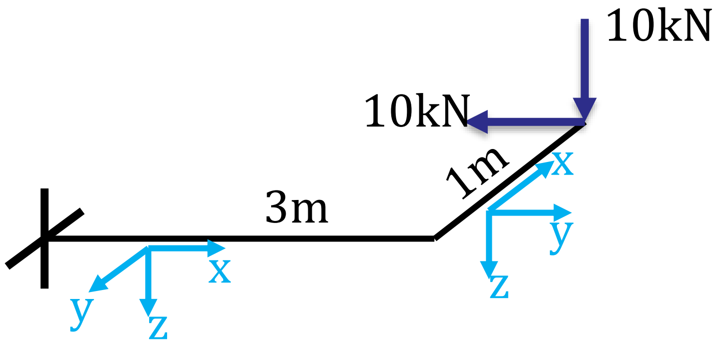
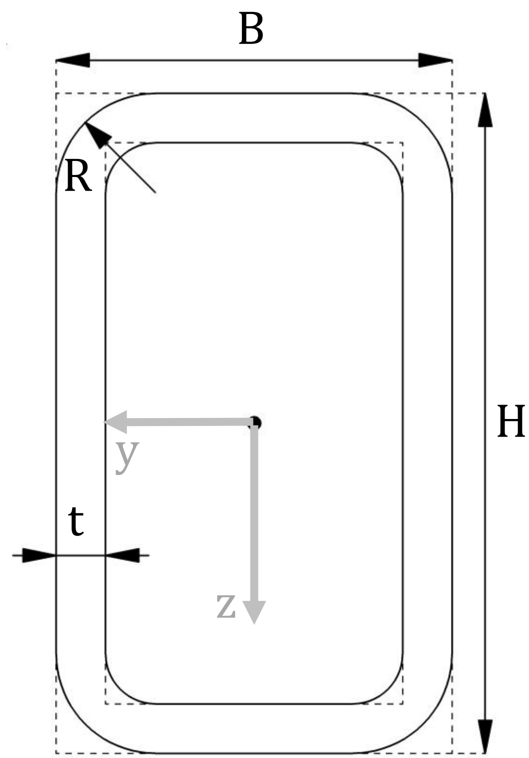
Teoría de Estados Límites



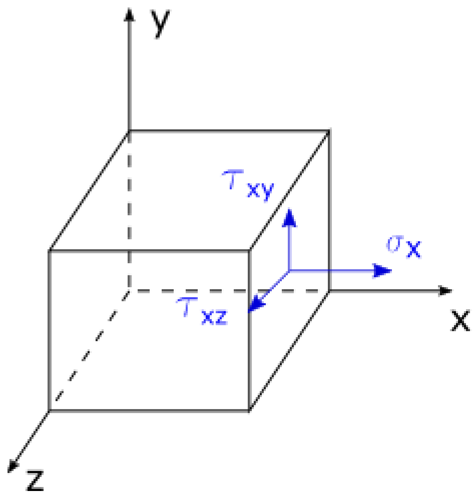


Augusto La Colla – Manuela Medina – Constanza Ruffinelli – Bautista Chesta

Introducción teórica

Dependiendo del material, existen ciertos limites en las tensiones que puede resistir. Por ejemplo, la tensión que establece el fin del periodo elástico se denomina fluencia.

En nuestra materia trabajaremos con barras, que son estados dobles de tensiones



$$[T_T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix} \Longrightarrow [T_T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{\sqrt{4 \cdot \tau^2 + \sigma^2}}{2}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma}{2} + \frac{\sqrt{4 \cdot \tau^2 + \sigma^2}}{2}$$

- Saint Venant
  (máxima deformación principal)

$$\max(|\varepsilon_1|, |\varepsilon_2|, |\varepsilon_3|) \leq |\varepsilon_{limite}|$$

$$EPT \quad \boxed{|\sigma_1 - \mu \cdot \sigma_3| \leq \sigma_{adm}} \quad \boxed{|\sigma_3 - \mu \cdot \sigma_1| \leq \sigma_{adm}}$$

- Rankine
  (máxima tensión principal)

$$\max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) \leq |\sigma_{adm}|$$

$$EPT \quad \boxed{|\sigma_1| \leq \sigma_{adm}} \quad \boxed{|\sigma_3| \leq \sigma_{adm}}$$

- Guest - Tresca
  (máxima tensión tangencial)

$$|\sigma_1 - \sigma_3| \leq |\sigma_{adm}|$$

$$EPT \quad \boxed{\sqrt{4 \cdot \tau^2 + \sigma^2} \leq \sigma_{adm}}$$

- Beltrami
  (máxima energía total)

$$EPT \quad \boxed{\sqrt{2\mu \cdot \tau^2 + 2 \cdot \tau^2 + \sigma^2} \leq \sigma_{adm}}$$

- Von Mises (Se usa para acero) (máxima energía de distorsión)

