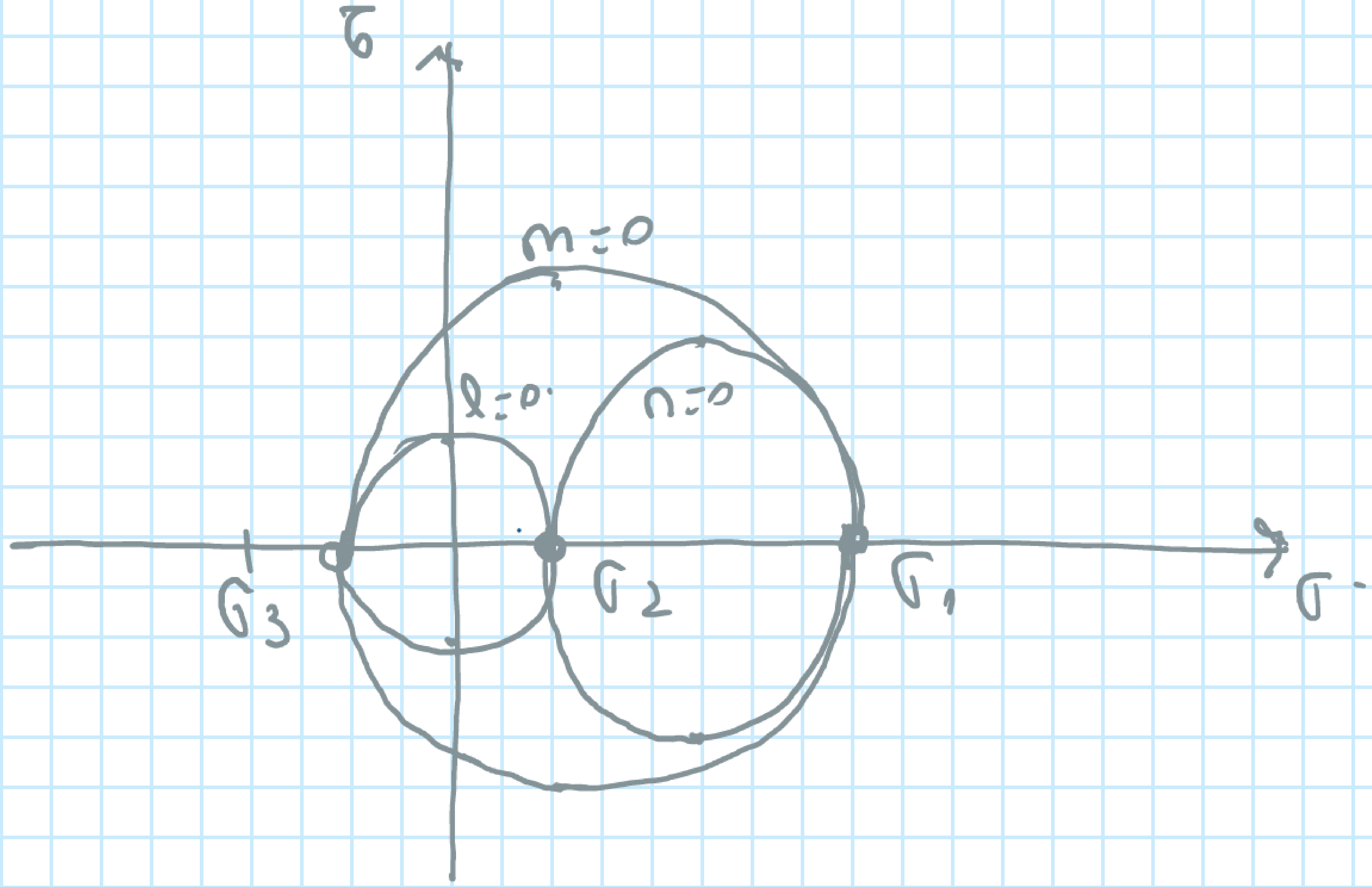
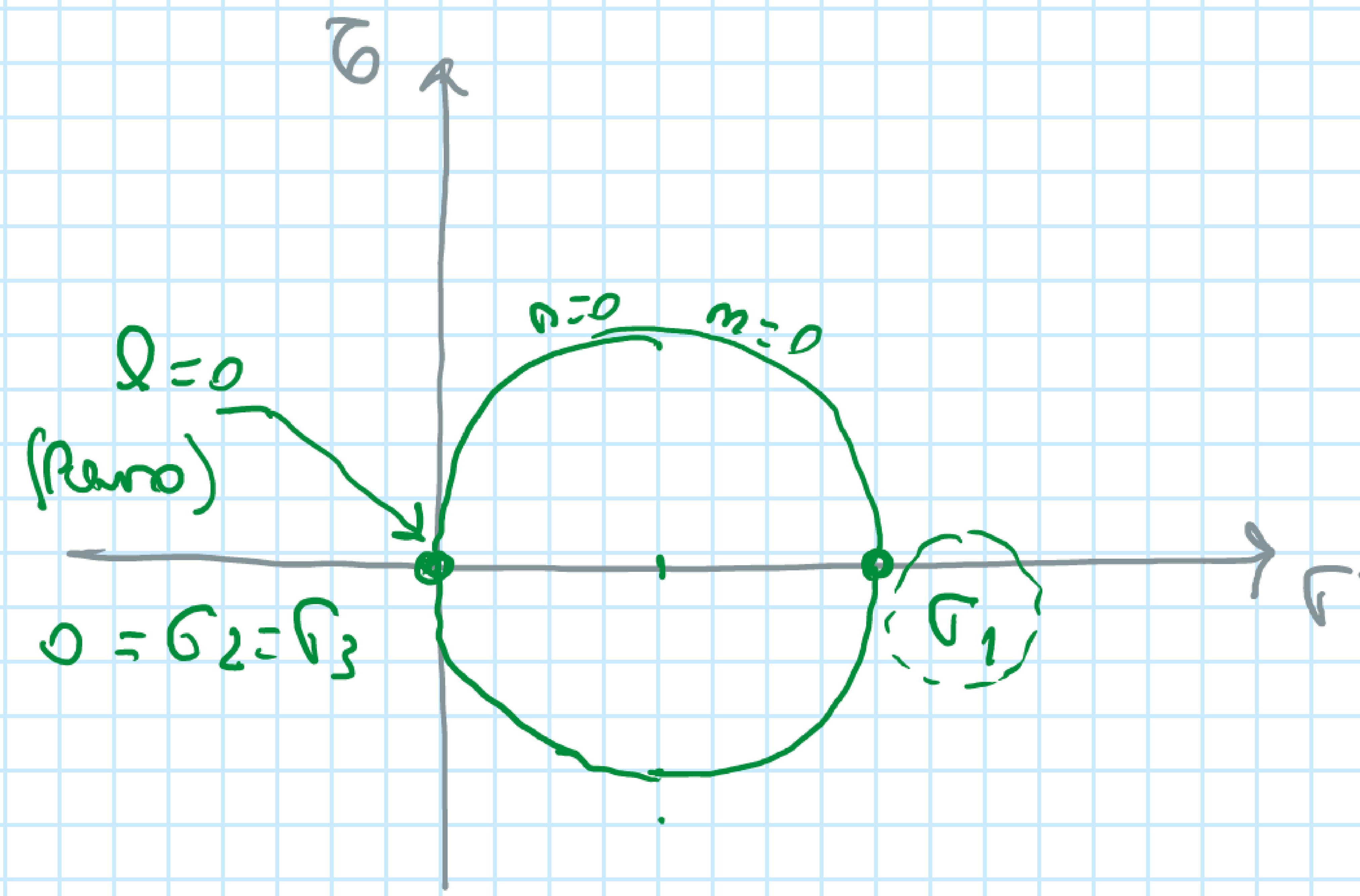
10.01 - TEORÍA DE LA MÁXIMA TENSIÓN NORMAL O T. DE RANKINE:

