



ESTABILIDAD II - EII-84.03

TEORÍA DE LOS ESTADOS LÍMITES - TEL

12 - Adicional

Vie-09-Jul-21

Pág.:

TEMA DE LA CLASE TEÓRICA

CLASE N°:

FECHA:

de:

RESUMEN DE LAS TEORÍAS VISTAS: ENUNCIADOS - APLICACIONES - LIMITACIONES - COMENTARIOS

Nº	TEORÍA: TÍTULO	ENUNCIADO	APLICACIONES	LIMITACIONES	COMENTARIOS
01	Teoría de la Máxima Tensión Normal o Teoría de Rankine	Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo sucede cuando la máxima tensión normal actuante en dicho punto alcanza un valor límite.	Materiales Frágiles	1.- Sólo válida para materiales isotropos; 2.- No considera si el tipo de esfuerzo normal es de tracción o de compresión, con lo cual la máxima tensión normal puede ser en valor absoluto la menor de las tres; 3.- No tiene en cuenta la orientación del esfuerzo normal.	i.- Es una teoría elemental y poco usada; ii.- Pero es más exacta que la "Teoría de la Energía Total de Deformación" para materiales frágiles.
02	Teoría de la Máxima Tensión Tangencial o Teoría de Tresca o Teoría de Guest	Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo ocurre cuando la tensión tangencial máxima actuante en dicho punto alcanza un valor límite.	Materiales Dúctiles	1.- Sólo válida para materiales isotropos; 2.- No es recomendable utilizarla en materiales con esfuerzos cortantes (o tensiones tangenciales) grandes, así como tampoco en materiales sometidos a esfuerzos triaxiales hidrostáticos; 3.- No tiene en cuenta la orientación del esfuerzo.	i.- Es una teoría ampliamente usada en el diseño de estructuras de acero.



ESTABILIDAD II - EII-84.03

TEORÍA DE LOS ESTADOS LÍMITES - TEL

12 - Adicional

Vie-09-Jul-21

Pág.:

TEMA DE LA CLASE TEÓRICA

CLASE Nº:

FECHA:

de:

RESUMEN DE LAS TEORÍAS VISTAS: ENUNCIADOS - APLICACIONES - LIMITACIONES - COMENTARIOS

Nº	TEORÍA: TÍTULO	ENUNCIADO	APLICACIONES	LIMITACIONES	COMENTARIOS
03	Teoría de la Máxima Deformación Longitudinal o Teoría de Saint Venant	Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo ocurre cuando la máxima deformación específica longitudinal, sea ésta positiva o negativa, alcanza para ese punto un valor límite. Es decir, se deberá considerar la máxima deformación específica longitudinal en valor absoluto, y compararla el ensayo patrón o de referencia en tracción o compresión según corresponda.		<ol style="list-style-type: none"> Sólo válida para materiales isotropos; Se debe conocer previamente la función tensión-deformación en su forma más general posible; Presenta ciertos inconvenientes para deformaciones cercanas a la rotura plástica; No tiene en cuenta la orientación de las deformaciones principales. 	i.- Es una teoría que muy difícilmente se utilice hoy en día en el diseño moderno.
04	Teoría de la Energía Interna Total de Deformación o Teoría de Beltrami	Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo ocurre cuando la máxima energía interna total de deformación alcanza para ese punto un valor límite.	<p>Materiales muy Frágiles</p> <p>Materiales Dúctiles en el inicio de la Fluencia</p>	<ol style="list-style-type: none"> Es una teoría de aplicación compleja, especialmente cuando el estado de tensión es cualquiera y arbitrario en su forma más general; Lo mismo sucede si el material es anisótropo; La Teoría de la Máxima Tensión Normal es más exacta cuando se trabaja con materiales frágiles (tal como ya se mencionara). Por el contrario, esta teoría es mejor que de la Máxima Tensión Normal, cuando se trabaja con materiales dúctiles con tensiones cercanas a la fluencia. 	i.- La energía interna de deformación es una magnitud escalar, por consiguiente, considera la orientación del esfuerzo al trabajar con todas las componentes del Tensor de Tensiones.



ESTABILIDAD II - EII-84.03

TEORÍA DE LOS ESTADOS LÍMITES - TEL

12 - Adicional

Vie-09-Jul-21

Pág.:

TEMA DE LA CLASE TEÓRICA

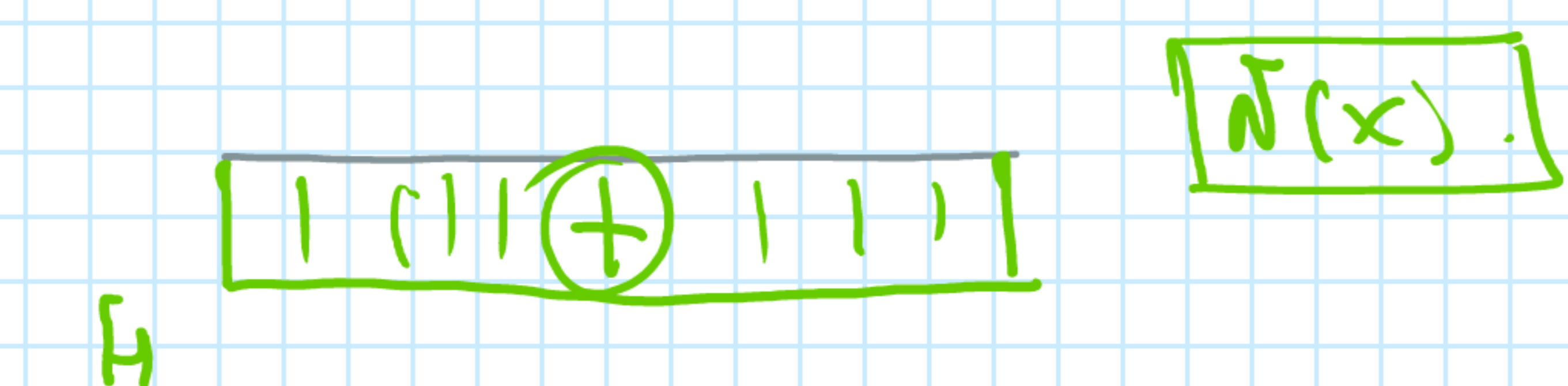
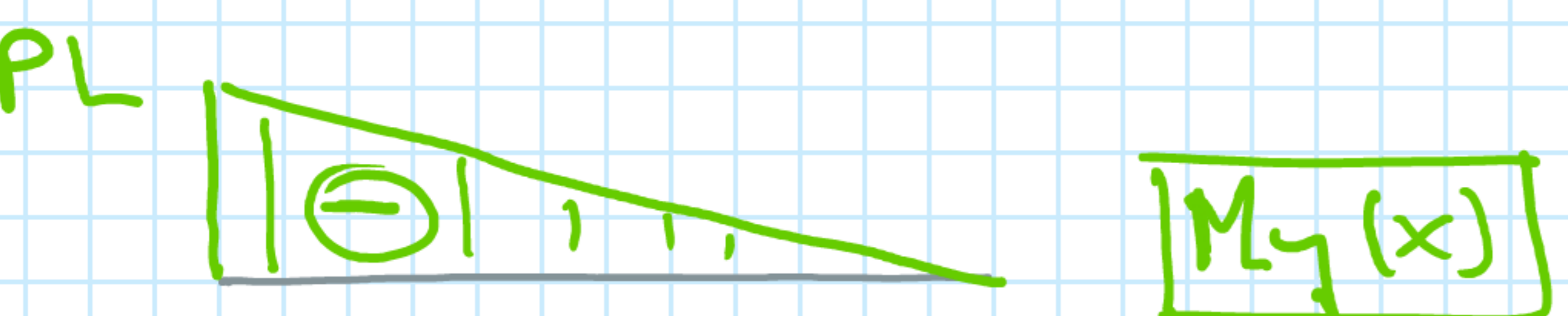
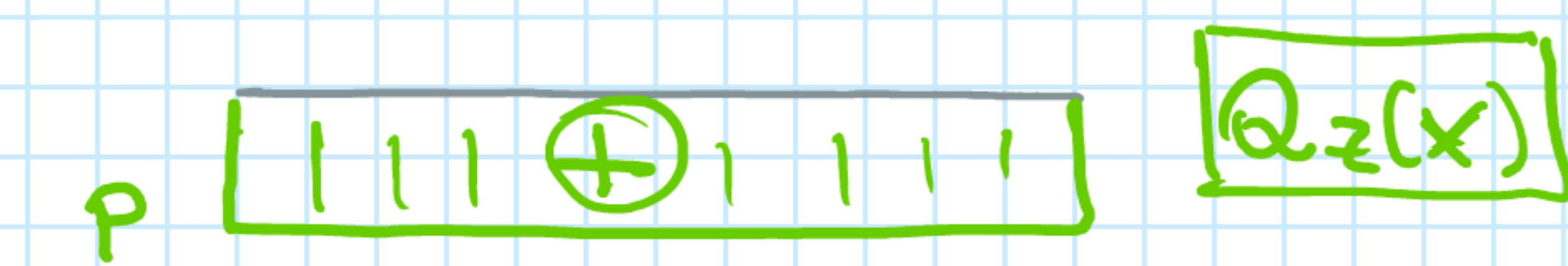
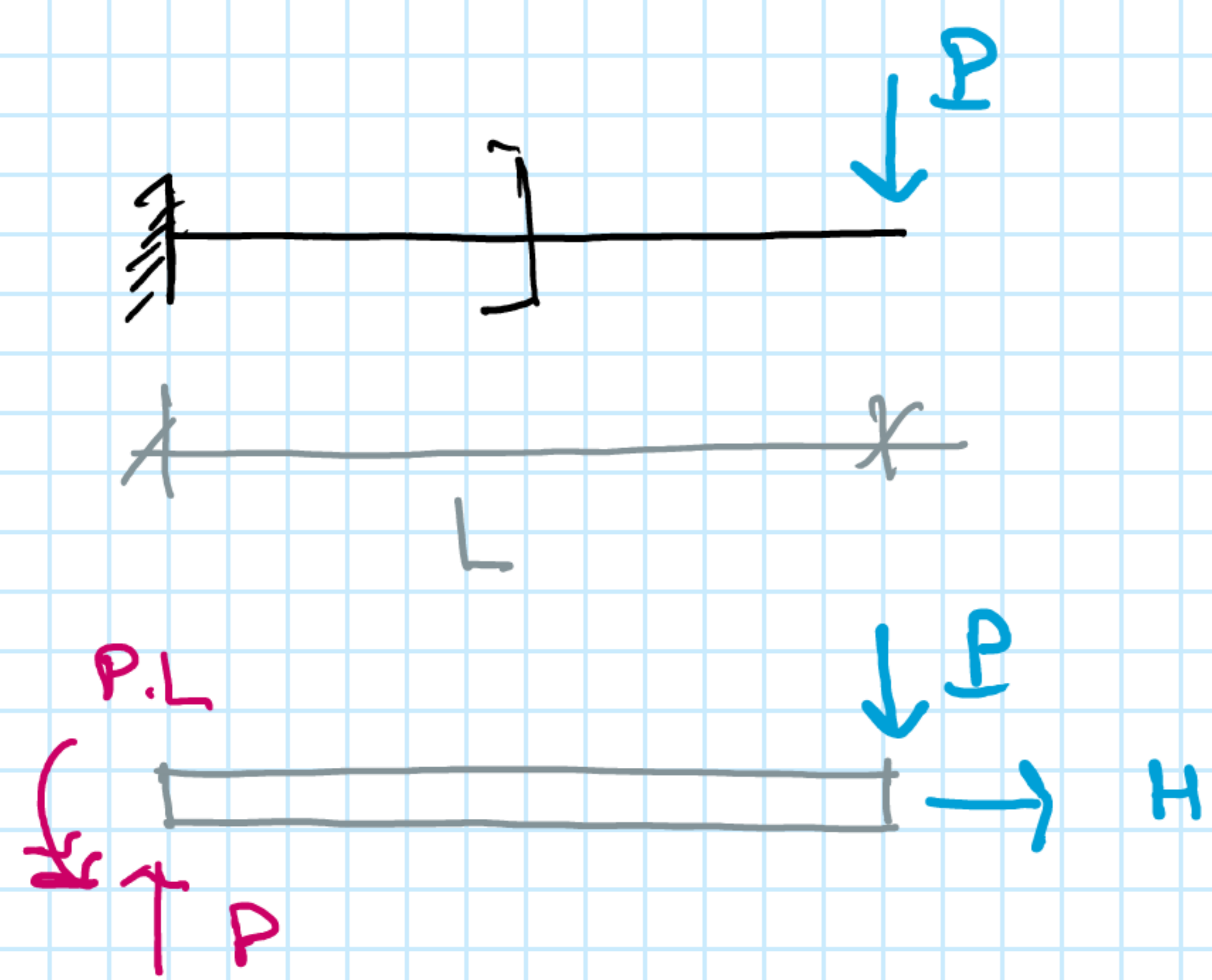
CLASE N°:

