07.01 - INTRODUCCIÓN:

martes, 23 de noviembre de 2021 09:41

Con qué tipos de causas deformantes trabajaremos?

I.- Causa Fuerza - CF

II.- Causa Variación de Temperatura - DT $= \Delta T$.

III.- Causa Cedimiento de Vínculo - CV

Estas causas van a producir sobre nuestra estructura, 2 tipos de magnitudes:

a.- Magnitudes de tipo "Estáticas" - ME;

b.- Magnitudes de tipo "Cinemáticas" - MC.

Estas causas, qué efectos producen o pueden producir sobre nuestra estructura?

i.- Variación de la distancia entre los puntos;

ii.- Variación de los ángulos entre 2 direcciones cualesquiera;

iii.- Variación de Volumen.

07.02 - HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS:

martes, 23 de noviembre de 2021 09:49

Nosotros vamos a trabajar en "el entorno de un punto".

Qué es el entorno de un entorno de un punto?

El entorno de un punto dado "A" es el conjunto de puntos que se ubica a una distancia infinitesimal del punto bajo estudio o análisis.

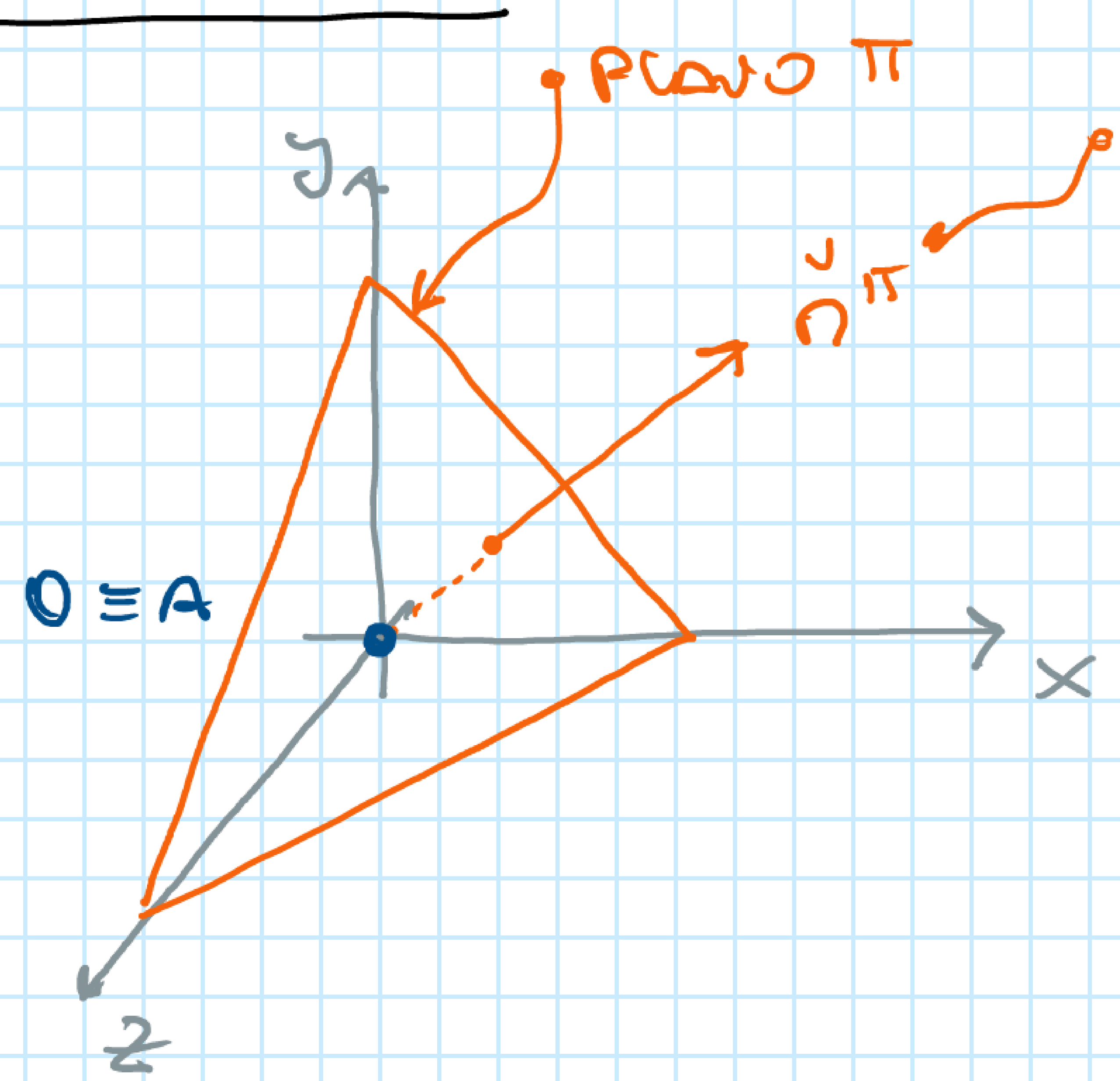
Las Hipótesis en las cuales nos basaremos son las siguientes:

H1).- La deformación es "continua". Esto implica que si antes de la deformación un punto se encontraba en el entorno de un punto, después de la deformación dicho punto eguirá perteneciendo al entorno.

H2).- Las curvas en el entorno del punto bajo estudio mantienen su grado durante la deformación.

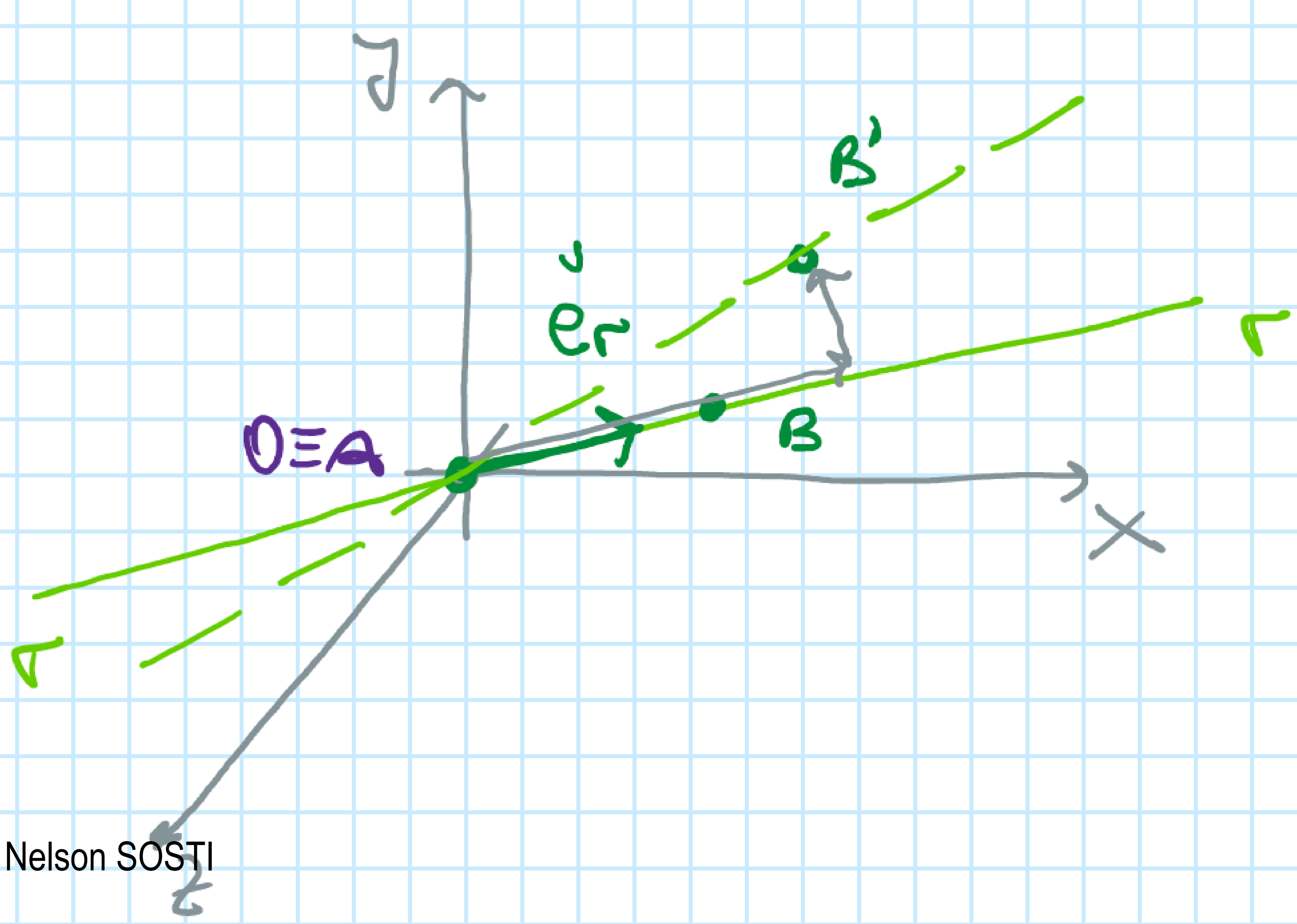
H3).- HLG: Hipótesis de Linealidad Geométrica: Los desplazamientos que experimentan los puntos del cuerpo son infinitamente pequeños con respecto a las dimensiones del mismo.