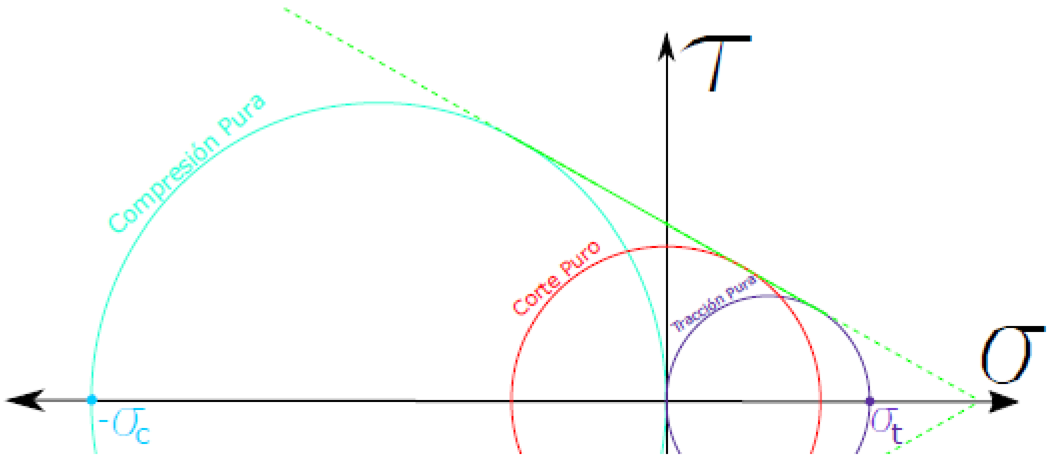
$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}} \leq |\sigma_{adm}|$$

$$EPT \qquad \boxed{\sqrt{3 \cdot \tau^2 + \sigma^2} \leq \sigma_{adm}}$$

- Coulomb (Se usa para suelos)

$$\boxed{\sigma_1 - K\sigma_3 \leq \sigma_{adm}}$$

$$K = \frac{\sigma_{fl-tracción}}{\sigma_{fl-compresión}} = \frac{\sigma_{rotura-tracción}}{\sigma_{rotura-compresión}} \qquad K > 0$$



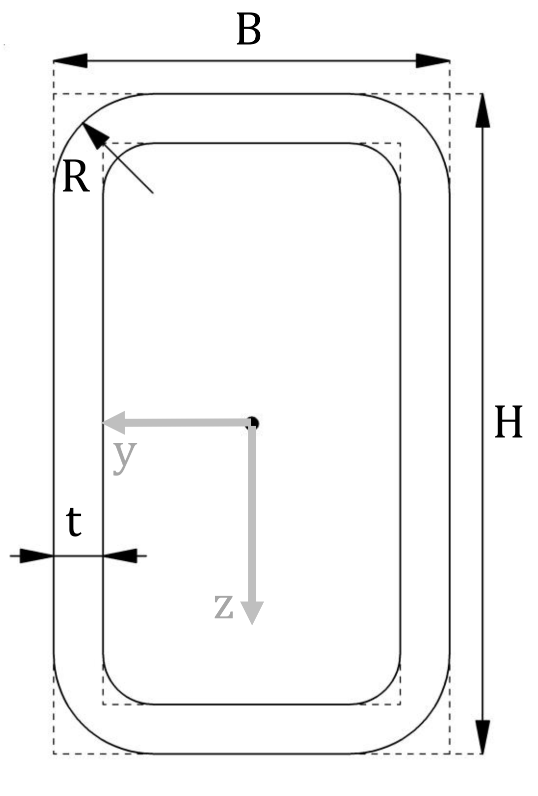
Teoría de Estados Límites

Ejercicio 1:

a) Determinar diagramas de tensiones parciales en la sección más solicitada.