FECHA:

de:

RESUMEN DE LAS TEORÍAS VISTAS: ENUNCIADOS - APLICACIONES - LIMITACIONES - COMENTARIOS

Nº	TEORÍA: TÍTULO	ENUNCIADO	APLICACIONES	LIMITACIONES	COMENTARIOS
05	Teoría de la Máxima Energía Interna de Distorsión o Teoría de Von Mises	Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo ocurre cuando la máxima energía interna de distorsión por unidad de volumen o específica alcanza un valor límite.	Materiales Dúctiles	1.- Es una teoría de aplicación compleja, especialmente cuando el estado de tensión es cualquiera y arbitrario en su forma más general; 2.- Lo mismo sucede si el material es anisótropo.	i.- La energía interna de deformación es una magnitud escalar, por consiguiente, considera la orientación del esfuerzo al trabajar con todas las componentes del Tensor de Tensiones; ii.- Es una de las teorías más precisas para ser utilizada en materiales dúctiles; iii.- Es especialmente utilizada en estructuras de acero.
06	Teoría de Mohr	Esta teoría establece que la mayor de las 3 circunferencias de Mohr, deberá situarse en el interior de una curva envolvente de las circunferencias de Mohr, que fueran obtenidas mediante ensayos experimentales y referidos a esos límites.	Todo tipo de materiales Suelos	1.- El problema fundamental es la obtención de la curva envolvente. Como esto en general no es posible, se utiliza una aproximación a través de una recta tangente a las circunferencias mayores que representan a los ensayos de tracción y de compresión simple.	i.- Es la teoría más abarcativa de todas; ii.- Es muy usada en suelos.



$$\begin{cases} Q_z(x) = +P \\ M_y(x) = -PL + Px = P(x-L) \\ N(x) = H \end{cases}$$

$$\begin{cases} N(x) \rightarrow \nabla_x \\ M_y(x) \rightarrow \nabla_x \\ Q_z(x) \rightarrow \tau_{xy}; \tau_{xz} \end{cases}$$

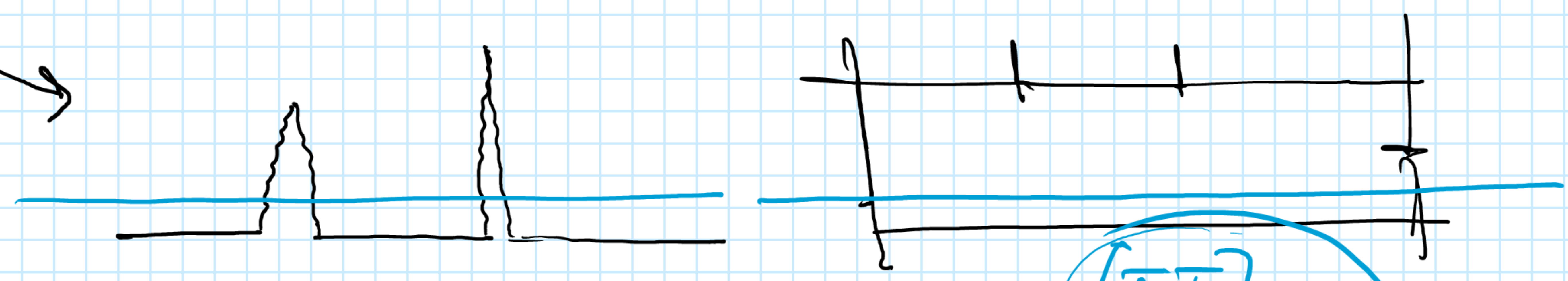
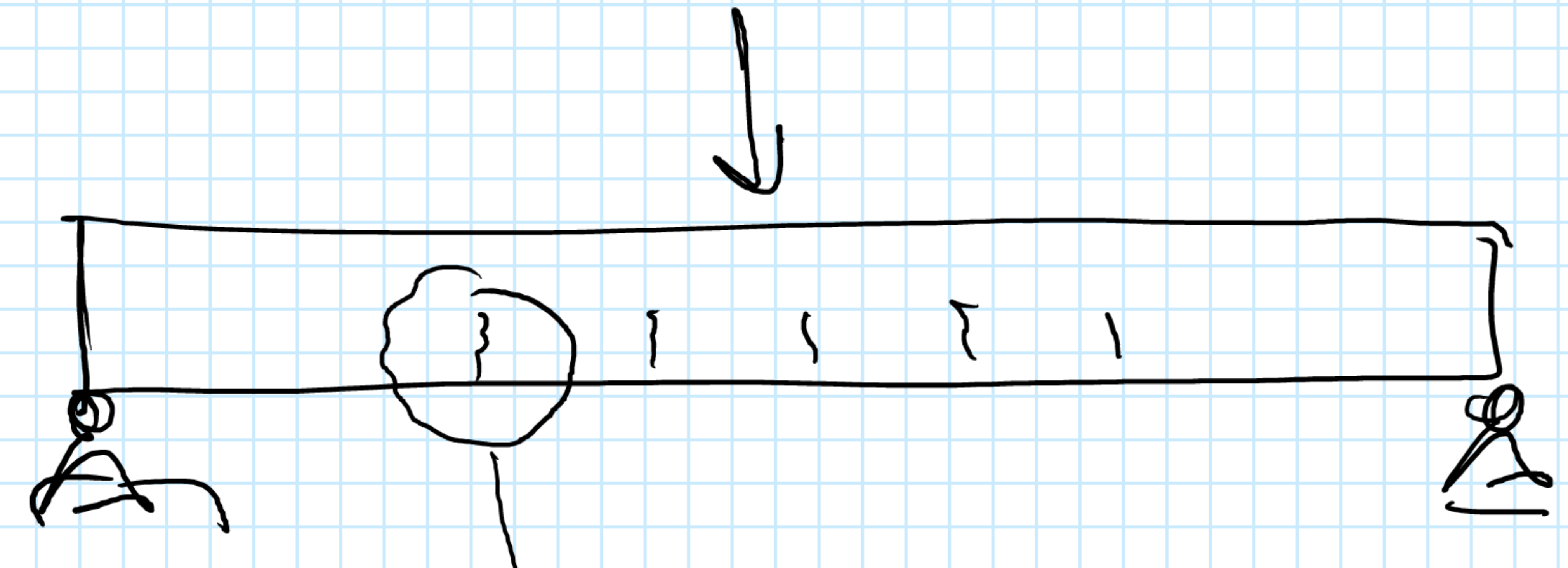


