01 - TEORÍA DE LA MÁXIMA TENSIÓN NORMAL O T. DE RANKINE:

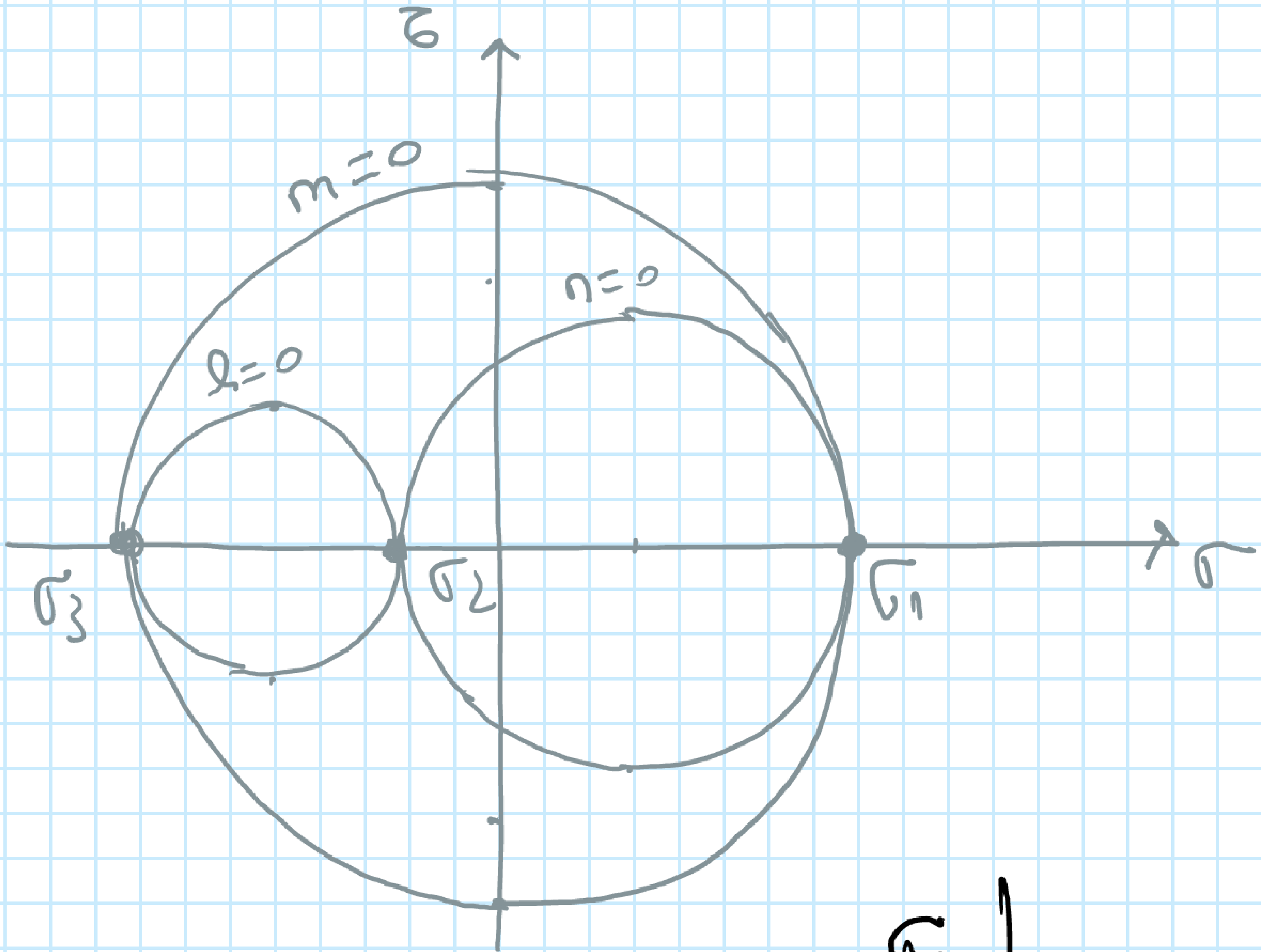
sábado, 24 de julio de 2021 01:32

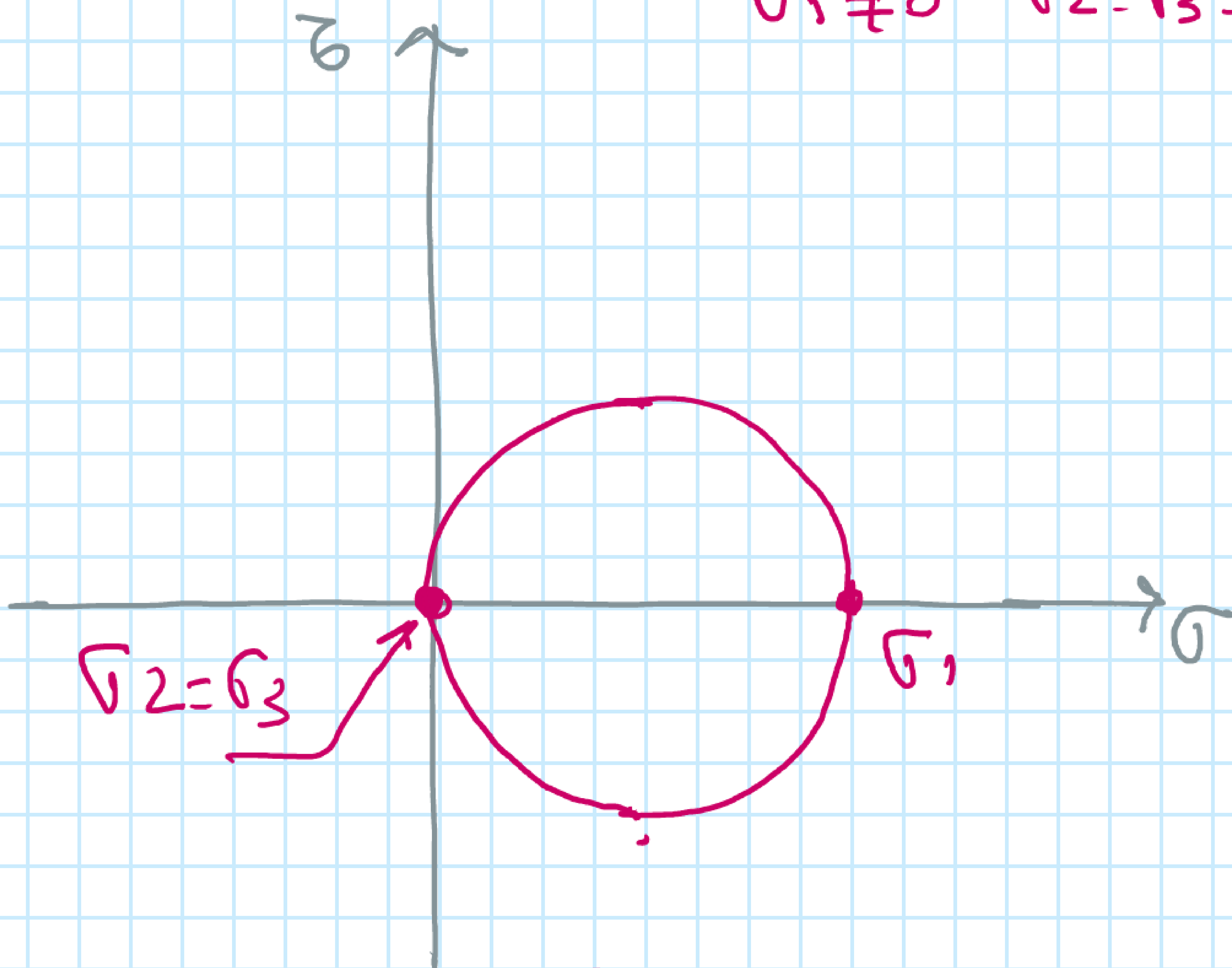
ENUNCIADO: Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo sucede cuando la máxima tensión normal actuante en dicho punto alcanza un valor límite.