b) Identificar el/los punto/s más peligroso/s de la estructura

c) Calcular el coeficiente de seguridad con la Teoría de Von Mises



Perfil Tubo Rectangular 100*250*10

Acero F24 $\sigma_{fl} = 24 \dfrac{kN}{cm^2}$

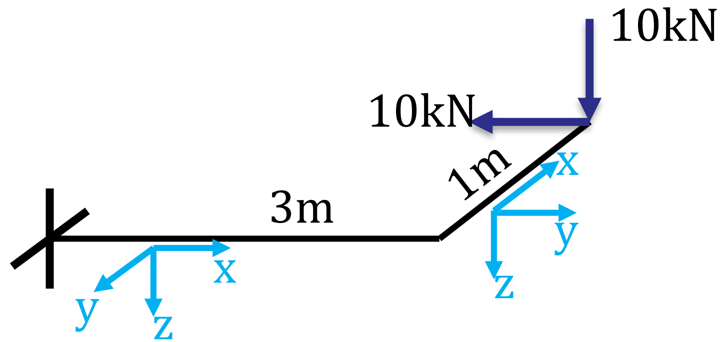
Datos de tabla

$B = 100\ mm$ $t = 10\ mm$ $R = 2\ t$

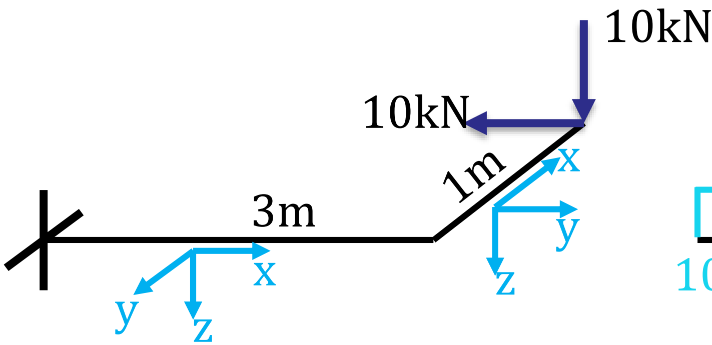
$H = 250\ mm$ $C = 428{,}14\ cm^3$

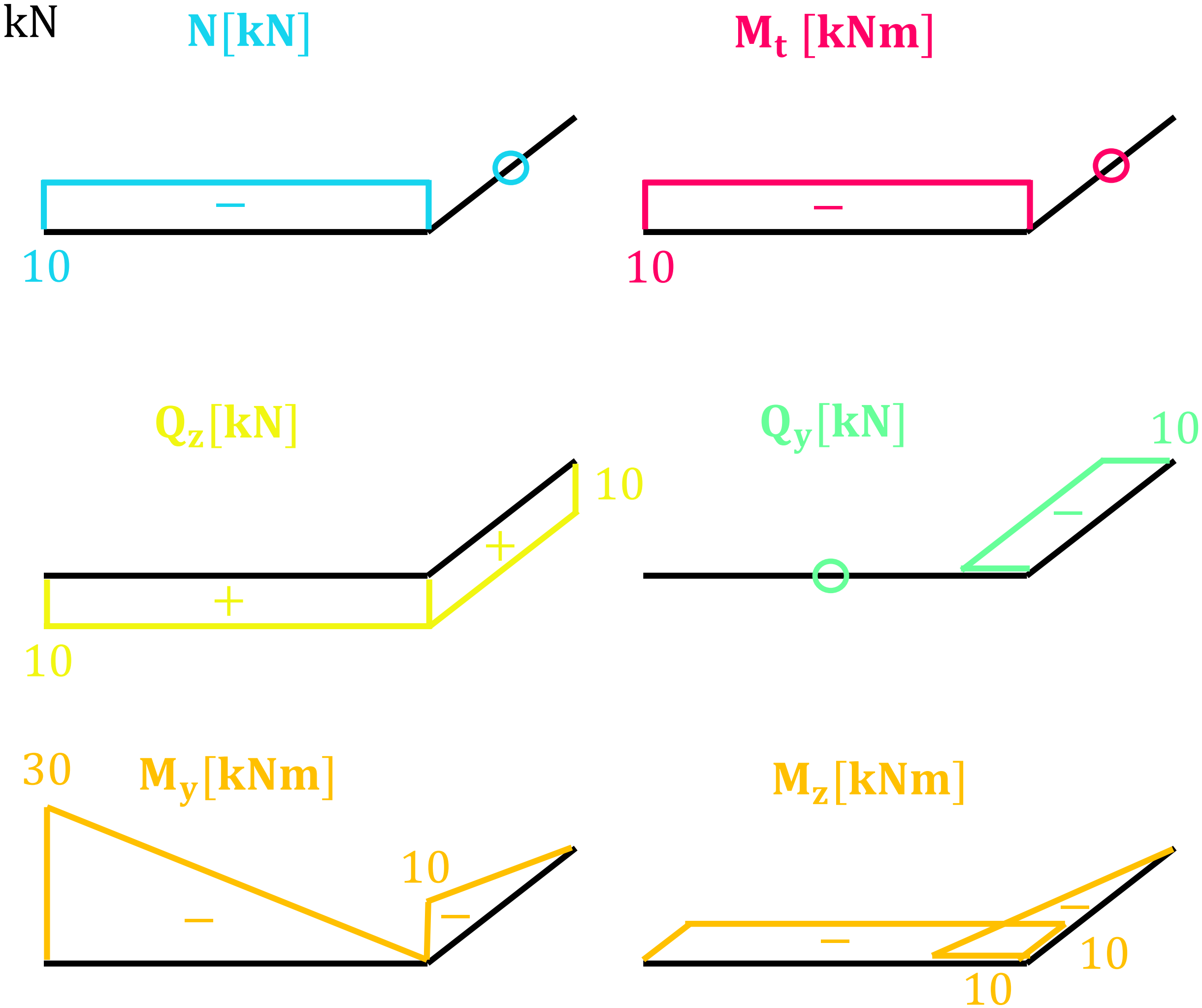
$I_{máx} = 4515{,}84\ cm^4$ $W_{máx} = S_{máx} = 361{,}27\ cm^3$

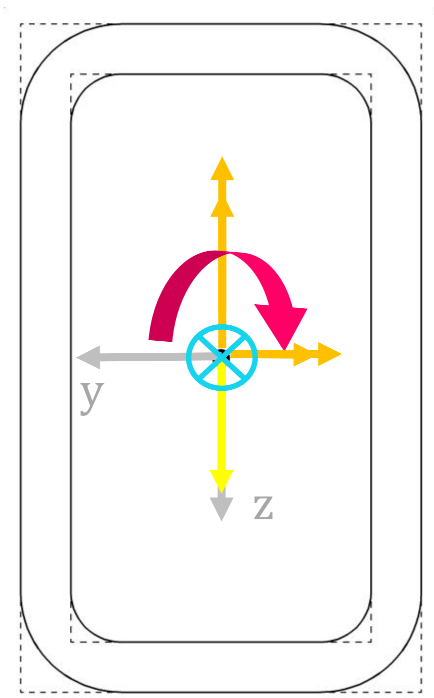
$I_{mín} = 1040{,}04\ cm^4$ $W_{mín} = S_{mín} = 208{,}01\ cm^3$



Diagramas de características







Sección más solicitada

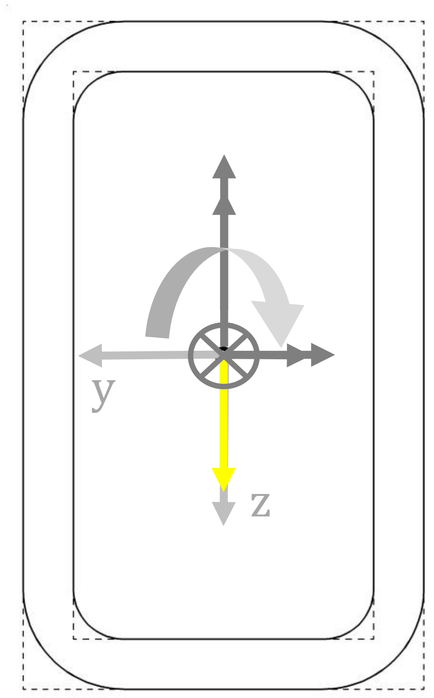
$N = -10\ \text{kN}$ $\quad M_t = -10\ \text{kNm}$ $\quad Q_z = 10\ \text{kN}$