$$\nabla_x M_y = \frac{M_y(x)}{I_y} z = \frac{P(x-L)}{I_y} z$$

$$\tau_{x,N} = \frac{N(x)}{A} = \frac{H}{A}$$

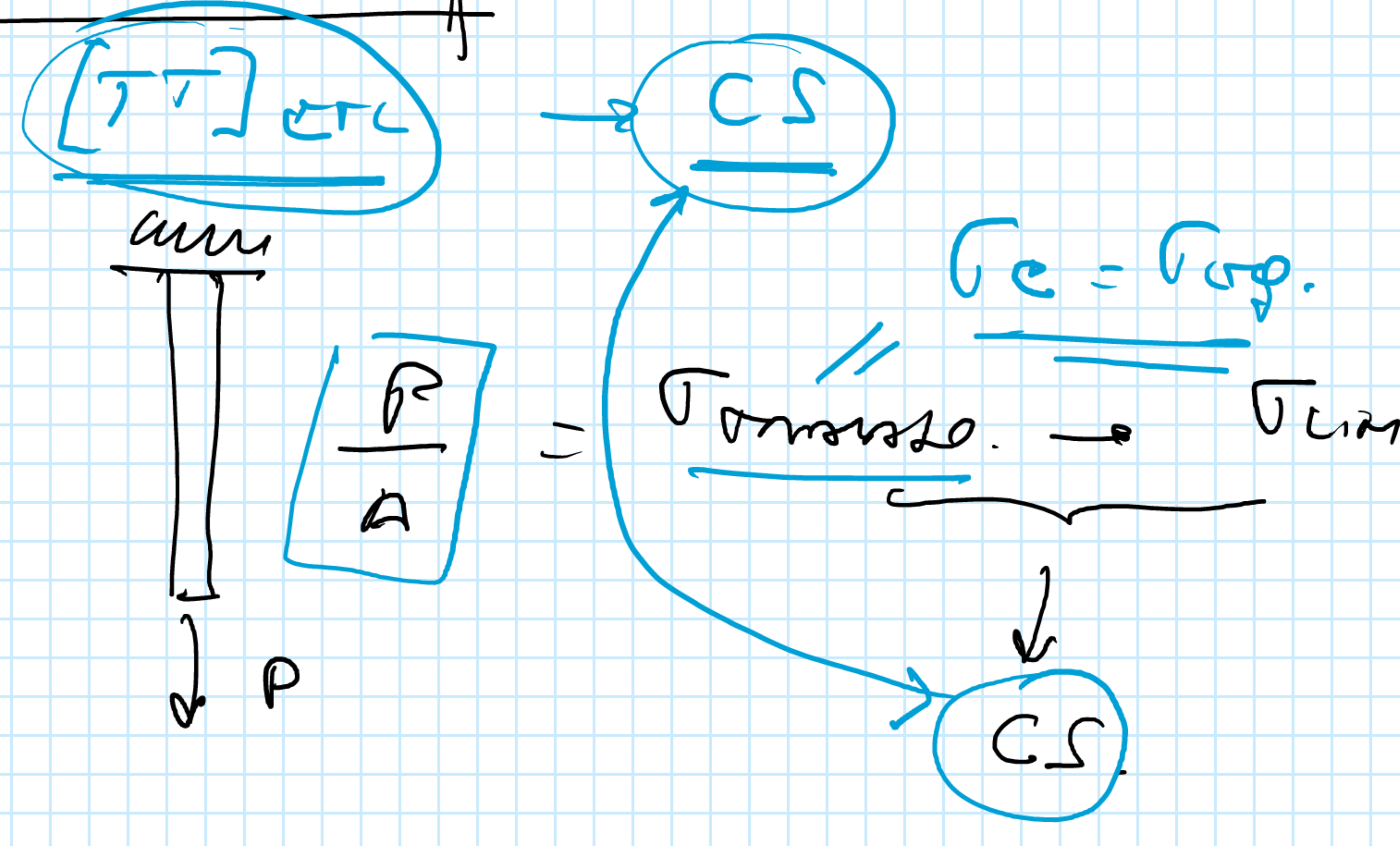
$$\tau_{xy} = \frac{Q_z(x) S^*}{I_y \cdot b} \quad \tau_{xz} = \frac{Q_z(x) S^*}{I_y \cdot b}$$

$$\begin{bmatrix} \nabla_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{H}{A} + \frac{P(x-L)}{I_y} \cdot z & \tau_{xy} = \frac{P \cdot S^*(z)}{I_y \cdot b} & \tau_{xz} = \frac{P \cdot S^*(A-z)}{I_y \cdot b} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} E \\ T \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E \\ T \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

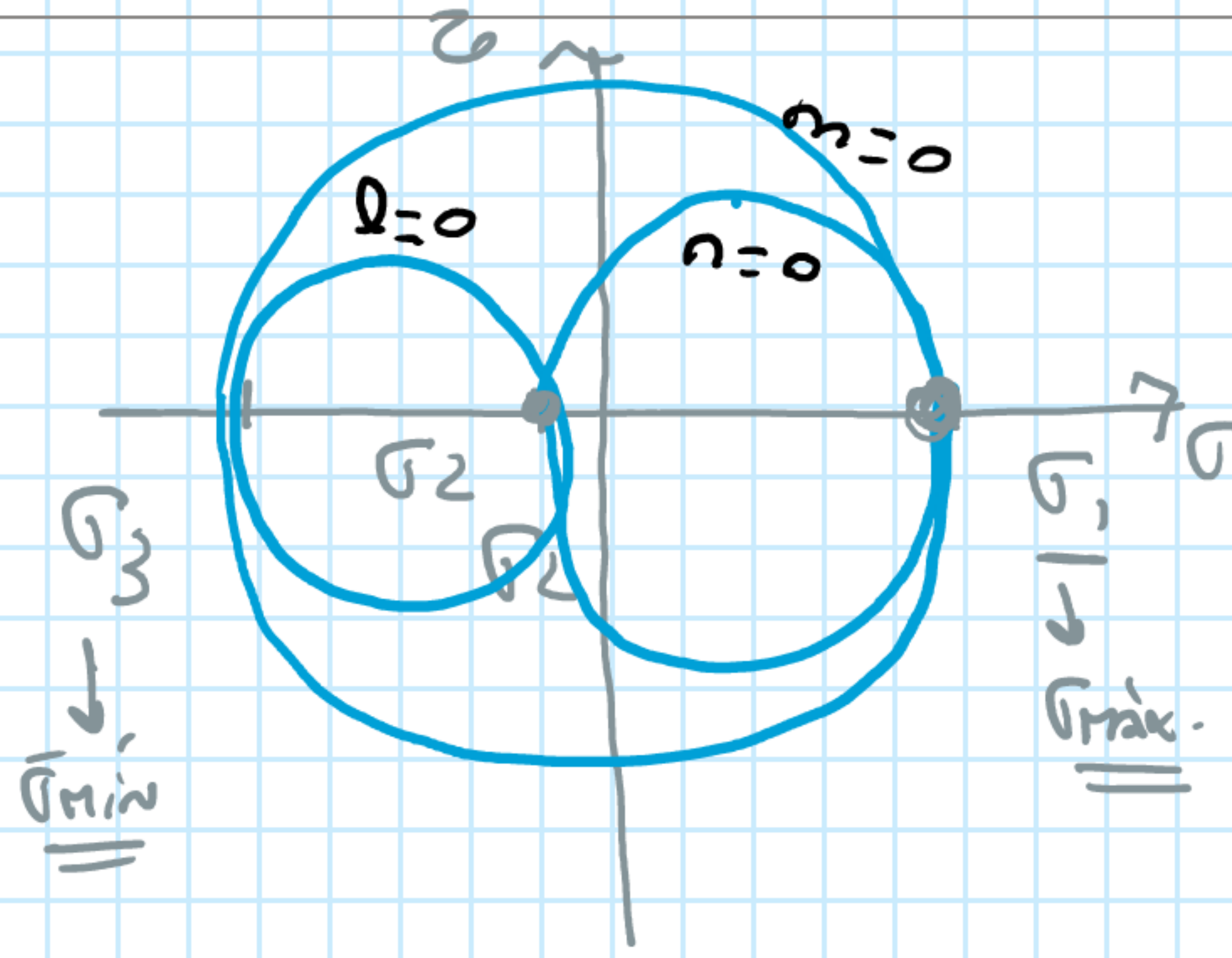


01 - Teoría de la Máxima Tensión Normal o Teoría de Rankine:

viernes, 9 de julio de 2021 12:31

ET] DATO

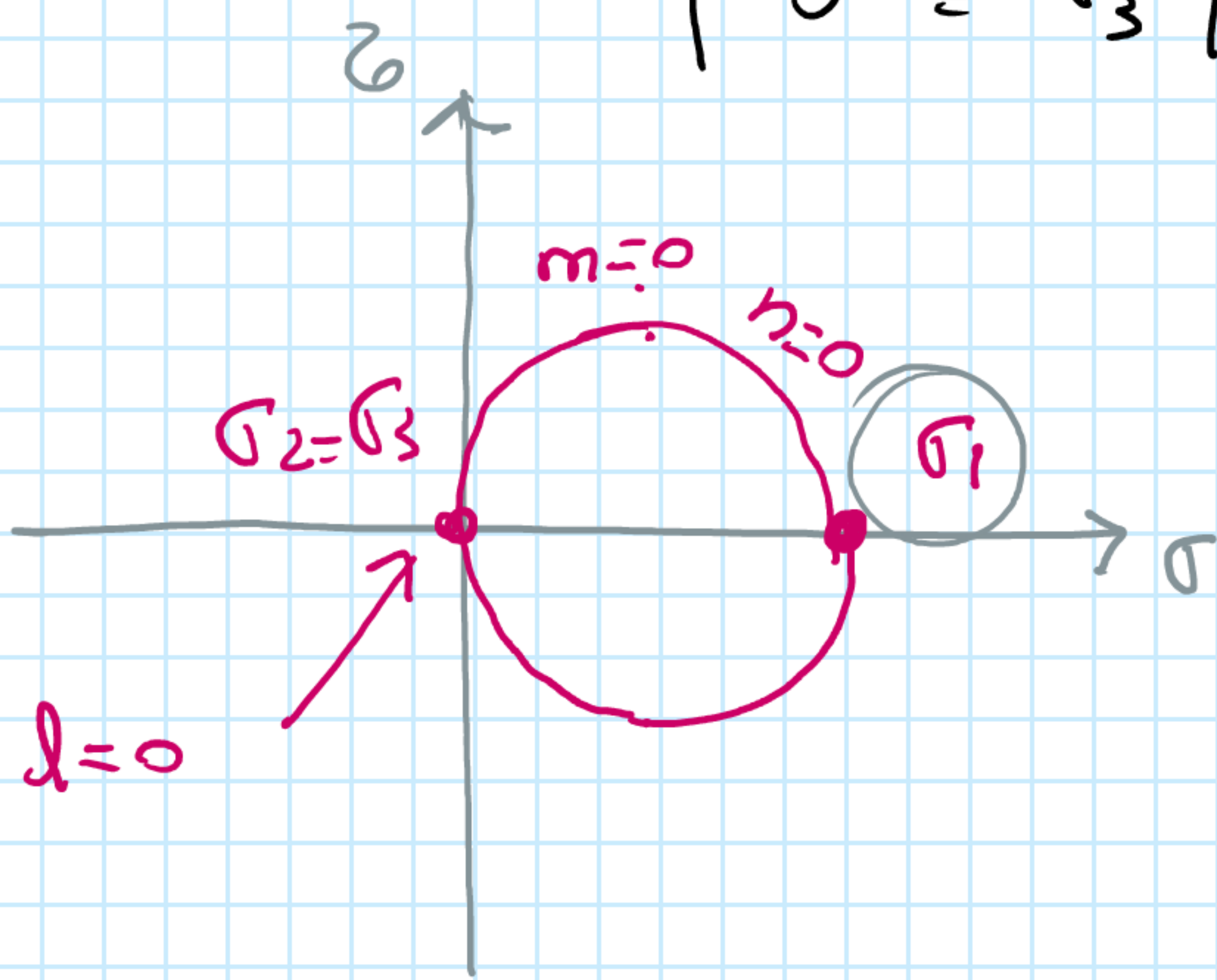
$$\rightarrow \begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{cases}$$



ET] PATRON

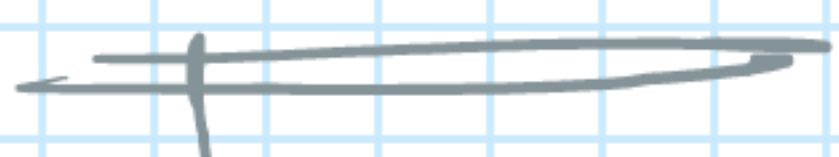
→ ENSAYO DE TRACCIÓN SIMPLE.

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ 0 = \sigma_2 \\ 0 = \sigma_3 \end{cases}$$



COMPARA LA $\sigma_{máxima}$ ET] DATO CON σ DE ENSAYO PATRÓN

$$\sigma_1 \Big|_{ET\ ens} = \sigma_{eq} = \sigma_c = \underline{\underline{\sigma_1 \Big|_{ET\ dato}}}$$



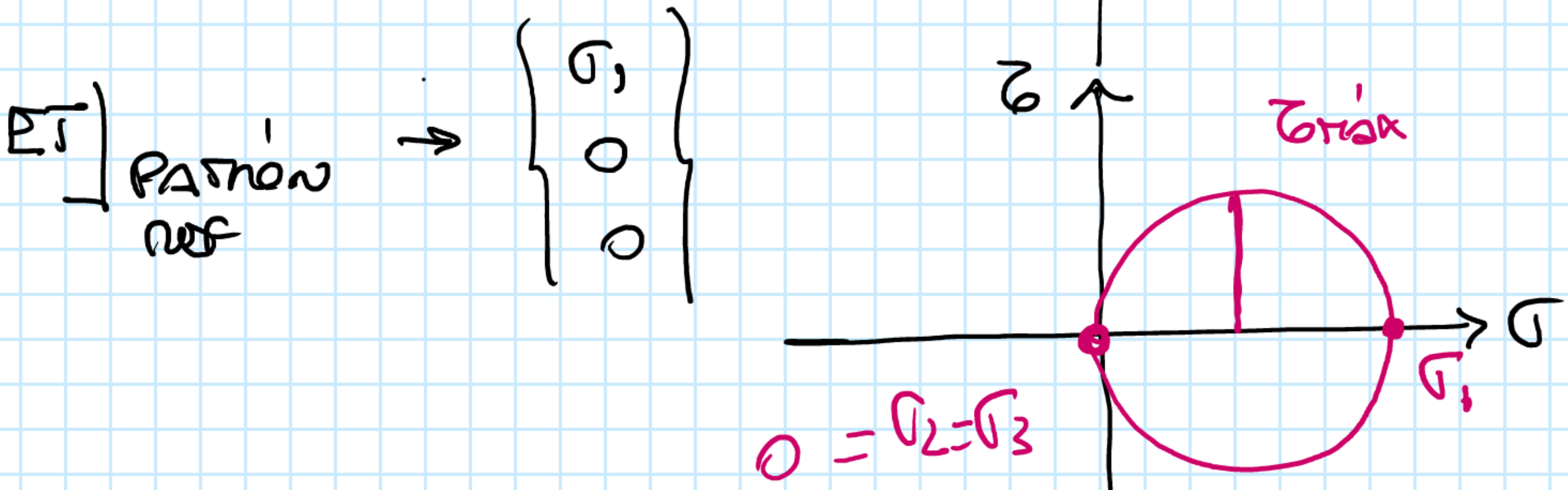
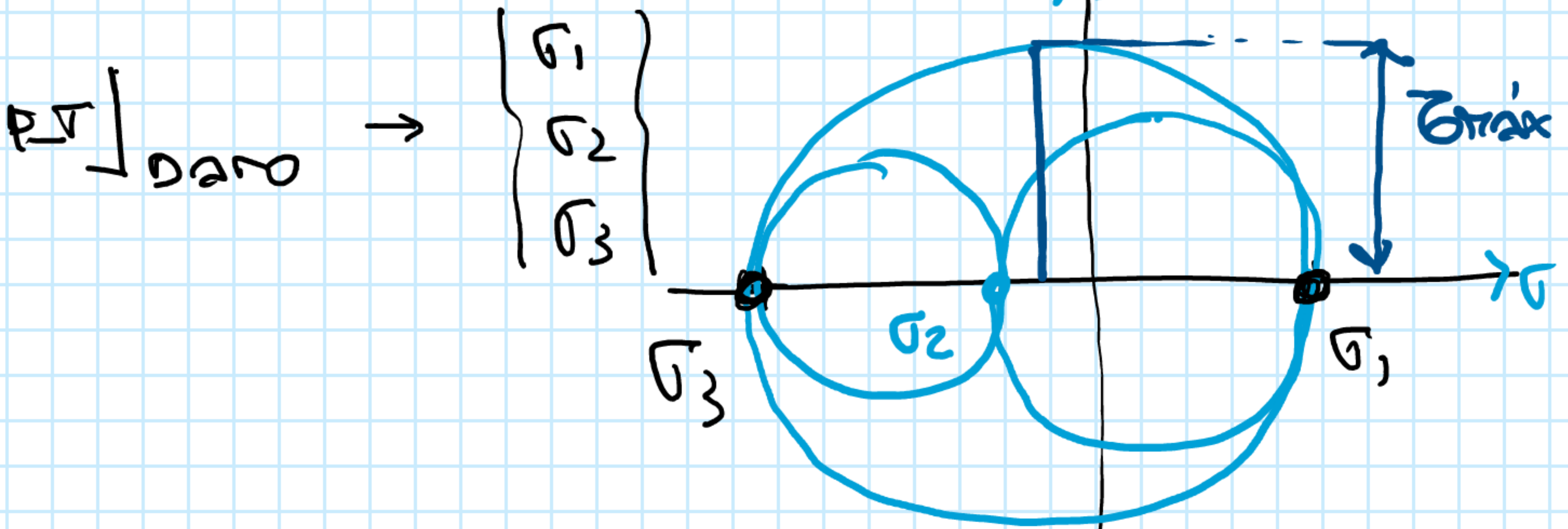
$$\sigma_{ESTADO\ LÍMITES} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{FL} \rightarrow \text{Súctil} \\ \sigma_{FR} \rightarrow \text{Frágil} \end{cases}$$

Limitaciones:

- 1) NO TIENE EN CUENTA → SI EL ESTADO DE σ ES $\begin{pmatrix} T \\ \sigma \end{pmatrix}$ O $\begin{pmatrix} C \\ \sigma \end{pmatrix}$.
- 2) APILA FUNDAMENTALES → FRÁGILES.
- 3) SOLO ÚTIL A MAT. ISÓTROPAS.

