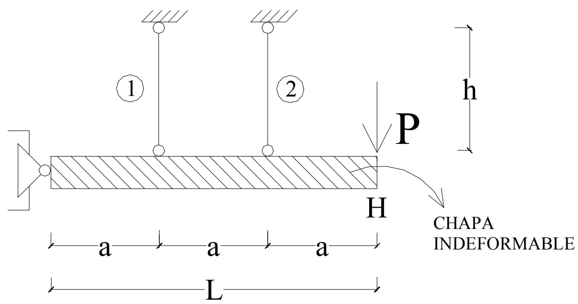
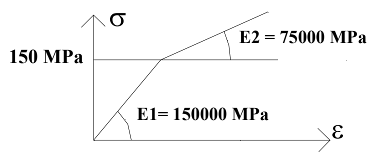
En la estructura, que como esquema se indica a continuación, se determinará la **Pmax** considerando las siguientes condiciones:

T1	a.-	RESISTENCIA	$\sigma_{máx} \le 175MPa$
	b.-	DEFORMACION	$\eta_H \le \frac{L}{400}$
T2	a.-	RESISTENCIA	$\sigma_{máx} \le 200MPa$
	b.-	DEFORMACION	$\eta_H \le \frac{L}{500}$

El material tiene la ***curva bilineal de tensión-deformación especifica*** mostrada en la figura



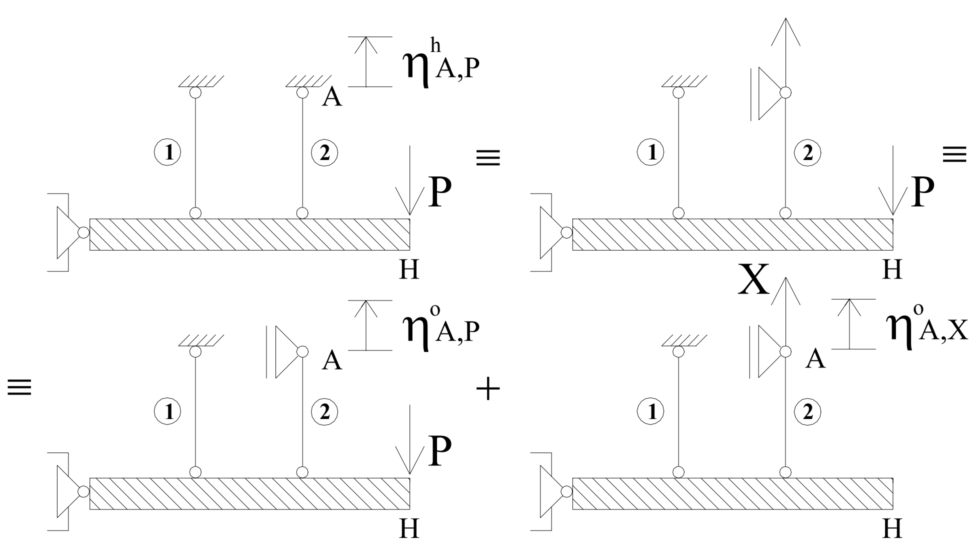


DATOS

$KN := 10^3 N$ $\quad MN := 10^3 KN$ $\quad MPa := \frac{MN}{m^2}$

$a := 1m$ $\quad F := 5cm^2$ $\quad h := 3m$ $\quad E_1 := 150 \cdot 10^3 MPa$ $\quad E_2 := 75 \cdot 10^3 MPa$

1.- Determinamos el máximo valor de P para cuando ambas barras trabajan con el mismo módulo de elasticidad E_1



Partimos de considerar:

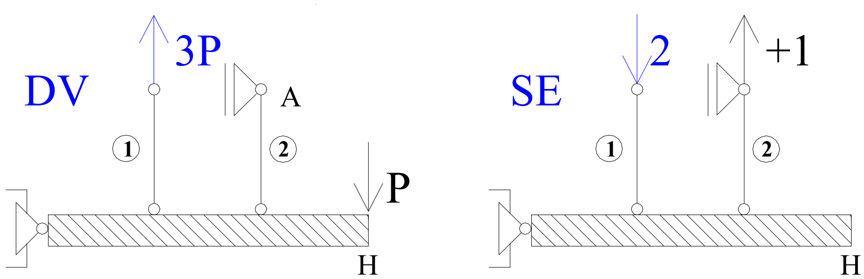
$$\left(e_{i,c}\right)^h = \left(e_{i,c}\right)^o + \left(e_{i,X}\right)^o$$