$ET\rfloor_{DATO} \rightarrow \sigma_1 ; \sigma_2 ; \sigma_3$

$ET\rfloor_{PATRÓN}$

$\sigma_1 \neq 0 \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$





$\sigma_{máx} = \sigma_1$

$\sigma_{máx} = \sigma_1$

$\sigma_1\rfloor_{ET_{DATO}} \equiv \sigma_1\rfloor_{ET_{PATRÓN}}$

$\sigma_{EQ} = \sigma_C$

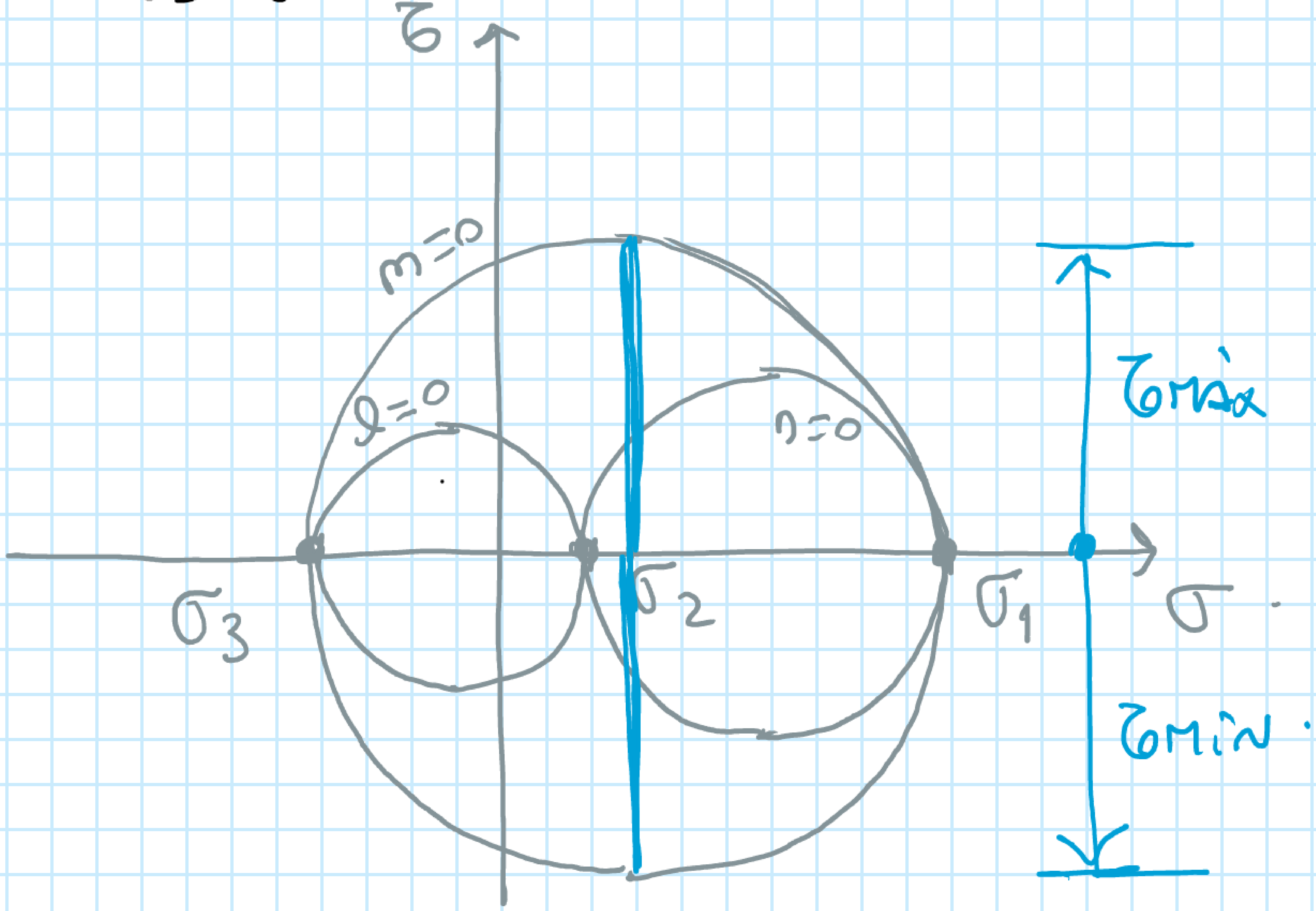
$$\boxed{\sigma_{EQ} = \sigma_C = \sigma_1\rfloor_{ET_{DATO}}}$$

02 - TEORÍA DE LA MÁXIMA TENSIÓN TANGENCIAL O T. DE TRESCA O T. DE GUEST:

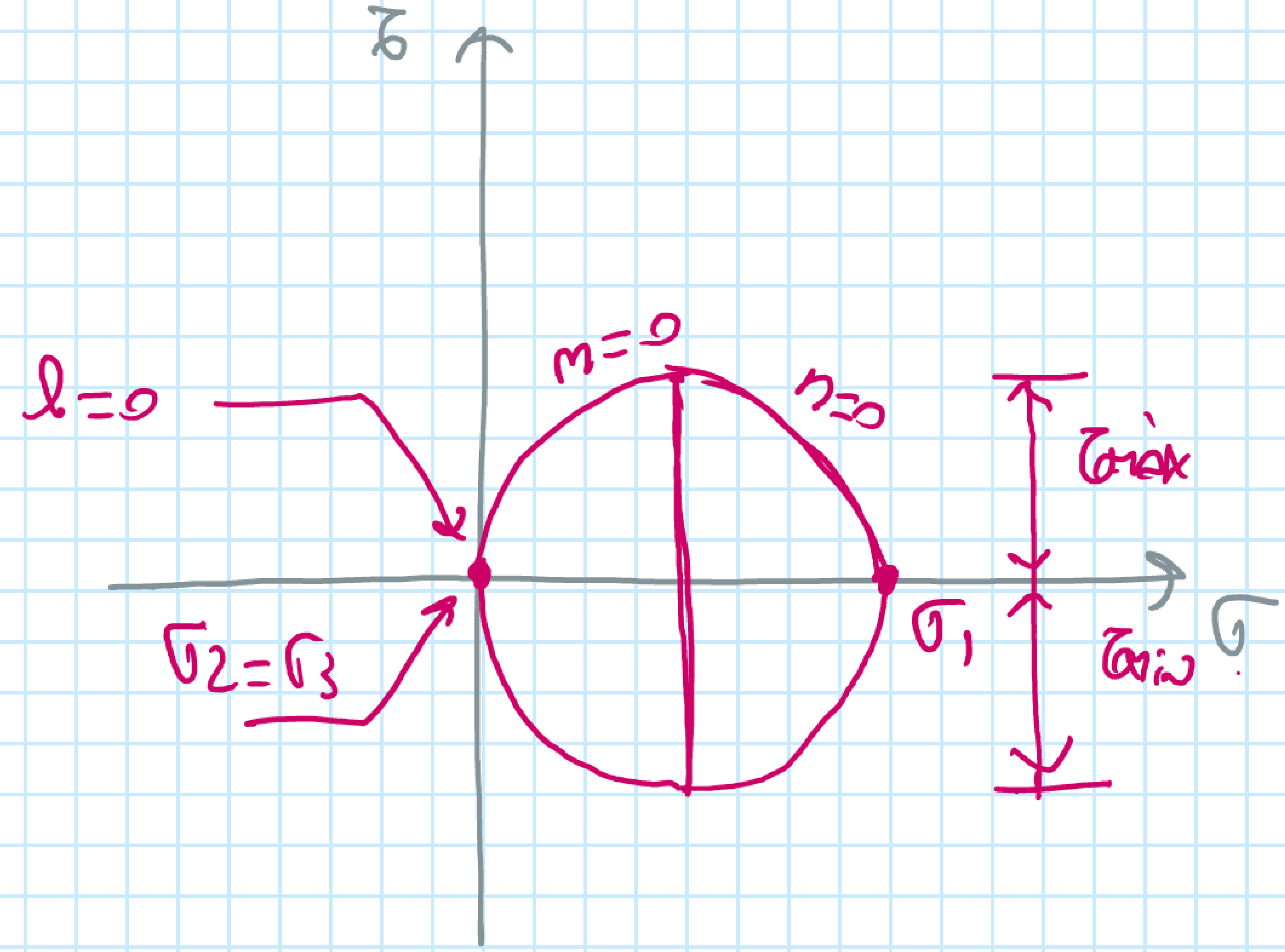
sábado, 24 de julio de 2021 01:48

ENUNCIADO: Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo ocurre cuando la tensión tangencial máxima actuante en dicho punto alcanza un valor límite.

$ET]_{DATO} \rightarrow (\sigma_1 ; \sigma_2 ; \sigma_3)$



$ET]_{PATRÓN} \rightarrow (\sigma_1 ; 0 ; 0)$



$$\tau_{máx}\Big]_{ET\ DATO} = \underbrace{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}$$

$$\tau_{máx}\Big]_{ET\ PATRÓN} = \underbrace{\frac{\sigma_1}{2}}$$

$$\tau_{máx}\Big]_{ET\ DATO} = \tau_{máx}\Big]_{ET\ PATRÓN}$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\cancel{2}} = \frac{\sigma_1}{\cancel{2}} \rightarrow \boxed{\sigma_1\Big]_{ET\ PATRÓN} = \sigma_{eq} = \sigma_C = \sigma_1 - \sigma_3}$$

03 - TEORÍA DE LA MÁXIMA DEFORMACIÓN LONGITUDINAL O T. DE SAINT VENAN:

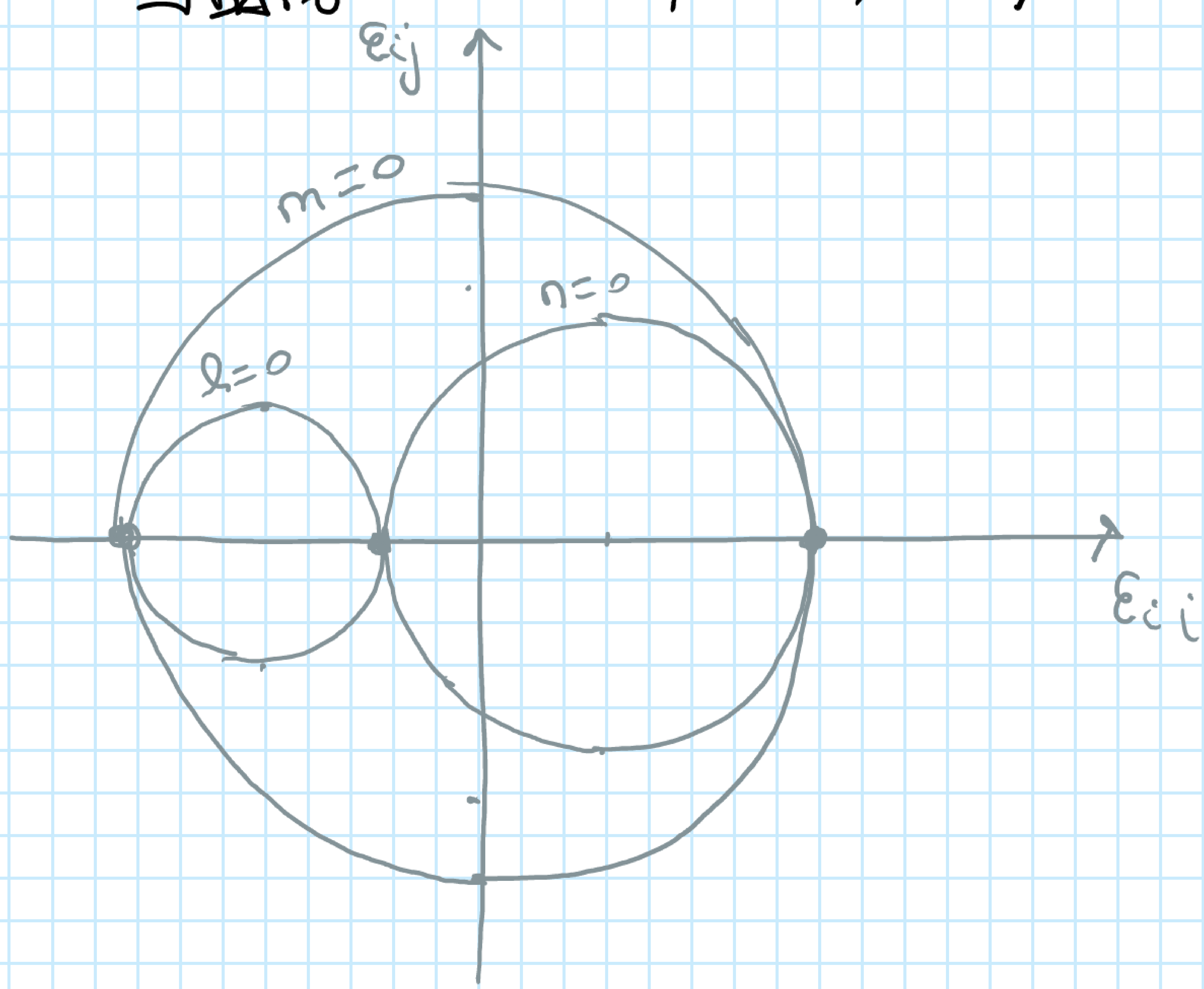
sábado, 24 de julio de 2021 01:32

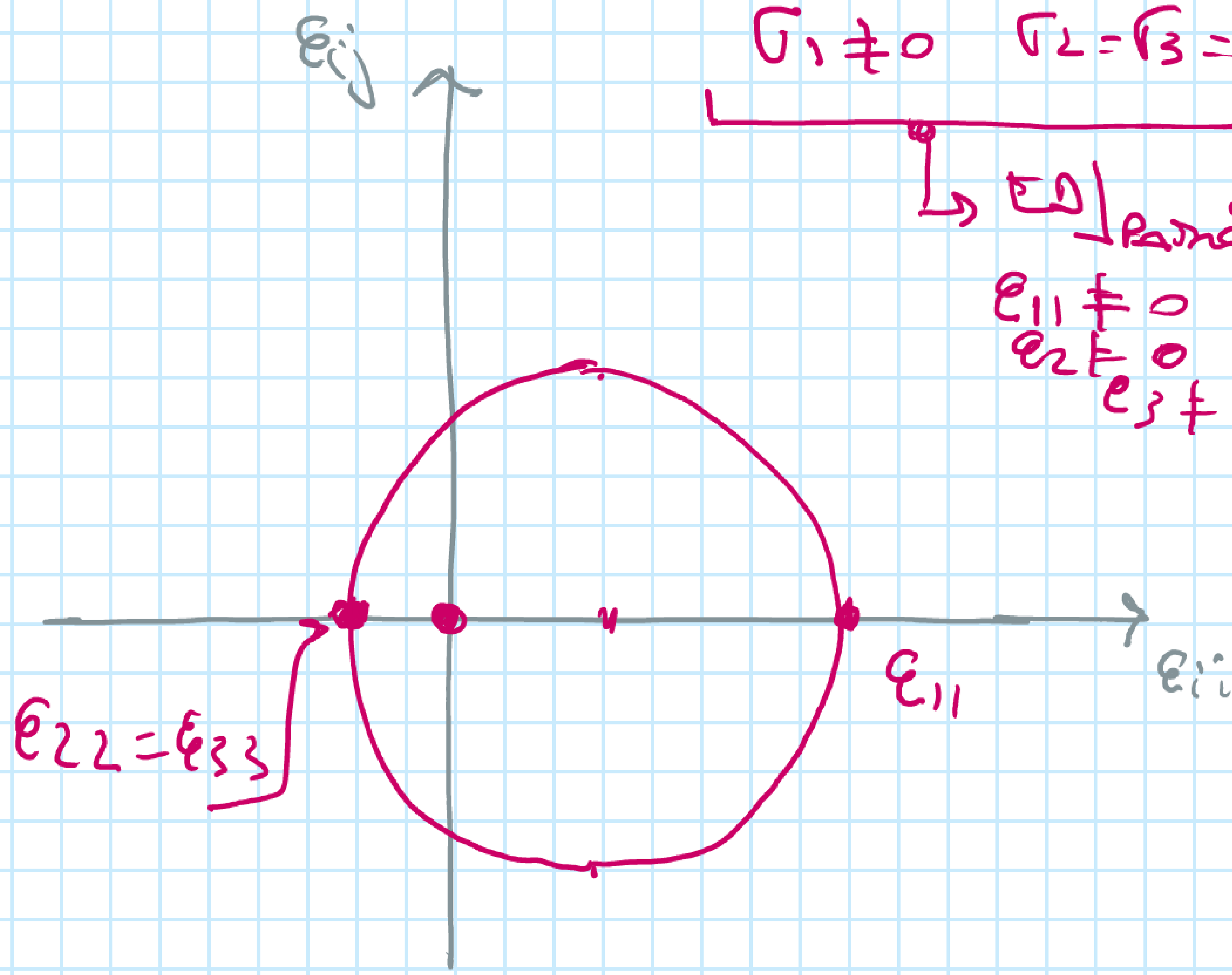
ENUNCIADO: Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo sucede cuando la máxima deformación específica longitudinal, sea ésta positiva o negativa, alcanza para el punto bajo análisis un valor límite.

$$ED\big]_{DATO} \rightarrow (\varepsilon_{11};\ \varepsilon_{22};\ \varepsilon_{33})$$

$$ET\big]_{PATRÓN} \quad \sigma_1 \neq 0 \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$\rightarrow ED\big]_{PATRÓN} \quad \varepsilon_{11} \neq 0 \quad \varepsilon_2 \neq 0 \quad \varepsilon_3 \neq 0$$





$$\varepsilon_{11}\big]_{ED\ DATO} = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2+\sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_{11}\big]_{ED\ PATRÓN} = \frac{\sigma_1}{E}$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0.$$

