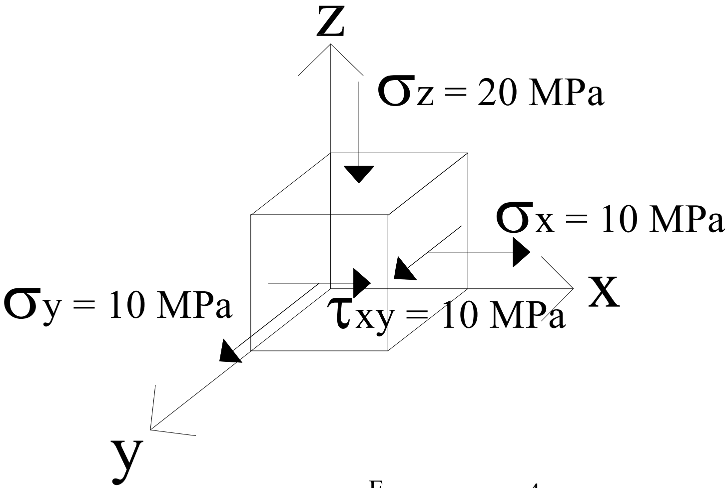
Para el ESTADO DE TENSIÓN de un punto dado de un cuerpo, se pide:
1. Determinar las tensiones principales
2. Determinar las direcciones principales 1,2 y 3 calculando los cosenos directores
3. Idem graficamente aplicando la Construcción de Mohr

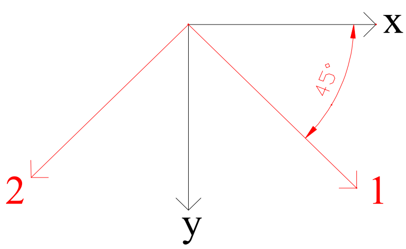


$E := 200000$ $\qquad \mu := 0.25$ $\qquad G := \dfrac{E}{2(1+\mu)} = 8 \times 10^{4}$

$$T_t := \begin{pmatrix} 10 & 10 & 0 \\ 10 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & -20 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} := T_t$$

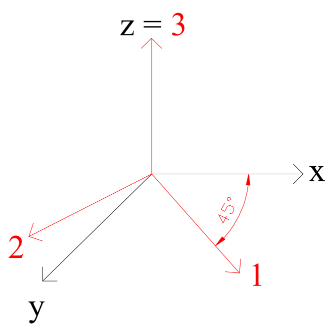
$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} := \mathrm{eigenvals}(T_t) = \begin{pmatrix} 20 \\ 1.776 \times 10^{-15} \\ -20 \end{pmatrix} \qquad T_{tP} := \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

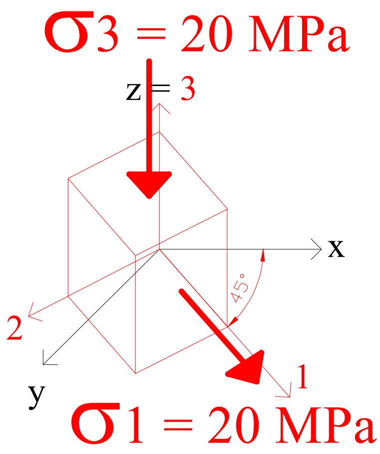
$$\mathrm{eigenvec}(T_t, \sigma_1) = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0.707 \\ 0 \end{pmatrix}$$

