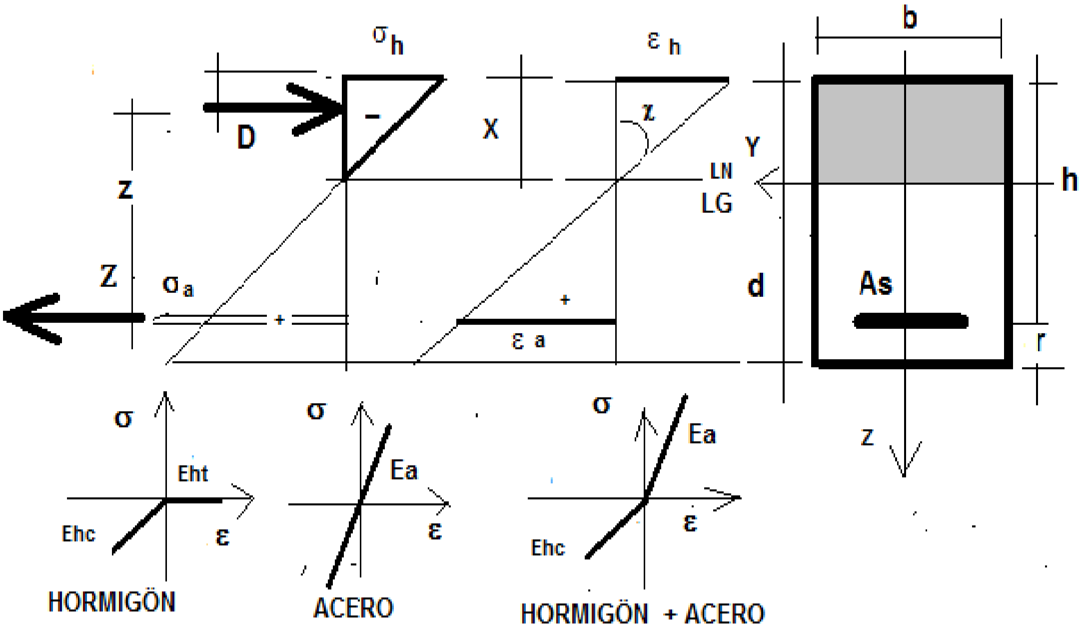
Ejemplo; Problema de flexión simple de secciones con distinto material (H°A°):
Se plantean dos **métodos para la solución del problema** y que es la obtención del **momento admisible** de una sección de H°A° en flexión simple.
A) El problema encarado con el concepto de Sección Homogénea para el planteo de las ecuaciones de equivalencia, que también agregamos.
B) Método Alternativo: planteo de las Ecuaciones de Equivalencia sin Homogeneizar

En el esquema de la figura se observa el diagrama de tensiones en el H° en compresión (sección activa) y del acero en zona inactiva del H° o sea en tracción con el diagrama de deformaciooners específicas según la hipótesis de B.N.. También se representa los diagramas de σ-ε correspondientes a los materiales que componen la sección transversal.



De las ecuaciones de equivalencia obtenemos la ubicación de la Linea Neutra y la expresión de **cálculo del momento admisible para la falla del H° o del A° en Período Elástico a partir de los valortes de resistencia de ambos materiales-**
El momento admisible será el menor de los dos. Se advierte que según los datos del problema puede surgir que la falla ocurra en ambos materiales simultáneamente con el menor de los momentos admisibles obtenidos.

Datos del Problema: **Unidades Homogéneas KN, cm,**

$d := 50$ $\quad r := 5$ $\quad h := d - r$ $\quad h = 45$ $\quad b := 20$ $\quad \sigma maxh := 2$ $\quad \sigma maxa := 24$

$As := 8$ $\quad$ (4□16, □16=2 cm2) $\quad Ea := 20000$ $\quad Eh := 2500$ $\quad na := \frac{Ea}{Eh}$

Ecuaciones de Equivalencia:

$nh := 1$

1) $N = \int \sigma x \, dF = 0 = Eh \cdot \chi \cdot Ssh$ $\qquad$ 1) $\boxed{Ssh = 0}$

2) $M = \int \sigma x \cdot z \, dF = Eh \cdot \chi \cdot Jsh$ $\qquad$ 2) $\boxed{M = Eh \cdot \chi \cdot Jsh}$

