

# Guía 1: *Electrostática en el vacío*

## *Ley de Coulomb*

1. a) Hallar la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales  $q_1 = +1.5 \mu\text{C}$  y  $q_2 = +4 \mu\text{C}$  que están separadas 10 cm.  
b) Determinar la o las posiciones donde se debería colocar una carga  $q_0$  para que la fuerza eléctrica de interacción neta con  $q_1$  y  $q_2$  sea nula. Discutir si dichas posiciones dependen del signo y/o valor de  $q_0$ .  
c) ¿Son posiciones de equilibrio? ¿De qué tipo de equilibrio se trata? Justifique.

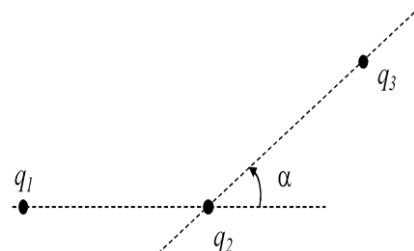
2. Calcular las fuerzas entre dos electrones estáticos separados 1 cm. Discuta la relación entre la fuerza gravitatoria y la eléctrica. ¿Cómo variaría la relación entre ellas si los electrones estuvieran a una distancia de 1 m? (Buscar la constante de gravitación  $G$  y la masa de los electrones en internet)

3. Dos pequeñas esferas de igual masa  $m = 0.5 \text{ g}$  y de igual carga eléctrica están suspendidas del mismo punto por sendos hilos de 15 cm de longitud. Las esferas se hallan en equilibrio separadas 10 cm. Calcule la carga de cada esfera considerando sólo fuerzas eléctricas. Estime el error que se comete al no considerar la fuerza gravitatoria entre ambas ¿Cuánto varía el ángulo entre los hilos si la carga de las esferas se triplica?

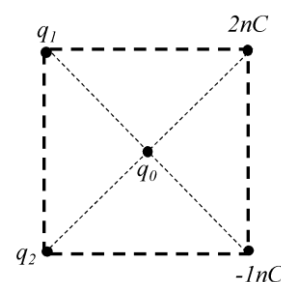
4. ¿Qué fuerza se debe ejercer sobre cada una de las tres cargas puntuales de la figura

( $q_1 = 1 \mu\text{C}$ ,  $q_2 = -2 \mu\text{C}$  y  $q_3 = 0,5 \mu\text{C}$ ) para que el sistema esté en equilibrio?

La distancia entre  $q_1$  y  $q_2$  es igual a la distancia entre  $q_2$  y  $q_3$  y vale 30 cm. Analizar los resultados cuando el ángulo  $\alpha = 0^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $90^\circ$ . Discuta por qué podría desprejiciarse la fuerza gravitatoria.



5. Cuatro cargas puntuales se encuentran ubicadas sobre los vértices de un cuadrado. Determinar los valores de las cargas  $q_1$  y  $q_2$  para que la fuerza eléctrica sobre la carga puntual  $q_0$  sea nula. ¿Dependen del valor y/o signo de la carga  $q_0$ ? ¿Dependen del valor del lado del cuadrado? ¿Cuántas soluciones existen?



6. a) Calcular la fuerza eléctrica ejercida por una distribución de carga lineal de largo  $L$  y de densidad lineal uniforme  $\lambda$  sobre una carga puntual de prueba  $q_0$  ubicada en un lugar arbitrario del espacio.  
b) Analizar y comparar las fuerzas cuando la carga de prueba se encuentra situada sobre el plano mediatriz de la distribución a 5 cm, 10 cm y 2 m de ella. Considerar  $L = 50 \text{ cm}$  y  $\lambda = 15 \mu\text{C/m}$ .  
c) Ídem b) si la longitud de la distribución se hace infinita.  
d) Comparar las tres fuerzas calculadas en b) con las calculadas en c). Estimar las diferencias porcentuales.

## *Campo electrostático*

7. Un dipolo eléctrico está conformado por dos cargas eléctricas de igual módulo y distinto signo. Este dipolo está ubicado como se muestra en la figura y sus cargas están separadas una distancia  $d$ . Determinar por superposición:

a) El vector campo eléctrico para todo punto sobre el eje  $x$ ,  $\mathbf{E}(x,0,0)$ . Analizando dirección y sentido del campo para:

a<sub>1</sub>) todo  $x < -d/2$ ;

a<sub>2</sub>) para  $x$  comprendidos entre  $-d/2 < x < d/2$ ,

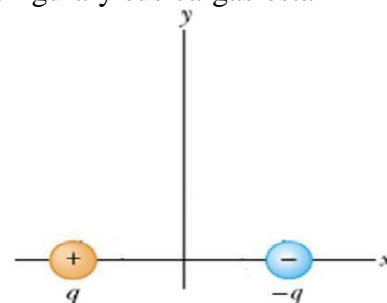
a<sub>3</sub>) para todo  $x > d/2$

a<sub>4</sub>) ¿El sentido del vector  $\mathbf{E}$  varía sobre el eje  $x$ ?

a<sub>5</sub>) Graficar la componente  $x$  y el módulo de  $\mathbf{E}$  en función de la coordenada  $x$ .

b) El vector campo eléctrico para todo punto sobre el eje  $y$ ,  $\mathbf{E}(0,y,0)$ . ¿El sentido del vector  $\mathbf{E}$  varía sobre el eje  $y$ ? Graficar las componentes  $x$  e  $y$  de  $\mathbf{E}$  en función de la coordenada  $y$ .

c) El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  para todo punto del espacio.



