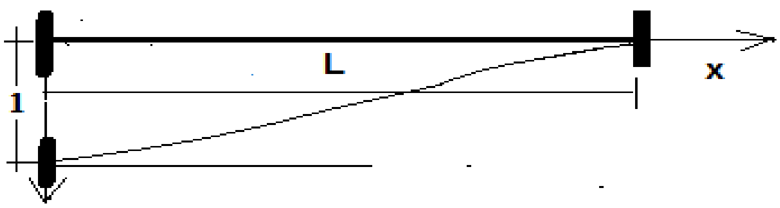
Resolvemos por Integración de la Ecuación Diferencial de la Linea Elástica de Primer Orden:

Existen dos posibles caminos para la solución de estos problemas:

1- Por integración de la ecuación diferencial de la línea elástica (Solución habitualmente desarrollada en la bibliografía), resolviendo esta por integrales sucesivas hasta la función de la elástica. Las constantes de integración, que son cuatro por ser de cuarto orden la ecuación diferencial, se obtienen por el planteo de las condiciones de borde del problema.

2- Por derivación (derivadas sucesivas) de la Solución General de la ecuación diferencial, siendo esta la suma de la homogénea más una particular. En este caso la solución de la homogénea será un función polinómica de tercer grado.
Este será el camino que utilizaremos para resolver el problema, obteniendo las cuatro constantes de las condiciones de borde del mismo. Método que se utilizó en EIII para resolver vigas hiperestáticas sencillas (cuyos resultados están tabulados y se utilizan para resolver estructuras hiperestáticas por el Métodos de las Incógnitas Cinemáticas.

Se recomienda ver y resolver en forma optativa los ejercicios que figuran en el Campus como problema o Ejercicios Propuestos, siendo el archivo correspondiente a Trabajos Prácticos Complementarios de EII de Elásticas.



Unidades Homogéneas: KN, m

$L := 5$ $q := 25$ $E := 25000000$ $b := 0.15$ $h := 0.6$ (Sección Rectangular de Hº Aº)

$J := b\cdot\frac{h^3}{12}$ $J = 2.7\times 10^{-3}$ $L := L$ $q := q$ $E := E$ $J := J$

$$\boxed{\frac{d^4}{dx^4}(v(x)) = \frac{q}{E\cdot J}}$$ (Ecuación Diferencial de la Línea Elástica en 1° Orden)

$$\boxed{\frac{d^4}{dx^4}(v(x)) = 0}$$

Solución General de La Ecuación Diferencial:

$vh(x) = A\cdot x^3 + B\cdot x^2 + Cx + D$ **S. de la Homogénea** $vp(x) := 0$ **S. Particular**

$$v(x) = vh(x) + vp(x)$$

$$\boxed{v(x) = A\cdot x^3 + B\cdot x^2 + Cx + D}$$

Condiciones de Borde:

$v(0) = 1 \quad \frac{d}{dx}v(0) = 1 \quad v(L) = 0 \quad \frac{d}{dx}v(L) = 0 \quad \frac{d^2}{dx^2}v(x) = \frac{-M(x)}{E\cdot J} \quad M(x) = -E\cdot J\cdot\frac{d^2}{dx^2}v(x)$

$v(x) = A\cdot x^3 + B\cdot x^2 + Cx + D$

$D := 1$

$\frac{d}{dx}v(x) = 3\cdot A\cdot x^2 + 2\cdot B\cdot x + C$

$C := 0$

$\frac{d^2}{dx^2}v(x) = 6\cdot A\cdot x + 2\cdot B$

$\frac{d^3}{dx^3}v(x) = 6\cdot A$

$\frac{d^4}{dx^4}v(x) = 0$

$A := 0 \qquad B := 0$

Given

$0 = A\cdot L^3 + B\cdot L^2 + 1$

$0 = 3\cdot A\cdot L^2 + 2\cdot B\cdot L$

$\mathrm{Find}(A,B) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{2}{L^3} \\ -\frac{3}{L^2} \end{pmatrix}$

$A := \frac{2}{L^3} \qquad B := -\frac{3}{L^2} \qquad D := 1$

$\boxed{v(x) := \frac{2}{L^3}\cdot x^3 + -\frac{3}{L^2}\cdot x^2 + 1}$

$M(x) := -E\cdot J\cdot\frac{d^2}{dx^2}v(x)$

$M(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{6\cdot E\cdot J\cdot(L - 2\cdot x)}{L^3}$

$\boxed{M(x) := \frac{6\cdot E\cdot J\cdot(L - 2\cdot x)}{L^3}}$

$Q(x) := \frac{d}{dx}M(x) \rightarrow \frac{12\cdot E\cdot J}{L^3}$

$\frac{d}{dx}v(x) \rightarrow \frac{6\cdot x^2}{L^3} - \frac{6\cdot x}{L^2}$

$\boxed{Q(x) := \frac{12\cdot E\cdot J}{L^3}}$

1º Orden:

$$M(x) := \frac{6 \cdot E \cdot J \cdot (L - 2 \cdot x)}{L^3} \qquad Q(x) := \frac{12 \cdot E \cdot J}{L^3}$$

$x := 0 \qquad M(x) = 1.62 \times 10^4 \qquad Q(x) = 6.48 \times 10^3$

$x := L \qquad M(x) = -1.62 \times 10^4 \qquad Q(x) = 6.48 \times 10^3$

$x := \frac{L}{2} \qquad M(x) = 0 \qquad Q(x) = 6.48 \times 10^3$

$x := \frac{L}{4} \qquad M(x) = 8.1 \times 10^3 \qquad Q(x) = 6.48 \times 10^3$

$v\left(\frac{L}{2}\right) = 0.5 \qquad v\left(\frac{L}{4}\right) = 0.844$

$$v(x) := \frac{2}{L^3} \cdot x^3 + -\frac{3}{L^2} \cdot x^2 + 1$$

$x := 0, 0.1 .. L \qquad EB(x) := 0$

EB= eje baricéntrico de viga