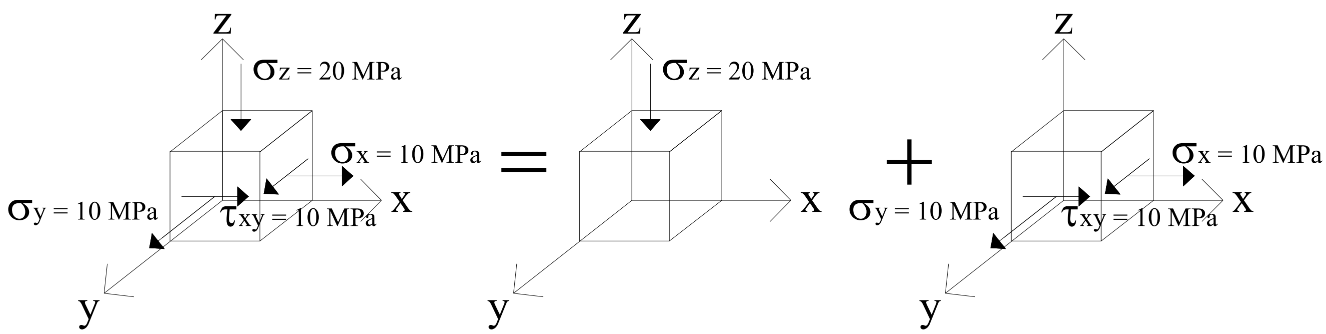


$$\mathrm{eigenvec}(T_t, \sigma_2) = \begin{pmatrix} -0.707 \\ 0.707 \\ 0 \end{pmatrix}$$

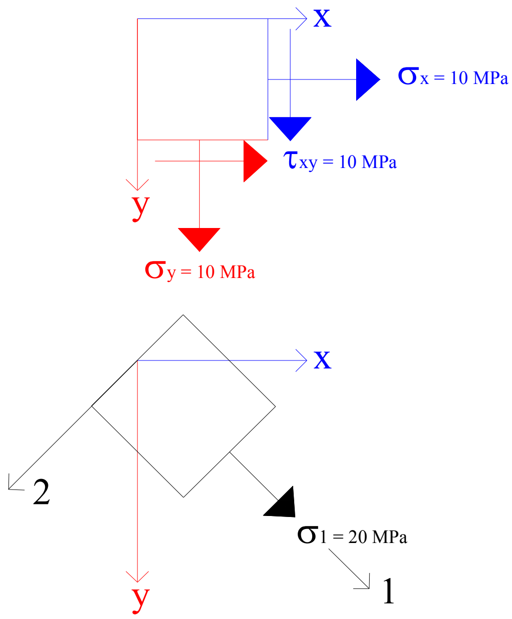
$$\mathrm{eigenvec}(T_t, \sigma_3) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