$M_y = -30\ \text{kNm}$ $\quad M_z = -10\ \text{kNm}$

Corte

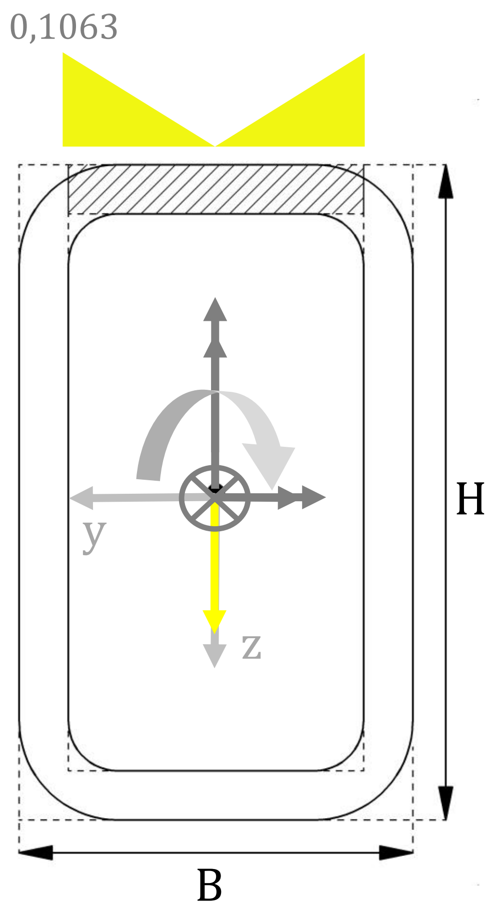
$$Q_z = 10\text{kN}$$

Se aproxima el diagrama considerando sección con esquinas en ángulo recto



Corte

$Q_z = 10\ \mathrm{kN}$



Se aproxima el diagrama considerando sección con esquinas en ángulo recto

$$\tau_{xy\,\text{máx}}^{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S_{EN}^{*1}}{I_{EN} \cdot b}$$

$$S_{EN}^{*1} = \big((B - 2t)t\big)\left(\frac{H}{2} - \frac{t}{2}\right)$$

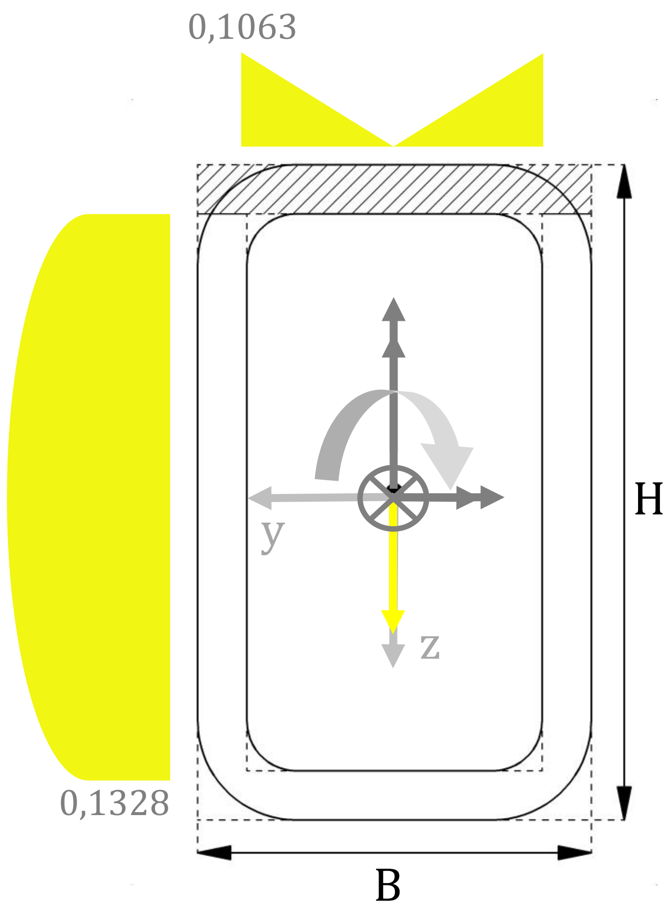
$$S_{EN}^{*1} = 96\ \mathrm{cm}^3$$

$$\tau_{xy\,\text{máx}}^{Q_z} = 0{,}1063\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$$

Se expresarán las tensiones en los diagramas en $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$

Corte

$$Q_z = 10 \text{ kN}$$



Se aproxima el diagrama considerando sección con esquinas en ángulo recto

$$\tau_{xz\,\text{mín}}^{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S_{EN}^{*2}}{I_{EN} \cdot b}$$

