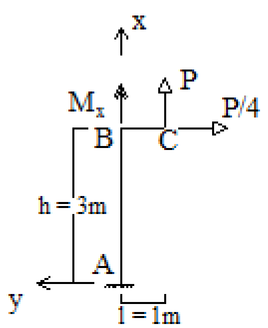
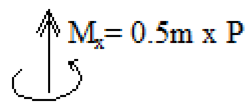
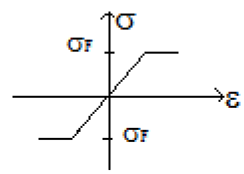
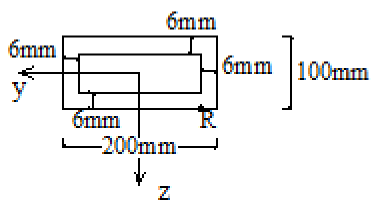
Para la estructura,que se esquematiza a continuación, se pide:
a.- Trazar los diagramas de características
b.- Trazar los diagramas de tensiones en función de **P**
c.- Cubo elemental de tensiones para el punto **R**
d.- Calcular la carga **Padm,** siendo la sección del empotramiento y el punto **R,** el más solicitado (supuesto), aplicando la TEORIA DE LA MAXIMA ENERGIA DE DISTORSION POR UNIDAD DE VOLUMEN
$|\sigma_F|$ = 240 MPA s = 1.6
e.- Determinar el corrimiento vertical del punto **C, considerando solo deformaciones por flexión**









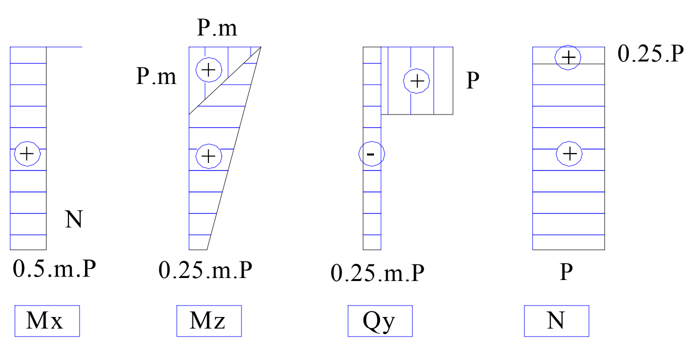
$E = 2 \times 10^5$ Mpa
$\mu = 0.3$

DATOS

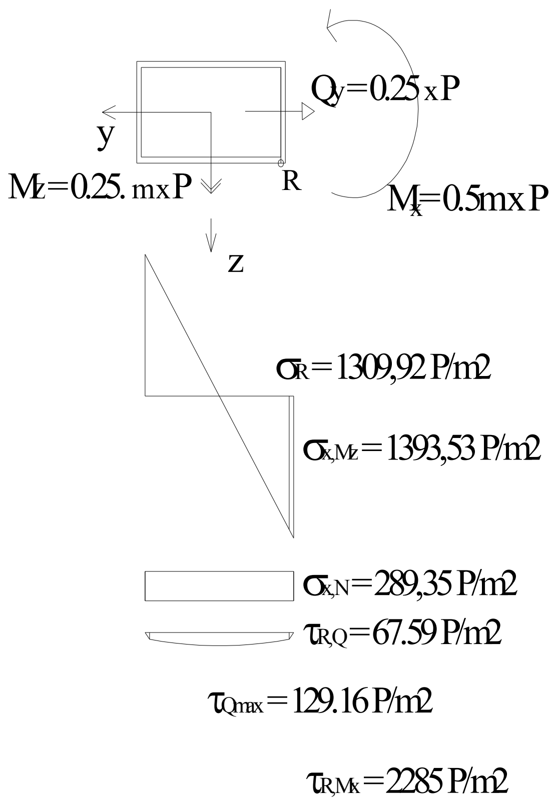
$KN := 10^3 N$ $MN := 10^3 KN$ $MPa := \frac{MN}{m^2}$

