Nombre:.......................................
Padrón:..
Cantidad de hojas:..........................
Numero de hoja:............................
(datos que deben figurar en todas las hojas)

TEMA ÚNICO - Parcial General 21-06-05

Ejercicio 1)

$MPa := 10^6 Pa$

Calcular la carga P_{ymax} admisible que puede soportar la estructura para la condicion:

$\tau_{max} := 100 MPa$

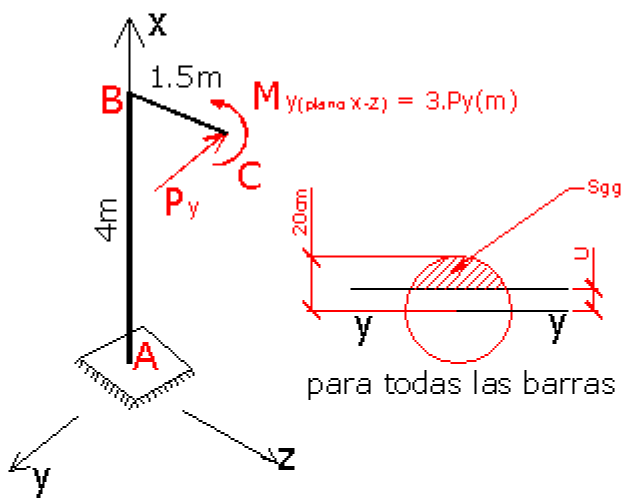
y

$\sigma_{max} := 240 MPa$

- Trazar todos los diagramas de caracteristicas.
- Trazar todos los diagramas de tensiones normales y tangenciales en la sección en estudio. (En principio trazar en función de Py)
- Indicar todos los signos en diagramas de σ y para los diagramas de τ indicar sentidos de flujo

de tensiones. Indicando todos los ejes necesarios y todos los subindices.
El punto a estudiar dentro de la sección mas desfavorable será el que corresponde a las tensi_

ones σ_{max} (en valor absoluto). Para el cálculo de P_{ymax} deberá indicarse en el cubo elemental el estado de tensiones.

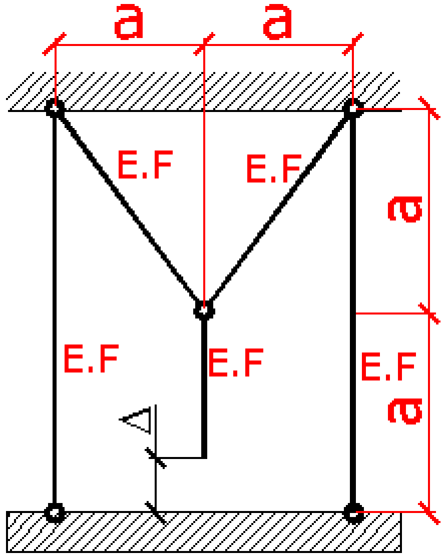


Datos de utilidad:

$$S_{gg} = \frac{2}{3}\left(R^2 - u^2\right)^{\frac{3}{2}}$$

momento estático de la sección que resbala.

Ejercicio 2)



Determinar los esfuerzos en las barras debidos a la diferencia de montaje Δ. Resolver algebraicamente.

DATOS:

$a := 100\,cm$

$\Delta := 0.40\,cm$

$F := 5\,cm^2$

$E := 2.1 \cdot 10^6 \dfrac{kgf}{cm^2}$

Ejercicio n°1

Geometría

$D := 40\text{cm}$

$As := \dfrac{\pi \cdot D^2}{4}$

$As = 1.257 \times 10^3\,\text{cm}^2$

$H := 4\text{m}$

$J_{ng} := \dfrac{\pi \cdot D^4}{64}$

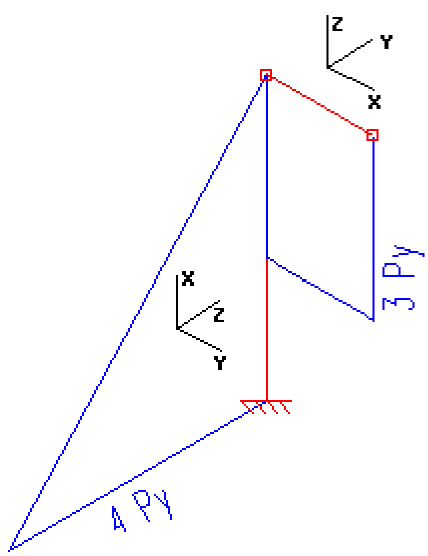
$J_{ng} = 1.257 \times 10^5\,\text{cm}^4$

$L := 1.5\text{m}$

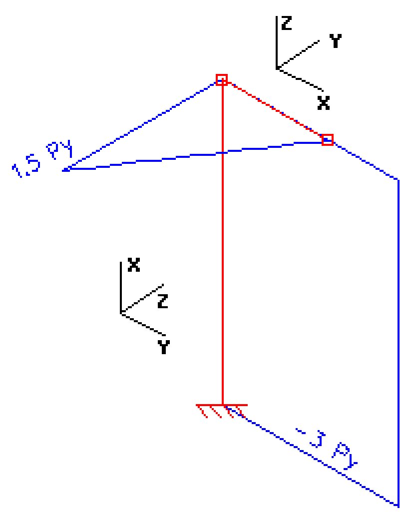
$u := 0 .. \dfrac{D}{2}$

$S(u) := \dfrac{2}{3}\left[\left(\dfrac{D}{2}\right)^2 - u^2\right]^{\frac{3}{2}}$

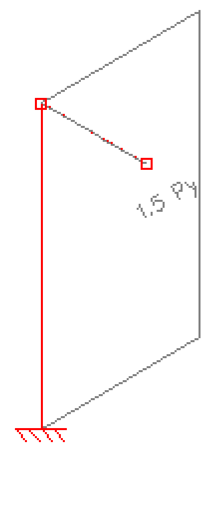
$S(0\text{m}) = 5.333 \times 10^3\,\text{cm}^3$



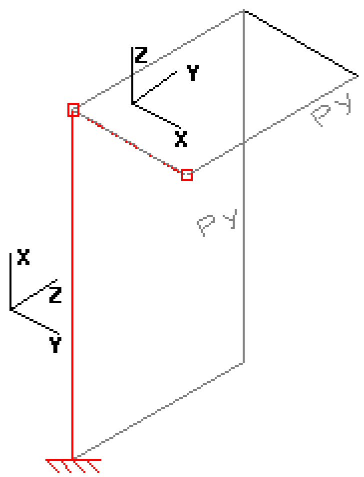
Momentos Y: Tn x m



Momentos Z: Tn x m



Torsores : Tn x m



Corte : Tn

Solicitaciones en la sección
del empotramiento:

NOTA: LOS EJES FUERON ROTADOS
RESPECTO DEL ENUNCIADO

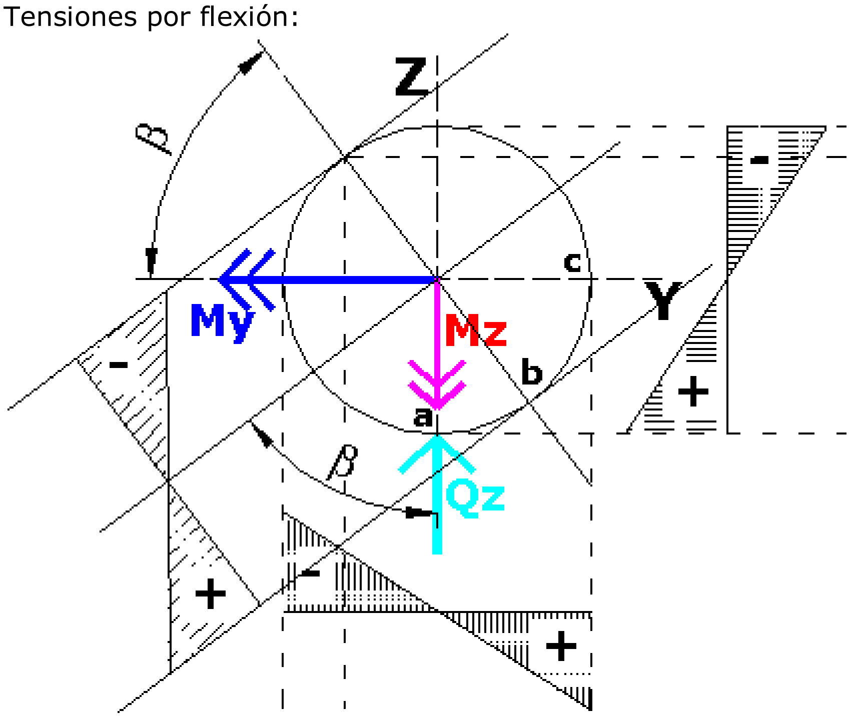
$Mt = Py$

$Qz = Py$

$My = 4 \cdot Py$

$Mz = 3 \cdot Py$

Tensiones por flexión:



$Mt = Py$

$Qz = Py$

$My = 4 \cdot Py \cdot m$

$Mz = 3 \cdot Py \cdot m$

Angulo entre eje Z y LF

$\beta := \mathrm{atan}\left(\frac{4}{3}\right)$

$\beta = 53.13\,deg$

$\cos(\beta) = 0.6$

$\sigma_{maxa} = \frac{4 \cdot Py \cdot m}{J_{ng}} \cdot \frac{D}{2}$

$\sigma_{maxc} = \frac{3 \cdot Py \cdot m}{J_{ng}} \cdot \frac{D}{2}$

$\sigma_{maxb} = \frac{\frac{3 \cdot Py \cdot m}{\cos(\beta)}}{J_{ng}} \cdot \frac{D}{2}$

corresponde al máximo valor de tensión normal, no coincidente
con la máxima tensión tangencial que esta ubicada al nivel del
eje neutro baricentrico correspondiente a la flexión simple pro_
vocada por el momento My.
por lo tanto para obtener el valor de la carga máxima correspondiente a las tensiones
normales

$\sigma_{maxb} := \sigma_{ma:}$

$kN := 1000 \cdot N$

$Py_{max\sigma} := \frac{2}{3} \cdot \sigma_{maxb} \cdot \cos(\beta) \cdot \frac{J_{ng}}{D \cdot m}$

$Py_{max\sigma} = 301.593\,kN$

$Py_{max\sigma} = 3.075 \times 10^{4}\,kg$

Tensiones máximas por Corte:

Las tensiones máximas τ_{xz} se producen en el eje neutro.

$$S(u) = \frac{2}{3}\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - u^2\right]^{\frac{3}{2}}$$

$$\tau_{xz} = \frac{Qz \cdot \left[\frac{2}{3}\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - u^2\right]^{\frac{3}{2}}\right]}{J_{ng} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - u^2}}$$

Como Qy = Py reemplazando,
(recordar que el eje Y GLOBAL coincide con el Z LOCAL)
en el empotramiento, por eso el cambio de subindices
Buscamos la condición de

τ_{xzma}

esto es para

$u := 0 \cdot m$

$$\tau_{xzmax} = \frac{Qz \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^3}{J_{ng} \cdot 2 \cdot \frac{D}{4}}$$

$$\tau_{xzmax} = \frac{1}{6} \cdot Qz \cdot \frac{D^2}{J_{ng}}$$

dado que

$$Qz = Py$$

$$\tau_{xzmax} = \frac{1}{6} \cdot Py \cdot \frac{D^2}{J_{ng}}$$

Las tensiones tangenciales máximas totales serán:

$$\tau_{max} = \frac{24 \cdot Py \cdot m}{\pi \cdot D^3} + \frac{1}{6} \cdot Py \cdot \frac{D^2}{J_{ng}}$$

$$Pymax_{\tau} := 6 \cdot \tau_{max} \cdot \pi \cdot D^3 \cdot \frac{J_{ng}}{\left(144 \cdot m \cdot J_{ng} + D^5 \cdot \pi\right)}$$

$$Pymax_{\tau} = 711.304\,kN$$

Tensiones por Corte en el punto de máxima tensión normal, punto b:

La tensión normal máxima se produce a una altura

$$u := \frac{D}{2} \cdot \sin(\beta)$$

$$u = 0.16m$$

por lo tanto reemplazando en

$$\tau_{xz} = \frac{Qz \cdot \left[\frac{2}{3}\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - u^2\right]^{\frac{3}{2}}\right]}{J_{ng} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - u^2}}$$

$$\tau_{xzb} = \frac{Qz \cdot \left[\frac{2}{3}\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - (0.16m)^2\right]^{\frac{3}{2}}\right]}{J_{ng} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - (0.16m)^2}}$$

estas tensiones son verticales,
debemos por lo tanto conocer las tensiones en
la dirección tangencial para sumarlas a las tensiones debidas al momento torsor

$$\tau_{tangb} = \tau_{xzb} \cdot \frac{1}{\cos(\beta)}$$

$$\tau_{tangb} = \frac{Py \cdot \left[\frac{2}{3}\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - (0.16m)^2\right]^{\frac{3}{2}}\right]}{J_{ng} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - (0.16m)^2}} \cdot \frac{1}{\cos(\beta)}$$

$\cos(\beta) = 0.6$

Tensiones máximas por torsión en el punto b:

$$\tau_{xzMt} = \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}$$

dado que

$Mt = 1.5 \cdot Py \cdot m$

$$\tau_{xzMt} = \frac{24 \cdot Py \cdot m}{\pi \cdot D^3}$$

Las tensiones tangenciales máximas totales serán:
y despejando Py obtenemos

$$\tau_{max} = \frac{24 \cdot Py \cdot m}{\pi \cdot D^3} + \frac{Py \cdot \left[\frac{2}{3}\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - (0.16m)^2\right]^{\frac{3}{2}}\right]}{J_{ng} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - (0.16m)^2}} \cdot \frac{1}{\cos(\beta)}$$

$$Pyb_{\tau} := -23561.9 \, \tau_{max} \cdot D^3 \cdot J_{ng} \cdot \frac{\cos(\beta)}{\left(-180000 \cdot m \cdot J_{ng} \cdot \cos(\beta) - 1963.4 D^5 + 201.0 D^3 \cdot m^2\right)}$$

$Pyb_{\tau} = 795.322 \, kN$

La carpa Py máxima es

$Py_{maxs} = 301.593 \, kN$

Se debe tener en claro que en un caso real deberá hacerse una análisis de rotura más exacto teniendo en cuenta direcciones principales. No es el objeto de este ejercicio, en el cual solo se pidio evaluar para tensiones tangenciales y normales por separado.

Estado de tensiones en el punto b, referido a una dirección x(paralela al eje "x" y una dirección "t" con la dirección de la tangente en el punto b. Para Py=Pmax

$$\tau_{xt} := \left[\frac{24 \cdot Py_{maxs} \cdot m}{\pi \cdot D^3} + \frac{Py_{maxs} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot \left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - (0.16 \cdot m)^2\right]^{\frac{3}{2}}\right]}{J_{ng} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - (0.16 \cdot m)^2}} \cdot \frac{1}{\cos(\beta)}\right]$$

$\tau_{xt} = 37.92 \, MPa$

$$T_t := \begin{pmatrix} \dfrac{\dfrac{3 \cdot Py_{max\sigma} \cdot m}{\cos(\beta)}}{J_{ng}} \cdot \dfrac{D}{2} & 0 & \tau_{xt} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xt} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvals}(T_t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 245.849 \\ -5.849 \end{pmatrix} MPa$$

$$\sigma_{maxa} := \frac{4 \cdot Py_{max\sigma} \cdot m}{J_{ng}} \cdot \frac{D}{2}$$

$$\sigma_{maxc} := \frac{3 \cdot Py_{max\sigma} \cdot m}{J_{ng}} \cdot \frac{D}{2}$$