El efecto que nos interesa determinar es el desplazamiento que experimenta la incognita

$$\left(\eta_{A,P}\right)^h = \left(\eta_{A,P}\right)^o + \left(\eta_{A,X}\right)^o = 0$$

Determinamos $\left(\eta_{A,P}\right)^o$ por aplicación TTV

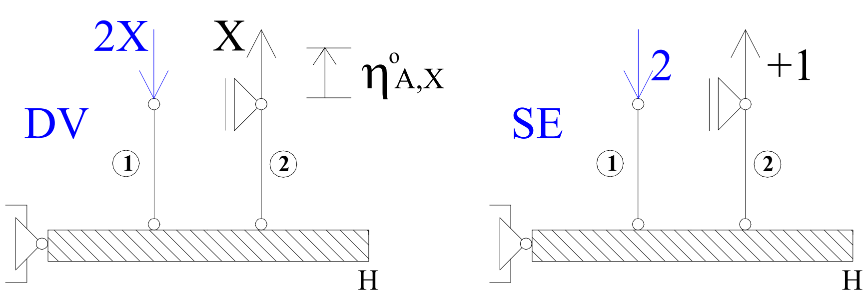
Conocemos la DV y planteamos el SE; aplicando TFU



$$L_e = L_i$$

$$1\cdot\left(\eta_{A,P}\right)^o = \sum_{n=1}^{2}\left(N_{SE}\cdot\frac{N_{DV}\cdot h}{E_1\cdot F}\right) = (-2)\cdot\frac{3\cdot P\cdot h}{E_1\cdot F} = -6\cdot\frac{P\cdot h}{E_1\cdot F}$$

Determinamos $\left(\eta_{A,X}\right)^o$ por aplicación TTV

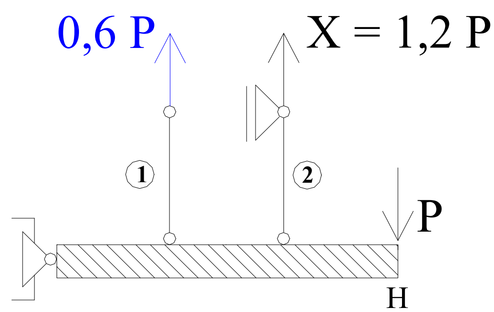


$$L_e = L_i$$

$$1\cdot\left(\eta_{A,X}\right)^o = \sum_{n=1}^{2}\left(N_{SE}\cdot\frac{N_{DV}\cdot h}{E_1\cdot F}\right) = 1\cdot\frac{X\cdot h}{E_1\cdot F} + 2\cdot\frac{(2X)h}{E_1\cdot F} = 5\cdot\frac{X\cdot h}{E_1\cdot F}$$

Reemplazamos en la ecuación anterior

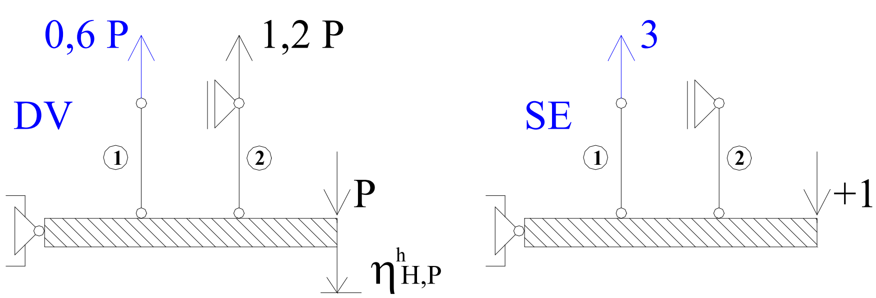
$$\left(\eta_{A,P}\right)^h = \left(\eta_{A,P}\right)^o + \left(\eta_{A,X}\right)^o = 0 \qquad -6\cdot\frac{P\cdot h}{E_1\cdot F} + 5\cdot\frac{X\cdot h}{E_1\cdot F} = 0 \qquad X = 1.2\cdot P$$