$$\varepsilon_{11}\big]_{ED\ DATO} = \varepsilon_{11}\big]_{ED\ PATRÓN}.$$

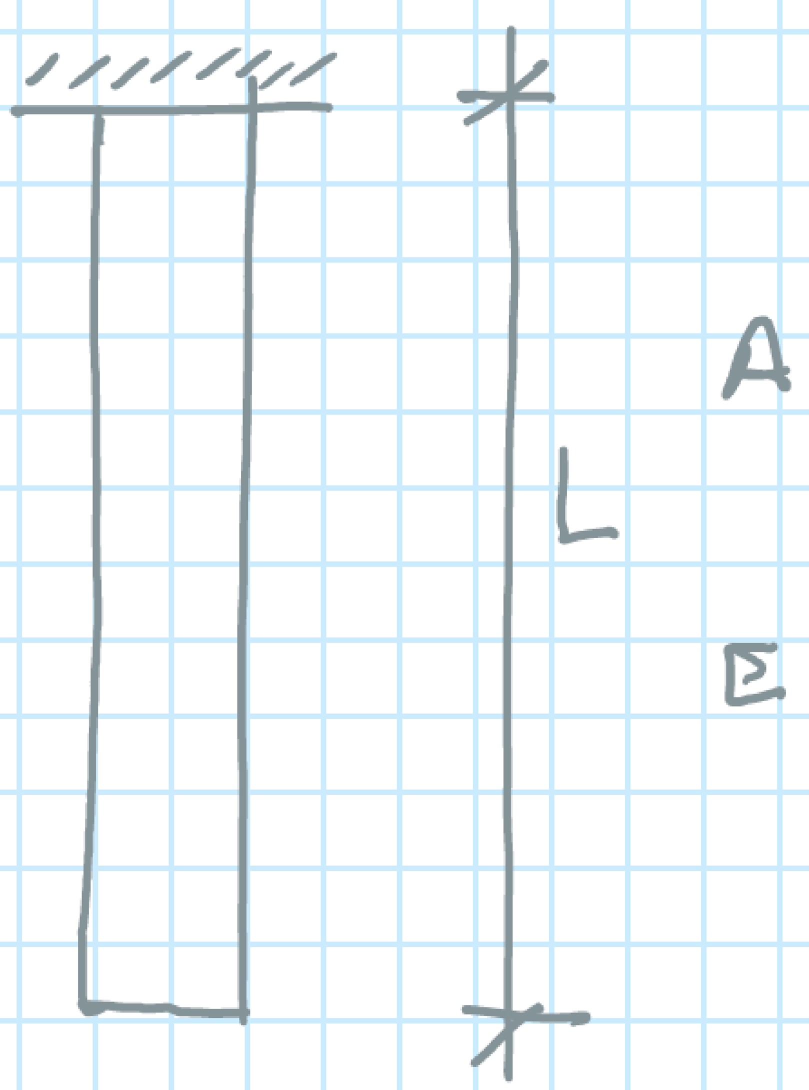
$$\frac{1}{\cancel{E}}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2+\sigma_3)\right] = \frac{\sigma_1}{\cancel{E}} \rightarrow \boxed{\sigma_1\big]_{ET\ PATRÓN} = \sigma_{EQ} = \sigma_C = \sigma_1 - \mu(\sigma_2+\sigma_3)}$$

04 - TEORÍA DE LA ENERGÍA TOTAL DE DEFORMACIÓN O T. DE BELTRAMI:

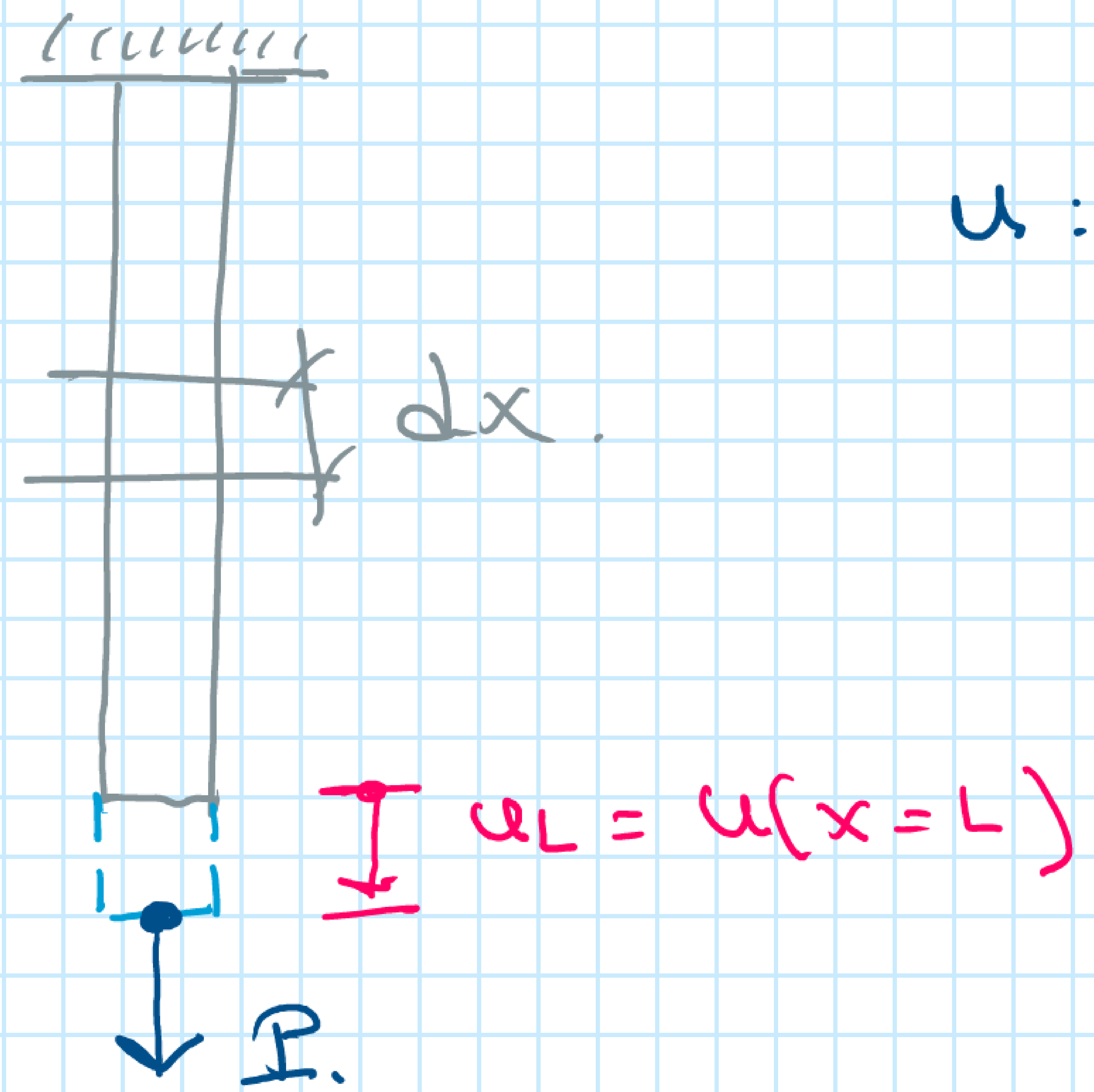
sábado, 24 de julio de 2021 02:10

ENUNCIADO: Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo ocurre cuando la máxima energía interna total de deformación alcanza para ese punto, un valor límite.

