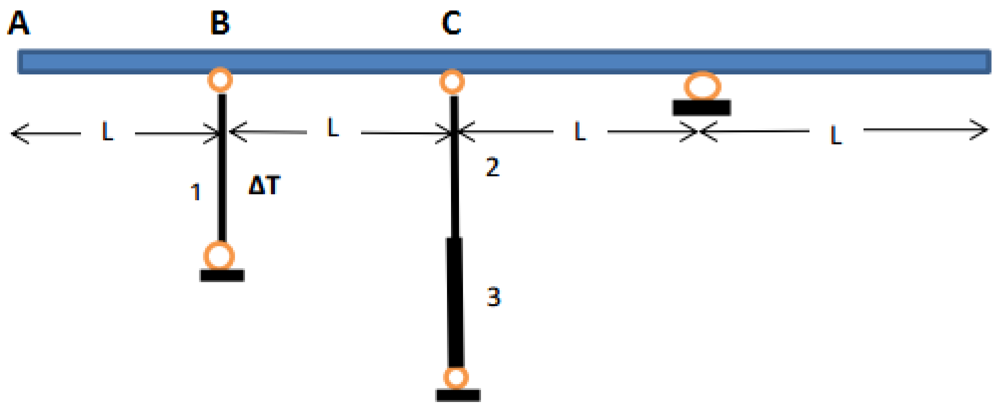
Ejemplo Parcialito:

Dada la estructura de barras esquematizada, sometida a una variación térmica uniforme en la barra indicada, se pide:

a) Calcular los esfuerzos en las barras deformables, articuladas a la barra infinitamente rígida, y determinar las tensiones correspondientes.
b) Calcular el corrimiento vertical en el punto A.
c) Determinar el Estado de Tensión y Estado de Deformación en un punto cualquiera de la barra 1. Planteando los Tensores de Tensión y de Deformación correspondientes.



Datos:

$\Delta T := -30 \cdot ºC$	$\lambda := 10^{-5} \cdot \frac{1}{ºC}$	$E := 200000MPa$	$\mu := 0.25$
$L_1 := 1m$	$L_2 := 1m$	$L_3 := 1m$	$L := 2m$
$A_1 := 4.9 \cdot cm^2$	$A_2 := 4.9 \cdot cm^2$	$A_3 := 19.63 \cdot cm^2$	

Resolución:

Ecuación de compatibilidad: La barra rígida gira alrededor del apoyo fijo, por lo cual podemos plantear las siguientes relaciones de los desplazamientos de los puntos A, B y C:

$$\delta a \cdot \frac{3}{3} = \delta b \cdot \frac{3}{2} = \delta c \cdot \frac{3}{1}$$

Ecuación de equilibrio: Tomando momento alrededor del punto fijo, y sabiendo que el sistema 2-3 tiene un esfuerzo axil constante:

$$-N_1 \cdot 2L = N_2 \cdot L = N_3 \cdot L$$

Relación cargas deformación:

El desplazamiento del punto B es igual al desplazamiento de la barra 1: $\delta b = \Delta L_1 = \Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 + \frac{N_1 \cdot L_1}{E \cdot A_1}$

El desplazamiento del punto C es la suma de la deformación de la barra 2 y la barra 3:

$$\delta c = \Delta L_2 + \Delta L_3 = \frac{N_2 \cdot L_2}{E \cdot A_2} + \frac{N_3 \cdot L_3}{E \cdot A_3}$$

Utilizando entonces la ecuación de compatibilidad:

$$\delta b \cdot \frac{3}{2} = \delta c \cdot \frac{3}{1}$$

$$\left(\Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 + \frac{N_1 \cdot L_1}{E \cdot A_1}\right) \cdot \frac{3}{2} = \left(\frac{N_2 \cdot L_2}{E \cdot A_2} + \frac{N_3 \cdot L_3}{E \cdot A_3}\right) \cdot \frac{3}{1}$$

$$\left(\Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 + \frac{N_1 \cdot L_1}{E \cdot A_1}\right) \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{-2N_1 \cdot L_2}{E \cdot A_2} + \frac{-2N_1 \cdot L_3}{E \cdot A_3}\right)$$

Despejamos: $N_1 = 4.901 \cdot kN$

Por lo que: $N_2 := -2N_1 = -9.802 \cdot kN$ $\quad N_3 := -2N_1 = -9.802 \cdot kN$

Las tensiones resultan: $\sigma_1 := \frac{N_1}{A_1} = 10.003 \cdot MPa$ $\quad \sigma_2 := \frac{N_2}{A_2} = -20.005 \cdot MPa$ $\quad \sigma_3 := \frac{N_3}{A_3} = -4.994 \cdot MPa$

b) Utilizando nuevamente la ecuación de compatibilidad: $\delta a = \delta b \cdot \frac{3}{2}$

$$\delta a := \left(\Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 + \frac{N_1 \cdot L_1}{E \cdot A_1}\right) \cdot \frac{3}{2} = -0.375 \cdot mm$$

c) Estando la barra solo solicitada a esfuerzo axil: $T_T := \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10.003 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot MPa$ **Estado simple**

Para el cálculo de las deformaciones recordamos que de forma genérica: $\varepsilon_i = \left[\frac{\sigma_i}{E} - \frac{\mu}{E}\left(\sigma_k + \sigma_j\right)\right] + \lambda \cdot \Delta T$

$$\varepsilon_x := \frac{\sigma_1}{E} + \lambda \cdot \Delta T \qquad \varepsilon_y := \frac{-\mu \cdot \sigma_1}{E} + \lambda \cdot \Delta T \qquad \varepsilon_z := \frac{-\mu \cdot \sigma_1}{E} + \lambda \cdot \Delta T$$

$$T_T := \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.5 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -3.125 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & -3.125 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$ **Estado triple**