

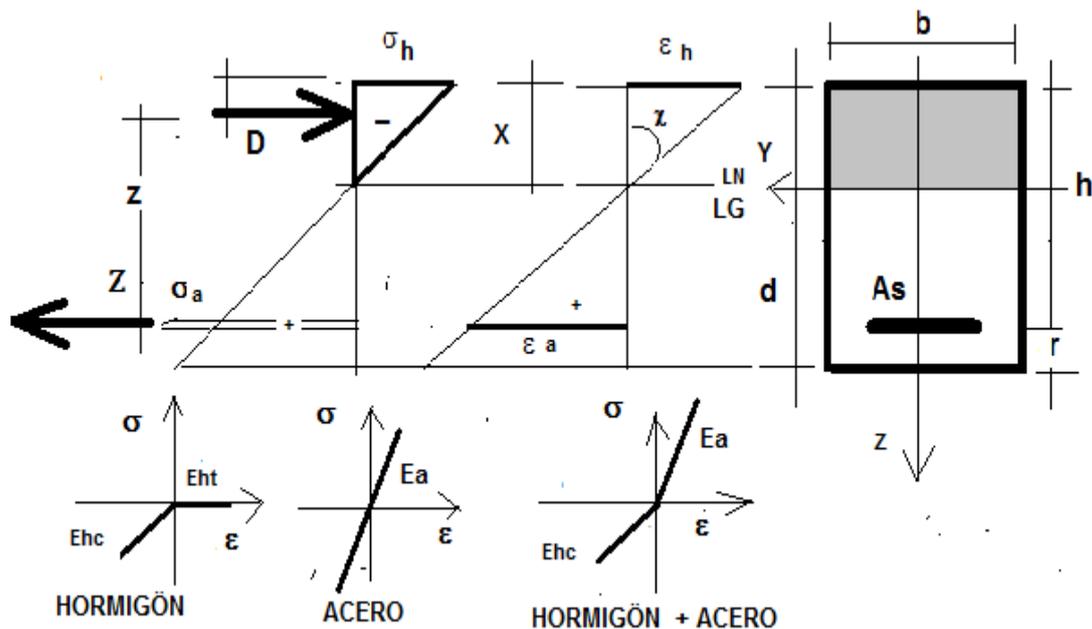
Ejemplo; Problema de flexión simple de secciones con distinto material (H°A°):

Se plantean dos métodos para la solución del problema y que es la obtención del momento admisible de una sección de H°A° en flexión simple.

A) El problema encarado con el concepto de Sección Homogénea para el planteo de las ecuaciones de equivalencia, que también agregamos.

B) Método Alternativo: planteo de las Ecuaciones de Equivalencia sin Homogeneizar

En el esquema de la figura se observa el diagrama de tensiones en el H° en compresión (sección activa) y del acero en zona inactiva del H° o sea en tracción con el diagrama de deformaciones específicas según la hipótesis de B.N.. También se representa los diagramas de σ - ϵ correspondientes a los materiales que componen la sección transversal.



De las ecuaciones de equivalencia obtenemos la ubicación de la Línea Neutra y la expresión de cálculo del momento admisible para la falla del H° o del A° en Periodo Elástico a partir de los valores de resistencia de ambos materiales-

El momento admisible será el menor de los dos. Se advierte que según los datos del problema puede surgir que la falla ocurra en ambos materiales simultáneamente con el menor de los momentos admisibles obtenidos.

Datos del Problema: Unidades Homogéneas KN, cm,

$d := 40$ $r := 5$ $h := d - r$ $h = 35$ $b := 15$ $\sigma_{maxh} := 2$ $\sigma_{maxa} := 24$
 $As := 8$ $(4 \square 16, \square 16 = 2 \text{ cm}^2)$ $Ea := 20000$ $Eh := 2500$ $na := \frac{Ea}{Eh}$

Ecuaciones de Equivalencia:

$$1) \quad N = \int \sigma_x dF = 0 = Eh \cdot \chi \cdot S_{sh} \quad 1) \quad S_{sh} = 0$$

$$2) \quad M = \int \sigma_x \cdot z dF = Eh \cdot \chi \cdot J_{sh} \quad 2) \quad M = Eh \cdot \chi \cdot J_{sh}$$

$nh := 1$

A) Método Explicado en clase (Sección Homogenea): χ = ángulo de rotación específica por flexión

v_n = distancia de la fibra del material donde calculamos la tensión real al eje neutro baricéntrico.