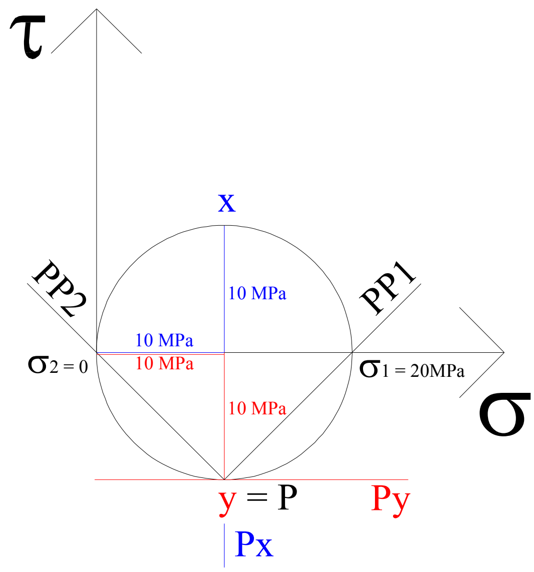




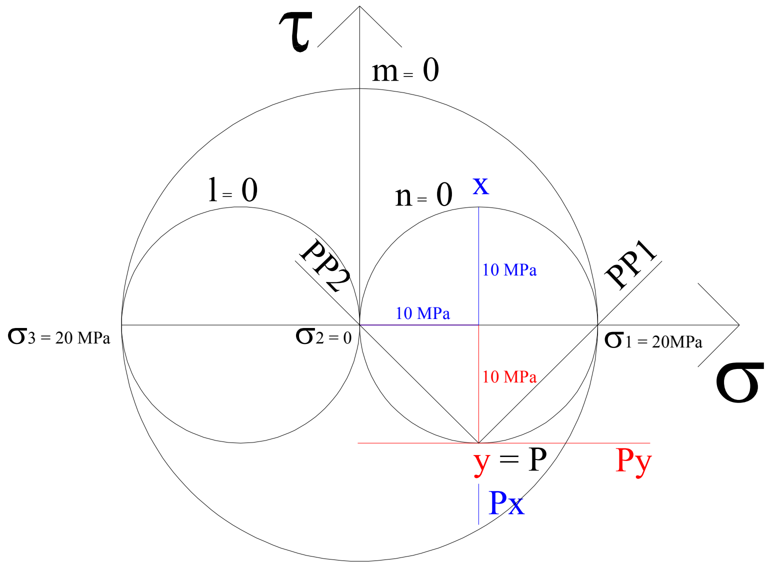


Construimos la Circunferencia de Mohr del Estado Plano

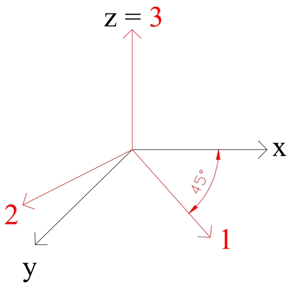




Construimos la Circunferencia de Mohr del Estado Triple agregando al Estado Doble la Tensión Principal 3



4. Verificar con el tensor principal hallado, los valores de σ y τ, asociados al plano x
5. Idem graficamente aplicando la Construcción de Mohr



Determino el versor x en función de 1,2 y 3
De 1 está a 45°, de 2 está a -45° y de está a 90°

$$n_x := \begin{pmatrix} \cos(45°) \\ \cos(-45°) \\ \cos(90°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0.707 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rho_x := T_{tP} \cdot n_x = \begin{pmatrix} 14.142 \\ 1.256 \times 10^{-15} \\ -1.225 \times 10^{-15} \end{pmatrix}$$

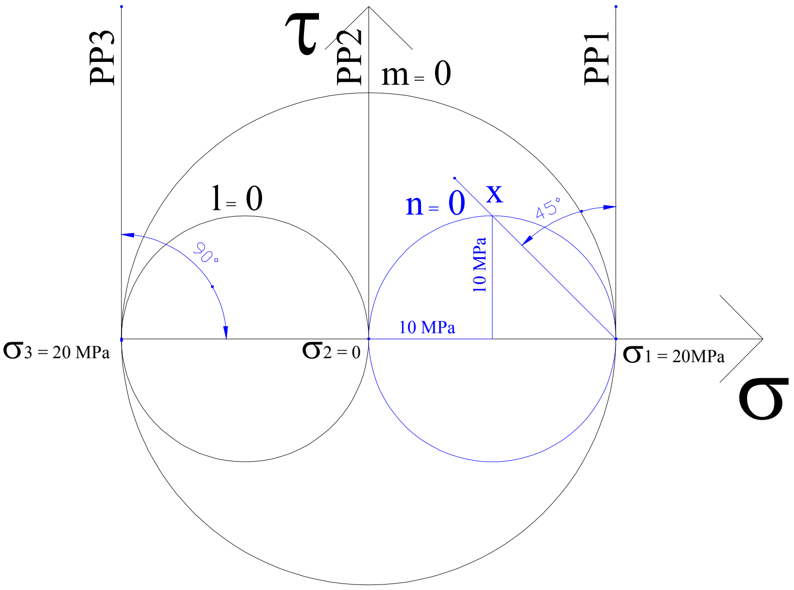
$$\sigma_x := \rho_x \cdot n_x = 10$$

Si busco la componente de ρx en dirección de y, necesito el versor y en función de 1,2 y3

$$n_y := \begin{pmatrix} \cos(45°) \\ \cos(45°) \\ \cos(90°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0.707 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_{xy} := \rho_x \cdot n_y = 10$$

