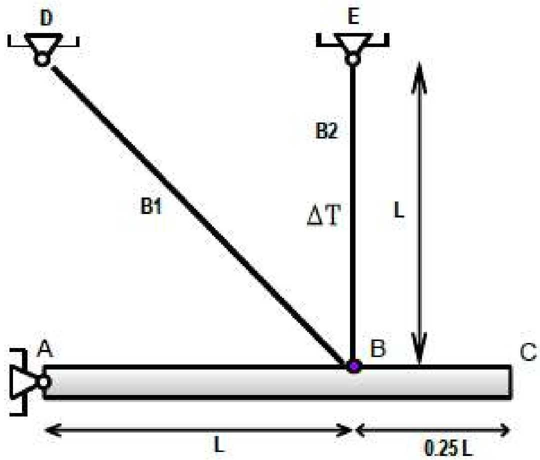
Ejercicio 1

1) - Calcular los esfuerzos axiles de las barras luego de aplicar la carga de temperatura en la barra 2

2) - Calcular las tensiones y deformaciones de todas las barras.

3) - Calcular el desplazamiento final del punto C



DATOS:

L = 5,00 m	E = 20.000 kN/cm²
A = 4 cm²	A: Áreas de las barras
ΔT = -40 °	AC : Barra Rígida
$\alpha = 1.10^{-5}$	

$Long := 5\ \mathrm{m}$ $\quad Area := 4\ \mathrm{cm}^2$ $\quad \Delta T := -40$ $\quad \alpha := 10^{-5}$ $\quad E := 20000\ \dfrac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$

Por equilibrio, momento respecto de A

$$N_1 = -\sqrt{2} \cdot N_2$$

Por compatibilidad:

$$\Delta L_1 = \frac{\Delta L_2}{\sqrt{2}}$$

$$-\frac{\sqrt{2} \cdot N_2 \cdot Long \cdot \sqrt{2}}{E \cdot Area} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\alpha \cdot \Delta T \cdot Long + \frac{N_2 \cdot Long}{E \cdot Area} \right)$$

$$N_2 := -\frac{(\Delta T \cdot \alpha \cdot Long)}{\dfrac{(2 \cdot \sqrt{2} + 1) \cdot Long}{E \cdot Area}} = 8.3585\ \mathrm{kN}$$

$$N_1 := -\sqrt{2} \cdot N_2 = -11.8207\ \mathrm{kN}$$

Cálculo de deformaciones y tensiones de cada barra

$$\sigma_1 := \frac{N_1}{Area} = -29.5518\ \mathrm{MPa} \qquad \varepsilon_1 := \frac{\sigma_1}{E} = -0.0148\ \%$$

$$\sigma_2 := \frac{N_2}{Area} = 20.8963\ \mathrm{MPa} \qquad \varepsilon_2 := \frac{\sigma_2}{E} = 0.0104\ \%$$

Desplazamiento del punto final

$$\delta_C := \left(\frac{N_2 \cdot Long}{E \cdot Area} + \alpha \cdot \Delta T \cdot Long \right) \cdot \frac{3}{2} = -2.2164\ \mathrm{mm}$$

Ejercicio N°1:

Para la estructura que se muestra a continuación compuesta por la barra infinitamente rígida ABCD, con un apoyo fijo en C y las barras de acero 1 y 2, se pide:

a) Determinar los esfuerzos normales de todas las barras, indicando explícitamente si se encuentran traccionadas o comprimidas, y verificar que no superen la tensión admisible luego de salvado el error de montaje.

b) Calcular el corrimiento vertical del punto A luego de salvado el error de montaje, indicando si dicho punto "sube" o "baja".