$$\epsilon_i = \chi \cdot v_n \quad \epsilon_i = \frac{\sigma_i}{E_i} \quad \chi = \frac{\sigma_i}{E_i \cdot v_n} \quad \chi = \frac{M}{E_h \cdot J_{sh}} \quad n_i = \frac{E_i}{E_h}$$

$$n_a = 8 \quad \frac{\sigma_i}{E_i \cdot v_n} = \frac{M}{E_h \cdot J_{sh}}$$

$$\sigma_i = E_i \cdot \frac{M}{(E_h \cdot J_{sh})} \cdot v_n \quad \sigma_i = n_i \cdot \frac{M}{J_{sh}} \cdot v_n$$

(Expresión general para el diagrama de tensiones reales)

Ecuaciones que surgen del planteo de las de Equivalencia:
(ver nomenclatura de figura de análisis.)

$$1) \quad \sigma_h + n_a \cdot \sigma_a = 0 \quad -b \cdot \frac{X^2}{2} + n_a \cdot A_s \cdot (h - X) = 0 \quad \text{solve} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{8 \cdot \sqrt{1114}}{15} - \frac{64}{15} \\ -\frac{8 \cdot \sqrt{1114}}{15} - \frac{64}{15} \end{pmatrix}$$

$$2) \quad \sigma_i = n_i \cdot \frac{M}{J_{sh}} \cdot v_n \quad J_{sh} = b \cdot \frac{X^3}{12} + b \cdot \frac{X^3}{4} + n_a \cdot A_s \cdot (h - X)^2 \rightarrow J_{sh} = 5 \cdot X^3 + 64 \cdot (X - 35)^2$$

$$X := \frac{8 \cdot \sqrt{1114}}{15} - \frac{64}{15} \quad X = 13.534 \quad J_{sh} := 5 \cdot X^3 + 64 \cdot (X - 35)^2$$

$$J_{sh} = 4.189 \times 10^4 \quad v_n := X \quad A_s = 8$$

$$M_{adh} := \sigma_{maxh} \cdot \frac{J_{sh}}{v_n} \quad M_{adh} = 6.19 \times 10^3$$

$$\sigma_h := n_h \cdot \frac{M_{adh}}{J_{sh}} \cdot v_n \quad \sigma_h = 2 \quad \sigma_a := n_a \cdot \frac{M_{adh}}{J_{sh}} \cdot (h - X) \quad \sigma_a = 25.377$$

(falla el hormigón y el acero para el máximo momento por resistencia del hormigón)

$$M_{ada} := \sigma_{maxa} \cdot \frac{J_{sh}}{n_a \cdot v_n} \quad M_{ada} = 5.854 \times 10^3 \quad v_n := h - X$$

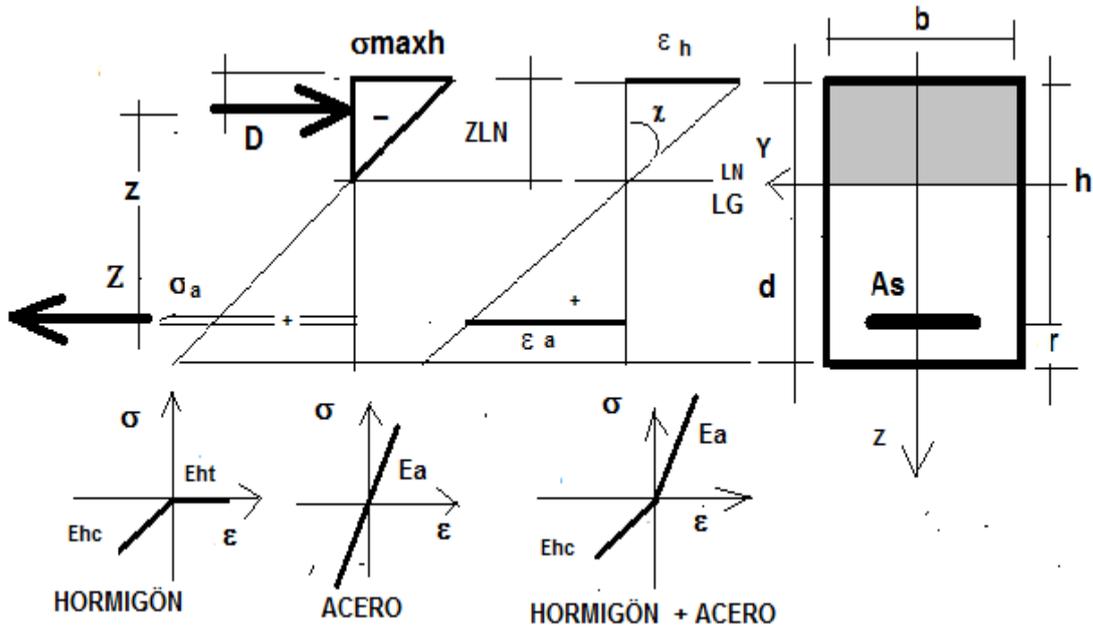
$$\sigma_h := n_h \cdot \frac{M_{ada}}{J_{sh}} \cdot X \quad \sigma_h = 1.892 \quad \sigma_a := n_a \cdot \frac{M_{ada}}{J_{sh}} \cdot (h - X) \quad \sigma_a = 24$$