martes, 7 de diciembre de 2021 10:00

$ET]_{DATO} \to (\sigma_1 ; \sigma_2 ; \sigma_3)$.

$ET]_{PATRÓN\ REF.} \to (\sigma_1 , 0 , 0)$





$\sigma_1]_{DATO} \therefore \sigma_1]_{PATRÓN}$.

↓

$\sigma_1]_{PATRÓN} = \sigma_{EQ} = \sigma_C = \sigma_1]_{DATO}$

ETL:
- → DÚCTIL → $\sigma_1 = \sigma_F$
- → FRÁGIL → $\sigma_1 = \sigma_{ROT}$

$ET]_{DATO} = (10 ; 5 ; -15)$.

↑ σ_1 ↑ σ_2 ↑ σ_3.

$\sigma_1 = \sigma_{MÁX} = \sigma_{EQ} \leq \sigma_{FL}$ DÚCTIL

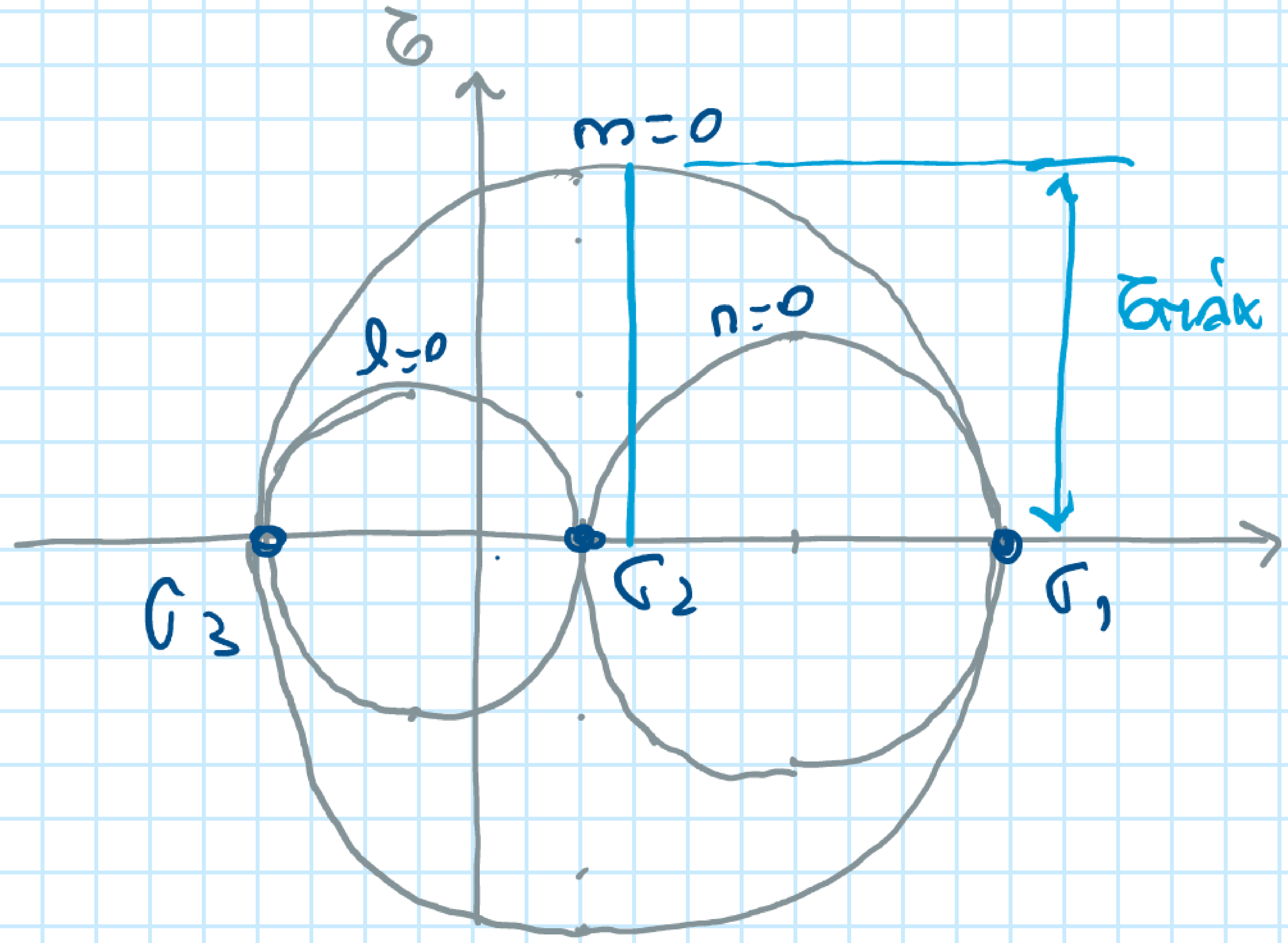
$\leq \sigma_{ROT}$ FRÁGIL

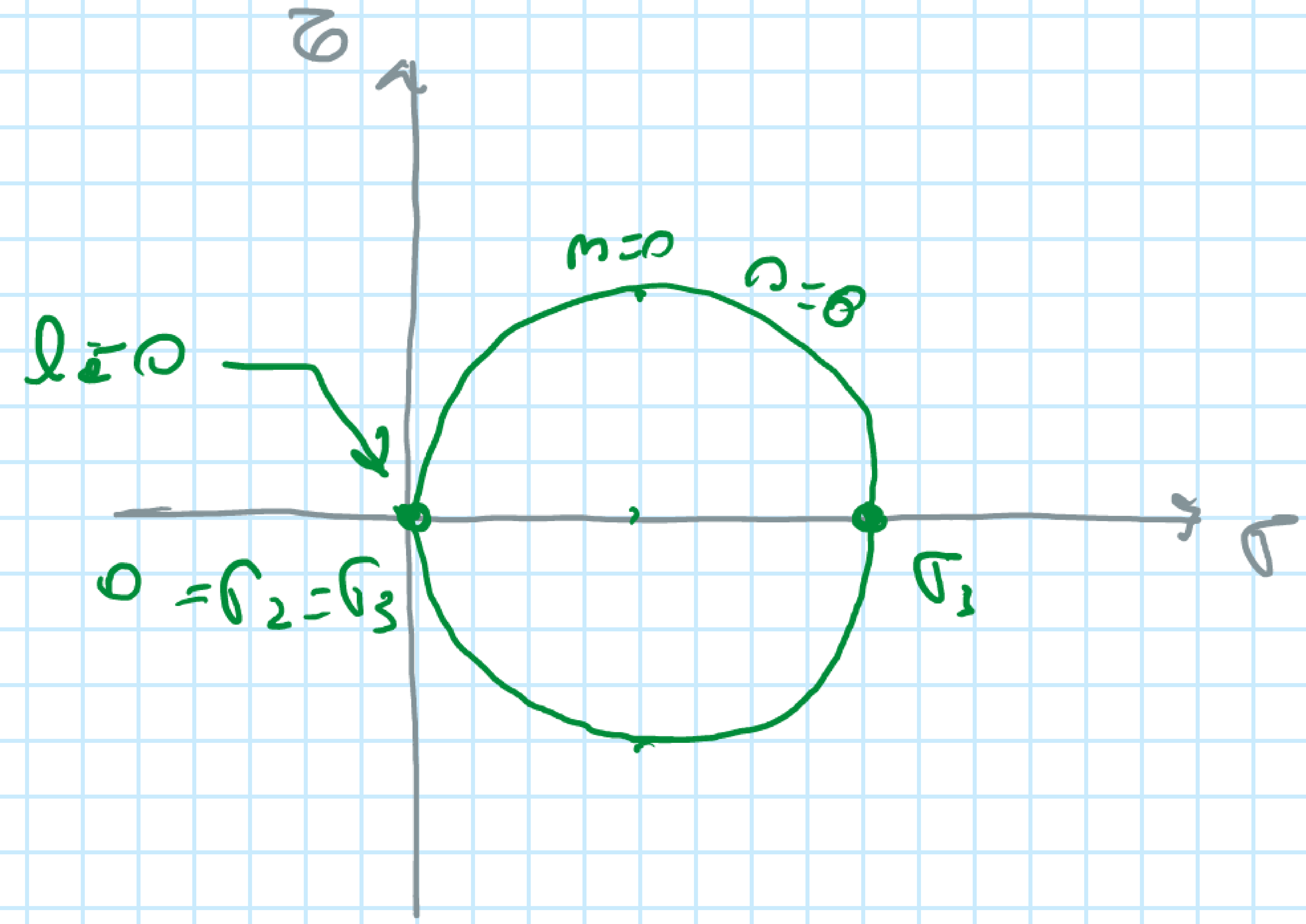
10.02 - TEORÍA DE LA MÁXIMA TENSIÓN TANGENCIAL O T. DE GUEST O T. TRESCA:

martes, 7 de diciembre de 2021 10:12

$ET\big]_{dado} \rightarrow (\sigma_1 \,;\, \sigma_2 \,;\, \sigma_3)$

$ET\big]_{patrón} \rightarrow \sigma_1$





$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_1}{2}$$

$$\tau_{máx}\Big]_{ET\ dado} = \tau_{máx}\Big]_{ET\ patrón}$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1}{2}$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_c = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1\Big]_{ET\ patrón}$$

10.03 - TEORÍA DE LA MÁXIMA DEFORMACIÓN LONGITUDINAL O T. DE SAINT VENANT:

martes, 7 de diciembre de 2021 10:20

$ET]_{DADO} \rightarrow (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$

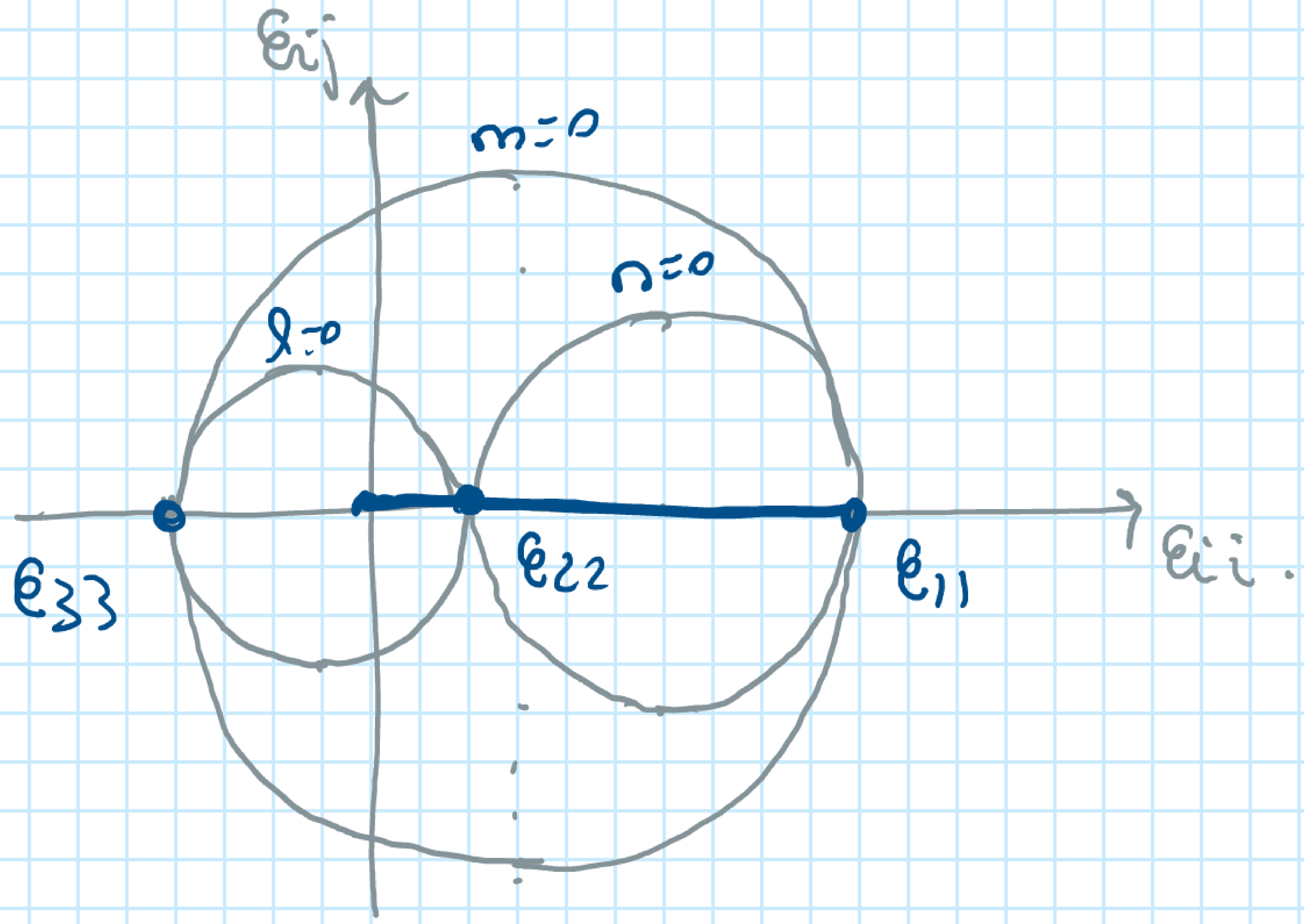
↓ Ley de Hooke generalizada

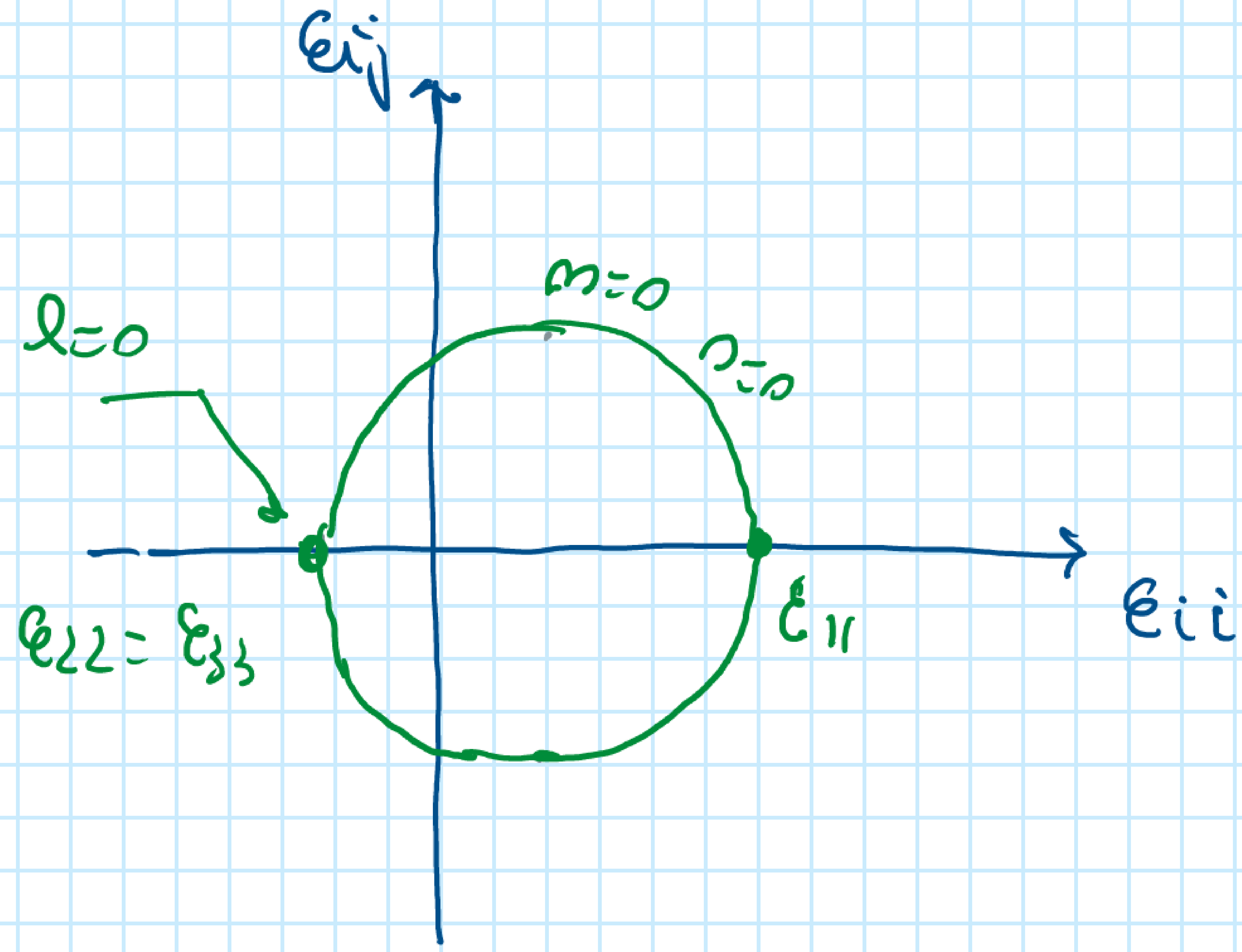
$(\varepsilon_{11}; \varepsilon_{22}; \varepsilon_{33})$