$a := 2\ \mathrm{m}$

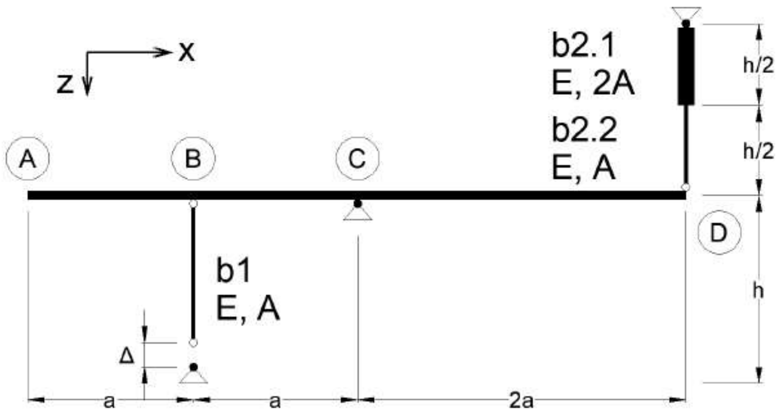
$\Delta := 2\ \mathrm{mm}$

$A := 5\ \mathrm{cm}^2$

$h := 2\ \mathrm{m}$

$E := 21000\ \dfrac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$

$\sigma_{adm} := 15\ \dfrac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$



Aplico una fuerza P en dirección vertical en el extremo inferior de la barra B1. Dicho punto se llamará B1

Por equilibrio, momento respecto de C:

$$P \cdot a + R_d \cdot 2 \cdot a = 0 \qquad R_d = \frac{-P}{2}$$

Por compatibilidad:

$$\delta_{B1} = \delta_B + \frac{P \cdot h}{E \cdot A} \qquad 2 \cdot \delta_B = \delta_D \qquad \delta_D = \frac{R_d \cdot \frac{h}{2}}{E \cdot A} + \frac{R_d \cdot \frac{h}{2}}{E \cdot 2 \cdot A}$$

Reemplazo:

$$\Delta = \frac{P \cdot h}{E \cdot A} + \left(\frac{\frac{P}{2} \cdot \frac{h}{2}}{E \cdot A} + \frac{\frac{P}{2} \cdot \frac{h}{2}}{E \cdot 2 \cdot A} \right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$P := \frac{\Delta}{\left(\frac{h}{E \cdot A} + \left(\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2}}{E \cdot A} + \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2}}{E \cdot 2 \cdot A} \right) \cdot \frac{1}{2} \right)} = 88.4211\ \mathrm{kN}$$

$$N_{b1} := P = 88.4211\ \mathrm{kN} \qquad N_{b2} := -\frac{N_{b1}}{2} = -44.2105\ \mathrm{kN} \qquad N_{b3} := N_{b2} = -44210.5263\ \mathrm{N}$$

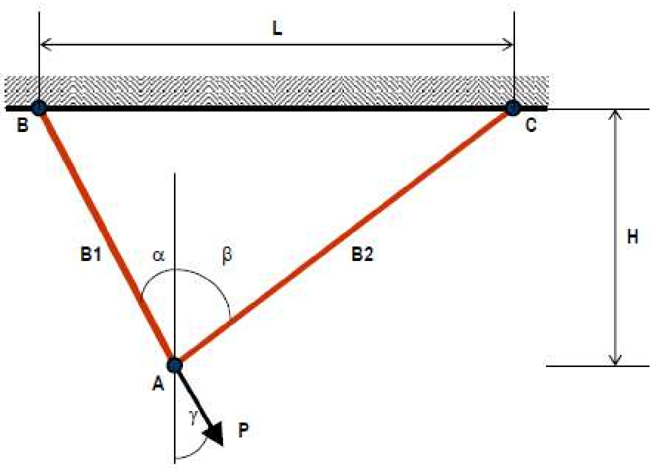
$$\sigma_{b1} := \frac{N_{b1}}{A} = 17.6842\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2} \qquad \sigma_{b2} := \frac{N_{b2}}{A} = -8.8421\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2} \qquad \sigma_{b3} := \frac{N_{b3}}{2 \cdot A} = -4.4211\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$$

$\sigma_{b1} > \sigma_{adm} = 1$ No verifica.

