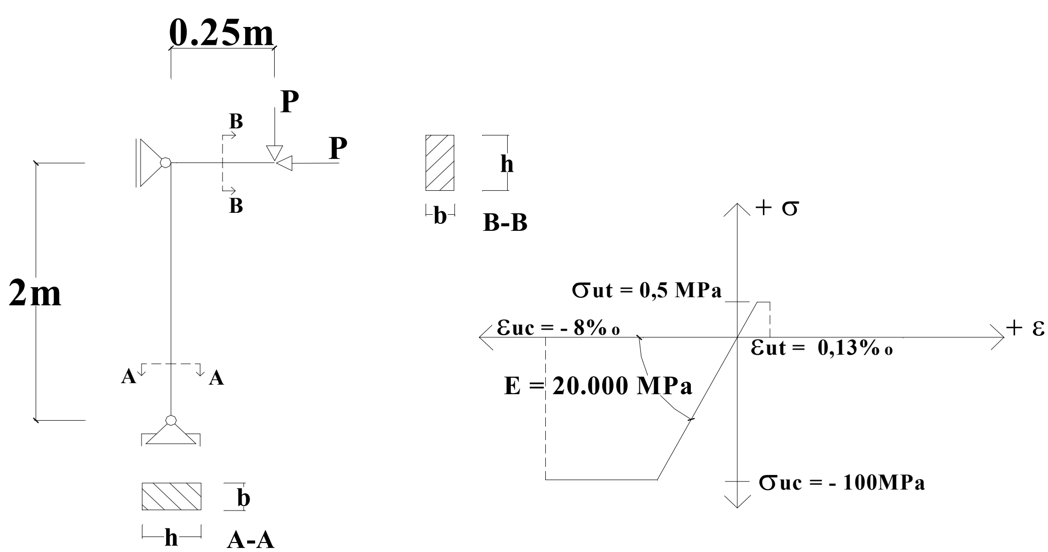
Para la estructura que como esquema se indica a continuación, se pide:
a.- Trazar los diagramas de funciones características
b.- Determinar el valor de la fuerza exterior **P última** que pueda aplicarse sobre la estructura
c.- Para la sección analizada en el punto anterior, trazar los diagramas de σ - ε



DATOS

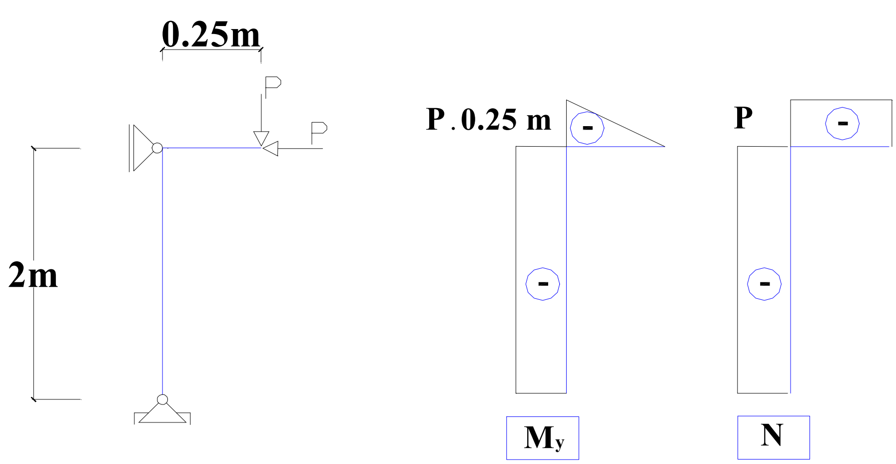
$KN := 10^3 \cdot N$ $\quad$ $MN := 10^6 N$ $\quad$ $MPa := \dfrac{MN}{m^2}$

$E := 20000MPa$ $\quad$ $b := 0.25m$ $\quad$ $h := 0.80 \cdot m$

$\varepsilon_{uT} := \dfrac{.13}{1000}$ $\quad$ $\sigma_{uT} := 0.5MPa$ $\quad$ $\varepsilon_{uC} := \dfrac{-8}{1000}$ $\quad$ $\sigma_{uC} := -100MPa$

$\varepsilon_{eT} := \dfrac{\sigma_{uT}}{E}$ $\quad$ $\varepsilon_{eT} = 2.5 \times 10^{-5}$ $\quad$ $\varepsilon_{eC} := \dfrac{\sigma_{uC}}{E}$ $\quad$ $\varepsilon_{eC} = -5 \times 10^{-3}$