$ET]_{PATRÓN} \rightarrow (\sigma_1, 0, 0)$

↓

$(\varepsilon_{11}; \varepsilon_{22}; \varepsilon_{33})$





$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_1}{E} \qquad \sigma_2 = \sigma_3 = 0.$$

Ojo: Máx def. long. en valor absoluto.

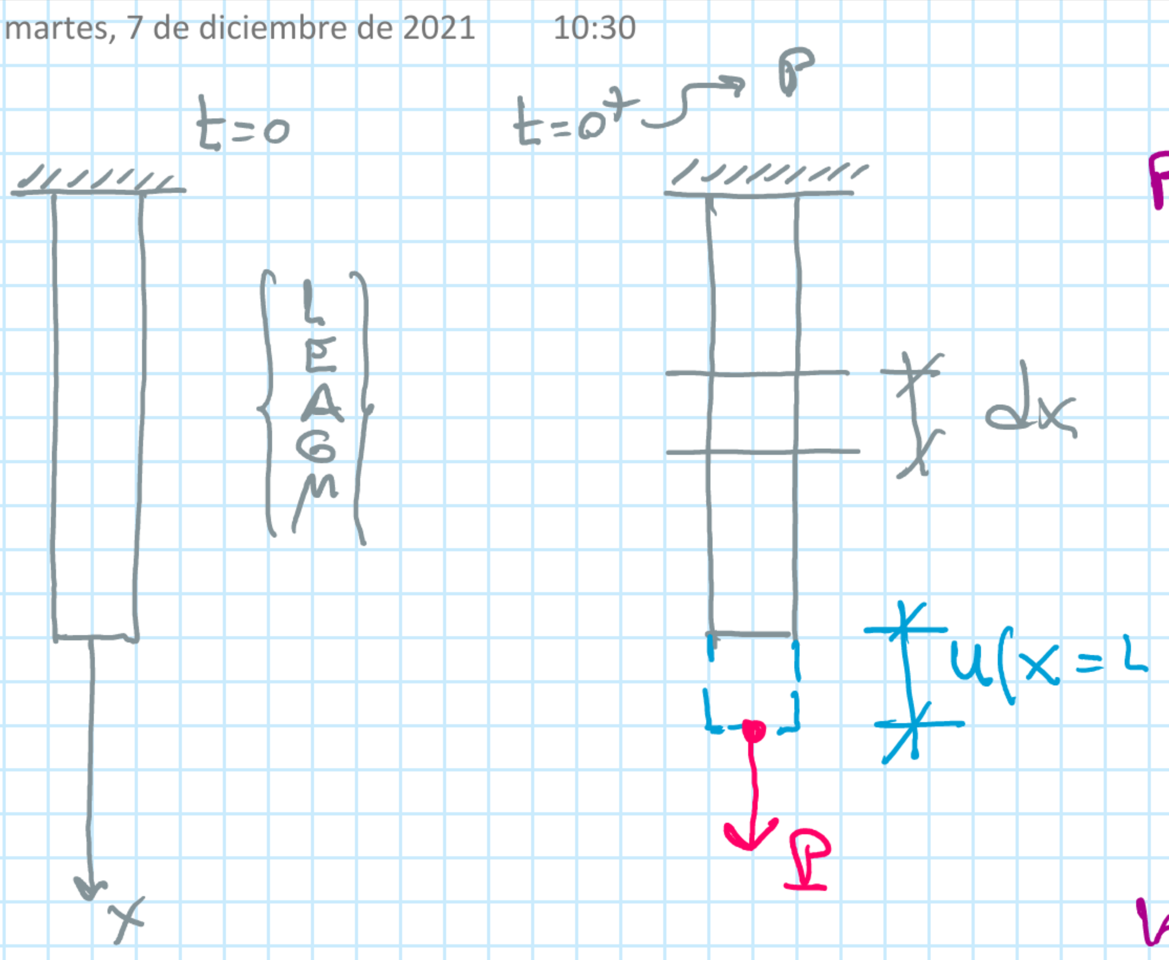
$$\varepsilon_{11}\Big]_{DADO} = \varepsilon_{11}\Big]_{PATRÓN}.$$