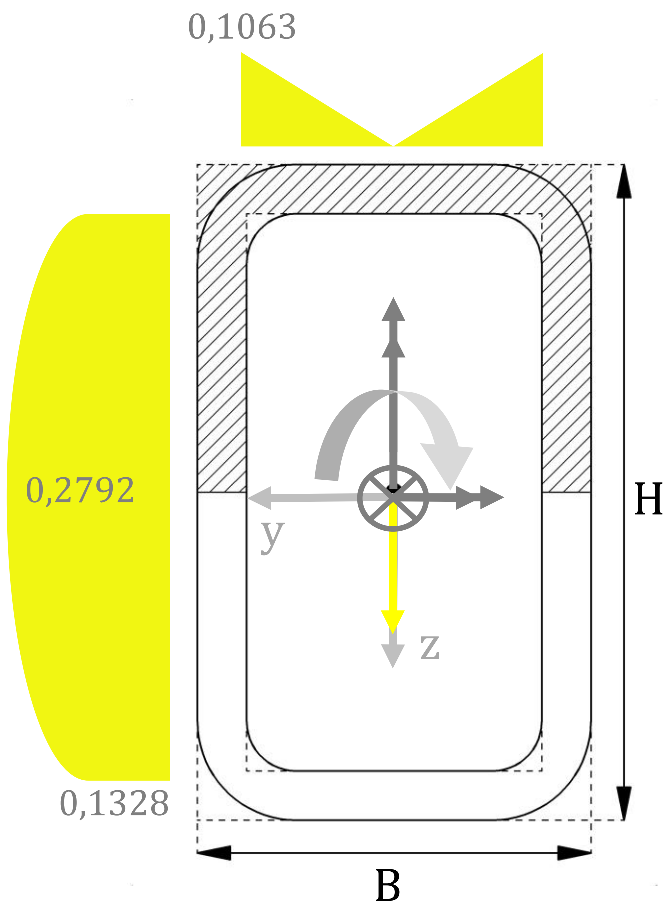
$$S_{EN}^{*2} = Bt\left(\frac{H}{2} - \frac{t}{2}\right)$$

$$S_{EN}^{*2} = 120 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{xz\,\text{mín}}^{Q_z} = 0{,}1328 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Corte

$Q_z = 10\ \mathrm{kN}$



Se aproxima el diagrama considerando sección con esquinas en ángulo recto

$$\tau_{xz\,\text{máx}}^{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S_{EN}^{*3}}{I_{EN} \cdot b}$$

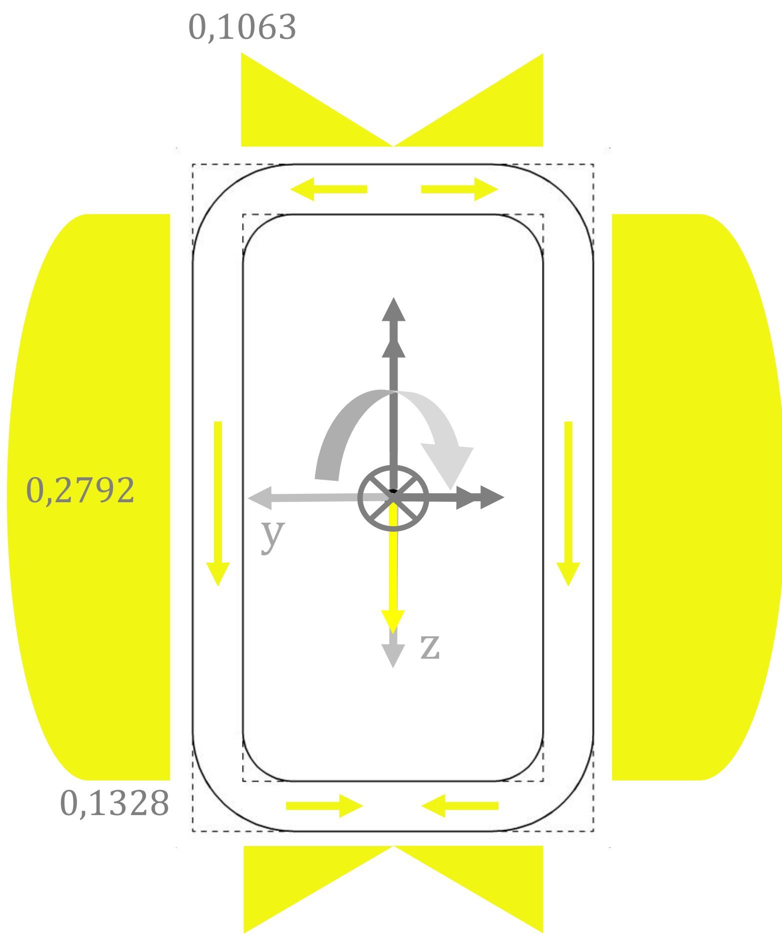
$$S_{EN}^{*3} = S_{EN}^{*2} + 2\left[t\left(\frac{H}{2} - t\right)\frac{1}{2}\left(\frac{H}{2} - t\right)\right]$$