02 - Teoría de la Máxima Tensión Tangencial o de Tresca o de Guest:

viernes, 9 de julio de 2021 12:42



$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1}{2}$$

$\left[\begin{matrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{matrix} \right]_{\text{DADO}} = \left[\begin{matrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{matrix} \right]_{\text{REF}}$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1}{2}$$

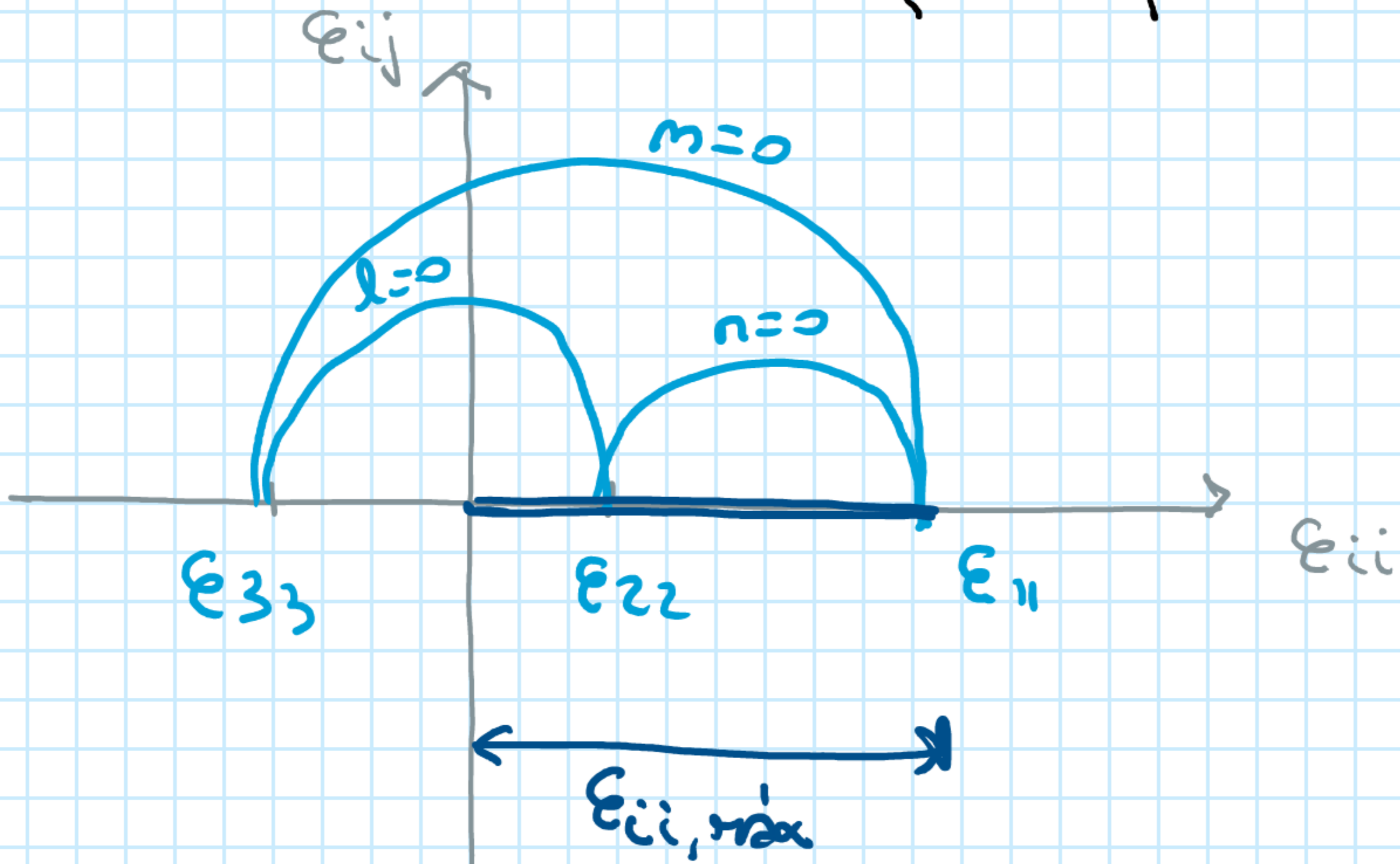
$$\left[\begin{matrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{matrix} \right]_{\text{ET PANTON}} = \sigma_{\text{ref}} = \sigma_c = \sigma_1 - \sigma_3$$

- ARUCA → ducos.
- VAINA → isomeres.
- NO TIENE UN CENTRO DE SIMETRÍA POR LAS PUNTERAS.
- TEORÍA → USADA EN ESTRUCTURAS METÁLICAS DE ACERO.

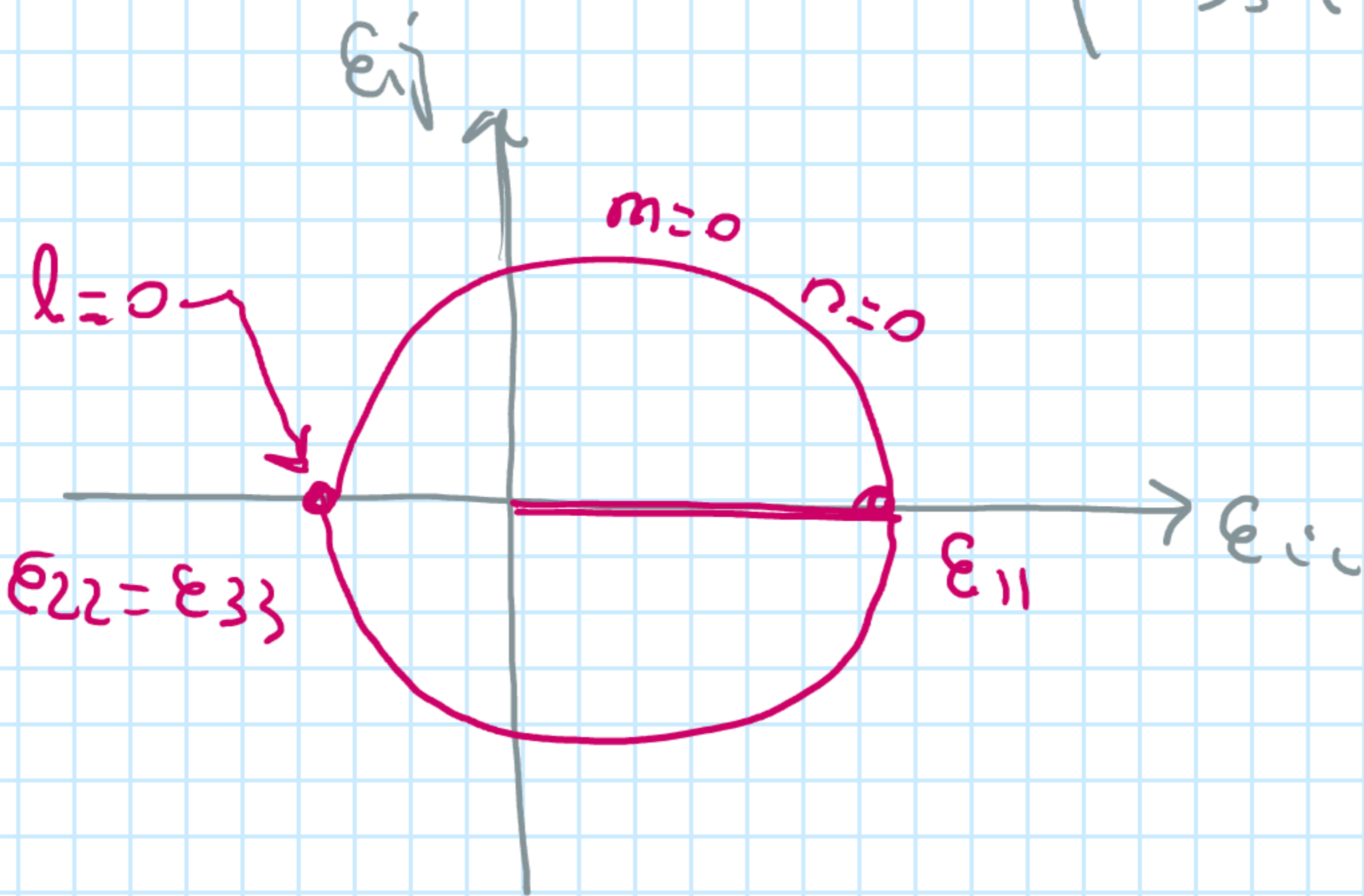
03 - Teoría de la Máx Deformación Longitudinal o de Saint Venant

viernes, 9 de julio de 2021 12:51

$$\left. \begin{matrix} \text{ET} \\ \text{DADO} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{matrix} \xrightarrow{\text{LHG}} \begin{matrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \end{matrix} \rightarrow \left. \begin{matrix} \text{ET} \\ \text{DADO} \end{matrix} \right\}$$



$$\left. \begin{matrix} \text{ET} \\ \text{PARMÉR} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \sigma_1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \xrightarrow{\text{LHG}} \begin{matrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \end{matrix} \rightarrow \left. \begin{matrix} \text{ET} \\ \text{REF.} \end{matrix} \right\}$$



$$\epsilon_{11} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_{11} = \frac{\sigma_1}{E}$$

$$\left. \begin{matrix} \text{ET} \\ \text{DADO} \end{matrix} \right\} \epsilon_{11} = \left. \begin{matrix} \text{ET} \\ \text{REF. O PARMÉR} \end{matrix} \right\} \epsilon_{11}$$