03 – ENFOQUE:



A : PUNTO BAJO ESTUDIO
TERNA CARTESIANA (O; x; y; z).

ME

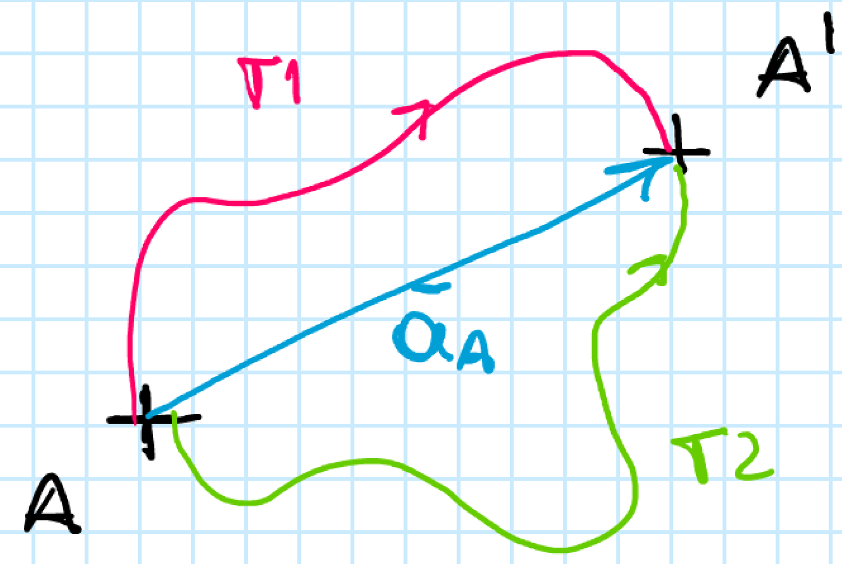


MC

07.04 - REPASO DE CINEMÁTICA BÁSICA:

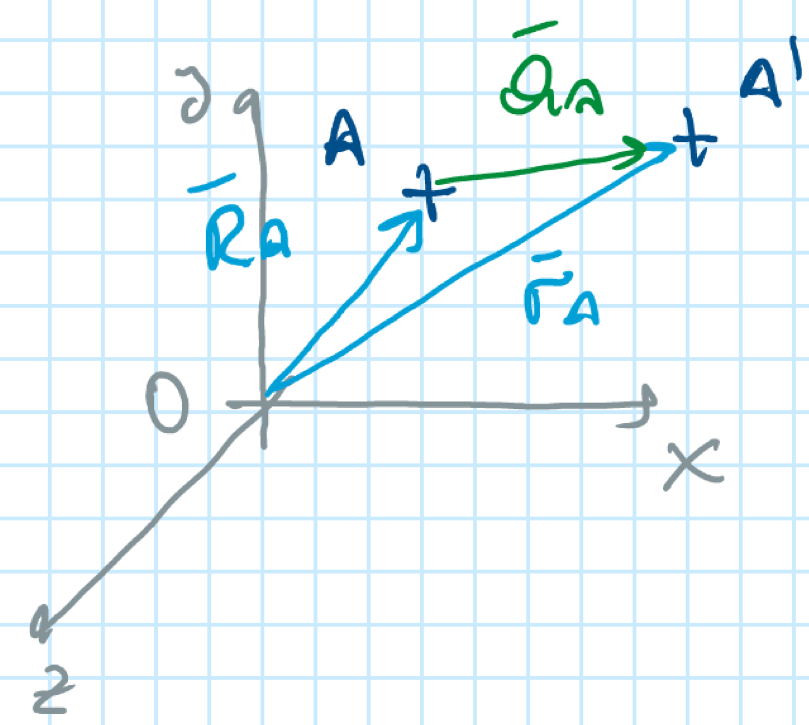
martes, 23 de noviembre de 2021 10:03

I

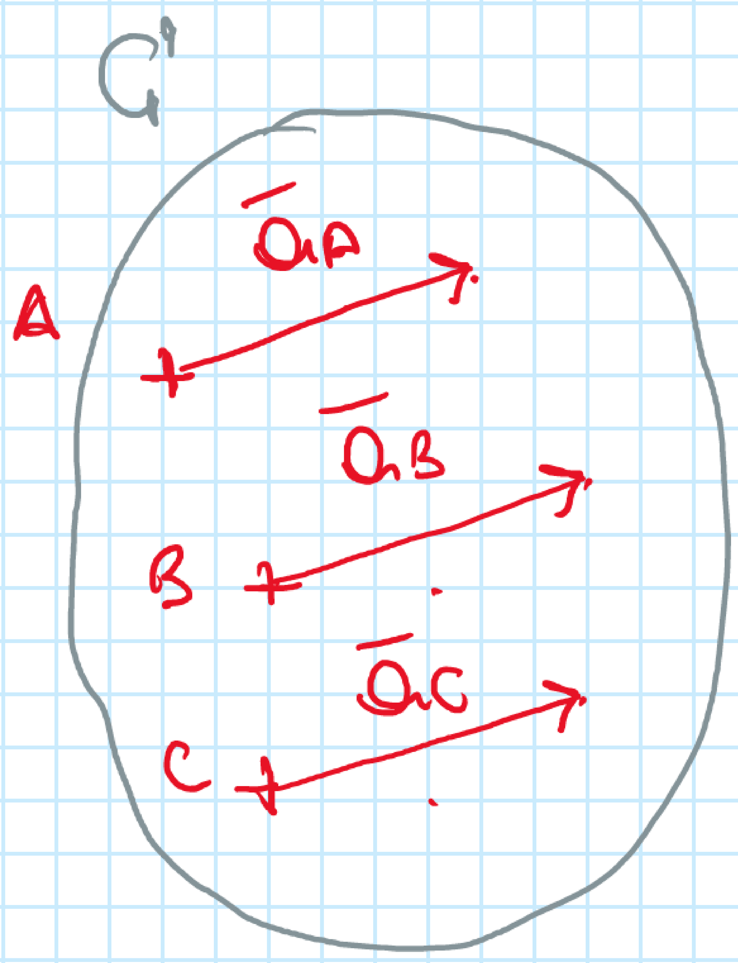


$\bar{Q}_A$: vector desplazamiento del punto A.

T1, T2 son trayectorias posibles

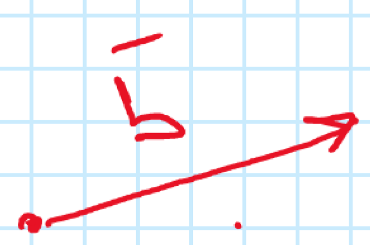


II) - Traslación:



$$\bar{Q}_A = \bar{Q}_B = \bar{Q}_C = \bar{b}$$

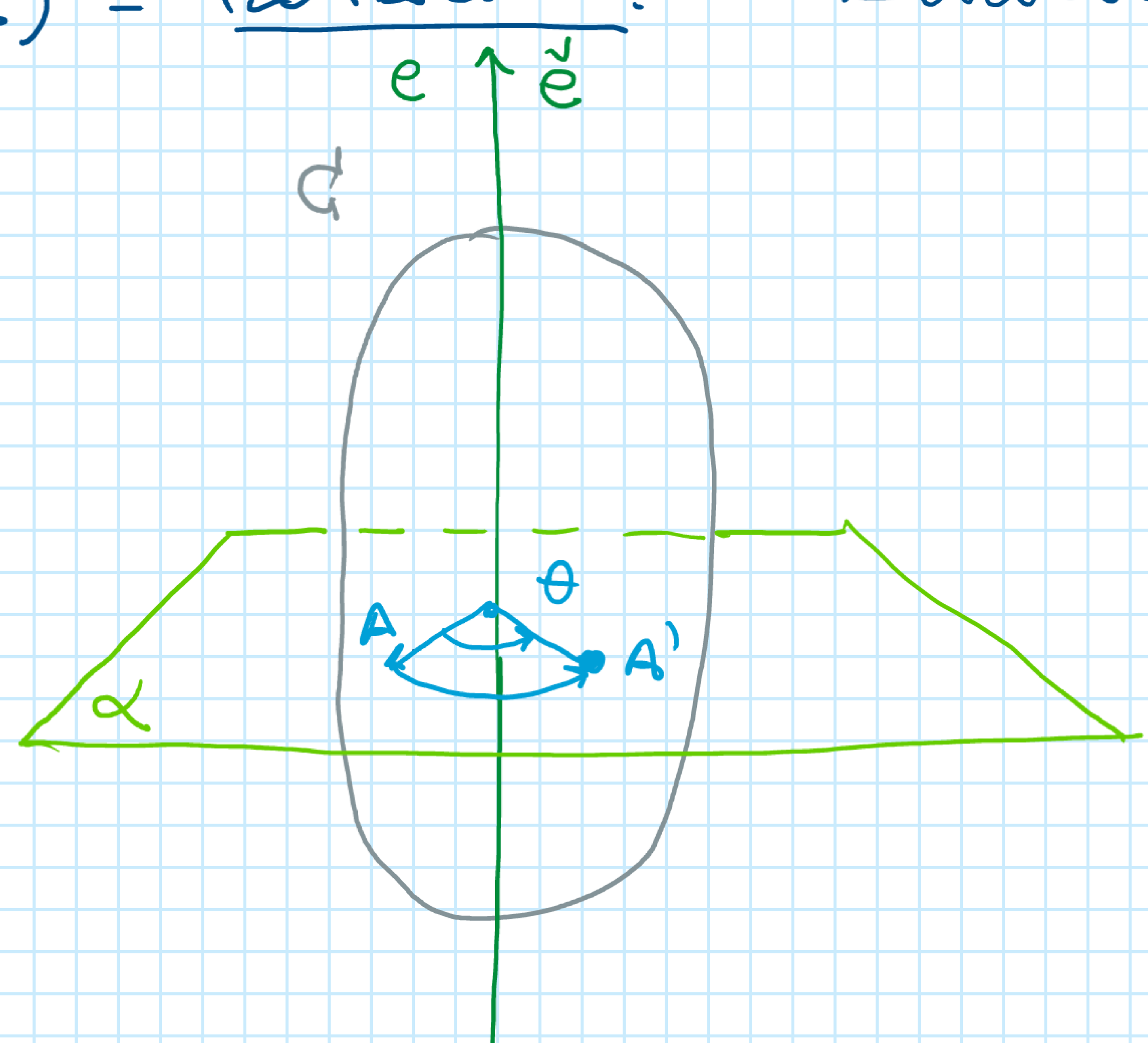
Un cuerpo C experimenta una traslación cuando todos los puntos del mismo poseen el mismo vector desplazamiento.



vector libre.

III) - Rotación:

alrededor de un eje, cuando todos sus puntos experimentan arcos de circunferencias en planos ⊥ al eje



Plano 'α' ⊥ eje e-e.

A : { punto dado cualquiera
∈ plano α

A' : posición final del punto A
∈ plano α

$\widehat{AA'}$: trayectoria → arco de circunferencia.