$$S_{EN}^{*3} = 252{,}25\ \mathrm{cm}^3$$

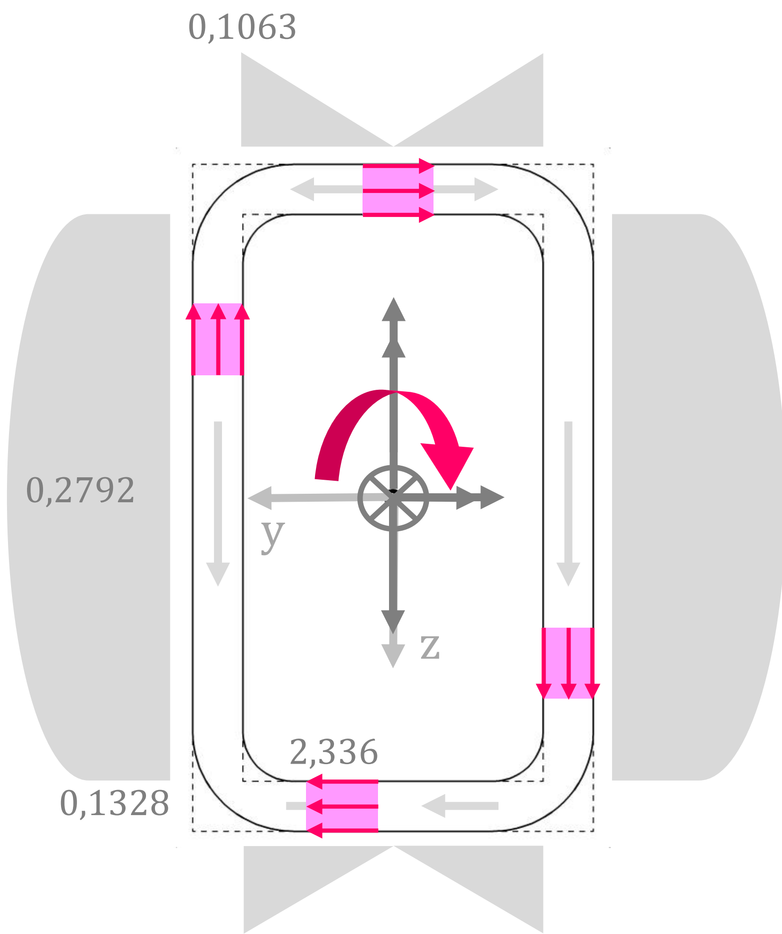
$$\tau_{xz\,\text{máx}}^{Q_z} = 0{,}2792\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$$

Corte

$$Q_z = 10\ \text{kN}$$



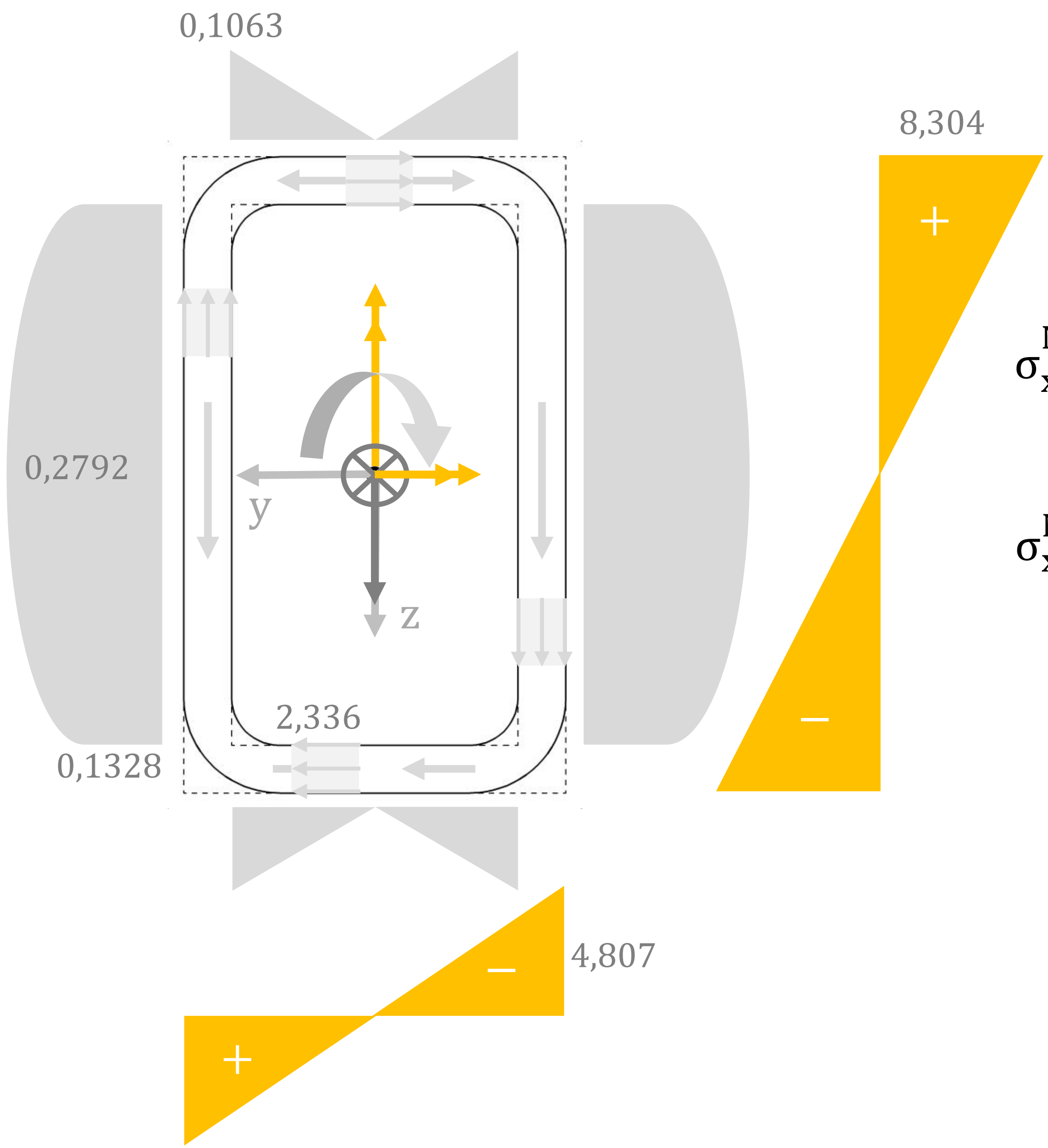
Torsión $M_t = -10\ \text{kNm}$



$$\tau_{Mt} = \frac{Mt}{C} = \frac{1000\ \text{kNcm}}{428{,}14\ \text{cm}^3} = 2{,}336\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Flexión