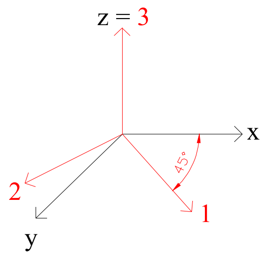
Si busco la componente de ρx en dirección de z, necesito el versor z en función de 1,2 y3

$$n_z := \begin{pmatrix} \cos(90°) \\ \cos(90°) \\ \cos(0°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \tau_{zy} := \rho_x \cdot n_z = 0$$



6. Las tensiones tangenciales máximas y mínimas para el haz de planos cuyo eje sostén es Z, y los planos donde dichas tensiones actúan, así como las tensiones normales asociadas a dichos planos
7. Las tensiones tangenciales máximas y mínimas, en los infinitos planos pasantes por el punto y los planos normales donde dichas tensiones actuan, así como las tensiones normales asociadas a dichos planos

Los planos cuyo eje sosten es Z, como Z coincide, en este caso, con la dirección ppal 3, son todos aquellos planos cuyo versor normal esta contenido en el plano x, y, es decir a 90° de z = 3



$$\tau_{mazZ} := \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 10$$

Los planos estan a 45° de 1 y de 2, o sea que son X o Y

$\sigma_x = 10$ $\sigma_y = 10$

Los planos de tensión tangencial máxima máxima se encuentra a 45° de 1 y de 3

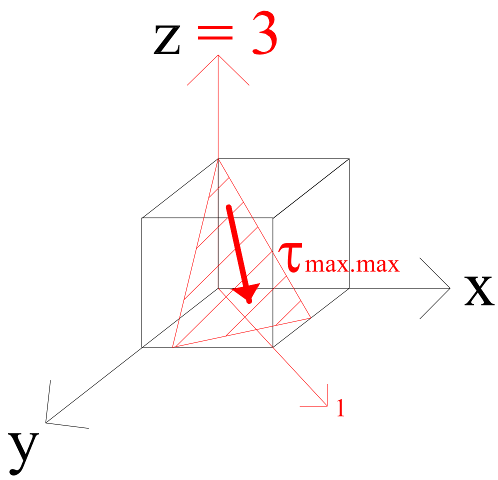
$$\tau_{maxmax} := \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 20$$

Los planos estan a 45° de 1 y de 3 $\sigma := 0$

$$n_{\tau maxmax} := \begin{pmatrix} \cos(45°) \\ \cos(90°) \\ \cos(45°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0 \\ 0.707 \end{pmatrix} \qquad \rho_{\tau maxmax} := T_{tP} \cdot n_{\tau maxmax} = \begin{pmatrix} 14.142 \\ 0 \\ -14.142 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{\tau maxmax} := \rho_{\tau maxmax} \cdot n_{\tau maxmax} = 0$$

$$\tau_{maxmax} := n_{\tau maxmax} \times \rho_{\tau maxmax} \times n_{\tau maxmax} = \begin{pmatrix} 14.142 \\ 0 \\ -14.142 \end{pmatrix} \qquad \left|\tau_{maxmax}\right| = 20$$



1. Determinar analíticamente las deformaciones específicas principales y las direcciones ppales.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\mu}{E} & \frac{-\mu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\mu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\mu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\mu}{E} & \frac{-\mu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.25 \times 10^{-5} \\ 6.25 \times 10^{-5} \\ -1.25 \times 10^{-4} \\ 1.25 \times 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