A) Método Explicado en clase(Sección Homogenea): **χ= ángulo de rotación específica por flexión**
vn= distancia de la fibra del material donde calculamos la tensión real al eje neutro baricéntrico.

$$\varepsilon i = \chi \cdot vn \qquad \varepsilon i = \frac{\sigma i}{Ei} \qquad \chi = \frac{\sigma i}{Ei \cdot vn} \qquad \chi = \frac{M}{Eh \cdot Jsh} \qquad ni = \frac{Ei}{Eh}$$

$na = 8$

$$\frac{\sigma i}{Ei \cdot vn} = \frac{M}{Eh \cdot Jsh}$$

$$\sigma i = Ei \cdot \frac{M}{(Eh \cdot Jsh)} \cdot vn \qquad \boxed{\sigma i = ni \cdot \frac{M}{Jsh} \cdot vn}$$

(Expresión general para el diagrama de tensiones reales)

Ecuaciones que surgen del planteo de las de Equivalencia:
(ver nomenclatura de figura de análisis.)

1) $\boxed{Sh + na \cdot Sa = 0}$ $\qquad -b \cdot \frac{X^2}{2} + na \cdot As \cdot (h - X) = 0 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{4 \cdot \sqrt{466}}{5} - \frac{16}{5} \\ -\frac{4 \cdot \sqrt{466}}{5} - \frac{16}{5} \end{pmatrix}$

2) $\boxed{\sigma i = ni \cdot \frac{M}{Jsh} \cdot vn}$ $\qquad Jsh = b \cdot \frac{X^3}{12} + b \cdot \frac{X^3}{4} + na \cdot As \cdot (h - X)^2 \rightarrow Jsh = \frac{20 \cdot X^3}{3} + 64 \cdot (X - 45)^2$

$$X := \frac{4 \cdot \sqrt{466}}{5} - \frac{16}{5} \qquad \boxed{X = 14.07} \qquad Jsh := \frac{20 \cdot X^3}{3} + 64 \cdot (X - 45)^2$$

$$Jsh = 7.98 \times 10^4 \qquad As = 8 \qquad vn := X$$

$$Madh := \sigma maxh \cdot \frac{Jsh}{vn} \qquad \boxed{Madh = 1.134 \times 10^4}$$

$$\sigma h := nh \cdot \frac{Madh}{Jsh} \cdot vn \qquad \boxed{\sigma h = 2} \qquad \sigma a := na \cdot \frac{Madh}{Jsh} \cdot (h - X) \qquad \boxed{\sigma a = 35.174}$$

(falla el hormigón y el acero)

$$vn := h - X$$

$$Mada := \sigma maxa \cdot \frac{Jsh}{na \cdot vn} \qquad \boxed{Mada = 7.74 \times 10^3}$$

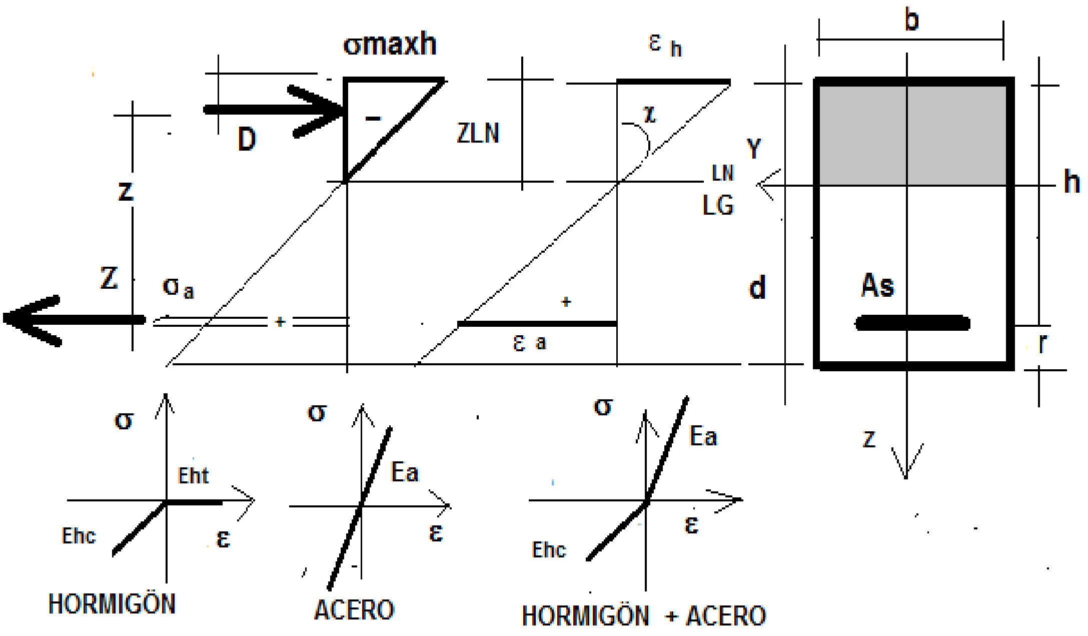
$$\sigma h := nh \cdot \frac{Mada}{Jsh} \cdot X \qquad \boxed{\sigma h = 1.365} \qquad \sigma a := na \cdot \frac{Mada}{Jsh} \cdot (h - X) \qquad \boxed{\sigma a = 24}$$

