ESTABILIDAD II A **23/07/03**

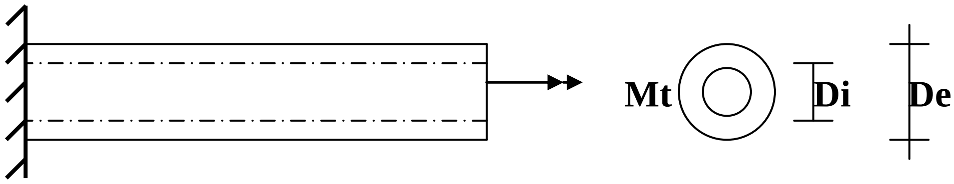
2DO. PARCIAL

NOMBRE Y APELLIDO ….……………………………………………PADRON………………………..

1.- Para la estructura que como esquema se indica a continuación, se pide:

a. Determinar el **Mt elástico** y el **Mt plastificación** que puede soportar toda la estructura
b. Determinar el diagrama de tensión remanente y el giro residual si se procede a la descarga para un momento torsor promedio entre ambos valores anteriores

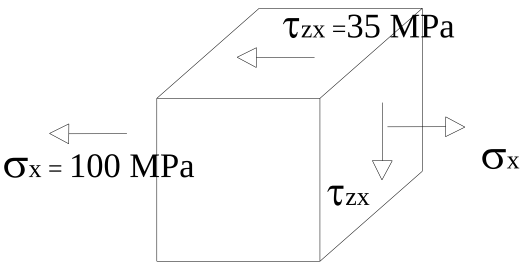
DATOS:



G aluminio = 28 GPa **τ_F aluminio = 40 MPa**

G bronce = 36 GPa **τ_F bronce = 100 MPa**

2.- Dado el estado de tensión de un punto de la sección más solicitada de una barra, cuyos valores se indican en el cubo elemental de tensiones, se deberá verificar con la teoría de Mohr y determinar el coeficiente de seguridad con que trabaja.-



El material de la barra presenta en un ensayo a tracción una tensión de rotura **σ_R =150 MPA** y en torsión **τ_R = 75 MPa**

EJERCICIO 1)

Datos: Tubo exterior de Aluminio

$KN := 1000N$

$MN := 1000KN$

$GN := 1000MN$

$MPa := \frac{MN}{m^2}$

$GPa := \frac{GN}{m^2}$

$G_{Al} := 28GPa$

$D_e := 0.15m$

$G_{Br} := 36GPa$

$D_i := 0.10m$

$\tau_{fAl} := 40MPa$

$r_{iAl} := \frac{D_i}{2}$

$r_{eAl} := \frac{D_e}{2}$

$r_{eBr} := r_{iAl}$

$r_{iBr} := 0m$

$\tau_{fBr} := 100MPa$

Se determinan las distorsiones correspondientes al límite elástico para cada material

$\gamma_{eAl} := \frac{\tau_{fAl}}{G_{Al}}$

$\gamma_{eAl} = 1.43 \times 10^{-3}$

$\gamma_{eBr} := \frac{\tau_{fBr}}{G_{Br}}$

$\gamma_{eBr} = 2.78 \times 10^{-3}$

Se determina el momento de plastificación total que corresponde a una curvatura de torsión infinita La expresión que determina el momento de plastificación en una corona circular se obtiene de

$$M_{pcc} = \int_{r_i}^{r_e} 2\cdot\pi\cdot r^2\cdot\tau_p \, dr$$

$$M_{pcc} = \frac{2}{3}\cdot r_e^{3}\cdot\pi\cdot\tau_p - \frac{2}{3}\cdot r_i^{3}\cdot\pi\cdot\tau_p$$

La colaboración del Aluminio al momento de plastificación será

$$M_{pAl} := \frac{2}{3}\cdot r_{eAl}^{3}\cdot\pi\cdot\tau_{fAl} - \frac{2}{3}\cdot r_{iAl}^{3}\cdot\pi\cdot\tau_{fAl}$$

$M_{pAl} = 24.87KN\cdot m$

La colaboración del Bronce al momento de plastificación será

$$M_{pBr} := \frac{2}{3}\cdot r_{eBr}^{3}\cdot\pi\cdot\tau_{fBr} - \frac{2}{3}\cdot r_{iBr}^{3}\cdot\pi\cdot\tau_{fBr}$$

$M_{pBr} = 26.18KN\cdot m$

El momento de plastificación total será

$M_p := M_{pAl} + M_{pBr}$

$M_p = 51.05 KN\cdot m$

En el régimen elástico el momento correspondiente a una determinada curvatura de torsión es expresable por la siguiente expresión