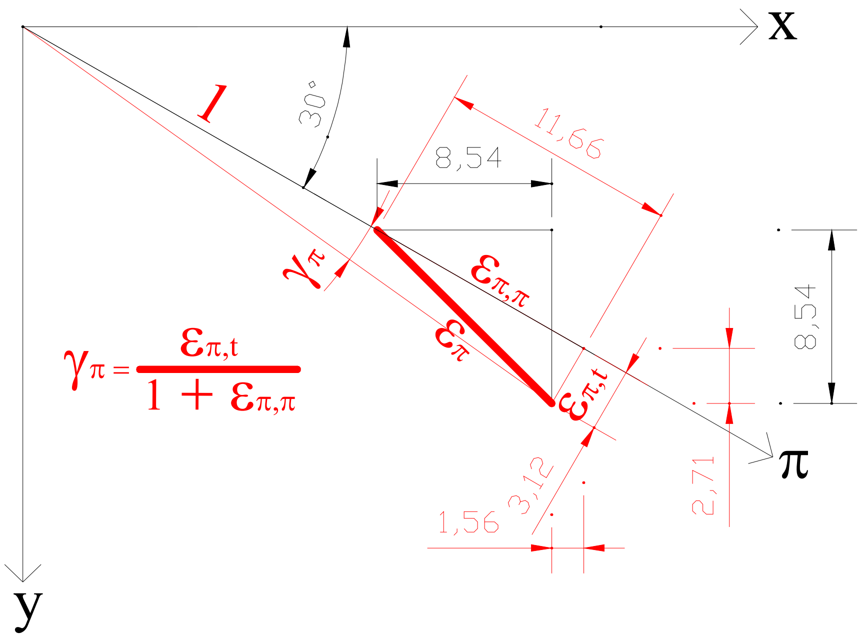
$$T_D := \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{zx}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.25 \times 10^{-5} & 6.25 \times 10^{-5} & 0 \\ 6.25 \times 10^{-5} & 6.25 \times 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & -1.25 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

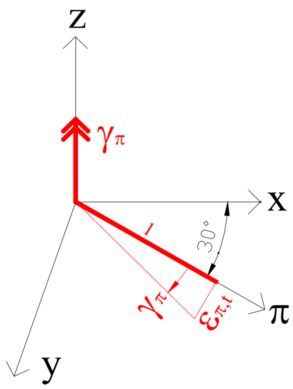
2. Calcular $\varepsilon\pi$, $\varepsilon\pi\pi$, $\varepsilon\pi t$ y $\gamma\pi$ para una dirección π que forma un ángulo de α = 30° con X y un ángulo γ = 90 ° con Z.

3. Determinar $\gamma\pi,\pi´$, siendo π perpendicular a π´ en el plano xy

$$n_\pi := \begin{pmatrix} \cos(30°) \\ \cos(60°) \\ \cos(90°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.866 \\ 0.5 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_\pi := T_D \cdot n_\pi = \begin{pmatrix} 8.538 \times 10^{-5} \\ 8.538 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{\pi\pi} := \varepsilon_\pi \cdot n_\pi = 1.166 \times 10^{-4} \qquad \varepsilon_{\pi t} := n_\pi \times \varepsilon_\pi \times n_\pi = \begin{pmatrix} -1.563 \times 10^{-5} \\ 2.706 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left|\varepsilon_{\pi t}\right| = 3.125 \times 10^{-5}$$





$$\gamma_\pi := n_\pi \times \varepsilon_\pi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.125\times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

