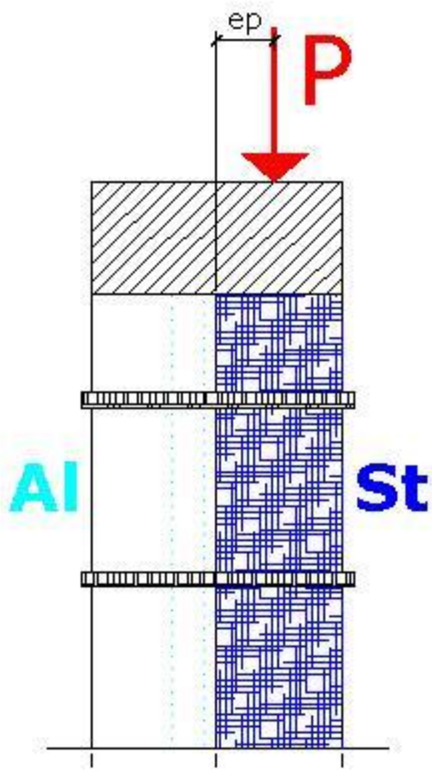
Nombre:......................................
Padrón:.......................................
Fecha:..
Cantidad de hojas:.........................
Numero de hoja:............................

EVALUACIÓN PARCIAL POR TEMA - **TEMA 1**

SOLICITACIÓN AXIL EN RÉGIMEN ELÁSTICO

Ejercicio 1)



Para las barras de la figura y suponiendo el cabezal superior infinitamente rigido, calcular la excentricidad que debera tener la carga P para que el cabezal se desplace en forma horizontal.

$$Es := 2.1 \cdot 10^6 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$Ea := 0.7 \cdot 10^6 \frac{kgf}{cm^2}$$

Lado de cada barra

$$a := 10cm$$

Ejercicio 2)

$MPa := 10^{6} Pa$

Para el esquema de la figura se pide:

a) Esfuerzo en cada barra.

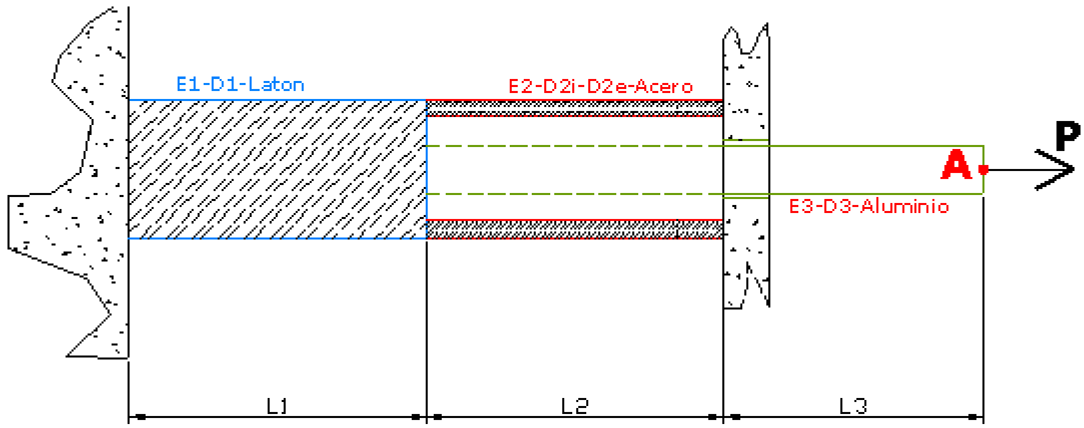
b) Tensiones en cada barra.

c) Corrimiento del punto A.

$kN := 10^{3} N$

$psi := 6.895 kN$

$ksi := 6.895 MPa$



B

$E1 := 1.03 \cdot 10^{5} MPa$

$D1 := 2.54 cm$

$L1 := 50 cm$

$E2 := 2.07 \cdot 10^{5} MPa$

$D2e := 2.54 cm$

$D2i := 1.9 cm$

$L2 := 50 cm$

$P := 10 kN$

$E3 := 6.9 \cdot 10^{4} MPa$

$D3 := 1.125 cm$

$L3 := 76 cm$

SOLUCIÓN ejercicio 2

Planteamos el equilibrio del nodo B - (union tramo 1 y tramo 2)

$N1 + N2 - N3 = 0$

Eq 1)

$\Delta L1 = \Delta L2$

Eq 2)

$$\Delta L3 := \frac{P \cdot (L2 + L3)}{E3 \cdot \frac{\pi \cdot D3^{2}}{4}}$$

$\Delta L3 = 0.184 cm$

$N3 := P$

$$\Delta L1 = \frac{N1 \cdot L1}{E1 \cdot \frac{\pi \cdot D1^2}{4}}$$

$$\Delta L2 = \frac{N2 \cdot L2}{E2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot D2e^2}{4} - \frac{\pi \cdot D2i^2}{4}\right)}$$