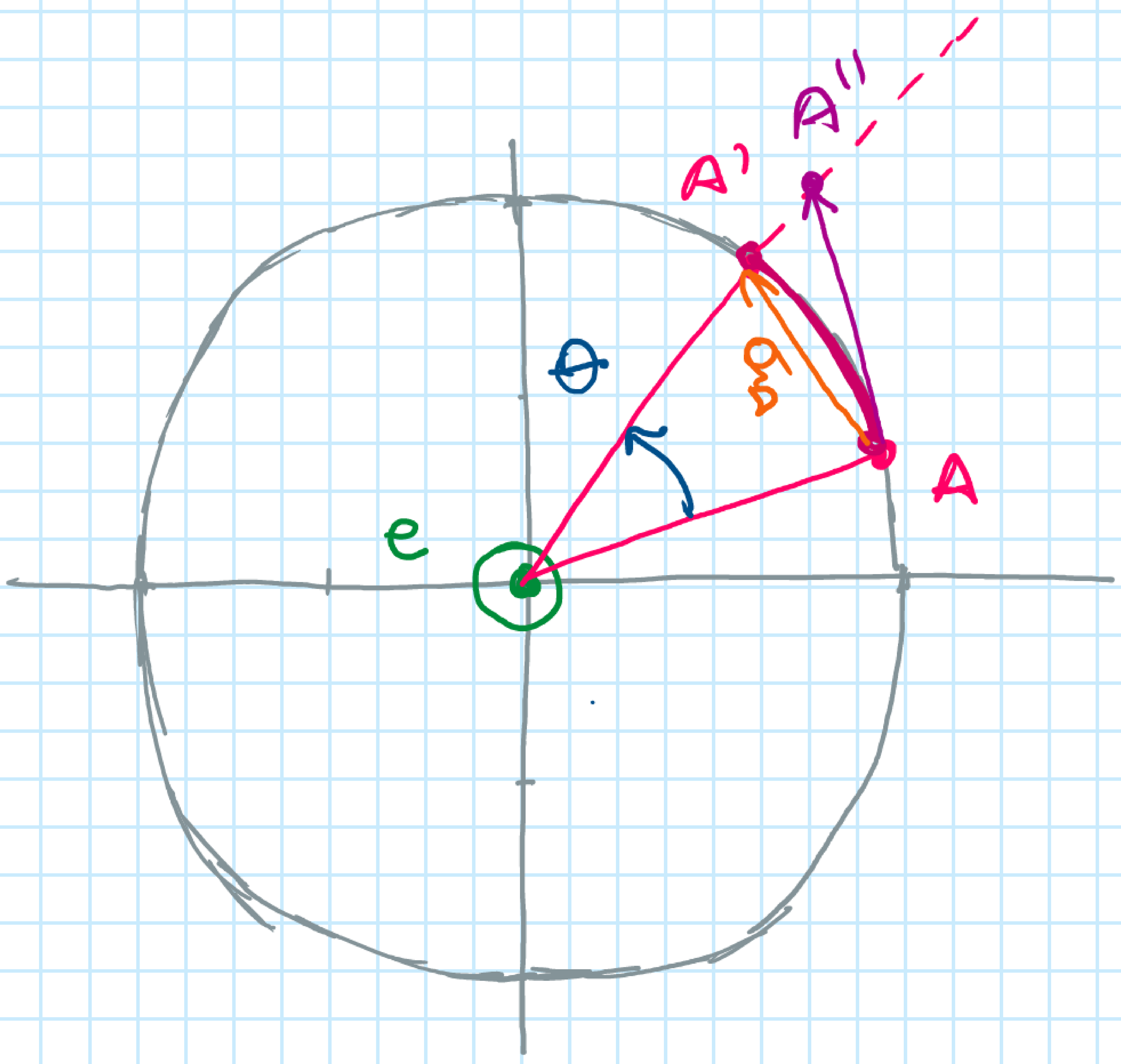
Rotación → un vector $\bar{\theta}$ axial no libre.