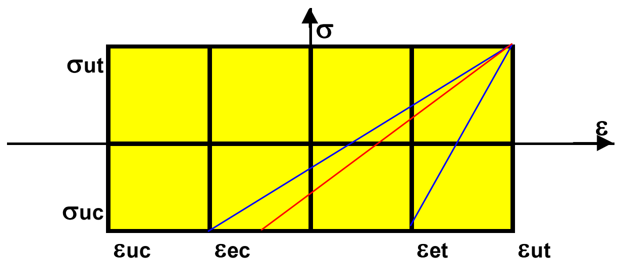
a.- Trazar los diagramas de funciones características



b.- Determinar el valor de la fuerza exterior **P última** que pueda aplicarse sobre la estructura

Determinamos Pu para material EPR

Planteamos que la solución de nuestro problema se presenta para un plano último con $\varepsilon_s := \varepsilon_{uT}$ y ε_i variable entre $\varepsilon_{eC} \geq \varepsilon_i \geq \varepsilon_{eT}$, siendo las expresiones de N_u y M_u validas dentro de este rango establecido.-

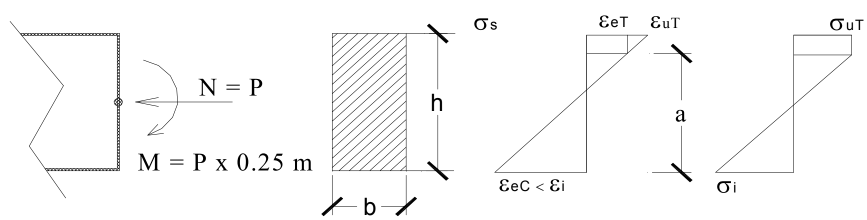


Comenzamos por plantear la determinación de las solicitaciones últimas N_u y M_u para el siguiente plano límite.-

adoptamos:

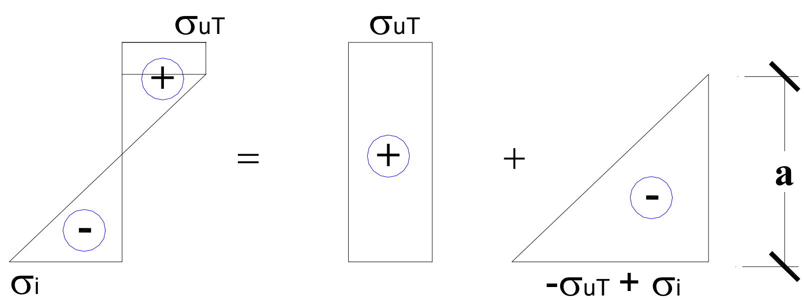
$\varepsilon_s := \varepsilon_{uT}$

$\varepsilon_i := 0$



calculamos $a := \dfrac{\varepsilon_{eT} - \varepsilon_i}{\varepsilon_{uT} - \varepsilon_i} \cdot .80\text{m}$ $a = 0.154\,\text{m}$

Para determinar las solicitaciones últimas trabajamos descomponiendo el diagrama de tensiones en la suma de dos diagramas.-



$$N_u := \sigma_{uT} \cdot .25m \cdot .80m + \frac{(\varepsilon_i \cdot E - \sigma_{uT}) \cdot .25m \cdot a}{2} \qquad N_u = 90.385 \cdot KN$$

$$M_u := \frac{(\varepsilon_i \cdot E - \sigma_{uT}) \cdot .25m \cdot a}{2} \cdot \left(0.40m - \frac{a}{3}\right) \qquad M_u = -3.353 \cdot KN \cdot m$$

$$e_x := \frac{M_u}{N_u} \qquad e_x = -0.037\,m$$

El valor de la excentricidad calculada para esta solicitación última, no coincide con la excentricidad de servicio.- Si ahora procuramos determinar el valor exacto de εi, debemos partir de considerar una hipótesis de crecimiento proporcional de cargas, con lo cual podemos determinar la excentricidad como:

$$e_{xx} := \frac{M_s}{N_s}$$

siendo M_s y N_s las solicitaciones caracteristicas máximas para la viga en estudio, en nuestro caso las solicitaciones correspondientes a la seccion del apoyo movil