(falla el acero para el máximo momento por resistencia del acero)

El menor de los dos es el admisible por lo tanto será el Mada

B) Método Alternativo:

a) Ecuaciones de Equivalencia para determinar Momento admisible por falla del H°:



$$1) -D + Z = 0$$

$$Z = \sigma_a \cdot A_s$$

$$\sigma_h := \sigma_{\max h}$$

$$2) M = D \cdot z$$

$$D = \frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b$$

$$z = h - \frac{ZLN}{3}$$

$$1) \frac{-(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b + \sigma_a \cdot A_s = 0$$

(z= brazo elástico del momento interno)

$$2) M_{adh} = \frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

$$M_a = \sigma_a \cdot A_s \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

$$3) M_{adh} = M_a$$

$$3) \frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right) = \sigma_a \cdot A_s \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

b) Ecuación de compatibilidad de Deformación:

$$\frac{h}{\epsilon_h + \epsilon_a} = \frac{ZLN}{\epsilon_h}$$

c) Relación Tensión Deformación:

$$\sigma_h = E_h \cdot \epsilon_h$$

$$\sigma_a = E_a \cdot \epsilon_a$$

$$\epsilon_h = \frac{\sigma_h}{E_h}$$

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a}$$

Resolvemos el sistema siguiente: previamente reemplazando en b) las relaciones de c)

$$ZLN := 0 \quad \underline{\underline{Madh}} := 0 \quad \underline{\underline{\sigma_a}} := 0$$

Given

$$\frac{-(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b + \sigma_a \cdot A_s = 0$$

$$\frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right) = \sigma_a \cdot A_s \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

$$\frac{h}{\frac{\sigma_h}{E_h} + \frac{\sigma_a}{E_a}} = \frac{ZLN}{\frac{\sigma_h}{E_h}} \quad \quad \quad Madh = \frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

$$\text{Find}(ZLN, Madh, \sigma_a) = \begin{pmatrix} 13.534 \\ 6.19 \times 10^3 \\ 25.377 \end{pmatrix}$$

(Igual Resultado que el Método anterior)

$$\underline{\underline{ZLN}} := 13.534$$

$$\underline{\underline{Madh}} := 6.19 \times 10^3$$

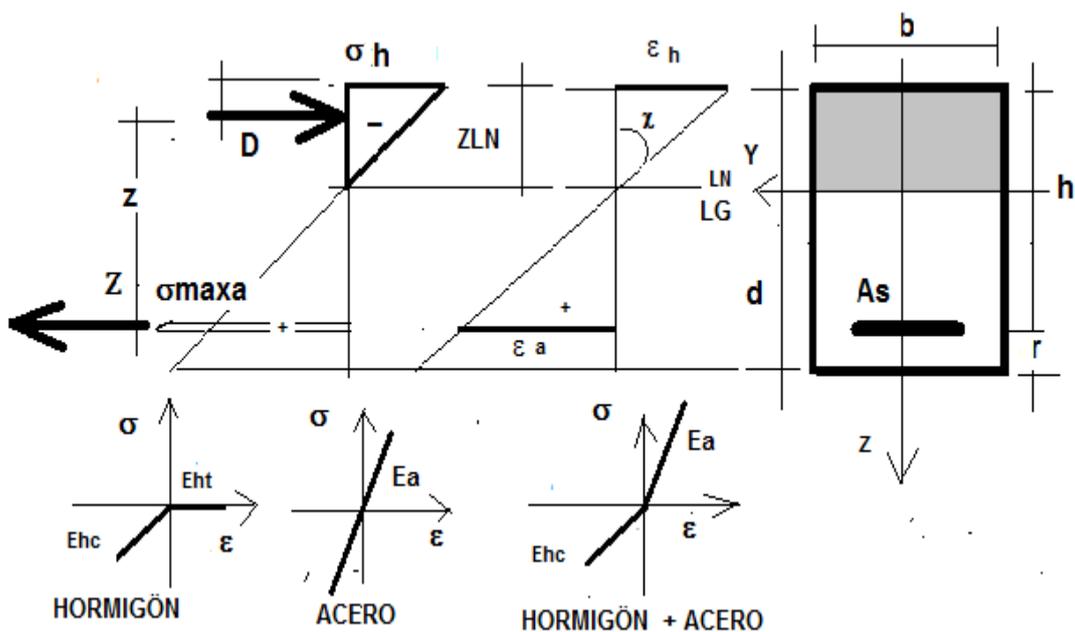
$$\underline{\underline{\sigma_a}} := 25.377$$