$b := 200mm$ $h := 100mm$ $t := 6mm$

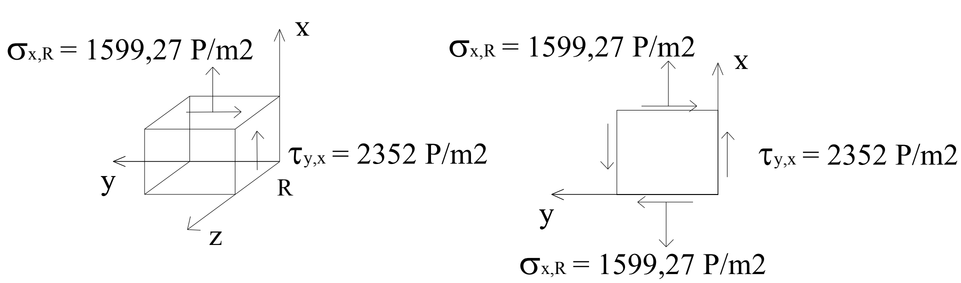
a.- Trazar los diagramas de características

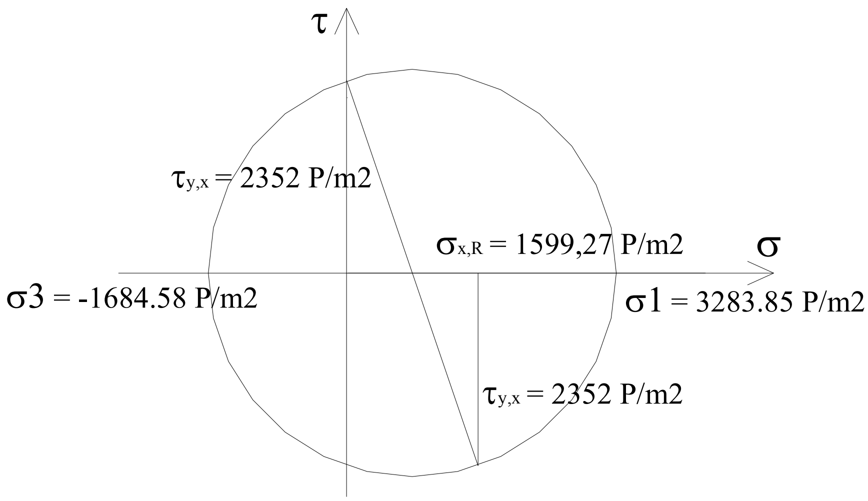


b.- Trazar los diagramas de tensiones en función de P



c.- Cubo elemental de tensiones para el punto R





d.- Calcular la carga **Padm,** siendo la sección del empotramiento y el punto **R,** el más solicitado (supuesto), aplicando la TEORIA DE LA MAXIMA ENERGIA DE DISTORSION POR UNIDAD DE VOLUMEN

Adoptamos un valor de P, para determinar por proporcionalidad el Padm

$$P := 1N$$

$$J_z := \frac{b^3 \cdot h}{12} - \frac{(b - 2\cdot t)^3 \cdot (h - 2\cdot t)}{12} \qquad J_z = 1.794\times 10^{-5}\, m^4$$

$$S := b\cdot h - (b - 2\cdot t)\cdot(h - 2t) \qquad S = 3.456\times 10^{-3}\, m^2$$

Determinamos la tensiones normales para el punto R

$$\sigma_x := \frac{P}{S} + \frac{0.25\cdot P\cdot m\cdot\left(\frac{b}{2} - t\right)}{J_z} \qquad \sigma_x = 1.599\times 10^3\cdot Pa$$

Determinamos la tensiones tangenciales por corte para el punto R

Calculamos el momento estático de la sección que resbala

$$S_z := h\cdot t\cdot\left(\frac{b}{2} - \frac{t}{2}\right) \qquad Q_y := 0.25\cdot P \qquad S_z = 0.058L$$

$$\tau_{RQ} := \frac{Q_y\cdot S_z}{2\cdot t\cdot J_z} \qquad \tau_{RQ} = 67.59\cdot Pa$$

Determinamos la tensión tangencial máxima por corte

$$S_{zmax} := \left[h\cdot t\cdot\left(\frac{b}{2} - \frac{t}{2}\right)\right] + 2\left(\frac{b}{2} - t\right)\cdot t\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{b}{2} - t\right) \qquad S_{zmax} = 0.111L$$

$$\tau_{Qmax} := \frac{Q_y\cdot S_{zmax}}{2\cdot t\cdot J_z} \qquad \tau_{Qmax} = 129.159Pa$$