Determinamos el máximo valor de P, en este primer incremento de carga, considerando que la barra 2, que es la que presenta mayor solicitación axil, alcanza la tensión de 150 MPa

$$\sigma_2 = \frac{1.2\cdot P_1}{F} = 150MPa \qquad P_1 := \frac{150MPa\cdot F}{1.2} \qquad P_1 = 62.5\cdot KN$$

2.-Determinamos el corrimiento del punto H para P1



$$L_e = L_i$$

$$1\cdot\left(\eta_{H,P}\right)^h = \sum_{n=1}^{2}\left(N_{SE}\cdot\frac{N_{DV}\cdot h}{E_1\cdot F}\right) = 3\cdot\frac{0.6P_1\cdot h}{E_1\cdot F} \qquad \eta_{HP1} := 3\cdot\frac{0.6\cdot P_1\cdot h}{E_1\cdot F} \qquad \eta_{HP1} = 4.5\cdot mm$$

3.- Determinamos el valor del P para cuando la barra 1 trabaja con E_1 **y la 2 co**n E_2

Partimos de considerar:

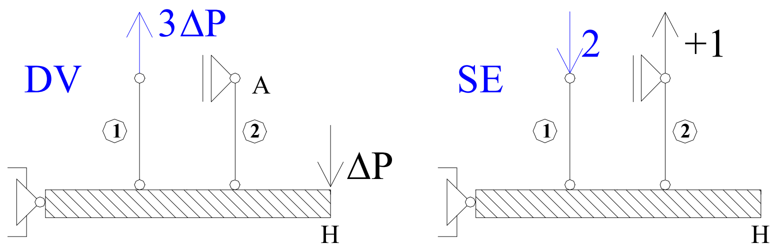
$$\left(\eta_{A,\Delta P}\right)^h = \left(\eta_{A,\Delta P}\right)^o + \left(\eta_{A,\Delta X}\right)^o = 0$$

Determinamos $\left(\eta_{A,\Delta P}\right)^o$ por aplicación TTV

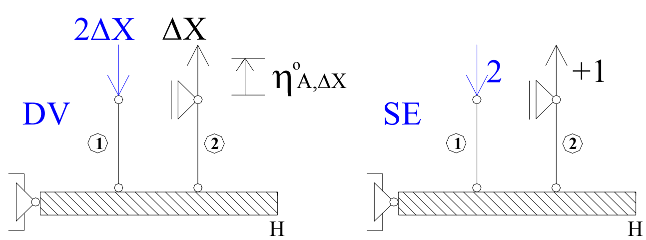
$$L_e = L_i$$

$$1\cdot\left(\eta_{A,\Delta P}\right)^{o}=\sum_{n=1}^{2}\left(N_{SE}\cdot\frac{N_{DV}\cdot h}{E_i\cdot F}\right)=(-2)\cdot\frac{3\cdot\Delta P\cdot h}{E_1\cdot F}=-6\cdot\frac{\Delta P\cdot h}{E_1\cdot F}$$

Dado que solo interviene la barra 1 tan solo aparece E_1



Determinamos $\left(\eta_{A,\Delta X}\right)^{o}$ por aplicación TTV



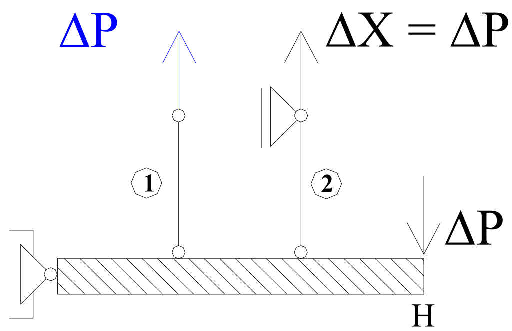
$L_e = L_i$

$$1\cdot\left(\eta_{A,\Delta X}\right)^{o}=\sum_{n=1}^{2}\left(N_{SE}\cdot\frac{N_{DV}\cdot h}{E_i\cdot F}\right)=1\cdot\frac{\Delta X\cdot h}{E_2\cdot F}+2\cdot\frac{(2\Delta X)h}{E_1\cdot F}\qquad \text{como}\qquad E_1=2\cdot E_2$$

$$\left(\eta_{A,\Delta X}\right)^{o}=\frac{2\Delta X\cdot h}{E_1\cdot F}+\frac{4\cdot\Delta X\cdot h}{E_1\cdot F}=\frac{6\cdot\Delta X\cdot h}{E_1\cdot F}$$

reemplazando

$$-6\cdot\frac{\Delta P\cdot h}{E_1\cdot F}+\frac{6\cdot\Delta X\cdot h}{E_1\cdot F}=0\qquad \Delta X=\Delta P$$