$$\underline{\underline{nh}} := 1$$

$$\underline{\underline{vn}} := ZLN$$

$$\underline{\underline{\sigma_h}} := nh \cdot \frac{Madh}{J_{sh}} \cdot vn = 2$$

a) Ecuaciones de Equivalencia para determinar Momento admisible por falla del A°:



$$1) -D + Z = 0$$

$$Z = \sigma_{\max a} \cdot A_s \quad \underline{\sigma_a := \sigma_{\max a}}$$

$$2) M = D \cdot z$$

$$D = \frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \quad z = h - \frac{ZLN}{3}$$

$$1) \frac{-(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b + \sigma_{\max a} \cdot A_s = 0$$

(z= brazo elástico del momento interno)

$$2) Mh = \frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

$$Mada = \sigma_a \cdot A_s \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

$$3) Mada = Mh$$

$$3) \frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right) = \sigma_a \cdot A_s \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

b) Ecuación de compatibilidad de Deformación:

$$\frac{h}{\epsilon_h + \epsilon_a} = \frac{ZLN}{\epsilon_h}$$

c) Relación Tensión

Deformación:

$$\sigma_h = E_h \cdot \epsilon_h$$

$$\sigma_a = E_a \cdot \epsilon_a$$

$$\epsilon_h = \frac{\sigma_h}{E_h}$$

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a}$$

Resolvemos el sistema siguiente: previamente reemplazando en b) las relaciones de c)

Given $\underline{ZLN := 0}$ $\underline{Mada := 0}$ $\underline{\sigma_h := 0}$

$$\frac{-(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b + \sigma_a \cdot A_s = 0$$

$$\frac{(\sigma_h \cdot ZLN)}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right) = \sigma_a \cdot A_s \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

$$\frac{h}{\frac{\sigma_h}{E_h} + \frac{\sigma_a}{E_a}} = \frac{ZLN}{\frac{\sigma_h}{E_h}}$$

$$Mada = \sigma_a \cdot A_s \cdot \left(h - \frac{ZLN}{3} \right)$$

$$\text{Find}(ZLN, Mada, \sigma_h) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{8 \cdot \sqrt{1114}}{15} - \frac{64}{15} & -\frac{8 \cdot \sqrt{1114}}{15} - \frac{64}{15} \\ \frac{104896}{15} - \frac{512 \cdot \sqrt{1114}}{15} & \frac{512 \cdot \sqrt{1114}}{15} + \frac{104896}{15} \\ \frac{8 \cdot \sqrt{1114}}{175} + \frac{64}{175} & \frac{64}{175} - \frac{8 \cdot \sqrt{1114}}{175} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13.534 & -22.068 \\ 5.854 \times 10^3 & 8.132 \times 10^3 \\ 1.892 & -1.16 \end{pmatrix}$$

$$\underline{ZLN := 13.534}$$

$$\underline{Mada := 5.854 \times 10^3}$$

$$\underline{\sigma_h := 1.892}$$

$$\underline{v_n := h - ZLN}$$

$$\underline{\sigma_a := n_a \cdot \frac{Mada}{J_{sh}} \cdot v_n = 24.001}$$

(Igual Resultado que el Método anterior)

$$\underline{v_n := ZLN}$$

$$\underline{\sigma_h := n_h \cdot \frac{Mada}{J_{sh}} \cdot v_n = 1.892}$$

(falla el acero para el máximo momento por resistencia del acero)

El menor de los dos es el admisible por lo tanto será el Mada

$$\left. \begin{array}{l} 3 \\ 0^3 \end{array} \right)$$