Determinamos la tensiones tangenciales por torsión para el punto R

$Mx := 0.5 \cdot P \cdot m$ $\qquad$ $\Omega := (b - t) \cdot (h - t)$

$\tau_{RMx} := \dfrac{Mx}{2 \cdot t \cdot \Omega}$ $\qquad$ $\tau_{RMx} = 2.285 \times 10^3 \, Pa$

Resultando la tensión tangencial para el punto R

$\tau_{xy} := \tau_{RQ} + \tau_{RMx}$ $\qquad$ $\tau_{xy} = 2.352 \times 10^3 \, Pa$

Configuramos el tensor de tensiones para el punto R

$\sigma_x = 1.599 \times 10^3 \, Pa$ $\qquad$ $\tau_{xy} = 2.352 \times 10^3 \, Pa$

$\sigma_y := 0Pa$ $\qquad$ $\tau_{yz} := 0Pa$

$\sigma_z := 0Pa$ $\qquad$ $\tau_{xz} := 0Pa$

$$\Gamma := \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Determinamos el vector estado de tensión principal

$$\text{eigenvals}(\Gamma) = \begin{pmatrix} 3.284 \times 10^3 \\ -1.685 \times 10^3 \\ 0 \end{pmatrix} Pa$$

$\Gamma_p := \text{eigenvals}(\Gamma)$

$$\Gamma_p = \begin{pmatrix} 3.284 \times 10^3 \\ -1.685 \times 10^3 \\ 0 \end{pmatrix} Pa \qquad \sum \Gamma_p = 1.599 \times 10^3 \, Pa$$

Determinamos el vector tensor esférico

$$\Gamma_{pm} := \begin{pmatrix} \sigma_m \\ \sigma_m \\ \sigma_m \end{pmatrix} \qquad \sigma_m := \frac{\sum \Gamma_p}{3} \qquad \sigma_m = 533.114 Pa$$

Determinamos el vector tensor distorsión

$$\Gamma_{pdist} := \Gamma_p - \Gamma_{pm} \qquad \Gamma_{pdist} = \begin{pmatrix} 2.751 \times 10^3 \\ -2.218 \times 10^3 \\ -533.114 \end{pmatrix} Pa$$

Se procede a determinar la matriz de flexibilidad

$E := 2 \cdot 10^5 MPa$ $\qquad$ $\mu := 0.3$ $\qquad$ $G := \dfrac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$

$$F := \begin{pmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{E}$$

El trabajo de distorsión. igual a la energía de distorsión por unidad de volumen será

$$L_{dist} := \frac{1}{2}\cdot\Gamma_{pdist}{}^{T}\cdot F\cdot\Gamma_{pdist} \qquad L_{dist} = 4.151\times 10^{-5}\,Pa$$

Considerando para un estado simple la misma determinación

$$\sigma_F := 240MPa \qquad \nu_s := 1.6 \qquad \sigma_{adm} := \frac{\sigma_F}{\nu_s}$$

$$\sigma_{xf} := \sigma_F \qquad \tau_{xyf} := 0.MPa$$

$$\sigma_{yf} := 0.MPa \qquad \tau_{yzf} := 0.MPa$$

$$\sigma_{zf} := 0.MPa \qquad \tau_{zxf} := 0.MPa$$

$$\Gamma_f := \begin{pmatrix} \sigma_{xf} & \tau_{xyf} & \tau_{zxf} \\ \tau_{xyf} & \sigma_{yf} & \tau_{yzf} \\ \tau_{zxf} & \tau_{yzf} & \sigma_{zf} \end{pmatrix} \qquad \Gamma_{pf} := \mathrm{eigenvals}\left(\Gamma_f\right) \qquad \Gamma_{pf} = \begin{pmatrix} 240 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot MPa$$

Determinamos el vector tensor esférico

$$\sigma_{mf} := \frac{\sum \Gamma_{pf}}{3} \qquad \sigma_{mf} = 80\cdot MPa$$

$$\Gamma_{pmf} := \begin{pmatrix} \sigma_{mf} \\ \sigma_{mf} \\ \sigma_{mf} \end{pmatrix}$$

Determinamos el vector tensor distorsión

$$\Gamma_{pdistf} := \Gamma_{pf} - \Gamma_{pmf} \qquad \Gamma_{pdistf} = \begin{pmatrix} 160 \\ -80 \\ -80 \end{pmatrix}\cdot MPa$$