Determinamos el máximo P, que se alcanzará cuando la barra trabaje con tensión igual a 150 MPa

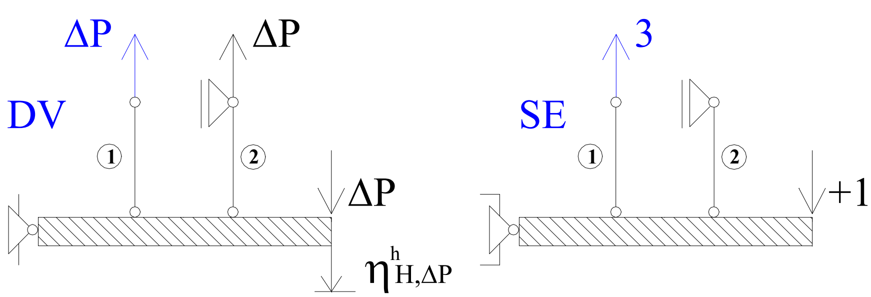
$$\sigma_1 = \sigma_{1P} + \sigma_{1\Delta P} = \frac{0.6 \cdot P_1}{0.0005 m^2} + \frac{P_2 - P_1}{0.0005 m^2} = 150 \cdot MPa$$

$P_2 := 150MPa \cdot 0.0005m^2 + 0.4 \cdot P_1$ $\qquad P_2 = 100 \cdot KN$ $\qquad \Delta P := P_2 - P_1$ $\qquad \Delta P = 37.5 \cdot KN$

Determinamos la tensión en la barra 2

$$\sigma_2 = \sigma_{2P} + \sigma_{2\Delta P} = \frac{1.2 \cdot P_1}{0.0005 m^2} + \frac{\Delta P}{0.0005 m^2} \qquad \sigma_2 := 150MPa + \frac{\Delta P}{0.0005 m^2} \qquad \sigma_2 = 225 \cdot MPa$$

4.-Determinamos el corrimiento del punto H para P

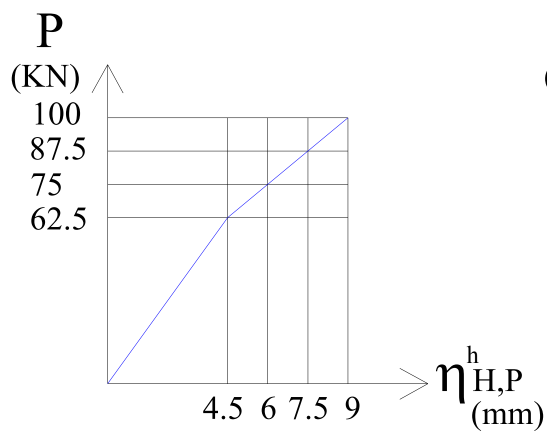


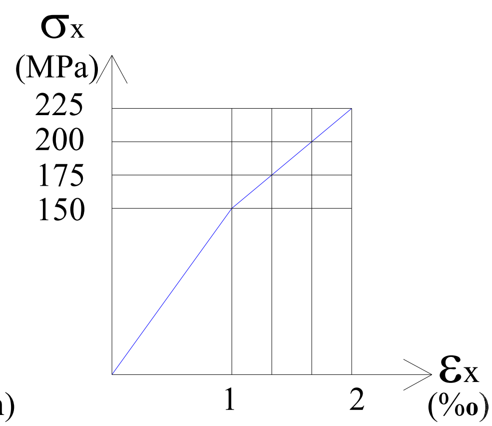
$$L_e = L_i$$

$$1 \cdot \left(\eta_{H,\Delta P}\right)^h = \sum_{n=1}^{2} \left(N_{SE} \cdot \frac{N_{DV} \cdot h}{E_i \cdot F} \right) = 3 \cdot \frac{\Delta P \cdot h}{E_1 \cdot F} \qquad \eta_{H\Delta P} := 3 \cdot \frac{\Delta P \cdot h}{E_1 \cdot F} \qquad \eta_{H\Delta P} = 4.5 \cdot mm$$