$$M_y = -30\ \mathrm{kNm} \qquad M_z = -10\ \mathrm{kNm}$$

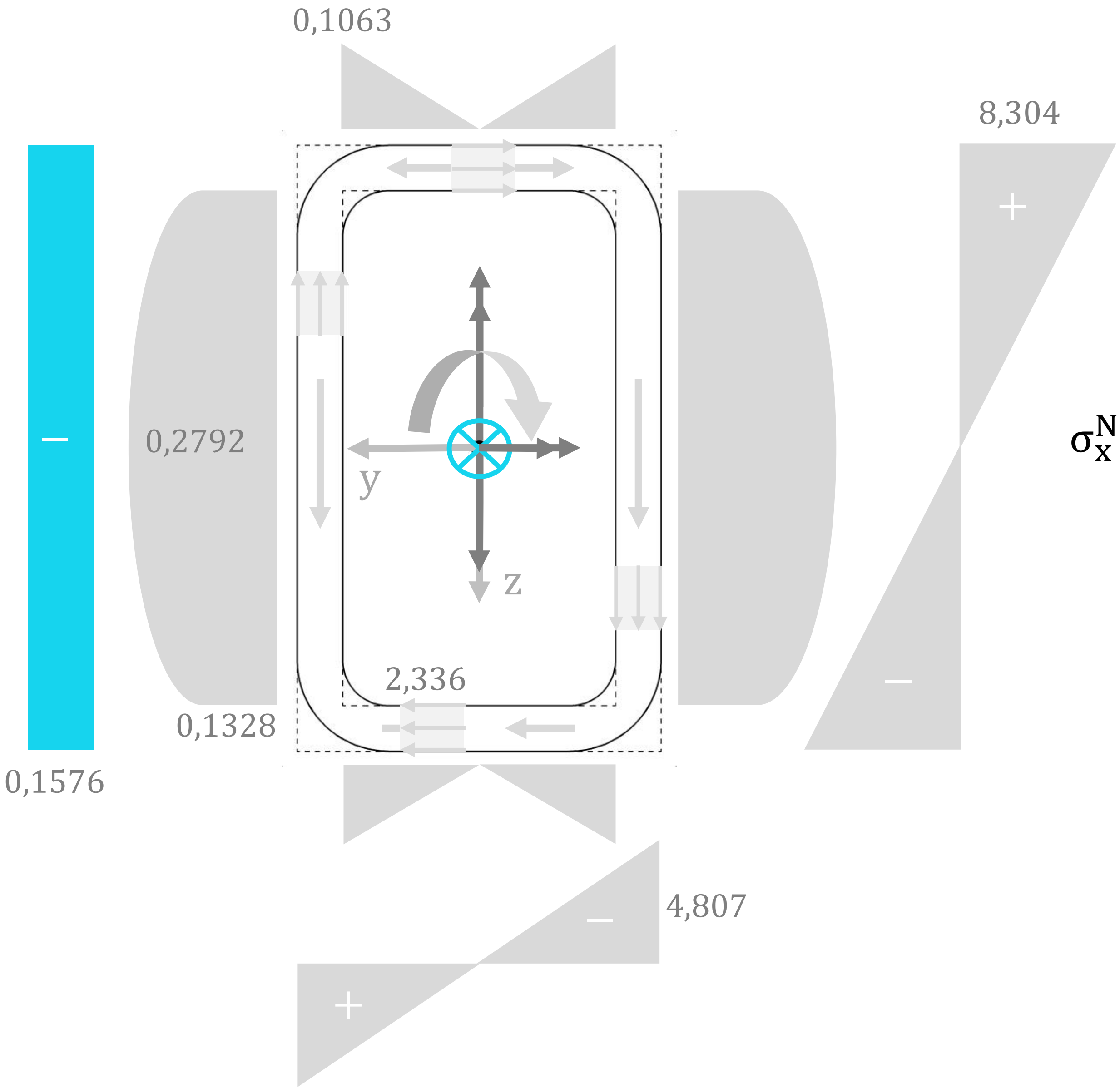


$$\sigma_x^{M_y} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{3000\ \mathrm{kNcm}}{361{,}27\ \mathrm{cm^3}} = 8{,}304\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm^2}}$$

$$\sigma_x^{M_z} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{1000\ \mathrm{kNcm}}{208{,}01\ \mathrm{cm^3}} = 4{,}807\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm^2}}$$