Corrimiento de A:

$$\delta_A := 2 \cdot \delta_B \qquad \delta_A := 2 \cdot \left(\frac{\frac{N_{b1}}{2} \cdot \frac{h}{2}}{E \cdot A} + \frac{\frac{N_{b1}}{2} \cdot \frac{h}{2}}{E \cdot 2 \cdot A} \right) \cdot \frac{1}{2} = 0.6316\ \mathrm{mm}$$

Ejercicio 8 (Guía de Ejercicios)



Datos:

$H := 4\ \mathrm{m}$ $\qquad P := 98\ \mathrm{kN}$

$E := 20000\ \dfrac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$ $\qquad \alpha := 30\ °$

$\beta := 37\ °$

$CS := 1.6$

$\sigma_f := 240\ \mathrm{MPa}$ $\qquad \gamma := 20\ °$

$\sigma_{adm} := \dfrac{\sigma_f}{CS} = 150\ \mathrm{MPa}$ $\qquad \delta_{adm} := \dfrac{H}{1000} = 4\ \mathrm{mm}$

8.01.Dimensionar las barras para la condición de resistencia adoptando secciones con diámetros comerciales.

Resuelvo el isostático:

$$P \cdot \sin(\beta + \gamma) = N_{B1} \cdot \sin(\alpha + \beta) \qquad P \cdot \sin(\alpha - \gamma) = N_{B2} \cdot \sin(\alpha + \beta)$$

$$N_{B1} := \frac{P \cdot \sin(\beta + \gamma)}{\sin(\alpha + \beta)} = 89.2877\ \mathrm{kN} \qquad N_{B2} := \frac{P \cdot \sin(\alpha - \gamma)}{\sin(\alpha + \beta)} = 18.4872\ \mathrm{kN}$$

$$A_{necB1} := \frac{N_{B1}}{\sigma_{adm}} = 5.9525\ \mathrm{cm}^2 \qquad A_{necB2} := \frac{N_{B2}}{\sigma_{adm}} = 1.2325\ \mathrm{cm}^2$$

$$D_{necB1} := \sqrt{\frac{A_{necB1} \cdot 4}{\pi}} = 1.0839\ \mathrm{in} \qquad D_{necB2} := \sqrt{\frac{A_{necB2} \cdot 4}{\pi}} = 0.4932\ \mathrm{in}$$

Se adopta según diámetros comerciales:

$$D_{B1} := \frac{9}{8}\ \mathrm{in} = 1.125\ \mathrm{in} \qquad D_{B2} := \frac{1}{2}\ \mathrm{in} = 0.5\ \mathrm{in}$$

$$A_{B1} := \frac{\pi \cdot D_{B1}^{\ 2}}{4} = 6.413\ \mathrm{cm}^2 \qquad A_{B2} := \frac{\pi \cdot D_{B2}^{\ 2}}{4} = 1.2668\ \mathrm{cm}^2$$

$$I_{B1} := \frac{\pi \cdot D_{B1}^{\ 4}}{64} = 3.2728 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{m}^4 \qquad I_{B2} := \frac{\pi \cdot D_{B2}^{\ 4}}{64} = 1.277 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}^4$$

8.02. y 8.03 Verificar la condición de desplazamiento del punto A

$$L_{B1} := \frac{H}{\cos(\alpha)} = 4.6188\ \mathrm{m} \qquad L_{B2} := \frac{H}{\cos(\beta)} = 5.0085\ \mathrm{m}$$

Por TTV:

$$\delta A_v \cdot (+1) = \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}}$$

$$N_{B1SE} := \frac{1 \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.6538 \qquad N_{B2SE} := \frac{1 \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.5432$$

$$\delta A_v := \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} = 4.0873 \text{ mm}$$

$$\delta A_h \cdot (+1) = \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}}$$

$$N_{B1SE} := \frac{1 \cdot \sin(90\ ° - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.8676 \qquad N_{B2SE} := \frac{1 \cdot \sin(\alpha - 90\ °)}{\sin(\alpha + \beta)} = -0.9408$$

$$\delta A_h := \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} = -0.6488 \text{ mm}$$

$$\delta A := \sqrt{\delta A_v^{\ 2} + \delta A_h^{\ 2}} = 4.1385 \text{ mm}$$

$$\delta A > \delta_{adm} = 1$$ No verifica.