(falla el acero para el máximo momento por resistencia del acero)

El menor de los dos es el admisible por lo tanto será el Mada

B) Método Alternativo :

a) Ecuaciones de Equivalencia para determinar Momento admisible por falla del H°:



1) $-D + Z = 0$ $\qquad Z = \sigma a \cdot As \qquad \sigma h := \sigma maxh$

2) $M = D \cdot z$ $\qquad D = \frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \qquad z = h - \frac{ZLN}{3}$

1) $\frac{-(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b + \sigma a \cdot As = 0$ **(z= brazo elástico del momento interno)**

2) $Madh = \frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$ $\qquad Ma = \sigma a \cdot As \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$ $\qquad$ 3) $Madh = Ma$

3) $\frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right) = \sigma a \cdot As \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$

b) Ecuación de compatibilidad de Deformación:

$$\frac{h}{\varepsilon h + \varepsilon a} = \frac{ZLN}{\varepsilon h}$$

c) Relación Tensión Deformación:

$\sigma h = Eh \cdot \varepsilon h \qquad \sigma a = Ea \cdot \varepsilon a \qquad \varepsilon h = \frac{\sigma h}{Eh} \qquad \varepsilon a = \frac{\sigma a}{Ea}$

Resolvemos el sistema siguiente: previamente reemplazando en b) las relaciones de c)

$$ZLN := 0 \qquad Madh := 0 \qquad \sigma a := 0$$

Given

$$\frac{-(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b + \sigma a \cdot As = 0$$

$$\frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right) = \sigma a \cdot As \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$$

$$\frac{h}{\frac{\sigma h}{Eh} + \frac{\sigma a}{Ea}} = \frac{ZLN}{\frac{\sigma h}{Eh}} \qquad Madh = \frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$$

$$\boxed{Find(ZLN, Madh, \sigma a) = \begin{pmatrix} 14.07 \\ 1.134 \times 10^{4} \\ 35.174 \end{pmatrix}}$$

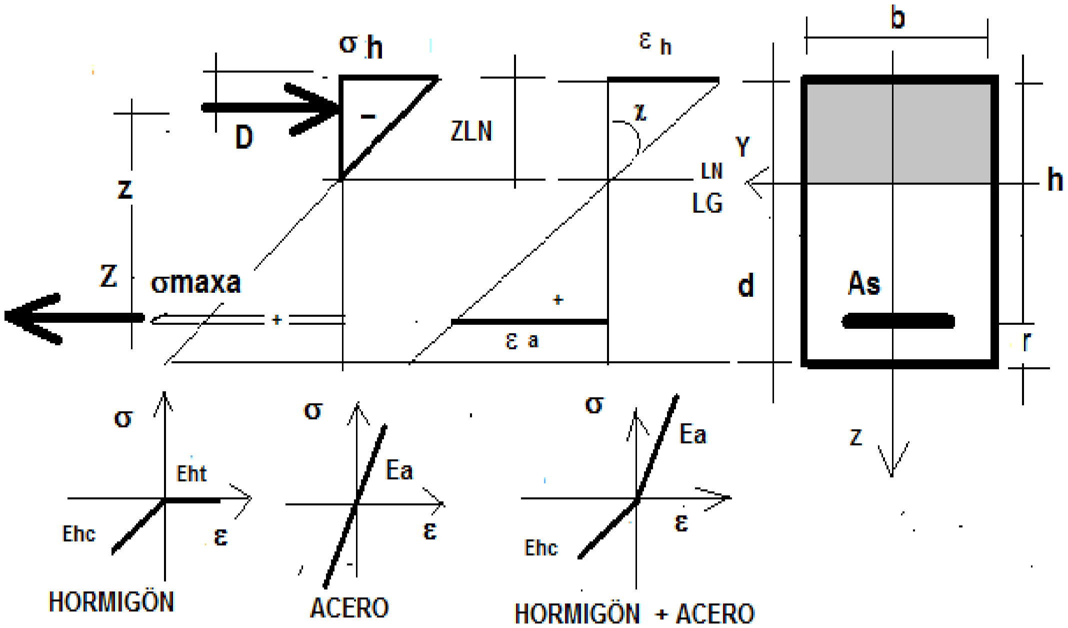
(Igual Resultado que el método anterior)

