EJERCICIO DE PARCIAL

Definición de unidad $MPa := 1000000 \cdot Pa$ $GPa := 1000 \cdot MPa$ $T := 1000 \cdot kgf$

$KN := 1000 \cdot N$ $°C := K$

Datos

$E := 200000 \cdot MPa$ $\lambda := \frac{10^{-5}}{°C}$ $\Delta t := 30 \cdot °C$

$H := 1 \cdot m$

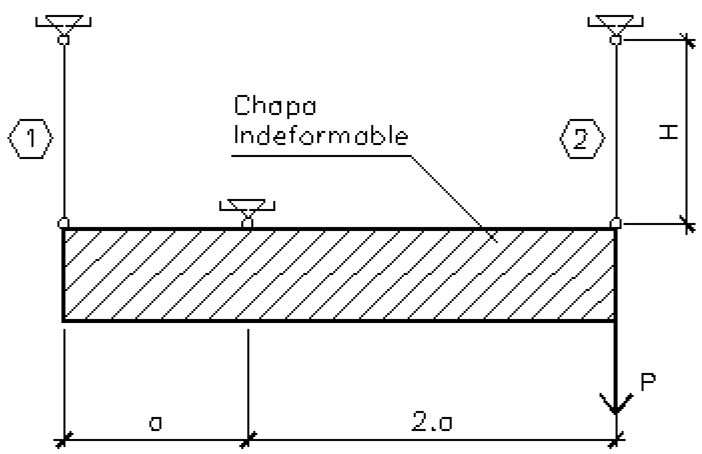
$a := 1 \cdot m$

$F_1 := 4 \cdot cm^2$

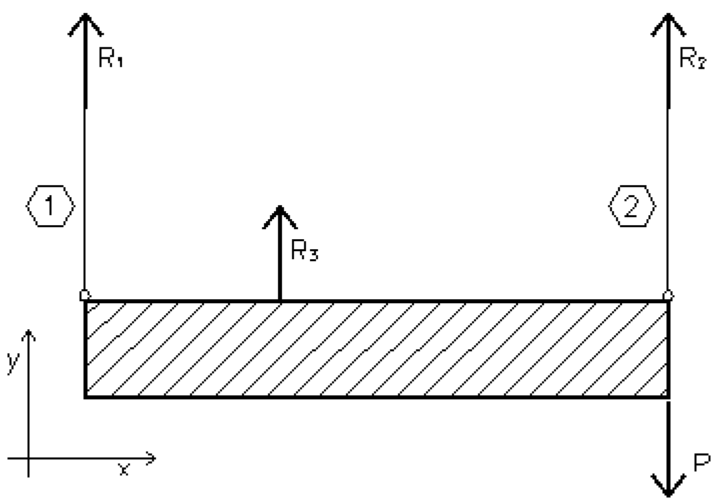
$F_2 := 2 \cdot cm^2$

$\sigma_{adm} := 240 \cdot MPa$

$\eta_{max} := 1 \cdot mm$



Resolución estática



Sumatoria de fuerzas verticales

$$R_1 + R_2 + R_3 - P = 0$$

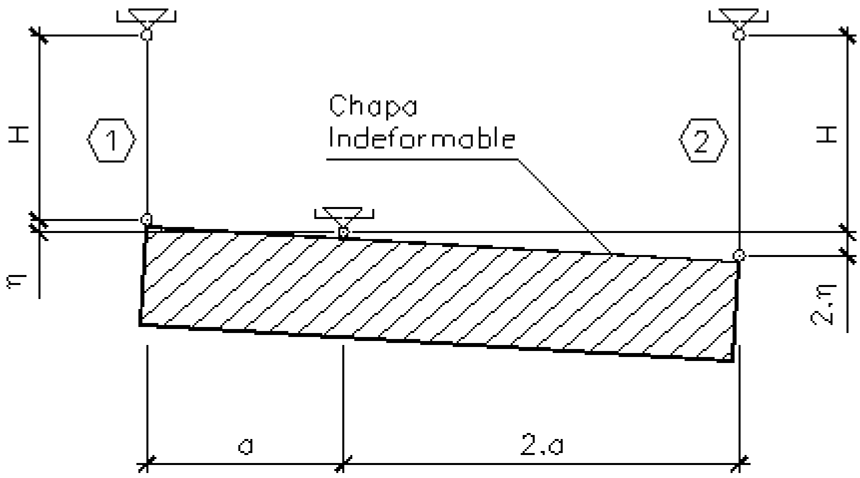
Sumatoria de momentos desde el apoyo central

$$-a \cdot R_1 + 2 \cdot a \cdot R_2 - 2 \cdot a \cdot P = 0$$

Sumatoria de fuerzas horizontales

(No hay)