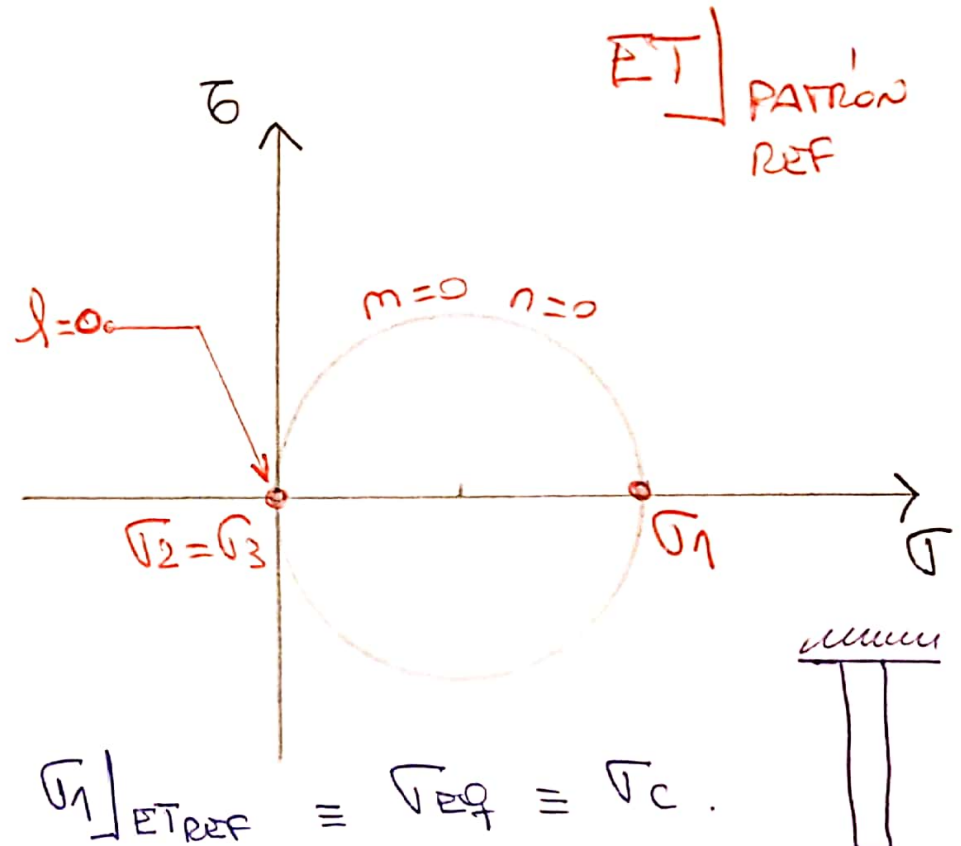
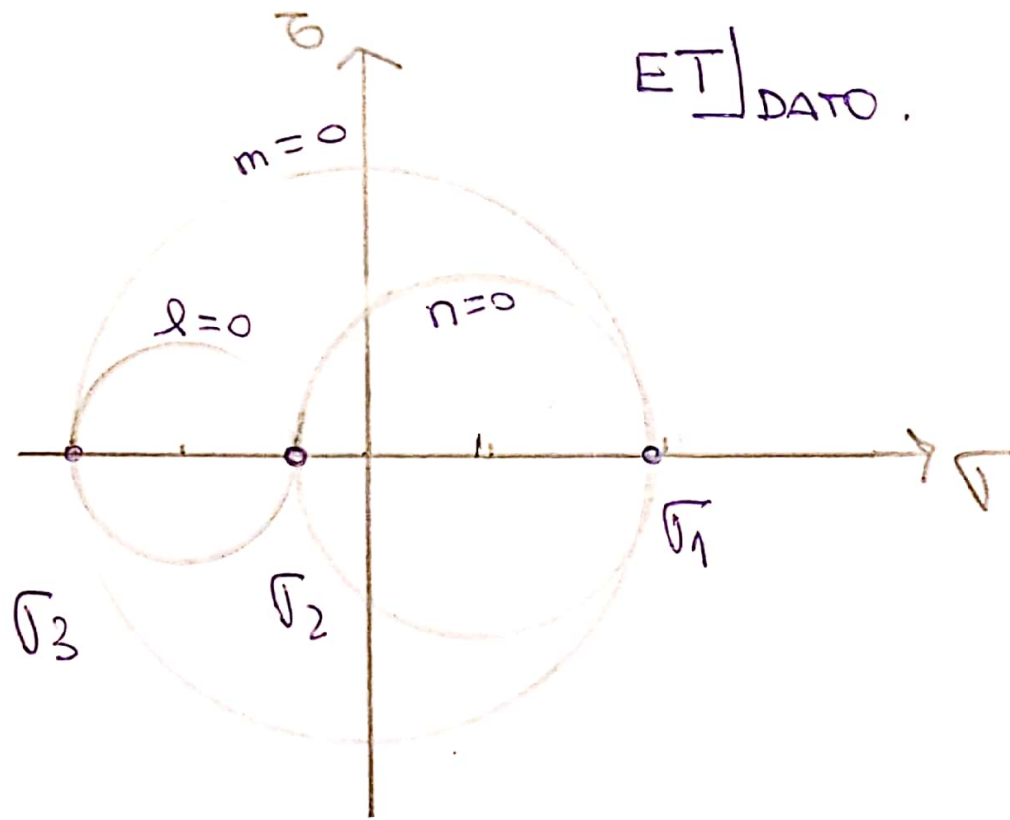
$$\frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{\sigma_1}{E}$$

$$\boxed{\sigma_{\text{ref}} = \sigma_c = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}$$

$$\sigma_{\text{ref}} = \sigma_c \leq \sigma_{\text{adm}} = \frac{\sigma_F}{CS} \quad \text{Dúctil}$$

$$\leq \frac{\sigma_{\text{adm}}}{CS} \quad \text{Frágil}$$

1) TEORÍA DE LA MÁXIMA TENSION NORMAL O T. DE RANKINE:



$$\sigma_1 |_{ET REF} \equiv \sigma_{EQ} \equiv \sigma_c$$

$$\sigma_{EQ} \equiv \sigma_c = \sigma_1 |_{ET DATO}$$

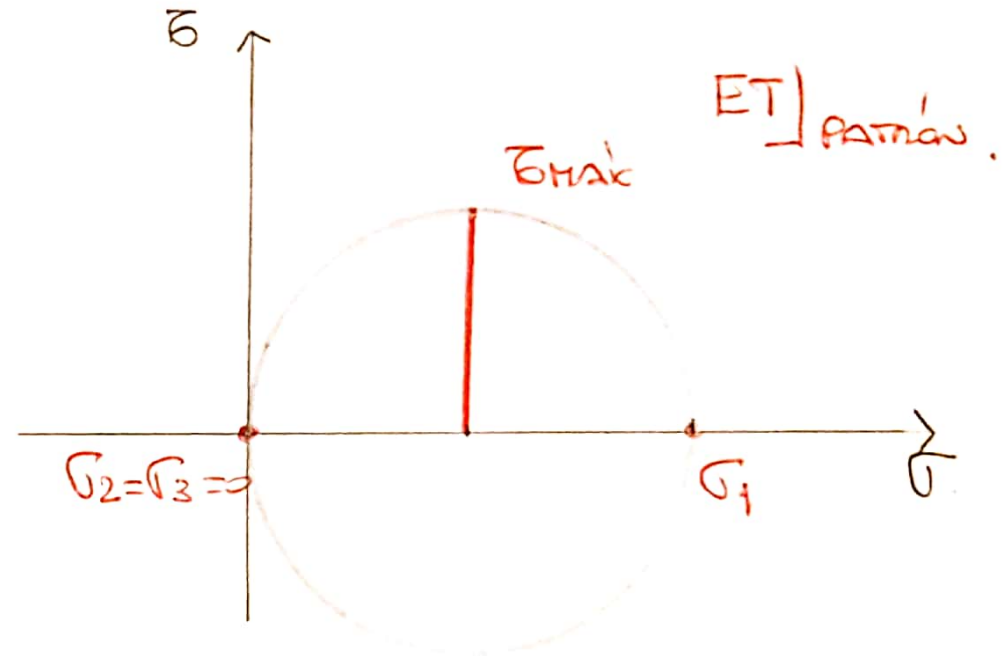
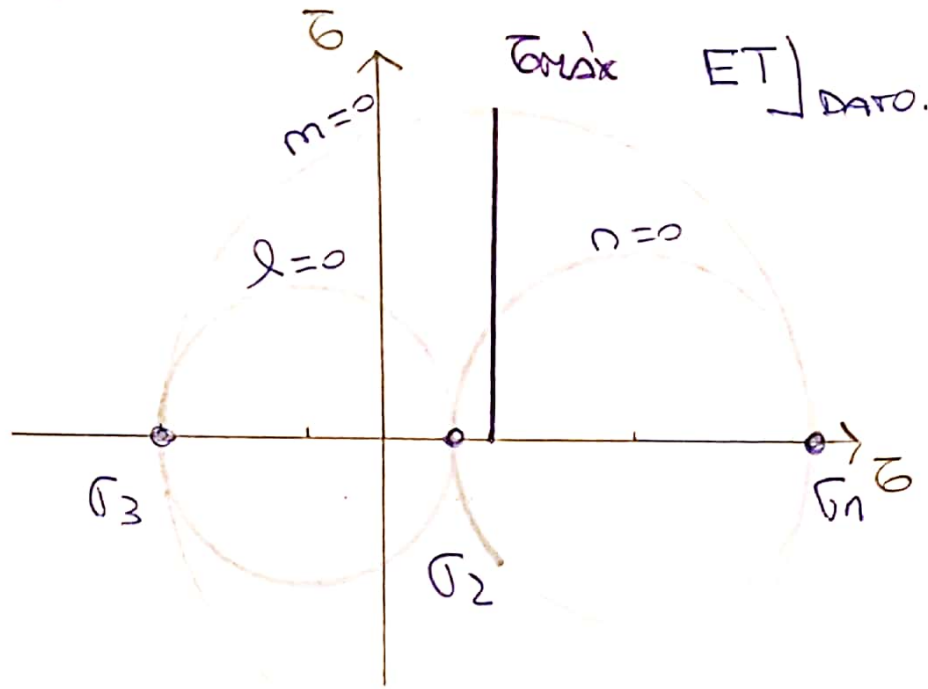
DUCTIL \rightarrow si $\sigma_1 = \sigma_F$

