados antes de conectarlos a la batería V_p .

- Determinar la carga almacenada y la diferencia de potencial sobre cada capacitor en régimen permanente.
- Repetir a) considerando que C_2 y C_3 tenían una carga inicial de $20 \mu\text{C}$ cada uno y con la polaridad indicada. Discutir el resultado.

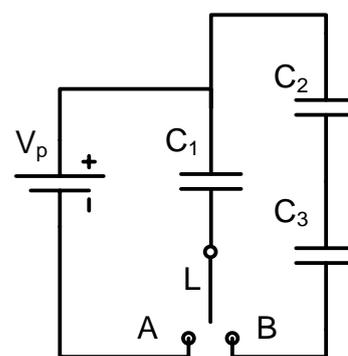
$$\text{Datos: } V_p = 10 \text{ V}, C_1 = 1 \mu\text{F}, C_2 = 4 \mu\text{F}, C_3 = 5 \mu\text{F}$$



11. En el circuito de la figura, los tres capacitores se encuentran inicialmente descargados.

- Al conectar la llave al punto A se carga el capacitor C_1 . Hallar la carga adquirida y la energía almacenada por dicho capacitor. ¿Varió la carga de los capacitores C_2 y C_3 ?
- Se lleva la llave a la posición B. Hallar las cargas y energías almacenadas finales en todos los capacitores
- Explique qué ocurrió con la distribución de carga y energía al mover la llave desde A hasta B.
- A partir de la condición en la que finalizó el punto b), se introduce en C_2 un dieléctrico de $\epsilon_r = 2$ (antes estaba en vacío). Recalcular la distribución de cargas.

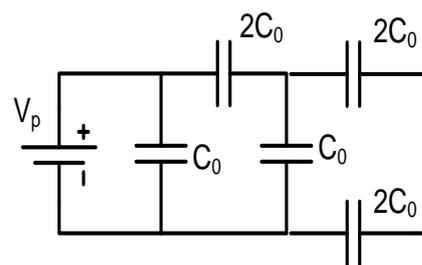
$$\text{Datos: } V_p = 10 \text{ V}; C_1 = 20 \mu\text{F}; C_2 = 10 \mu\text{F}; C_3 = 5 \mu\text{F}$$



12. Los capacitores de la figura se encuentran inicialmente descargados. Una vez alcanzado el equilibrio la pila $V_p = 10 \text{ V}$ ha transferido 400 nC de carga.

a) Calcular la capacidad C_0 .

b) Si el capacitor C_0 es de placas planas paralelas, cuadradas de lado $L = 1 \text{ m}$ y separación $d = 1 \text{ mm}$, calcular la permitividad dieléctrica relativa (ϵ_r) del aislante empleado.



13. Un capacitor de placas planas paralelas de superficie S y separación d tiene carga Q . Un agente externo aumenta la distancia entre placas hasta duplicarla, manteniendo constante la carga Q del capacitor. Calcular el trabajo realizado por el agente externo.

14. Ídem 13 pero ahora el capacitor se halla conectado en todo momento a una batería de valor V_0 (por lo que no se cumple la condición de carga constante).