Resolución cinematica (desplazamiento propuesto)



$$\eta = \frac{H \cdot N_1}{E \cdot F_1} \qquad R_1 = -N_1$$

$$2 \cdot \eta = \frac{H \cdot N_2}{E \cdot F_2} \qquad R_2 = N_2$$

De estas igualdades se llega a:

$$-\frac{H \cdot R_1}{E \cdot F_1} = \frac{H \cdot R_2}{2 \cdot E \cdot F_2} \qquad \text{por lo tanto} \qquad R_2 = -2 \cdot R_1 \cdot \frac{F_2}{F_1} \qquad \text{y} \qquad R_1 = -\frac{1}{2} \cdot R_2 \cdot \frac{F_1}{F_2}$$

Remplazando en la ecuación de sumatoria de momentos

$$-a\cdot R_1 + 2\cdot a\cdot\left(-2\cdot R_1\cdot\frac{F_2}{F_1}\right) - 2\cdot a\cdot P = 0$$

por lo tanto

$$P = \frac{-R_1\cdot\left(a + 4\cdot a\cdot\frac{F_2}{F_1}\right)}{2\cdot a} \qquad \text{y} \qquad P = \frac{-\frac{1}{2}\cdot R_2\cdot\frac{F_1}{F_2}\cdot\left(a + 4\cdot a\cdot\frac{F_2}{F_1}\right)}{2\cdot a}$$

Dado que la tensión admisible es $\sigma_{adm} = 240\,MPa$ los esfuerzos admisibles en las barras 1 y 2 son

$N1_{adm} := -\sigma_{adm}\cdot F_1$ $\quad N1_{adm} = -96\,KN$ $\quad$ y $\quad R_1 := -N1_{adm}$

$N2_{adm} := \sigma_{adm}\cdot F_2$ $\quad N2_{adm} = 48\,KN$ $\quad$ y $\quad R_2 := N2_{adm}$

Por lo tanto tomaremos el menor de los valores de P

$$P_1 := -R_1\cdot\left(\frac{1}{2} + 2\cdot\frac{F_2}{F_1}\right) \qquad P_1 = -144\,KN$$

como da negativa R1 debe tener sentido inverso.

$$P_2 := R_2\cdot\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{F_1}{F_2} + 1\right) \qquad P_2 = 72\,KN$$

Luego $\quad N_2 := N2_{adm} \qquad N_2 = 48\,KN$

$$N_1 := -\frac{1}{2}\cdot N_2\cdot\frac{F_1}{F_2} \qquad N_1 = -48\,KN$$

$$\Delta l_2 := \frac{H\cdot N_2}{E\cdot F_2} \qquad \Delta l_2 = 1.2\,mm$$

es mayor que η_{max}

por lo tanto

$$N_2 := \frac{\eta_{max}\cdot E\cdot F_2}{H} \qquad N_2 = 40\,KN$$

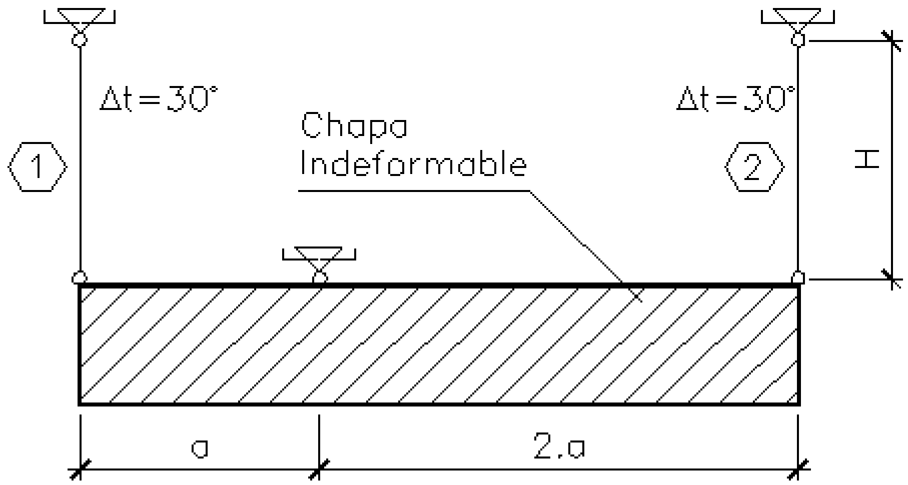
definitivamente $\quad P_{max} := N_2\cdot\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{F_1}{F_2} + 1\right) \qquad P_{max} = 60\,KN$