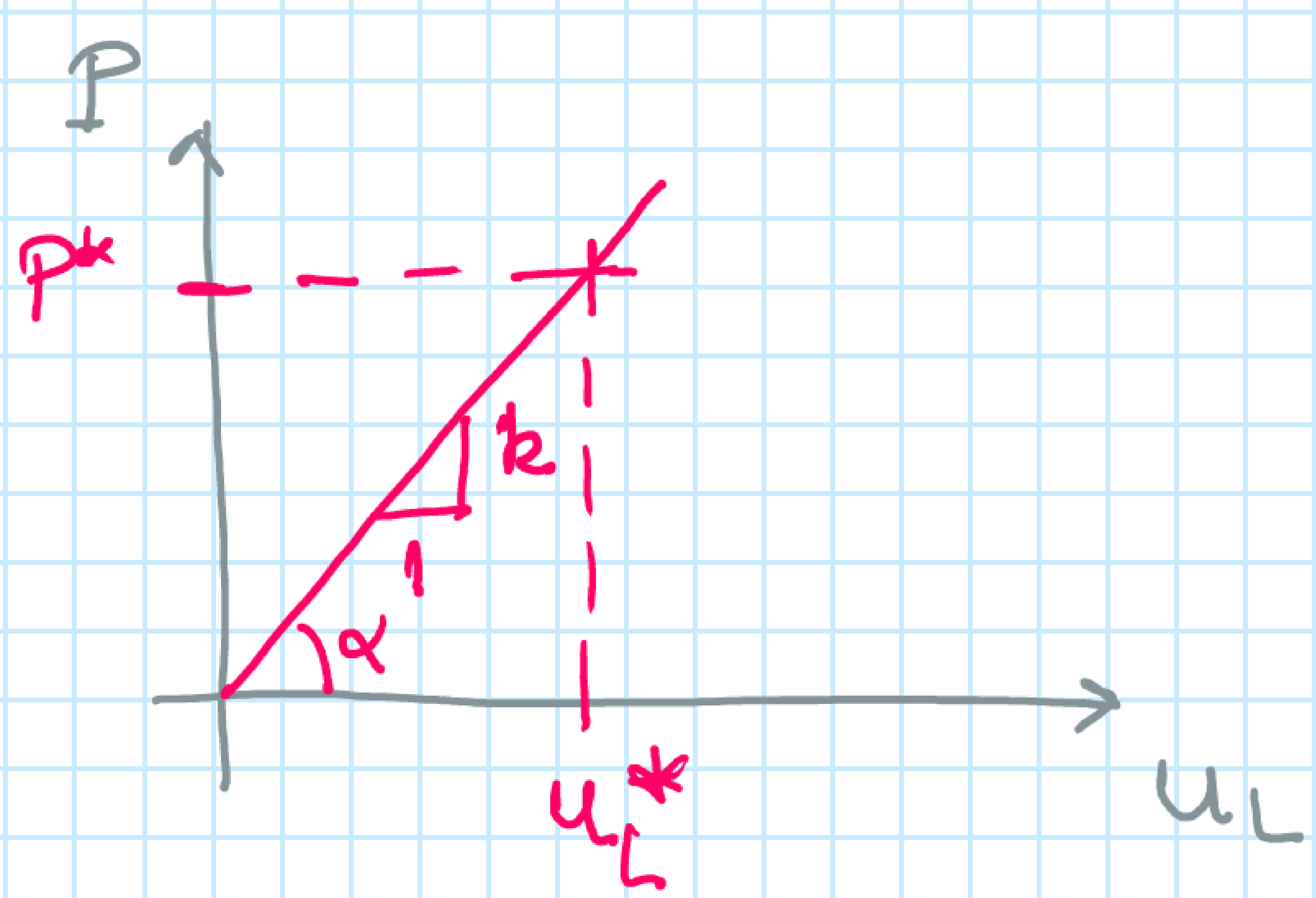
$t = 0$



$t = 0^+$ SE APLICA 'P' EN SU EXTREMO LIBRE.



u: DESPLAZAMIENTO EN LA DIRECCIÓN 'x'.



$$\tan\alpha = \frac{k}{1} = k \longrightarrow P = k \cdot u_L.$$

TRABAJO DE LAS FZAS EXTERIORES:

$$W = \int_0^{u_L^*} P \cdot du = \int_0^{u_L^*} k \cdot u_L \cdot du$$

$$W = \frac{1}{2} k \, u_L^2 \Big|_0^{u_L^*} = \frac{1}{2} k \left(u_L^*\right)^2$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2} k \left(u_L^*\right)^2 = \frac{1}{2} P^* u_L^* = \frac{1}{2} \frac{(P^*)^2}{k}}$$

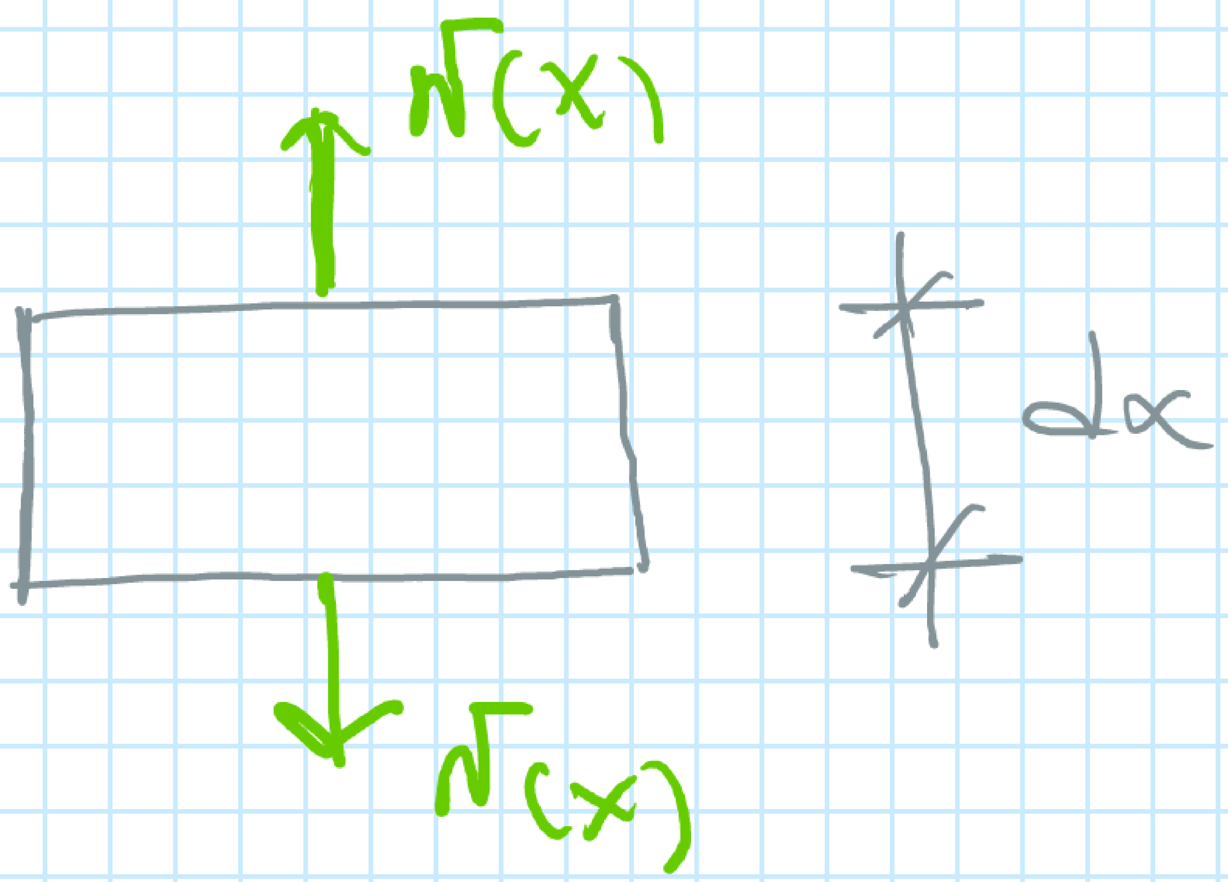
04 - TEORÍA DE LA ENERGÍA TOTAL DE DEFORMACIÓN O T. DE BELTRAMI:

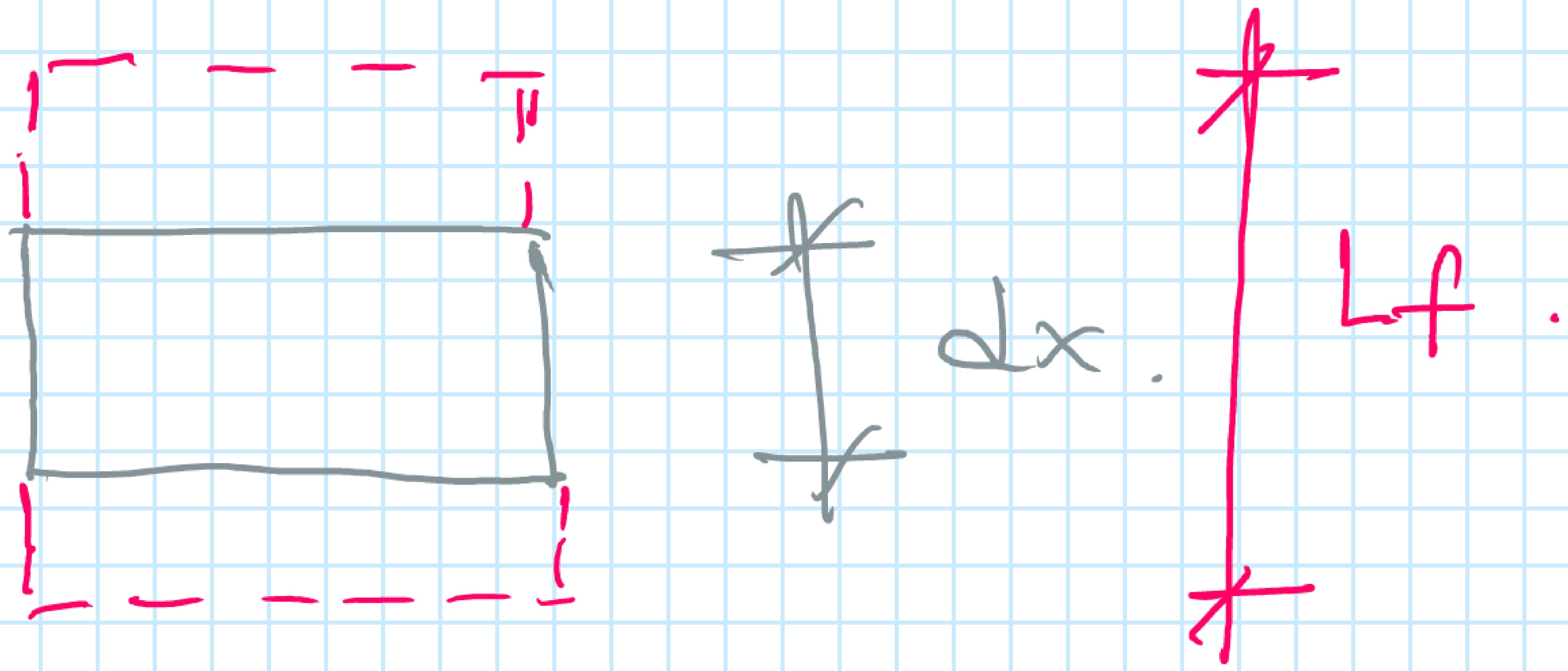
sábado, 24 de julio de 2021 02:10

$$\frac{W}{AL} = \frac{1}{2}\underbrace{\frac{P^*}{A}}_{\sigma^*}\cdot\underbrace{\frac{u_L^*}{L}}_{\varepsilon^*} \rightarrow \frac{W}{\Delta L} = \frac{1}{2}\sigma^*\cdot\varepsilon^* = u^*$$

ENERGÍA INTERNA ESPECÍFICA DE DEFORMACIÓN.

$$\boxed{u^* = \frac{1}{2}\sigma^*\cdot\varepsilon^* = \frac{1}{2}\frac{(\sigma^*)^2}{E} = \frac{1}{2}E(\varepsilon^*)^2}$$





$$L_f = dx + \Delta dx \rightarrow \Delta dx = L_f - \frac{dx}{L_o}.$$

$$dW_{INT} = N(x)\,\Delta dx$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} N(x)\cdot\Delta dx = \int N(x)\,\Delta dx = \int \underbrace{A(x)\cdot\sigma(x)}_{N(x)}\ \underbrace{d\varepsilon(x)\cdot dx}_{\Delta dx} = U$$

U: ENERGÍA DE DEFORMACIÓN INTERNA TOTAL.

$$\frac{U}{AL} = \int \sigma(x)\cdot d\varepsilon(x) = u = \frac{1}{2}E\varepsilon^2 = \frac{1}{2}\sigma\cdot\varepsilon = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{E}.$$

$\sigma(x) = E\,\varepsilon(x).$

04 - TEORÍA DE LA ENERGÍA TOTAL DE DEFORMACIÓN O T. DE BELTRAMI:

sábado, 24 de julio de 2021 02:10

SI AHORA ACTÚAN $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

$$u^* = \frac{1}{2}\left[\sigma_1 . \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3\right] \leftarrow$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2+\sigma_3)\right] ; \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu(\sigma_1+\sigma_3)\right] ; \quad \varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu(\sigma_1+\sigma_2)\right]$$

$$\boxed{u^* = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right]}$$

$$\frac{u^*_{LIM}}{u^*_{ET,DADO}} = \frac{u^*_{LIM}}{u^*_{ET,PATRÓN}} = CS \rightarrow u^*_{ET,DADO} = u^*_{ET,PATRÓN}.$$

$$\frac{1}{\cancel{2E}}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right] = \frac{\sigma_{EQ}^2}{\cancel{2E}}$$

$$\boxed{\sigma_{EQ} = \sigma_C = \sqrt{\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right]}}$$