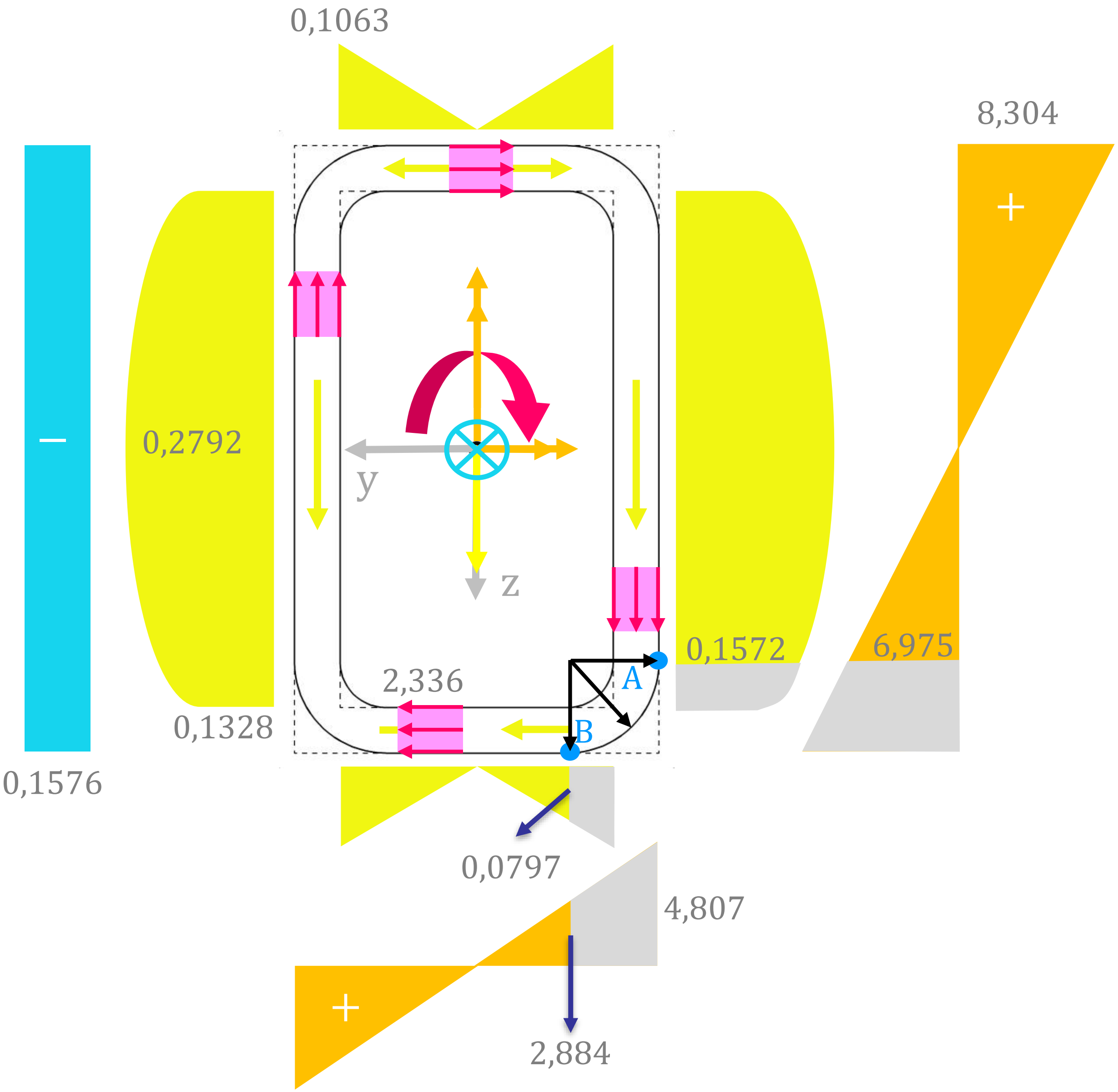
Axil

$$N = -10\ \mathrm{kN}$$



$$\sigma_x^N = \frac{N}{A} = \frac{-10\ \mathrm{kN}}{63{,}425\ \mathrm{cm}^2} = -0{,}1576\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$$

¿Cuál es el punto más peligroso?



Punto i   Terna XYZ

$$[T_T]^i_{XYZ} = \begin{pmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & \tau_{XZ} \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} & \tau_{ZY} & \sigma_Z \end{pmatrix}$$

$$[T_T]^i_{XYZ} = \begin{pmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & \tau_{XZ} \\ \tau_{YX} & 0 & 0 \\ \tau_{ZX} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_X^A = (-0{,}1576 - 6{,}975 - 4{,}807)\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$$

$$\tau_{XY}^A = 0$$

$$\tau_{XZ}^A = (2{,}336 + 0{,}1572)\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$$

$$\sigma_X^B = (-0{,}1576 - 2{,}884 - 8{,}304)\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$$

$$\tau_{XY}^B = (2{,}336 + 0{,}0797)\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$$

$$\tau_{XZ}^B = 0$$

$$\sigma_X^A = -11{,}94\,\frac{kN}{cm^2}$$

$$\tau_{XY}^A = 0$$

$$\tau_{XZ}^A = 2{,}49\,\frac{kN}{cm^2}$$

$$[T_T]_{XYZ}^A = \begin{pmatrix} -11{,}94 & 0 & 2{,}49 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2{,}49 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_X^B = -11{,}35\,\frac{kN}{cm^2}$$

$$\tau_{XY}^B = 2{,}41\,\frac{kN}{cm^2}$$

$$\tau_{XZ}^B = 0$$

$$[T_T]_{XYZ}^B = \begin{pmatrix} -11{,}35 & 2{,}41 & 0 \\ 2{,}41 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{cm^2}$$

Von Mises

$$\sqrt{\sigma_X^2 + 3\tau^2} \leq \frac{\sigma_{fl}}{CS}$$

$$\sigma_{fl} = 24\,\frac{kN}{cm^2}$$

Punto A

$$CS \leq 1{,}89$$

Punto B

$$CS \leq 1{,}98$$

¿Cuál es el punto más peligroso?

¿Cuál es el coeficiente de seguridad?