El trabajo de distorsión. igual a la energía de distorsión por unidad de volumen será

$$L_{distf} := \frac{1}{2}\cdot\Gamma_{pdistf}{}^{T}\cdot F\cdot\Gamma_{pdistf} \qquad L_{distf} = 0.125\,MPa$$

$$Rf := \left|L_{distf}\right| \qquad Rf = 1.248\times 10^{5}\,Pa$$

Determinamos la constante de proporcionalidad que nos permita calcular el Padm

Considero tres posible alternativas respecto del coeficiente de seguridad

Alternativa n°1

$$k_1 := \sqrt{\frac{Rf}{L_{dist} \cdot \nu_s}} \qquad k_1 = 4.335 \times 10^4 \qquad P_{1adm} := k_1 \cdot P \qquad P_{1adm} = 43.347 \cdot KN$$

$$\text{eigenvals}(\Gamma) = \begin{pmatrix} 3.284 \times 10^3 \\ -1.685 \times 10^3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Pa \qquad \text{eigenvals}(\Gamma) \cdot k_1 = \begin{pmatrix} 142.364 \\ -73.038 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot MPa$$

Esta alternativa plantea la raiz cuadrada del coeficiente de seguridad, es incorrecta

Alternativa n°2

$$k_2 := \sqrt{\frac{Rf}{L_{dist}}} \qquad k_2 = 5.483 \times 10^4 \qquad P_R := k_2 \cdot P \qquad P_{2adm} := \frac{k_2}{\nu_s} \cdot P \qquad P_{2adm} = 34.268 \, KN$$

$$\text{eigenvals}(\Gamma) = \begin{pmatrix} 3.284 \times 10^3 \\ -1.685 \times 10^3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Pa \qquad \text{eigenvals}(\Gamma) \frac{k_2}{\nu_s} = \begin{pmatrix} 112.549 \\ -57.742 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot MPa$$

Alternativa n°3

$$\sigma_{xa} := \frac{\sigma_F}{\nu_s} \qquad \tau_{xya} := 0.MPa$$

$$\sigma_{ya} := 0.MPa \qquad \tau_{yza} := 0.MPa$$

$$\sigma_{za} := 0.MPa \qquad \tau_{zxa} := 0.MPa$$

$$\Gamma_a := \begin{pmatrix} \sigma_{xa} & \tau_{xya} & \tau_{zxa} \\ \tau_{xya} & \sigma_{ya} & \tau_{yza} \\ \tau_{zxa} & \tau_{yza} & \sigma_{za} \end{pmatrix} \qquad \Gamma_{pa} := \text{eigenvals}(\Gamma_a) \qquad \Gamma_{pa} = \begin{pmatrix} 150 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot MPa$$

Determinamos el vector tensor esférico

$$\sigma_{ma} := \frac{\sum \Gamma_{pa}}{3} \qquad \sigma_{ma} = 50 \cdot MPa \qquad \Gamma_{pma} := \begin{pmatrix} \sigma_{ma} \\ \sigma_{ma} \\ \sigma_{ma} \end{pmatrix}$$

Determinamos el vector tensor distorsión

$$\Gamma_{pdista} := \Gamma_{pa} - \Gamma_{pma} \qquad \Gamma_{pdista} = \begin{pmatrix} 100 \\ -50 \\ -50 \end{pmatrix} \cdot MPa$$

El trabajo de distorsión. igual a la energía de distorsión por unidad de volumen será

$$L_{dista} := \frac{1}{2}\cdot\Gamma_{pdista}{}^{T}\cdot F\cdot\Gamma_{pdista}$$

$$L_{dista} = 0.049\,MPa$$

$$Ra := \left|L_{dista}\right| \qquad Ra = 4.875\times 10^{4}\,Pa$$

$$k_3 := \sqrt{\frac{Ra}{L_{dist}}} \qquad k_3 = 3.427\times 10^{4} \qquad P_{3adm} := k_3\cdot P \qquad P_{3adm} = 34.268\,KN$$

$$\mathrm{eigenvals}(\Gamma) = \begin{pmatrix} 3.284\times 10^{3} \\ -1.685\times 10^{3} \\ 0 \end{pmatrix}\cdot Pa \qquad \mathrm{eigenvals}(\Gamma)\,k_3 = \begin{pmatrix} 112.549 \\ -57.742 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot MPa$$