05 - TEORÍA DE LA MÁXIMA ENERGÍA DE DISTORSIÓN O T. DE VON MISSES:

sábado, 24 de julio de 2021 02:47

ENUNCIADO: Esta teoría enuncia que la falla de un punto de un cuerpo ocurre cuando la máxima energía interna de distorsión por unidad de volumen o específica alcanza un valor límite.

$$ET]_{DATO} = ET]_{DATO,\,TE} + ET]_{DATO,\,TD}.$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$[TT]_{DATO} = \underline{[TE]_{DATO}} + \underline{[TD]_{DATO}}.$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$u = u_V + u_D$$

ENERGÍA	"	"
INTERNA	"	"
ESPECÍFICA	"	"
TOTAL	POR CAMBIOS DE VOLUMEN	POR CAMBIOS DE FORMA-

05 - TEORÍA DE LA MÁXIMA ENERGÍA DE DISTORSIÓN O T. DE VON MISSES:

sábado, 24 de julio de 2021 02:47

$$[TT]_{DATO} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

$$[TE]_{DATO} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{bmatrix}$$

$$[TD]_{DATO} = \begin{bmatrix} \sigma_1 - \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_0 \end{bmatrix}$$

TENSOR ESFÉRICO.

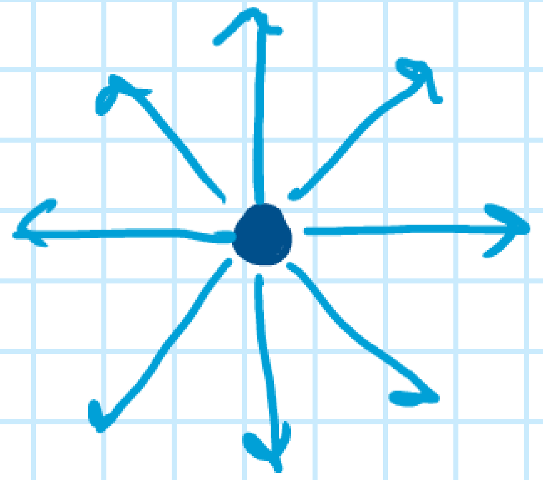
$$\underbrace{\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}}$$

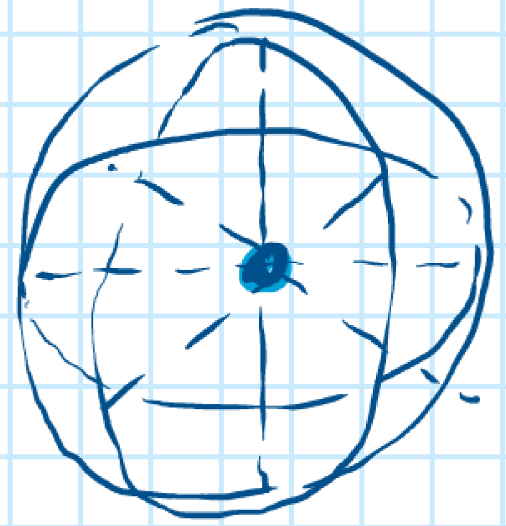
NOTA: $\{\bar{\rho}^{\pi}\} = [TT]\{\check{n}^{\pi}\}$ $\quad [TT] = [TE]$.

$$\begin{Bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_0 l \\ \sigma_0 m \\ \sigma_0 n \end{Bmatrix}$$

$$|\bar{\rho}^{\pi}| = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2} = \sqrt{(\sigma_0 l)^2 + (\sigma_0 m)^2 + (\sigma_0 n)^2} =$$

$$= \sqrt{\sigma_0^2 l^2 + \sigma_0^2 m^2 + \sigma_0^2 n^2} = \sqrt{\sigma_0^2 \underbrace{(l^2 + m^2 + n^2)}_{=1}} = \sigma_0$$





05 - TEORÍA DE LA MÁXIMA ENERGÍA DE DISTORSIÓN O T. DE VON MISSES:

sábado, 24 de julio de 2021 02:47

$$u = u_V + u_D \rightarrow \boxed{u_D = u - u_V}$$

$$u_V = \frac{1}{2}\sigma_0 \varepsilon_0 + \frac{1}{2}\sigma_0 \varepsilon_0 + \frac{1}{2}\sigma_0 \varepsilon_0 = \frac{3}{2}\sigma_0 \varepsilon_0$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{E}\left[\sigma_0 - \mu\sigma_0 - \mu\sigma_0\right] = \frac{1-2\mu}{E}\sigma_0 .$$

$$u_V = \frac{3}{2}\sigma_0 \frac{(1-2\mu)}{E}\sigma_0 \rightarrow \boxed{u_V = \frac{3}{2}\frac{(1-2\mu)}{E}\sigma_0^2}$$

$$u_D = \underline{u - u_V} \qquad u = \frac{1}{2}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right]$$

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2\ \sigma_3}{3}.$$

$$u_D = \frac{(1+\mu)}{6E}\cdot\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2\right] = u_D\Big]_{ET,\,DADO}$$

PARA EL ENSAYO PATRÓN: $\sigma_1 \neq 0 \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0.$

$$u_D = \frac{(1+\mu)}{6E}(\sigma_1^2 + \sigma_1^2) \rightarrow u_D\Big]_{ET\ PATRÓN} = \frac{(1+\mu)}{3E}\sigma_1^2$$

$$\frac{\cancel{(1+\mu)}}{\cancel{6E}\ 2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2\right] = \frac{(1+\mu)}{3E}\sigma_1^2 = \frac{\cancel{(1+\mu)}}{\cancel{3E}}\sigma_{EQ}^2$$

$$\boxed{\sigma_{EQ} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2\right]}}$$

06 - TEORÍA DE MOHR:

sábado, 24 de julio de 2021 03:10

ENUNCIADO: Esta teoría establece que la mayor de las 3 circunstancias de Mohr, deberá situarse en el interior de una curva envolvente de las propias Circunferencias de Mohr, que fueran obtenidas mediante ensayos experimentales y referidos a los propios límites.

$ET\big]_{DADO}$ → NOS INTERESAN SOLAMENTE SON σ_1 y σ_3

$$\boxed{\sigma_C = \sigma_{EQ} = \sigma_1 - k\,\sigma_3} \quad (B)$$

- k → Mat. dúctiles $\quad k = \dfrac{|\sigma_{FL,T}|}{|\sigma_{FL,C}|} > 0$

  → Mat. frágiles $\quad k = \dfrac{|\sigma_{ROT,T}|}{|\sigma_{ROT,C}|} > 0$

- En la expresión (B) σ_1 y σ_3 son introducidas con sus signos.
- Muy conservativa → suelos.