$\gamma = \chi\cdot r$

$\tau = G\cdot\gamma$

$\tau = G\cdot\chi\cdot r$

$$M_e = \int_{r_{iBr}}^{r_{eBr}} G_{Br}\cdot\chi\cdot r\cdot 2\cdot\pi\cdot r^2\, dr + \int_{r_{iAl}}^{r_{eAl}} G_{Al}\cdot\chi\cdot r\cdot 2\cdot\pi\cdot r^2\, dr$$

$$M_e = \frac{1}{2}\cdot r_{eBr}^{\ 4}\cdot G_{Br}\cdot\chi\cdot\pi - \frac{1}{2}\cdot r_{iBr}^{\ 4}\cdot G_{Br}\cdot\chi\cdot\pi + \frac{1}{2}\cdot r_{eAl}^{\ 4}\cdot G_{Al}\cdot\chi\cdot\pi - \frac{1}{2}\cdot r_{iAl}^{\ 4}\cdot G_{Al}\cdot\chi\cdot\pi$$

Se determinan las curvaturas correspondientes al inicio de la plastificación en cada material

$$\chi_{eBr} := \frac{\gamma_{eBr}}{r_{eBr}}$$

$$\chi_{eBr} = 0.06\frac{1}{m}$$

$$\chi_{eAl} := \frac{\gamma_{eAl}}{r_{eAl}}$$

$$\chi_{eAl} = 0.02\frac{1}{m}$$

$$A := \begin{pmatrix} \chi_{eBr} \\ \chi_{eAl} \end{pmatrix}$$

$\chi_e := \min(A)$

$$\chi_e = 0.02\frac{1}{m}$$

$$M_e := \frac{1}{2}\cdot r_{eBr}^{\ 4}\cdot G_{Br}\cdot\chi_e\cdot\pi - \frac{1}{2}\cdot r_{iBr}^{\ 4}\cdot G_{Br}\cdot\chi_e\cdot\pi + \frac{1}{2}\cdot r_{eAl}^{\ 4}\cdot G_{Al}\cdot\chi_e\cdot\pi - \frac{1}{2}\cdot r_{iAl}^{\ 4}\cdot G_{Al}\cdot\chi_e\cdot\pi$$

$M_e = 28 KN\cdot m$

El valor al cual se propone solicitar la barra es el valor medio del momento de plastificación y el momento de encuentro plástico.

$M_c := (M_p + M_e)\cdot 0.5$

$M_c = 39.53 KN\cdot m$

Se propone la determinación de la relación existente entre el momento y la curvatura de torsión en el período anelástico, es decir cuando se ha superado el momento de encuentro plástico. Para ello se plantea la relación tensiones deformaciones para cada material

$$\tau_{Br}(\chi, r) := \begin{vmatrix} (G_{Br}\cdot\chi\cdot r) & \text{if } \chi\cdot r < \gamma_{eBr} \\ \tau_{fBr} & \text{if } \chi\cdot r > \gamma_{eBr} \end{vmatrix}$$

$$\tau_{Al}(\chi, r) := \begin{vmatrix} (G_{Al}\cdot\chi\cdot r) & \text{if } \chi\cdot r < \gamma_{eAl} \\ \tau_{fAl} & \text{if } \chi\cdot r > \gamma_{eAl} \end{vmatrix}$$

$$M(\chi) := \int_{r_{iBr}}^{r_{eBr}} \tau_{Br}(\chi, r)\cdot 2\cdot\pi\cdot r^2\, dr + \int_{r_{iAl}}^{r_{eAl}} \tau_{Al}(\chi, r)\cdot 2\cdot\pi\cdot r^2\, dr$$

Si se carga el sistema con el valor de Mc se obtendrá una curvatura que puede determinarse mediante la expresión anterior

$$M\left(0.04149\frac{1}{m}\right) = 39.53 KN\cdot m$$

$M_{cg}(\chi) := 39.53 KN\cdot m$

La curvatura que se alcanza con el momento Mc es

$\chi_c := 0.04149 \frac{1}{m}$

En la descarga el comportamiento será lineal y la relación momento curvatura será una evolución paralela a la registrada durante la evolución elástica inicial. Se plantea la función descarga a partir de la curvatura alcanzada

$M_c = 3.95\times 10^4 J$

$$M_d(\chi) := M_c + \frac{M_e}{\chi_e}\cdot(\chi - \chi_c)$$

$\chi_c = 0.04 \frac{1}{m}$

De esta expresión se puede obtener la curvatura correspondiente al momento torsor nulo

$M_d\left(0.01460392001 \frac{1}{m}\right) = -2.27\times 10^{-8} KN\cdot m$

$\chi_r := 0.01460392001 \frac{1}{m}$