$$\boxed{ZLN := 14.07} \qquad \boxed{Madh := 1.134 \times 10^{4}} \qquad \boxed{\sigma a := 35.174}$$

$$nh := 1 \qquad vn := ZLN \qquad \boxed{\sigma h := nh \cdot \frac{Madh}{Jsh} \cdot vn = 2}$$

(falla el acero y el hormigón para el máximo momento por resistencia del hormigón)

a) Ecuaciones de Equivalencia para determinar Momento admisible por falla del A°:



1) $-D + Z = 0$ $\qquad Z = \sigma maxa \cdot As \qquad \sigma a := \sigma maxa$

2) $M = D \cdot z$ $\qquad D = \frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \qquad z = h - \frac{ZLN}{3}$

(z= brazo elástico del momento interno)

1) $\frac{-(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b + \sigma maxa \cdot As = 0$

2) $Mh = \frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$ $\qquad Mada = \sigma a \cdot As \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$ $\qquad$ 3) $Mada = Mh$

3) $\frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right) = \sigma a \cdot As \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$

b) Ecuación de compatibilidad de Deformación:

$$\frac{h}{\varepsilon h + \varepsilon a} = \frac{ZLN}{\varepsilon h}$$

c) Relación Tensión Deformación:

$\sigma h = Eh \cdot \varepsilon h \qquad \sigma a = Ea \cdot \varepsilon a \qquad \varepsilon h = \frac{\sigma h}{Eh} \qquad \varepsilon a = \frac{\sigma a}{Ea}$

Resolvemos el sistema siguiente:previamente reemplazando en b) las relaciones de c)

$ZLN := 0 \qquad Mada := 0 \qquad \sigma h := 0$

Given

$$\frac{-(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b + \sigma a \cdot As = 0$$

$$\frac{(\sigma h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right) = \sigma a \cdot As \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$$

$$\frac{h}{\frac{\sigma h}{Eh} + \frac{\sigma a}{Ea}} = \frac{ZLN}{\frac{\sigma h}{Eh}} \qquad Mada = \sigma a \cdot As \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3}\right)$$

$$\mathrm{Find}(ZLN, Mada, \sigma h) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{4\cdot\sqrt{466}}{5} - \frac{16}{5} & -\frac{4\cdot\sqrt{466}}{5} - \frac{16}{5} \\ \frac{44224}{5} - \frac{256\cdot\sqrt{466}}{5} & \frac{256\cdot\sqrt{466}}{5} + \frac{44224}{5} \\ \frac{4\cdot\sqrt{466}}{75} + \frac{16}{75} & \frac{16}{75} - \frac{4\cdot\sqrt{466}}{75} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14.07 & -20.47 \\ 7.74\times 10^3 & 9.95\times 10^3 \\ 1.365 & -0.938 \end{pmatrix}$$

$\boxed{ZLN := 14.07} \qquad \boxed{Mada := 7.74\times 10^3} \qquad \boxed{\sigma h := 1.365}$

$vn := h - ZLN \qquad \boxed{\sigma a := na \cdot \frac{Mada}{Jsh} \cdot vn = 24.001}$

$vn := ZLN \qquad \boxed{\sigma h := nh \cdot \left(\frac{Mada}{Jsh} \cdot vn\right) = 1.365}$

(falla el acero para el máximo momento por resistencia del acero)

El menor de los dos es el admisible por lo tanto será el Mada