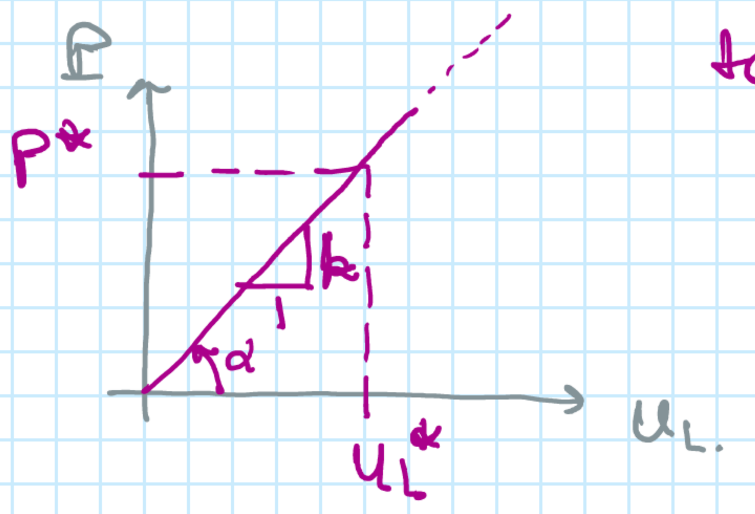
$$\frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right] = \frac{\sigma_1}{E}$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_c = \sigma_1\Big]_{PATRÓN} = \underbrace{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}_{ET_{DADO}}$$

10.04 - TEORÍA DE LA ENERGÍA TOTAL DE DEFORMACIÓN O T. DE BELTRAMI:

martes, 7 de diciembre de 2021 10:30





$\tan\alpha = \frac{k}{1} = k$

$P = k\, u_L$

$dW = P \cdot du_L$

$W = \int dW = \int_0^{u_L^*} P\, du_L$

$W = \int_0^{u_L^*} k\, u_L\, du_L = \frac{1}{2} k (u_L)^2 \Big|_0^{u_L^*}$

$$W = \frac{1}{2} k (u_L^*)^2 = \frac{1}{2} P^* u_L^* = \frac{1}{2} \frac{(P^*)^2}{k}$$

$$\frac{W}{AL} = \frac{1}{2} \frac{P^*}{A} \frac{u_L^*}{L} = \frac{1}{2} \sigma^* \cdot \varepsilon^*$$

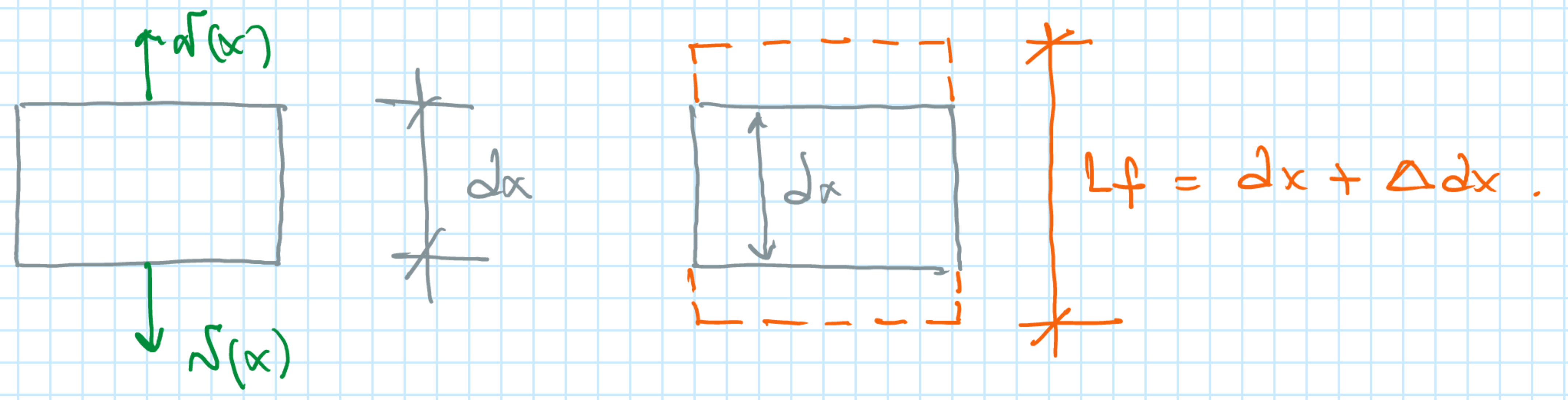
($\frac{P^*}{A} = \sigma^*$, $\frac{u_L^*}{L} = \varepsilon^*$)