Partimos de adoptar la carga P como:

$$P := 1KN \qquad M_s := .25 \cdot P \cdot m \qquad N_s := P$$

$$e_{xx} := \frac{M_s}{N_s} \qquad e_{xx} = 0.25\,m$$

siendo $M_{ux} := N_{ux} \cdot e_{xx}$ luego $0 := N_{ux} \cdot e_{xx} - M_{ux}$

$$a_x := \frac{\varepsilon_{eT} - \varepsilon_{ix}}{\varepsilon_{uT} - \varepsilon_{ix}} \cdot .80m$$

$$N_{ux} := \sigma_{uT} \cdot .25 \cdot m \cdot .80 \cdot m + \frac{(\varepsilon_{ix} \cdot E - \sigma_{uT}) \cdot .25 \cdot m \cdot a_x}{2}$$

$$M_{ux} := \frac{(\varepsilon_{ix} \cdot E - \sigma_{uT}) \cdot .25 \cdot m \cdot a_x}{2} \cdot \left(0.40 \cdot m - \frac{a_x}{3}\right)$$

$$N_{ux} \cdot e_{xx} - M_{ux} = 0 \text{ solve}, \varepsilon_{ix} \rightarrow \begin{pmatrix} -0.00029809695692861540751 \\ 0.000065477049892879132328 + 0.000044918055652970390423i \\ 0.000065477049892879132328 - 0.000044918055652970390423i \end{pmatrix}$$

Calculamos el Pu

Utilizamos εi determinado anteriormente $\qquad \varepsilon_{ix} := -(2.9809695692861540753 \cdot 10^{-4})$

$$a_x := \frac{\varepsilon_{eT} - \varepsilon_{ix}}{\varepsilon_{uT} - \varepsilon_{ix}} \cdot .80m \qquad a_x = 0.604\,m$$

$$N_u := \sigma_{uT} \cdot .25m \cdot .80m + \frac{(\varepsilon_{ix} \cdot E - \sigma_{uT}) \cdot .25m \cdot a_x}{2} \qquad N_u = -387.701 \cdot KN$$

$$M_u := \frac{(\varepsilon_{ix} \cdot E - \sigma_{uT}) \cdot .25m \cdot a_x}{2} \cdot \left(0.40m - \frac{a_x}{3}\right) \qquad M_u = -3.353 \cdot KN \cdot m$$

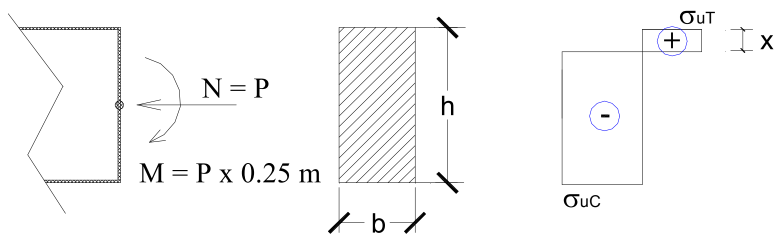
$$e_x := \frac{M_u}{N_u} \qquad e_x = 0.25\,m$$

$$P_{uR} := N_u \qquad P_{uR} = -387.701 \cdot KN$$

Determinamos Pu para material EPI

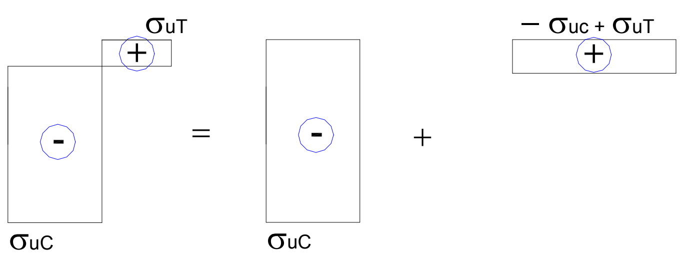
Comenzamos por plantear la determinación de las solicitaciones últimas N_u y M_u para el siguiente plano límite.- Adoptamos:

$$x := 0.08m$$



$$N_{uI} := \sigma_{uC} \cdot .25m \cdot (0.80m - x) + \sigma_{uT} \cdot .25m \cdot x \qquad N_{uI} = -1.799 \times 10^4 \cdot KN$$