5.- Conclusión

En ambos temas resulta que la carga que verifica la condición de resistencia y de deformación es la misma **Pmax = 75 KN** conforme puede observarse en los gráficos que se presentan a continuación.-





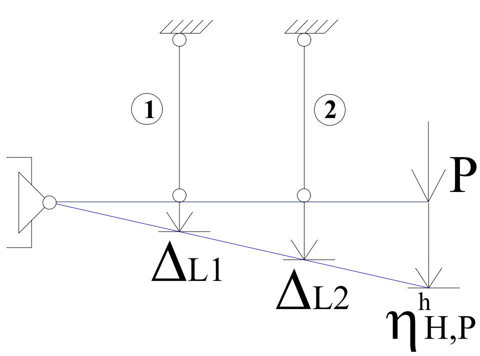
ALTERNATIVA DE SOLUCION

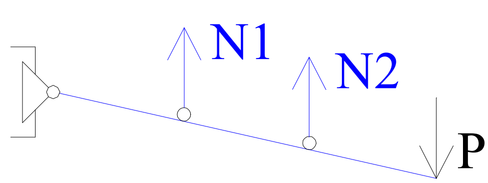
Determinamos el mayor esfuerzo en una barra y el máximo corrimiento permitido para el punto H, comenzando a analizar con las condiciones del tema 1.-

$N_{max} := 175MPa \cdot 0.0005m^2 \qquad N_{max} = 87.5 \cdot KN$

$\eta_H := \frac{3m}{400} \qquad \eta_H = 7.5 \cdot mm$

Realizo un análisis estático y cinemático

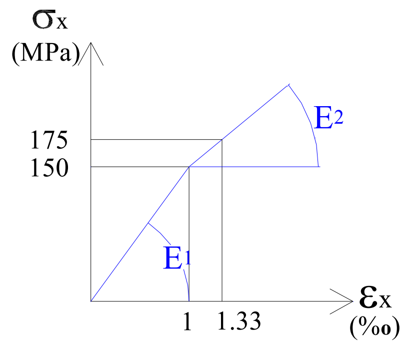




$\eta_H = \frac{3}{2} \cdot \Delta L_2 = 3 \cdot \Delta L_1 \qquad -N_1 \cdot a - N_2 \cdot 2a + P \cdot 3a = 0$

Como N2 es mayor que N1, dado que sufre mayor alargamiento y la máxima tensión que puede presentar la barra 2 es igual a 175 MPa, podemos determinar el valor de N2, y luego verificar que el alargamiento que sufre la barra no supera la máxima deformación permitida

$N_2 := 175MPa \cdot 0.0005m^2$



$N_2 = 87.5 \cdot KN$

$\Delta\sigma = E_2 \cdot \Delta\varepsilon$ siendo $\Delta\sigma := 25MPa$

$\Delta\varepsilon := \dfrac{\Delta\sigma}{E_2}$ $\Delta\varepsilon = 3.333 \times 10^{-4}$

$\varepsilon_{máx} := 1 \cdot 10^{-3} + \Delta\varepsilon$

$\varepsilon_{máx} = 1.333 \times 10^{-3}$ por lo tanto $\Delta L_2 := \varepsilon_{máx} \cdot 3m$ $\Delta L_2 = 4 \cdot mm$

Por condición de deformación el máximo corrimiento de $\eta_H = 7.5 \cdot mm$, luego

$\Delta L_{2máx} := \dfrac{2}{3} \cdot \eta_H$ $\Delta L_{2máx} = 5 \cdot mm$ que resulta menor que el determinado $\Delta L_2 = 4 \cdot mm$

siendo entonces $\Delta L_1 := \dfrac{\Delta L_2}{2}$ $\Delta L_1 = 2 \cdot mm$ es decir, una deformación específica

$\varepsilon_1 := \dfrac{\Delta L_1}{3m}$ $\varepsilon_1 = 6.667 \times 10^{-4}$ siendo $\sigma_1 := \varepsilon_1 \cdot E_1$ $\sigma_1 = 100 \cdot MPa$

es decir que $N_1 := \sigma_1 \cdot F$ $N_1 = 50 \cdot KN$

Despejamos de la ecuación de equilibrio el valor de la Pmax

$P_{máx} := \dfrac{N_1 + 2N_2}{3}$ $P_{máx} = 75 \cdot KN$

Análogamente podemos deducir el valor de Pmax para el tema 2