8.04 En el caso de que alguna barra no verifique, se pide redimensionar.

Se adopta un diámetro superior en la barra 2.

$$D_{B1} := \frac{9}{8} \text{ in} \qquad D_{B2} := \frac{5}{8} \text{ in}$$

$$A_{B1} := \frac{\pi \cdot D_{B1}^{\ 2}}{4} = 6.413 \text{ cm}^2 \qquad A_{B2} := \frac{\pi \cdot D_{B2}^{\ 2}}{4} = 1.9793 \text{ cm}^2$$

$$I_{B1} := \frac{\pi \cdot D_{B1}^{\ 4}}{64} = 3.2728 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 \qquad I_{B2} := \frac{\pi \cdot D_{B2}^{\ 4}}{64} = 3.1176 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$\delta A_v \cdot (+1) = \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}}$$

$$N_{B1SE} := \frac{1 \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.6538 \qquad N_{B2SE} := \frac{1 \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.5432$$

$$\delta A_v := \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot \quad \cdot}{E \cdot A_{B2}} = 3.3727 \text{ mm}$$

$$\delta A_h \cdot (+1) = \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}}$$

$$N_{B1SE} := \frac{1 \cdot \sin(90° - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.8676 \qquad N_{B2SE} := \frac{1 \cdot \sin(\alpha - 90°)}{\sin(\alpha + \beta)} = -0.9408$$

$$\delta A_h := \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} = 0.5891 \text{ mm}$$

$$\delta A := \sqrt{\delta A_v^{\,2} + \delta A_h^{\,2}} = 3.4237 \text{ mm}$$

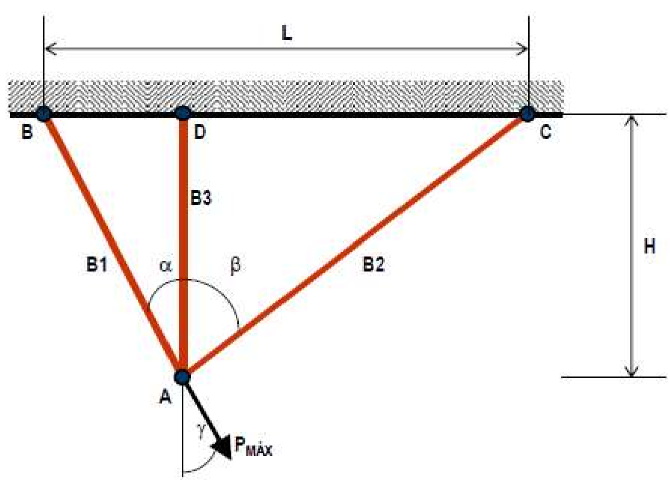
$$\delta A > \delta_{adm} = 0$$ Verifica.

8.05 Indicar las tensiones de trabajo finales de ambas barras.

$$\sigma_1 := \frac{N_{B1}}{A_{B1}} = 139.2288 \text{ MPa} \qquad \sigma_2 := \frac{N_{B2}}{A_{B2}} = 93.4013 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{adm}} = 0.9282 \qquad \frac{\sigma_2}{\sigma_{adm}} = 0.6227$$

8.06 Si se agrega una barra vertical de igual sección que la mayor adoptada, calcular Pmax



$$L_{B3} := H = 4 \text{ m}$$

$$A_{B3} := A_{B1} = 6.413 \text{ cm}^2$$

Se utiliza el método de las incógnitas estáticas. Se libera la restricción vertical en D y se plantea:

$$\delta D_{vHiper} = \delta D_{vP} + \delta D_{vRd}$$

$$0 = \delta D_{vP} + R_d \cdot \delta D_{v1}$$

Se calcula el desplazamiento del punto D debido a una carga P, que es el mismo caso del punto anterior. Por lo que:

$$\delta D_{vP} := \delta A_v = 3.3727 \text{ mm}$$

$$N_{1vP} := N_{B1} = 89.2877 \text{ kN} \qquad N_{2vP} := N_{B2} = 18.4872 \text{ kN} \qquad N_{3vP} := 0 \text{ kN}$$