Determinemos la relación entre **F** y **F**
Consideramos un estado de corte puro

$$\sigma_{xc} := 0.MPa \qquad \tau_{xyc} := \sigma_F$$

$$\sigma_{yc} := 0.MPa \qquad \tau_{yzc} := 0.MPa$$

$$\sigma_{zc} := 0.MPa \qquad \tau_{zxc} := 0.MPa$$

$$\Gamma_c := \begin{pmatrix} \sigma_{xc} & \tau_{xyc} & \tau_{zxc} \\ \tau_{xyc} & \sigma_{yc} & \tau_{yzc} \\ \tau_{zxc} & \tau_{yzc} & \sigma_{zc} \end{pmatrix} \qquad \Gamma_{pc} := \mathrm{eigenvals}\left(\Gamma_c\right) \qquad \Gamma_{pc} = \begin{pmatrix} 240 \\ -240 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot MPa$$

Determinamos el vector tensor esférico

$$\sigma_{mc} := \frac{\sum \Gamma_{pc}}{3} \qquad \sigma_{mc} = 1.987\times 10^{-14}\cdot MPa \qquad \Gamma_{pmc} := \begin{pmatrix} \sigma_{mc} \\ \sigma_{mc} \\ \sigma_{mc} \end{pmatrix}$$

Determinamos el vector tensor distorsión

$$\Gamma_{pdistc} := \Gamma_{pc} - \Gamma_{pmc} \qquad \Gamma_{pdistc} = \begin{pmatrix} 240 \\ -240 \\ -1.987\times 10^{-14} \end{pmatrix}\cdot MPa$$

El trabajo de distorsión. igual a la energía de distorsión por unidad de volumen será

$$L_{distc} := \frac{1}{2}\cdot\Gamma_{pdistc}{}^{T}\cdot F\cdot\Gamma_{pdistc} \qquad L_{distc} = 0.374\,MPa$$

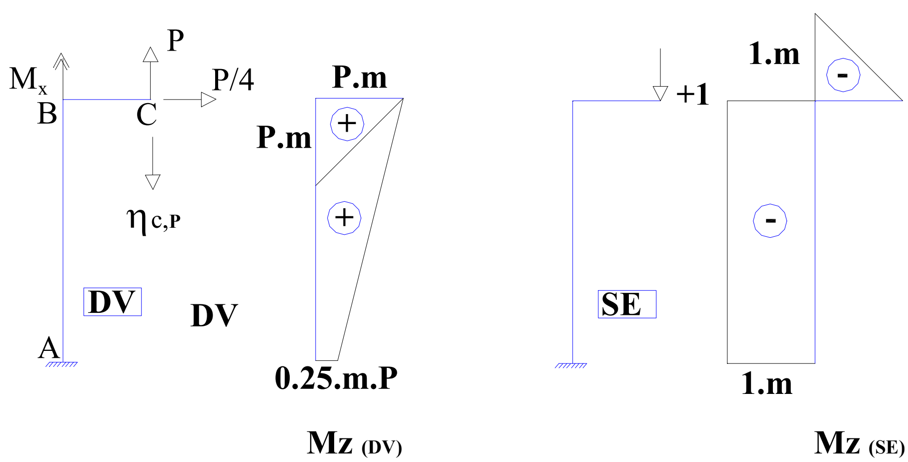
$$Rc := \left|L_{distc}\right| \qquad Rc = 3.744\times 10^{5}\,Pa$$

Determinamos la relación entre el trabajo de distorsión debido al ensayo simple de tracción y el estado de corte puro

$$k_c := \sqrt{\frac{Rf}{Rc}} \qquad k_c = 0.577 \qquad \tau_F := k_c\cdot\sigma_F \qquad \tau_F = 138.564\,MPa$$

d.- Determinar el corrimiento vertical del punto C, considerando solo deformaciones por flexión

Aplicamos el teorema de la fuerza unitaria



siendo: $P_{2adm} = 34.268\,KN$

$$\eta_{CP} := \frac{1}{E\cdot J_z}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(.25\cdot m\cdot P_{2adm} + P_{2adm}\cdot m\right)\cdot(-1\cdot m)\cdot 3m + \frac{1}{3}\cdot P_{2adm}\cdot m\cdot(-1m)\cdot 1m\right]$$

$$\eta_{CP} = -2.109\,cm$$