AL: volumen

trabajo por unidad de volumen o específico

$$u^* = \frac{1}{2} \sigma^* \varepsilon^* = \frac{1}{2} E (\varepsilon^*)^2 = \frac{1}{2} \frac{(\sigma^*)^2}{E}$$

u^*: energía interna específica



$\Delta dx = Lf - \underset{lo}{dx} = Lf - lo.$

$$\sum_{i=1}^{\infty} N(x) \cdot \Delta dx = \int N(x) \cdot \Delta dx = \int A(x)\, \sigma(x) \cdot d\varepsilon(x) \cdot dx = U$$

U: energía interna total

$$\frac{U}{AL} = \int \sigma(x) \cdot d\varepsilon(x) = \int E \cdot \varepsilon(x)\, d\varepsilon(x) = \frac{1}{E} E (\varepsilon^*)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \sigma^* \varepsilon^* = \frac{1}{2} \frac{(\sigma^*)^2}{E}.$$

- Si ahora tomamos $ET]_{dado} \rightarrow (\sigma_1 ; \sigma_2 , \sigma_3) \rightarrow$

$$u^* = \frac{1}{2} \left[\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3 \right]$$

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E} \left[\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3) \right] \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E} \left[\sigma_2 - \mu (\sigma_1 + \sigma_3) \right] \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E} \left[\sigma_3 - \mu (\sigma_1 + \sigma_2) \right] \end{cases}$$

$$u^* = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \right]$$

$$\frac{u^*_{lim}}{u^*_{ET,dado}} = \frac{u^*_{lim}}{u^*_{ET,patrón}} = CS \longrightarrow \boxed{u^*_{ET,dado} = u^*_{ET,patrón}}$$

$$\frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \right] = \frac{1}{2E} \sigma_{eq}^2$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_c = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)}$$

10.05 - TEORÍA DE LA MÁXIMA ENERGÍA DE DISTORSIÓN O T. DE VON MISSES:

martes, 7 de diciembre de 2021 10:50

$$ET]_{DADO} = ET]_{DADO,\ TE} + ET]_{DADO,\ TD}.$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_1-\sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2-\sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3-\sigma_0 \end{bmatrix}$$

$$[T\sigma]_{DADO} = [T\sigma]_{ET,\ DADO,\ TE} + [T\sigma]_{ET,\ DADO,\ TD}.$$

$$u = u_V + u_D$$

u: ENERGÍA INTERNA DE DEFORMACIÓN TOTAL

u_V: ENERGÍA INTERNA DE DEFORMACIÓN POR CAMBIOS DE VOLUMEN

u_D: ENERGÍA INTERNA DE DEFORMACIÓN POR CAMBIOS DE FORMA.

$$\boxed{u_D = u - u_V} \leftarrow$$

$$u_V = \frac{1}{2}\sigma_0\varepsilon_0 + \frac{1}{2}\sigma_0\varepsilon_0 + \frac{1}{2}\sigma_0\varepsilon_0 = \boxed{\frac{3}{2}\sigma_0\varepsilon_0}$$

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{E}\left[\sigma_0 - \mu(\sigma_0+\sigma_0)\right] = \frac{1-2\mu}{E}\sigma_0.$$

$$\boxed{u_V = \frac{3}{2}\frac{(1-2\mu)}{E}\sigma_0^2}$$

$$u_D = u - u_V = \frac{(1+\mu)}{6E}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2\right]$$

$$u_D]_{ET,\ DADO.}$$

$$ET]_{PATRÓN}$$

$$u_D = \frac{(1+\mu)}{6E}\cdot(\sigma_1^2+\sigma_1^2) \rightarrow \boxed{u_D = \frac{(1+\mu)}{3E}\sigma_1^2}$$

$$\sigma_1 = \sigma_C = \sigma_f$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_C = \sigma_1]_{ET,\ PATRÓN} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2\right]}$$

10.06 - TEORÍA DE MOHR: (fricción interna del material):

martes, 7 de diciembre de 2021 11:03

ET] dado → (σ_1, σ_2, σ_3)

σ_2 → no interesa.

$$\sigma_{eq} = \sigma_c = \sigma_1 - k\,\sigma_3$$ ←

- k → Mat. dúctiles $k = \dfrac{|\sigma_{FL,T}|}{|\sigma_{FL,C}|} > 0$

  → Mat. frágiles $k = \dfrac{|\sigma_{rot,T}|}{|\sigma_{rot,C}|} > 0$

σ_1 y σ_3 se introducen con su signo.