Para determinar M_{uI} utilizamos un artilugio, descomponiendo el diagrama de tensiones en dos diagramas.- El primero genera momento flexor respecto del baricentro por ser un diagrama uniforme y con el segundo determinaremos el momento último



$$M_{uI} := (-\sigma_{uC} + \sigma_{uT}) \cdot .25m \cdot x \cdot \left[-.40(m) + \frac{x}{2}\right] \qquad M_{uI} = -723.6 \cdot KN \cdot m$$

$$e_{xI} := \frac{M_{uI}}{N_{uI}} \qquad e_{xI} = 0.04\,m$$

Determinamos el valor de x que genera una solicitación última con una excentricidad de 0.25 m, aplicando: $0 := N_{uxI} \cdot e_{xx} - M_{uxI}$

$$N_{uxI} := \sigma_{uC} \cdot .25m \cdot \left(0.80m - x_x\right) + \sigma_{uT} \cdot .25m \cdot x_x$$

$$M_{uxI} := \left(-\sigma_{uC} + \sigma_{uT}\right) \cdot .25 \cdot m \cdot x_x \cdot \left[-.40 \cdot (m) + \frac{x_x}{2}\right]$$

$$N_{uxI} \cdot e_{xx} - M_{uxI} = 0 \text{ solve}, x_x \rightarrow \begin{pmatrix} 0.80649297029337701562 \cdot m \\ 0.49350702970662298438 \cdot m \end{pmatrix}$$

$$x_{x1} := \left(\frac{13}{20} + \frac{1}{4020} \cdot \sqrt{395769}\right) \cdot m \qquad x_{x1} = 0.806\,m$$ se descarta

$$x_{x2} := \left(\frac{13}{20} - \frac{1}{4020} \cdot \sqrt{395769}\right) \cdot m \qquad x_{x2} = 0.494\,m$$

Determinamos las solicitaciones últimas para xx2

$$N_{uI2} := \sigma_{uC} \cdot .25m \cdot \left(0.80m - x_{x2}\right) + \sigma_{uT} \cdot .25m \cdot x_{x2} \qquad N_{uI2} = -7600.636 \cdot KN$$

$$M_{uI2} := \left(-\sigma_{uC} + \sigma_{uT}\right) \cdot .25m \cdot x_{x2} \cdot \left[-.40(m) + \frac{x_{x2}}{2}\right] \qquad M_{uI2} = -1900.159 \cdot KN \cdot m$$

$$e_{x2} := \frac{M_{uI2}}{N_{uI2}} \qquad e_{x2} = 0.25\,m$$

$$P_{uI} := N_{uI2} \qquad P_{uI} = -7.601 \times 10^3 \cdot KN$$

c.- Para la sección analizada en el punto anterior, trazar los diagramas de σ - ε

EPR

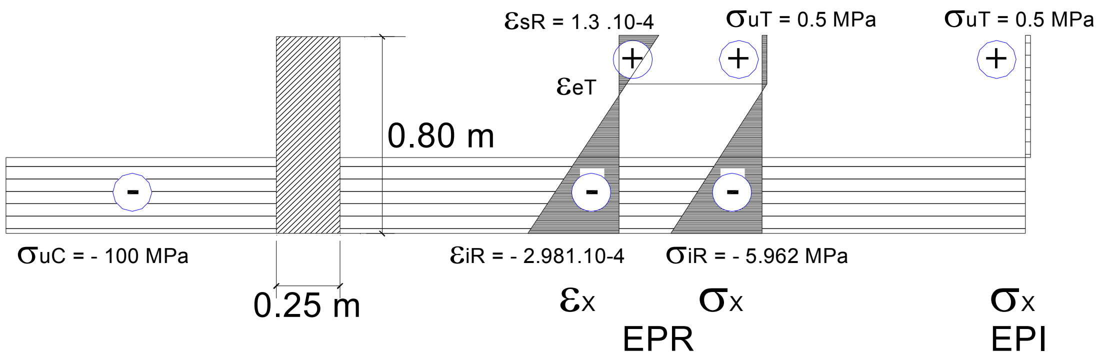
$$\varepsilon_{sR} := \varepsilon_{uT} \qquad \varepsilon_{sR} = 1.3 \times 10^{-4} \qquad \sigma_{sR} := \varepsilon_{eT} \cdot E \qquad \sigma_{sR} = 0.5 \cdot MPa$$

$$\varepsilon_{iR} := \varepsilon_{ix} \qquad \varepsilon_{iR} = -2.981 \times 10^{-4} \qquad \sigma_{iR} := \varepsilon_{iR} \cdot E \qquad \sigma_{iR} = -5.962 \cdot MPa$$

EPI

$$\sigma_{sI} := 0.5MPa$$

$$\sigma_{iI} := -100MPa$$



COMPARACION DE RESULTADOS

Los resultados obtenidos pueden ser comparados con los diagramas de interacción para sección rectangular con material elásto plástico real (EPR) e ideal (EPI) determinados a través de un programa elaborado por la catedra ejecutado en planilla de cálculo Excel, cuyo gráfico se adjunta.-