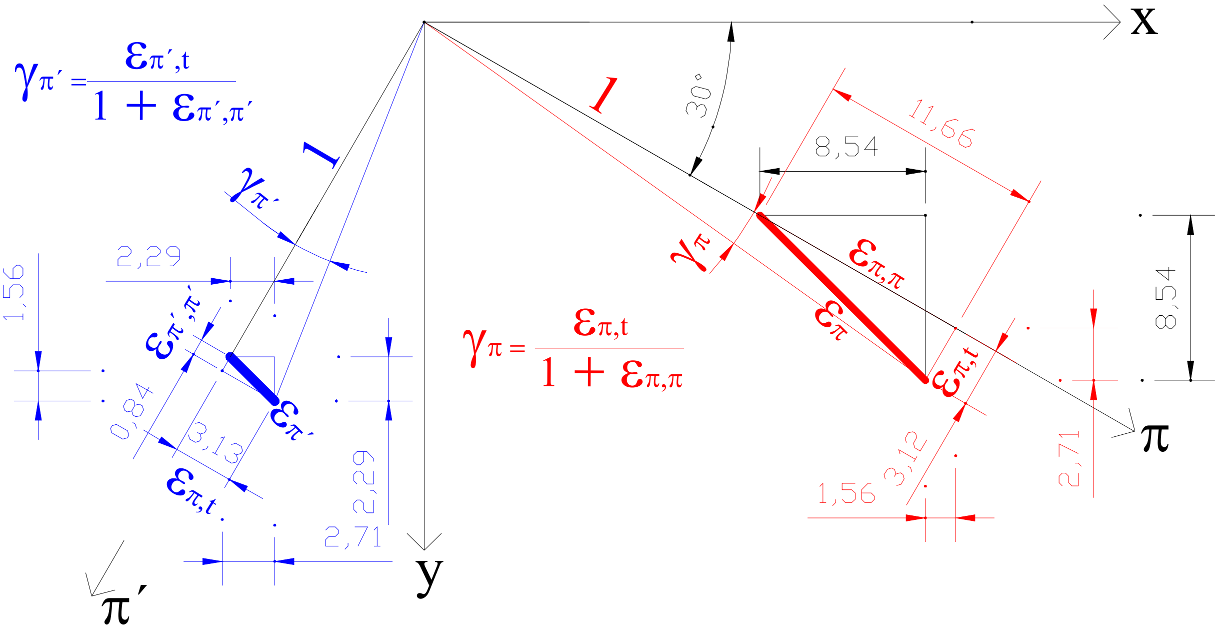
$$n_{\pi'} := \begin{pmatrix} \cos(120°) \\ \cos(30°) \\ \cos(90°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.866 \\ 0 \end{pmatrix}$$

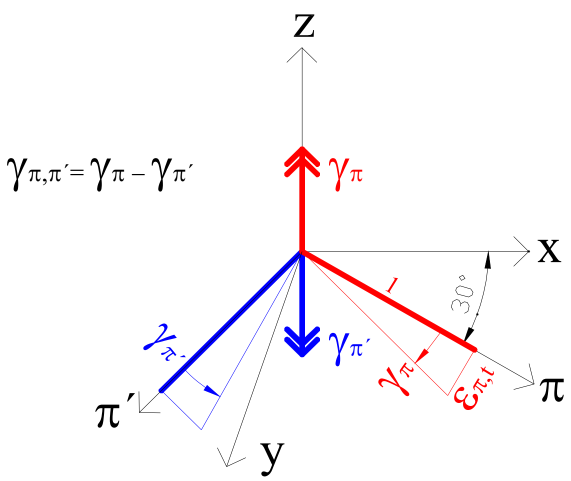
$$\varepsilon_{\pi'} := T_D \cdot n_{\pi'} = \begin{pmatrix} 2.288\times 10^{-5} \\ 2.288\times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{\pi'\pi'} := \varepsilon_{\pi'} \cdot n_{\pi'} = 8.373\times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{\pi' t} := n_{\pi'} \times \varepsilon_{\pi'} \times n_{\pi'} = \begin{pmatrix} 2.706\times 10^{-5} \\ 1.563\times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left|\varepsilon_{\pi' t}\right| = 3.125\times 10^{-5}$$