8. Una distribución de carga en forma de anillo de radio  $R$ , tiene una densidad de carga lineal  $\lambda$ .

a) Hallar la expresión del campo eléctrico sobre puntos del eje del anillo si la densidad lineal es uniforme.

b) Graficar la componente del vector campo eléctrico sobre el eje si  $R = 5$  cm y  $\lambda = +0.1$   $\mu\text{C}/\text{m}$ .

c) ¿Cuál es la dependencia funcional con la distancia al centro del anillo? Analice también su dependencia cuando la distancia es mucho mayor que el radio  $R$ .

d) ¿Cómo cambiaría su planteo y resolución si la densidad  $\lambda$  no fuera uniforme?

9. a) Hallar el campo eléctrico en un punto situado sobre el eje de una distribución de carga en forma de corona de radios  $R_i$  y  $R_e$  y con una densidad de carga superficial uniforme  $\sigma$ :

b) Tomando el límite adecuado, calcule el campo generado por una distribución en forma de disco de radio  $R_e$  en cualquier punto sobre el eje del disco.

c) Calcular el valor del campo en un punto ubicado sobre el eje del disco a una distancia  $d = 10$  cm del mismo, cuando  $R = 5$  cm y  $\sigma = 0.5$   $\mu\text{C}/\text{m}^2$ .

d) Repetir el punto (b) si  $R_e$  tiende a infinito.

e) A partir del resultado obtenido en b), encuentre una expresión para el caso particular de un punto ubicado muy próximo al disco, es decir, para  $d \ll R$ . Comparar este resultado con el obtenido en el ítem d. Discutir los alcances de la aproximación.

10. Plantear la expresión para el cálculo del campo eléctrico en todo punto del espacio producido por una distribución esférica de carga de radio  $R$  y de densidad volumétrica

$$\rho = \rho_0 \cos \phi.$$

## Ley de Gauss

11. Una carga puntual  $q = 1 \mu\text{C}$  se encuentra en el centro de una superficie cúbica de 0.5 cm de arista. ¿Cuánto vale el flujo  $\varphi_E$  del campo eléctrico a través de esta superficie? ¿Cómo cambia esta cantidad si se considera una superficie elipsoidal de semiejes  $a$  y  $b$  estando la carga en uno de sus focos?

12. Un cubo de lado  $a$  tiene sus aristas paralelas a los ejes cartesianos y uno de sus vértices se encuentra en el origen de coordenadas. Hallar el flujo del campo eléctrico a través de su superficie, la densidad de carga y la carga total encerrada si:

- a)  $\vec{E} = E_0 \vec{x}$       b)  $\vec{E} = E_0 x \vec{x}$   
c)  $\vec{E} = E_0 x^2 \vec{x}$       d)  $\vec{E} = E_0 (y \vec{x} + x \vec{y})$

13. Determinar el flujo  $\varphi_E$  del campo eléctrico que atraviesa un hemisferio de radio  $R$  inmerso en un campo eléctrico uniforme y paralelo al eje del hemisferio.

14. A partir de la Ley de Gauss, hallar el campo eléctrico en todo el espacio que general las distribuciones de carga que se indican más abajo, dibujando algunas líneas de campo representativas para cada distribución. Para ello, **Primero** determine por consideraciones geométricas cómo son las líneas de campo que generan (indicando dirección y dependencia con las coordenadas). **Luego** elija, justificando, una superficie gaussiana adecuada para cada distribución. **Discuta** si es necesario o no exigir uniformidad en las densidades de carga.

- a) distribución lineal infinita de carga con densidad lineal uniforme  $\lambda$   
b) distribución plana infinita de carga con densidad superficial uniforme  $\sigma$   
c) distribución esférica de carga con densidad volumétrica de carga uniforme  $\rho$   
d) distribución cilíndrica infinita de carga con densidad superficial de carga uniforme  $\sigma$ .

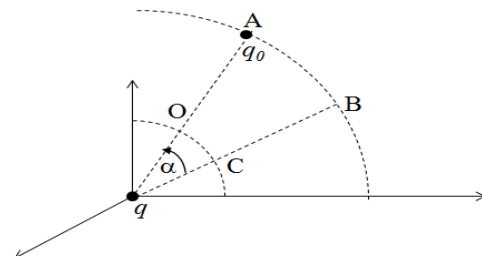
15. Se tienen tres distribuciones esféricas de carga (todas de radio  $R$ ) con las siguientes

características: A)  $\rho = 2 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^3}$ ; B)  $\rho = 2 r^3 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^3}$  (si  $r$  está medido desde el centro de la esfera); C)  $\rho = 2 \cos \varphi \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^3}$  (siendo  $\varphi$  el ángulo acimutal,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ).