FRAGIL \rightarrow si $\sigma_1 = \sigma_{ROT.}$

$\sigma_1 |_{ET DATO}$ $\sigma_1 |_{ET PATRON}$

- I) MATERIALES \rightarrow FRAGILES.
- II) si LA SOLUC. ES (T) o (C).
- III) ISÓTROP.

2) → T. DE LA MÁXIMA TENSION TANGENCIAL O T. DE TRESCA O T. DE GUEST:



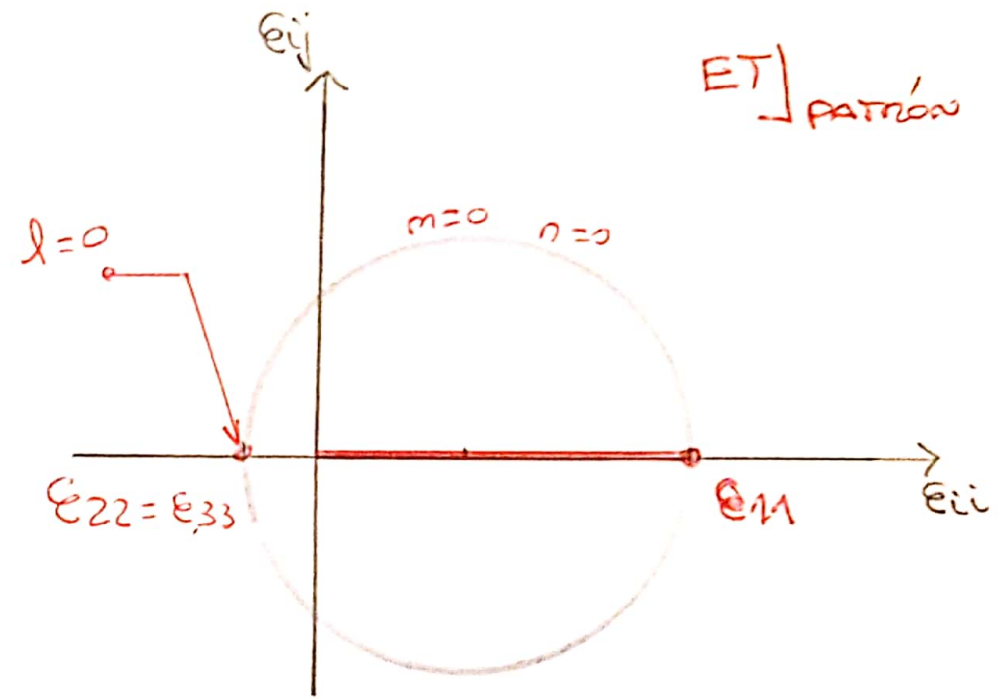
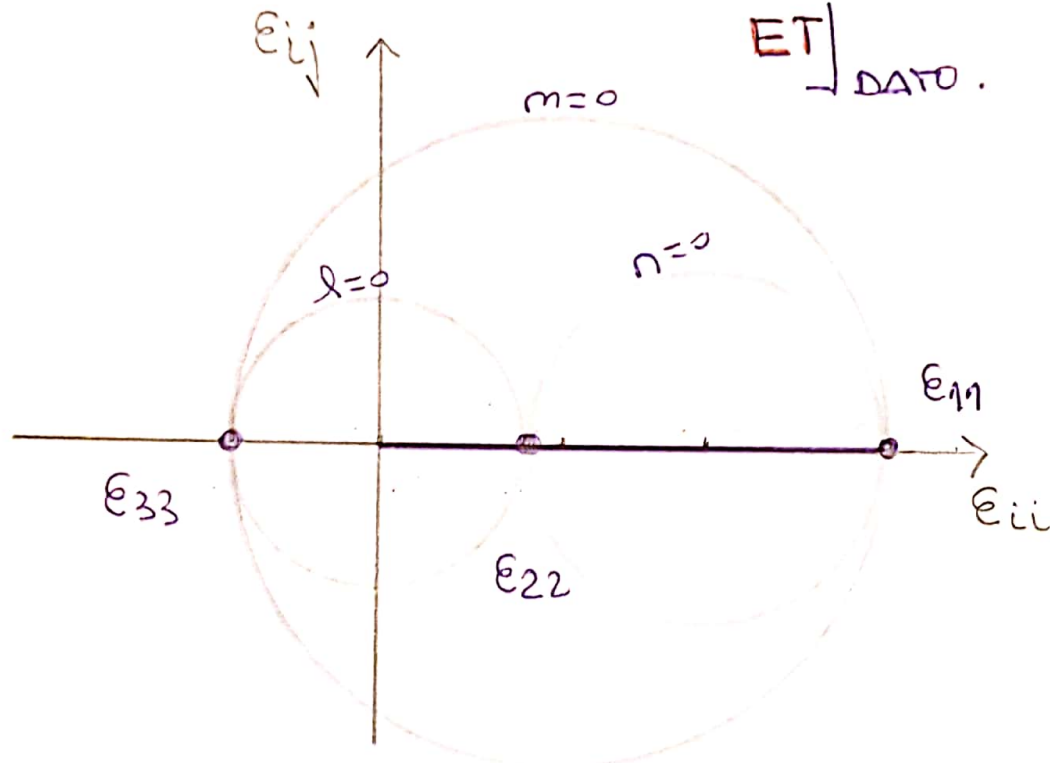
$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_1}{2}$$

$$\sigma_{max} \Big|_{ET \text{ DATO}} = \sigma_{max} \Big|_{ET \text{ PATRÓN}}$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1}{2} \rightarrow \boxed{\sigma_1 \Big|_{ET \text{ PATRÓN}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{eq} = \sigma_c}$$

3) → T. DE LA MÁXIMA DEFORMACIÓN LONGITUDINAL O T. DE SAINT VENANT!



$$\epsilon_{11} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_{11} = \frac{\sigma_1}{E} \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$\epsilon_{11} \Big|_{ET \text{ DATO}} = \epsilon_{11} \Big|_{ET \text{ PATRÓN}}$$

$$\frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{\sigma_1}{E} \rightarrow \underline{\underline{\sigma_{EQ} = \sigma_c = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}}$$

1) T. DE RANKINE

$$\sigma_{\text{EQ}} = \sigma_c = \sigma_1$$

2) T. DE GUEST / TRESCA

$$\sigma_{\text{EQ}} = \sigma_c = \sigma_1 - \sigma_3$$

3) T. DE SAINT VENANT

$$\sigma_{\text{EQ}} = \sigma_c = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)$$