Se calcula el desplazamiento del punto D debido a una carga unitaria en dirección vertical

$$\delta D_{v1} \cdot (+1) = \frac{N_{vB1SE} \cdot N_{vB1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{vB2SE} \cdot N_{vB2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} + \frac{N_{vB3SE} \cdot N_{vB3} \cdot L_{B3}}{E \cdot A_{B3}}$$

$$N_{vB1SE} := \frac{1 \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.6538 \qquad N_{vB2SE} := \frac{1 \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.5432 \qquad N_{vB3SE} := -1$$

$$N_{vB1} := N_{vB1SE} = 0.6538 \qquad N_{vB2} := N_{vB2SE} = 0.5432 \qquad N_{vB3} := N_{vB3SE} = -1$$

$$\delta D_{v1} := \frac{N_{vB1SE} \cdot N_{vB1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{vB2SE} \cdot N_{vB2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} + \frac{N_{vB3SE} \cdot N_{vB3} \cdot L_{B3}}{E \cdot A_{B3}} = 0.0839 \, \frac{\text{mm}}{\text{kN}}$$

$$R_d := \frac{\delta D_{vP}}{\delta D_{v1}} = 40.1945 \text{ kN}$$

Los esfuerzos axiles debido a P son:

$$N_1 := N_{1vP} - N_{vB1} \cdot R_d = 63.0089 \text{ kN}$$

$$N_2 := N_{2vP} - N_{vB2} \cdot R_d = -3.3457 \text{ kN}$$

$$N_3 := N_{3vP} - N_{vB3} \cdot R_d = 40.1945 \text{ kN}$$

Calculamos la Pmax:

$$P_{max} := \sigma_{adm} \cdot A_{B1} \cdot \frac{P}{N_1} = 149.6158 \text{ kN}$$

$$N_{B1} := N_1 \cdot \frac{P_{max}}{P} = 96.1952 \text{ kN} \qquad N_{B2} := N_2 \cdot \frac{P_{max}}{P} = -5.1079 \text{ kN} \qquad N_{B3} := N_3 \cdot \frac{P_{max}}{P} = 61.3647 \text{ kN}$$

8.07 Determinar el nuevo corrimiento del punto A.

Por TTV

$$\delta A_v \cdot (+1) = \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} + \frac{N_{B3SE} \cdot N_{B3} \cdot L_{B3}}{E \cdot A_{B3}}$$

$$N_{B1SE} := \frac{1 \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.6538 \qquad N_{B2SE} := \frac{1 \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.5432 \qquad N_{B3SE} := 0$$

$$\delta A_v := \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} = 1.9138 \text{ mm}$$

$$\delta A_h \cdot (+1) = \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} + \frac{N_{B3SE} \cdot N_{B3} \cdot L_{B3}}{E \cdot A_{B3}}$$

$$N_{B1SE} := \frac{1 \cdot \sin(90° - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = 0.8676 \qquad N_{B2SE} := \frac{1 \cdot \sin(\alpha - 90°)}{\sin(\alpha + \beta)} = -0.9408 \qquad N_{B3SE} := 0$$

$$\delta A_h := \frac{N_{B1SE} \cdot N_{B1} \cdot L_{B1}}{E \cdot A_{B1}} + \frac{N_{B2SE} \cdot N_{B2} \cdot L_{B2}}{E \cdot A_{B2}} = 3.6135 \text{ mm}$$

$$\delta A := \sqrt{\delta A_v^{\ 2} + \delta A_h^{\ 2}} = 4.089 \text{ mm}$$