Eq a - Eq b)

Igualamos reemplazando las ecuaciones Eq a y Eq b en Eq 2

$$\frac{N1 \cdot L1}{E1 \cdot \frac{\pi \cdot D1^2}{4}} = \frac{N2 \cdot L2}{E2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot D2e^2}{4} - \frac{\pi \cdot D2i^2}{4}\right)}$$

Reemplazamos el valor de N2 por que el que resulta de despejar en la Ec 1) en función de N1 y N3, este último ya es dato.

$$\frac{N1 \cdot L1}{E1 \cdot \frac{\pi \cdot D1^2}{4}} = \frac{(N3 - N1) \cdot L2}{E2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot D2e^2}{4} - \frac{\pi \cdot D2i^2}{4}\right)}$$

$$N1 := -L2 \cdot E1 \cdot D1^2 \cdot \frac{N3}{\left(-L1 \cdot E2 \cdot D2e^2 + L1 \cdot E2 \cdot D2i^2 - L2 \cdot E1 \cdot D1^2\right)}$$

$N1 = 5.305\,kN$

Tracción

$N2 := -(N3 - N1)$

$N2 = -4.695\,kN$

Compresión

$N3 = 10\,kN$

Tracción

Tensiones en cada barra:

$$\sigma_1 := \frac{N1}{\frac{\pi \cdot D1^2}{4}}$$

$$\sigma_1 = 106.751 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\sigma_2 := \frac{N2}{\frac{\pi \cdot D2e^2}{4} - \frac{\pi \cdot D2i^2}{4}}$$

$$\sigma_2 = -214.538 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\sigma_3 := \frac{N3}{\frac{\pi \cdot D3^2}{4}}$$

$\sigma_3 = 1.026\times 10^3 \frac{kgf}{cm^2}$

Corrimiento del punto A:
El corrimiento del punto A - uA - es igual a la deformacion axil total de la barra 3 más el corrimiento "u" del punto B de unión de los tramos 1 y tramo 2.

$$\Delta L1 := \frac{N1 \cdot L1}{E1 \cdot \frac{\pi \cdot D1^2}{4}}$$

$u_B := \Delta L1$

$u_B = 0.051mm$

$u_A := u_B + \Delta L3$

$u_A = 1.888mm$

SOLUCIÓN Ejercicio 1
Ley de Hooke - Linealidad Cinemática - Linealidad Estática

Ec 1)

$$\Delta Ls = \frac{Ns \cdot Ls}{Es \cdot a^2}$$

$$\Delta La = \frac{Na \cdot La}{Ea \cdot a^2}$$

Para que cada barra tenga una tensión uniforma deberá tener corrimentos verticales uniformes y por lo tanto el cabezal rígido deberá descender sin inclinarse, por lo tanto lo que se acorta la barra de acero deberá ser igual a lo que se acorta la barra de aluminio.**(2)**

La carga que soporta cada pieza es:

$$N_P = \frac{P}{2}$$

y reduciendo al baricentro del cabezal

$M_P = P \cdot e_p$

la distancia entre los baricentros de cada barra es igual a "a"
la carga en en baricentro de cada barra debida a este momento será
en la barra de acero(suponiendo la excentricidad hacia la barra de acero)

$$NM_s = \frac{M_P}{a}$$

de compresión, por lo tanto se suma a la de la carga vertical
en la barra de aluminio

$$NM_a = \frac{M_P}{a}$$

de tracción, por lo tanto se resta a la de la carga vertical
El esfuerzo normal en cada barra será:

$Ns = N_P + NM_s$

$$Ns = N_p + \frac{P \cdot e_p}{a}$$

$$Na = N_p - NM_a$$

$$Na = N_p - \frac{P \cdot e_p}{a}$$

Reemplazando en las ecuaciones 1)

$$\Delta Ls = \frac{\left(N_p + \frac{P \cdot e_p}{a}\right) \cdot Ls}{Es \cdot a^2}$$

$$\Delta La = \frac{\left(N_p - \frac{P \cdot e_p}{a}\right) \cdot La}{Ea \cdot a^2}$$

Según lo dicho más arriba en (2)

$$\Delta La = \Delta Ls$$

$$\frac{\left(N_p + \frac{P \cdot e_p}{a}\right) \cdot Ls}{Es \cdot a^2} = \frac{\left(N_p - \frac{P \cdot e_p}{a}\right) \cdot La}{Ea \cdot a^2}$$

Simplificando

$$\frac{\left(N_p + \frac{P \cdot e_p}{a}\right)}{Es} = \frac{\left(N_p - \frac{P \cdot e_p}{a}\right)}{Ea}$$

Despejando y teniendo en cuenta que

$$N_p = \frac{P}{2}$$

$$e_p := -\frac{(Ea - Es)}{2 \cdot (Ea + Es)} \cdot a$$

$$e_p = 0.025\mathrm{m}$$