- A) TENS. ADHESIVOS
- B) TENS. FLUENCIA

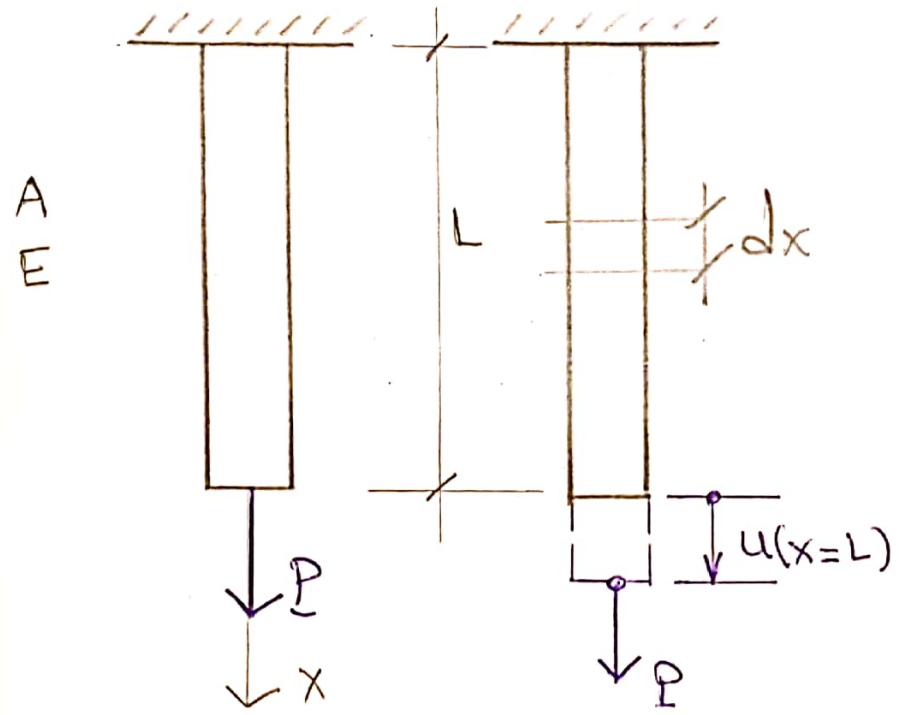
$$\sigma_{\text{EQ}} = \frac{\sigma_F}{CS} \Bigg|_{\text{DICTIL}} \quad \sigma$$

$$\sigma_{\text{EQ}} = \frac{\sigma_{\text{ROT.}}}{CS} \Bigg|_{\text{FRÁGIL}}$$

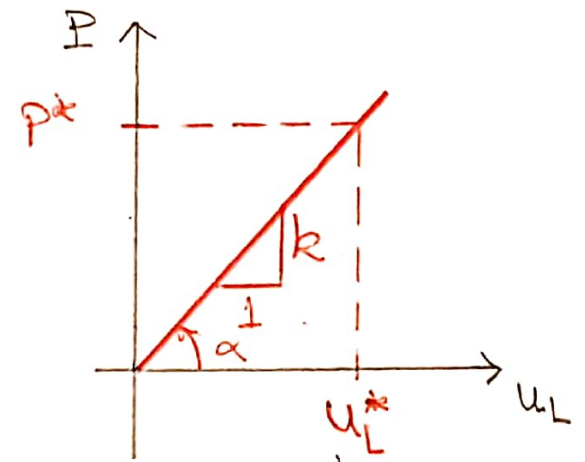
$$\sigma_{\text{EQ}} = \sigma_F \quad \sigma$$

$$\sigma_{\text{EQ}} = \sigma_{\text{ROT}}$$

4) - T. DE LA ENERGÍA TOTAL DE DEFORMACIÓN • T. DE BELTRAMI:



A
E



$$\tan \alpha = \frac{k}{1} = k$$

$$P = k u_L$$

$$W = \int_0^{u_L^*} P \cdot du_L = \int_0^{u_L^*} k u_L du_L \Rightarrow$$

$$W = \frac{1}{2} k u_L^2 \Big|_0^{u_L^*} = \frac{1}{2} k (u_L^*)^2$$

$$W = \frac{1}{2} k (u_L^*)^2 = \frac{1}{2} P^* \cdot u_L^* = \frac{1}{2} \frac{(P^*)^2}{k}$$

$$t = 0$$

$$t^+ = 0^+ \rightarrow \text{APLICO } P$$

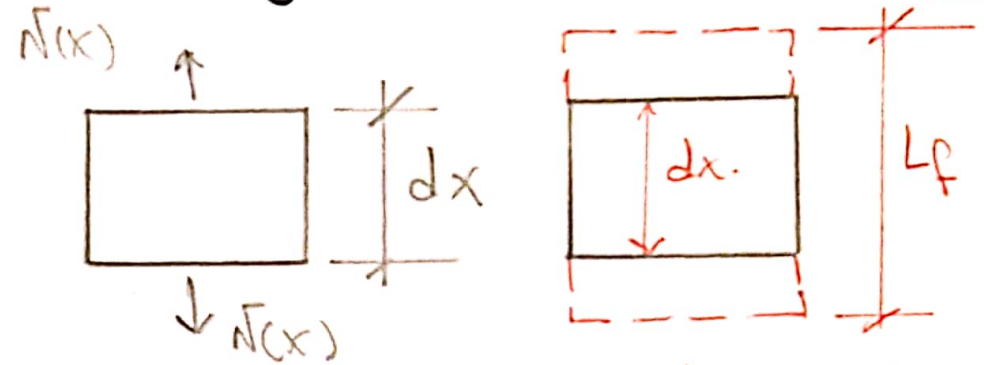
$$\frac{W}{A \cdot L} = \frac{1}{2} \frac{P^* \cdot u_L^*}{A \cdot L} \epsilon^*$$

ES UN TRABAJO
POR UNIDAD DE
VOLUMEN

$$u^* = \frac{1}{2} \sigma^* \epsilon^*$$

ENERGÍA
INTERNA
ESPECÍFICA

$$u^* = \frac{1}{2} \sigma^* \epsilon^* = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma^*}{E} \right)^2$$



$$L_f = dx + \Delta dx$$

$$\Delta dx = L_f - \underbrace{dx}_{L_0}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} N(x) \Delta dx = \int N(x) \Delta dx =$$

$$= \int A(x) \cdot \sigma(x) d\epsilon(x) \cdot dx = U$$

ENERGÍA
INTERNA
TOTAL

$$\frac{U}{A \cdot L} = \int \sigma_x(x) \cdot d\epsilon(x) =$$

$$= \int E \cdot \epsilon(x) d\epsilon(x) = \frac{1}{2} E \epsilon^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \sigma \cdot \epsilon = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E}$$

• Si acci6n $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

$$u^* = \frac{1}{2} [\sigma_1 \epsilon_1 + \sigma_2 \epsilon_2 + \sigma_3 \epsilon_3]$$

Por ley generalizada de Hooke:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] ; \epsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] ; \epsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]$$

$$u^* = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)]$$

$$\frac{u^*_{LIM}}{u^*_{ET, DATO}} = \frac{u^*_{LIM}}{u^*_{ET, PATI6N}} = CS \rightarrow u^*_{ET, DATO} = u^*_{ET, PATI6N}$$

$$\frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] = \frac{\sigma_{EQ}^2}{2E}$$

$$\sigma_{EQ} = \sigma_C = \sqrt{[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)]}$$

S) → T. DE LA MÁX ENERGÍA DE DISTORSIÓN O T. DE VON MISES:

$$E_{T_{DATO}} = E_{T_{DATO}, TE} + E_{T_{DATO}, TD}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_1 - \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$\begin{array}{l} \underbrace{[T]_{DATO}}_{\downarrow} \\ \underbrace{u}_{\downarrow} \\ \text{ENERGÍA} \\ \text{INTERNA} \\ \text{ESPECÍFICA} \\ \text{TOTAL} \end{array} = \begin{array}{l} [TE]_{DATO} \\ \downarrow \\ u_v \\ \text{"} \\ \text{"} \\ \text{"} \\ \text{POR CAMBIO} \\ \text{DE VOLUMEN} \end{array} + \begin{array}{l} [TD]_{DATO} \\ \downarrow \\ u_D \\ \text{"} \\ \text{"} \\ \text{"} \\ \text{POR CAMBIO} \\ \text{DE FORMA} \end{array}$$

$$u_D = u - u_v$$

$$u_v = \frac{1}{2} \sigma_0 \epsilon_0 + \frac{1}{2} \sigma_0 \epsilon_0 + \frac{1}{2} \sigma_0 \epsilon_0 .$$

$$u_v = \frac{3}{2} \sigma_0 \epsilon_0 .$$

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} .$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{E} [\sigma_0 - \mu \sigma_0 - \mu \sigma_0] = \frac{(1-2\mu)}{E} \sigma_0 .$$

$$u_v = \frac{3}{2} \frac{(1-2\mu)}{E} \sigma_0^2$$

$$u_D = u - u_v$$

$$u_D = \frac{(1+\mu)}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$u_D \Big|_{ET, DATO}$$

ENSAYO PATRÓN:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 .$$

$$u_D = \frac{(1+\mu)}{6E} [\sigma_1^2 + \sigma_1^2]$$

$$u_D \Big|_{ET, PATRÓN} = \frac{(1+\mu)}{3E} \sigma_1^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_c = \sigma_{cq}$$

$$\frac{(1+\mu) \sigma_1^2}{\Delta x} = \frac{(1+\mu)}{\frac{\Delta x}{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{eq}} = \sigma_c = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]}$$

6) - TEORÍA DE MOHR:

ET] DADO \rightarrow NOS INTERESA SUJETO σ_1 y σ_3 .

$$\sigma_c = \sigma_{reg} = \sigma_1 - k \sigma_3$$

- $k \rightarrow$ MAT. DÚCILES $k = \frac{|\sigma_{FL,T}|}{|\sigma_{FL,C}|} > 0$
- | \rightarrow MAT. FRÁGILES $k = \frac{|\sigma_{ROT,T}|}{|\sigma_{ROT,C}|} > 0$
- σ_1 y σ_3 se introducen con su signo.
- MUY ABSTRACTIVA \rightarrow SUELOS.