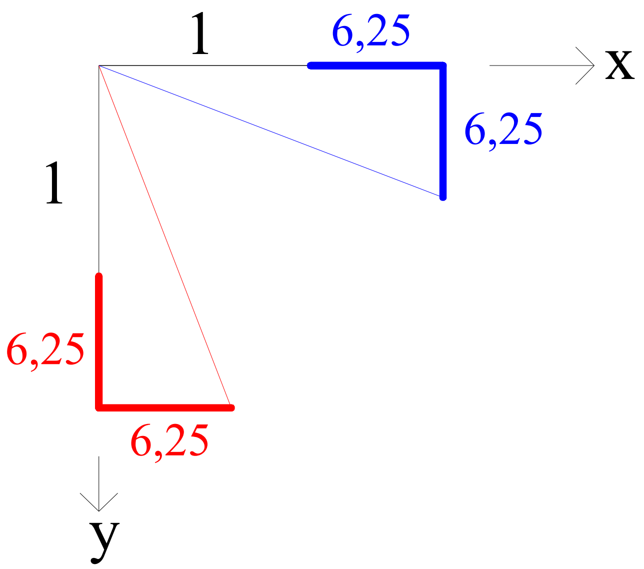


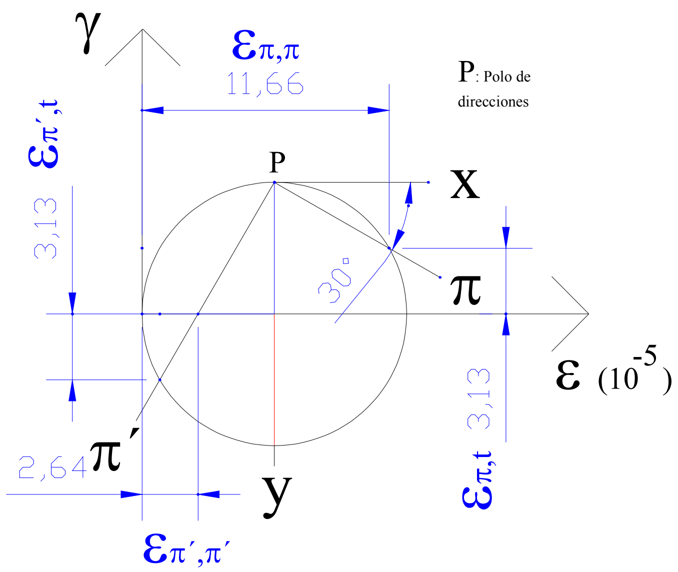


$$\gamma_{\pi'} := n_{\pi'} \times \varepsilon_{\pi'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3.125 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

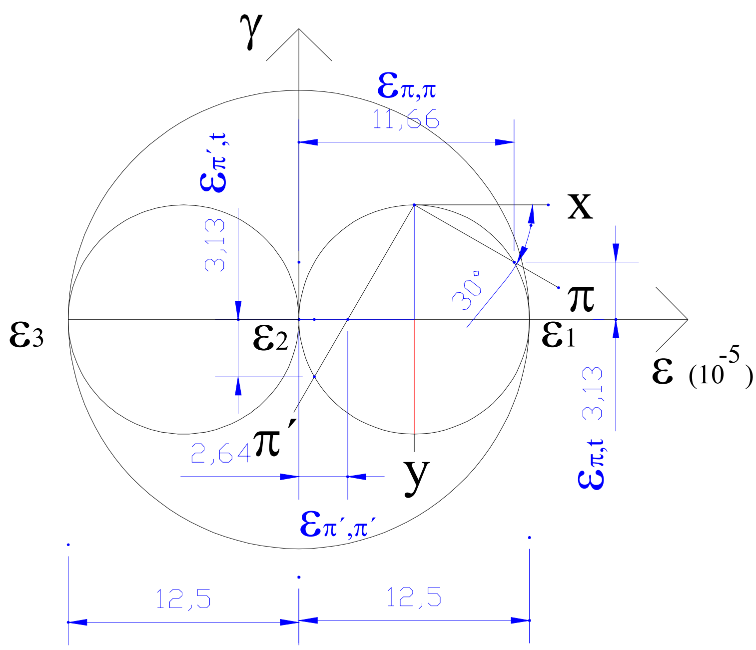
4. Trazar la Circunferencia de Mohr y verificar los valores del punto anterior

Trazamos la circunferencia de Mohr para el estado doble de deformaciones y verificamos los resultados obtenidos





Incorporamos la deformación especifica en Z = 3 que es principal y
trazamos la Circunferencia de Mohr en estado triple



$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} := \text{eigenvals}\left(T_D\right) = \begin{pmatrix} 1.25 \times 10^{-4} \\ 0 \\ -1.25 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$