$$N_1 := -\frac{1}{2}\cdot N_2\cdot\frac{F_1}{F_2} \qquad N_1 = -40\,KN$$

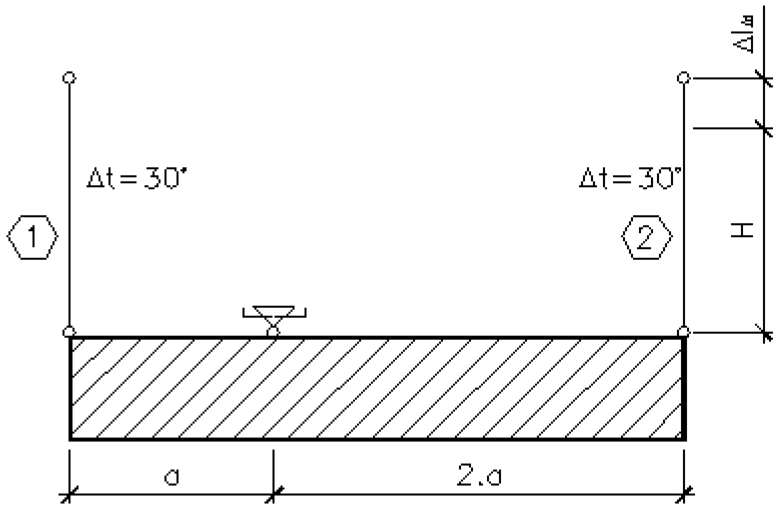
y las tensiones $\quad \sigma_1 := \frac{N_1}{F_1} \qquad \sigma_1 = -100\,MPa$

$$\sigma_2 := \frac{N_2}{F_2} \qquad \sigma_2 = 200\,MPa$$

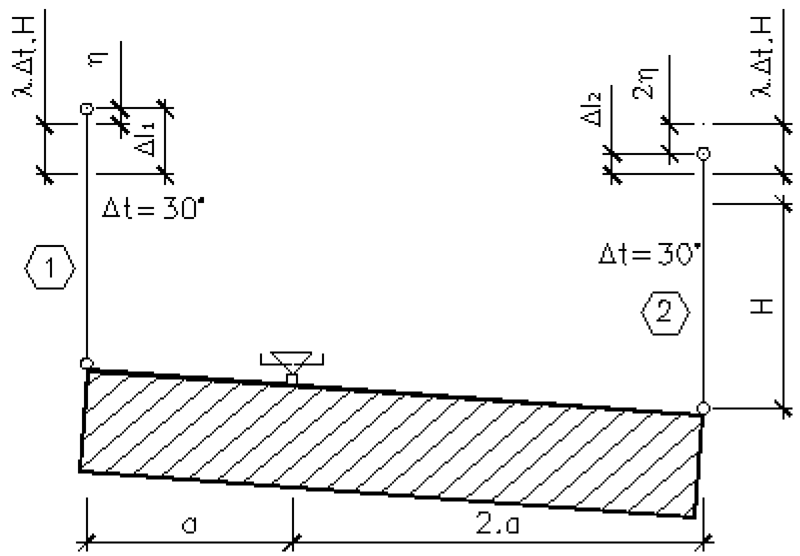
$$MPa = 1\,\frac{N}{mm^2}$$



Si en primer instancia liberamos los apoyos extremos y dejamos que las barras se dilaten libremente tendremos



Si ahora le imponemos un giro alrededor del apoyo central



Por lo tanto tenemos los siguientes desplazamientos netos:

$$\Delta l_1 = \eta + \lambda \cdot \Delta t \cdot H \qquad \Delta l_2 = -2 \cdot \eta + \lambda \cdot \Delta t \cdot H$$

Por otro lado

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot H}{E \cdot F_1} \qquad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot H}{E \cdot F_2}$$

queda entonces

$$\eta = \frac{N_1 \cdot H}{E \cdot F_1} - \lambda \cdot \Delta t \cdot H \qquad \eta = \frac{N_2 \cdot H}{-2 \cdot E \cdot F_2} + \frac{\lambda \cdot \Delta t \cdot H}{2}$$

Estos desplazamientos pueden ser restituidos por una fuerza N1 hacia abajo y una N2 hacia abajo, quedando entonces

$$N_1 = 2 \cdot N_2$$

Teniendo en cuenta esto e igualando las anteriores

$$\frac{N_1 \cdot H}{E \cdot F_1} - \lambda \cdot \Delta t \cdot H = \frac{N_1 \cdot H}{-4 \cdot E \cdot F_2} + \frac{\lambda \cdot \Delta t \cdot H}{2}$$

$$\frac{N_1}{E} \cdot \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{4 \cdot F_2} \right) = \frac{3}{2} \cdot \lambda \cdot \Delta t$$

$$N_1 := \frac{\frac{3}{2} \cdot \lambda \cdot \Delta t \cdot E}{\left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{4 \cdot F_2} \right)} \qquad N_1 = 24\,\mathrm{KN}$$

$$N_2 := \frac{N_1}{2} \qquad N_2 = 12\,\mathrm{KN}$$

$$\sigma_1 := -\frac{N_1}{F_1} \qquad \sigma_1 = -60\,\mathrm{MPa}$$

$$\sigma_2 := -\left(\frac{\frac{N_1}{2}}{F_2} \right) \qquad \sigma_2 = -60\,\mathrm{MPa}$$

Los desplazamientos finales son

$$\Delta l_1 := \left(\frac{N_1 \cdot H}{E \cdot F_1} - \lambda \cdot \Delta t \cdot H \right) \qquad \Delta l_1 = 0\,\mathrm{m}$$

$$\Delta l_2 := 2 \cdot \Delta l_1 \qquad \Delta l_2 = 0\,\mathrm{m}$$