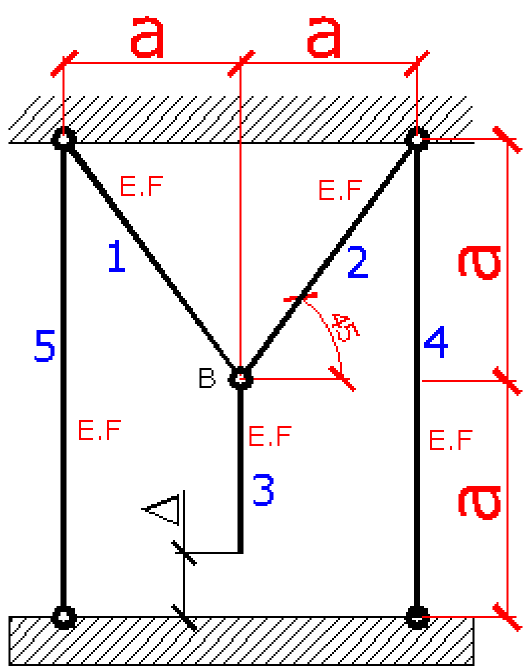
$$\sigma_{maxb} := \frac{\dfrac{3 \cdot Py_{max\sigma} \cdot m}{\cos(\beta)}}{J_{ng}} \cdot \frac{D}{2}$$

$\sigma_{maxa} = 192 MPa$

$\sigma_{maxc} = 144 MPa$

$\sigma_{maxb} = 240 MPa$

Ejercicio n°2



DATOS:

$a := 100 cm$

$\Delta := 0.40 cm$

$F := 5cm^2$

$E := 2.1\cdot 10^6 \dfrac{kgf}{cm^2}$

$\Delta = \Delta L3 + u_B + \Delta L4$

$u_B = \dfrac{\Delta L1}{\cos(45)}$

$\Delta L3 = \dfrac{N3\cdot a}{E\cdot F}$

$\Delta L1 = \dfrac{N1\cdot a\cdot \sqrt{2}}{E\cdot F}$

$\Delta L4 = \dfrac{N4\cdot 2\cdot a}{E\cdot F}$

$$\Delta = \frac{N3\cdot a}{E\cdot F} + \frac{\dfrac{N1\cdot a\cdot\sqrt{2}}{E\cdot F}}{\cos(45)} + \frac{N4\cdot 2\cdot a}{E\cdot F}$$

Eq A)

$N4 = N5$

$N3 = N4 + N5$

$N3 = 2\cdot N4$

$N4 = \dfrac{N3}{2}$

$N1 = N2$

$N3 = 2\cdot N1\cdot \cos(45)$

$N1 = \dfrac{N3}{2\cdot\cos(45)}$

Reemplazando en A)

$$\Delta = \left(\frac{N3\cdot a}{E\cdot F} + \frac{\dfrac{\dfrac{N3}{2\cdot\cos(45)}\cdot a\cdot\sqrt{2}}{E\cdot F}}{\cos(45)} \right) + \frac{\dfrac{N3}{2}\cdot 2\cdot a}{E\cdot F}$$

$$N3 := 2\cdot\Delta\cdot\cos(45deg)^2\cdot E\cdot \frac{F}{a\cdot\left(4\cdot\cos(45deg)^2 + \sqrt{2}\right)}$$

$N3 = 120.637kN$

$N4 := \dfrac{N3}{2}$

$N4 = 60.318kN$

$N5 := N4$

$N5 = 60.318kN$

$N1 := \dfrac{N3}{2\cdot\cos(45deg)}$

$N1 = 85.303kN$

$N2 := N1$

$N2 = 85.303kN$