- a) ¿Es válida la Ley de Gauss para cada una de estas densidades de carga propuestas?  
b) Determine, para cada distribución de carga, si es posible hallar el campo eléctrico que generan en todo el espacio a partir de la Ley de Gauss. Justifique.  
c) Si es posible, calcule para cada distribución el flujo del campo eléctrico a través de un cubo de lado  $3R$ , centrado en el centro de la distribución. Ídem a través de una esfera de radio  $1.5R$ .  
d) Si es posible, para cada distribución calcular el flujo del campo eléctrico a través de esferas, centradas respecto a la distribución, de radios  $R$  y  $2R$ , respectivamente.

## *Trabajo electrostático - Diferencia de Potencial*

16. Una carga puntual  $q$  está ubicada en el origen de coordenadas. Calcular el trabajo que se debe realizar para llevar cuasiestáticamente otra carga puntual  $q_0$  desde el punto A al punto O. Para ello utilice los dos caminos indicados en la figura: 1) AO y 2) ABCO. ¿Cuál es el resultado? ¿Es el resultado esperado? Justifique.



17. Una carga  $q$  se halla en el origen de coordenadas. Hallar el trabajo que es necesario realizar para traer otra carga  $q_0$  en forma cuasiestacionaria desde un punto muy alejado hasta una posición ubicada a una distancia  $d$  de la carga. ¿Depende este trabajo del camino elegido? Justifique.

18. Dos cargas puntuales  $q_1$  y  $q_2$  están separadas una distancia  $d$ .

a) Hallar el trabajo que es necesario realizar para traer en forma cuasiestacionaria otra carga  $q$  desde un punto muy alejado hasta el punto central del segmento que separa a  $q_1$  y  $q_2$ .

b) Analice el resultado si las cargas son de igual valor absoluto y de signo diferente. Discuta la relación de los resultados con la dirección del campo eléctrico (Ayuda: considere la mediatriz del segmento que une ambas cargas y la irrotacionalidad del campo electrostático).

c) Ídem b) si las cargas son iguales.

19. Dos protones están restringidos a moverse en una línea recta. Uno de ellos está fijo en el origen de coordenadas y el segundo se mueve hacia el primero. Inicialmente se encuentran separados 1 m y la velocidad del segundo respecto del primero es  $v_0 = 10$  m/s. Determinar la mínima distancia entre los protones.

20. Considere la distribución denominada dipolo y los resultados obtenidos en el problema 7:

a) Determinar la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos arbitrarios del espacio a partir del campo eléctrico.

b) Repetir a) usando superposición y la expresión de la diferencia de potencial de una carga puntual.

c) Repetir a) considerando que uno de los puntos está muy lejos del dipolo.

d) Repetir a) considerando que uno de los puntos es el punto medio del segmento que une ambas cargas.

e) Dibujar algunas líneas representativas de campo eléctrico.

f) Dibujar algunas equipotenciales.

g) ¿Cuál es el trabajo para llevar una carga puntual desde un punto A ubicado sobre la recta que une ambas cargas, a otro punto B ubicado sobre el plano mediatriz al segmento que une a ambas cargas?

21. Ídem Problema 20 si las dos cargas puntuales tienen el mismo signo. Discutir los resultados obtenidos cuando:

a) ambas son positivas

b) ambas son negativas.

**22.** Determine la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos genéricos A y B para todas las distribuciones de carga del Problema 14. Graficar para todo el espacio. Discuta, en cada caso, si se puede tomar el valor de referencia del potencial en el infinito (punto B).

**23.** Dos distribuciones planas paralelas de carga están separadas una distancia  $d = 0,1$  cm. Hallar el campo y la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos pertenecientes a un eje perpendicular a los planos cuando:

- a) Ambos planos tienen la misma densidad de carga superficial uniforme  $\sigma = 50$  nC/m<sup>2</sup>.
- b) Un plano tiene  $-\sigma$  y el otro  $+\sigma$ .

Dibujar líneas de campo representativas en cada caso y graficar la diferencia de potencial en función a la distancia perpendicular a los planos respecto de un punto arbitrario ¿Puede ser cualquier punto del espacio? Discutir

- 24.** a) Una distribución de cargas en forma de anillo de radio  $R$  tiene una densidad de carga lineal uniforme  $\lambda$ . Hallar la expresión de la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos del eje del anillo a partir del campo eléctrico determinado en el Problema 8.
- b) Determine el valor del potencial eléctrico sobre cualquier punto del eje del anillo tomando como cero de potencial un punto muy alejado.
  - c) Determinar el valor del potencial para cualquier punto ubicado sobre el eje del anillo a partir de la integración de las cargas.
  - d) ¿Es necesario establecer la posición de la referencia y su valor si se quiere determinar la diferencia de potencial entre dos puntos ubicados sobre el eje del anillo? Relacione el resultado con el trabajo.