- dirección eje e-e
- sentido
- magnitud → abertura θ

07.04 - REPASO DE CINEMÁTICA BÁSICA:

martes, 23 de noviembre de 2021 10:15

IV) → rotaciones muy pequeñas:



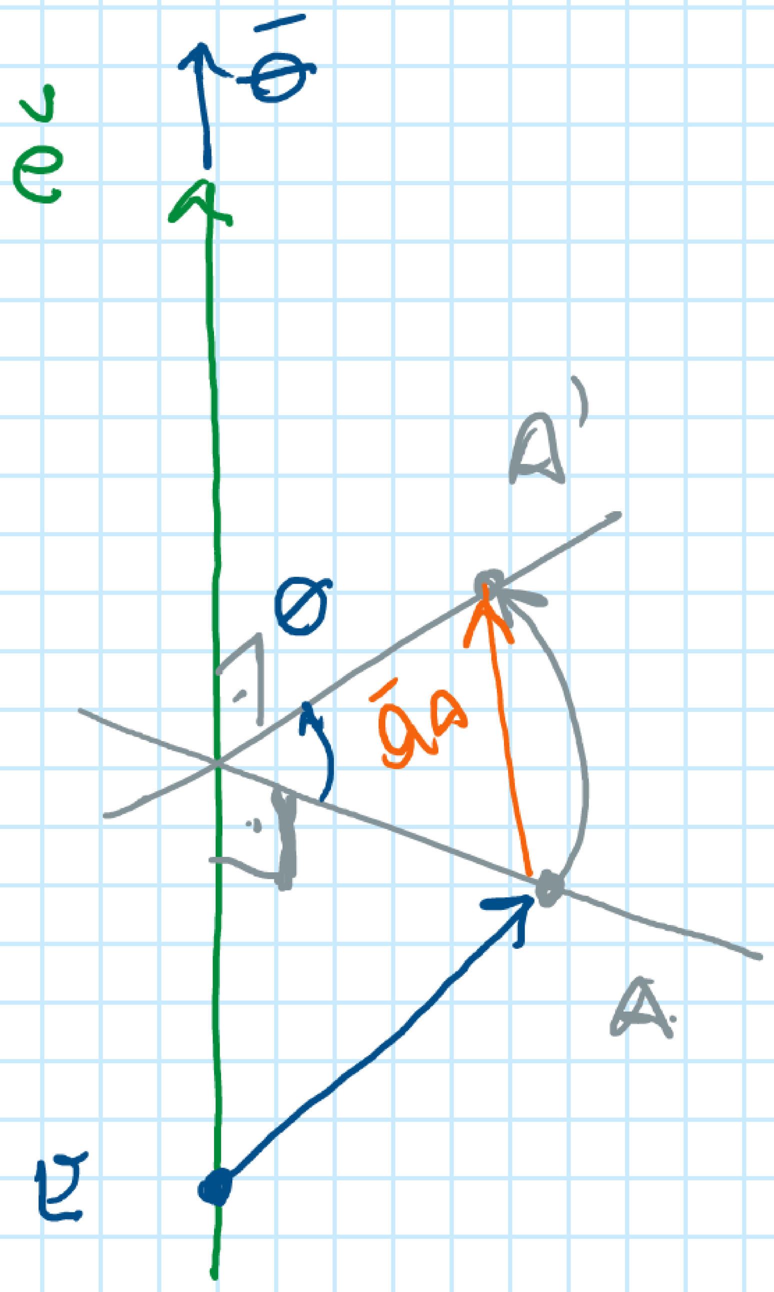
Arco $\overset{\frown}{AA'}$

Cuerda o secante $\overline{AA'} = \bar{a}_A$

$\overline{AA''}$ tangente en A.

Si θ es muy pequeño:

$$\underbrace{\overset{\frown}{AA'}}_{\text{arco}} = \underbrace{\overline{AA'}}_{\text{cuerda o secante}} = \underbrace{\overline{AA''}}_{\text{tangente}} = \bar{a}_A$$



E: punto cualquiera del eje e-e

$\overline{EA}$: vector.

$$\bar{a}_A = \bar{\theta} \times (A - E)$$

$$\bar{a}_A = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ \theta_x & \theta_y & \theta_z \\ (x_A - x_E) & (y_A - y_E) & (z_A - z_E) \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} a_{Ax} = \theta_y (z_A - z_E) - \theta_z (y_A - y_E) \\ a_{Ay} = \theta_z (x_A - x_E) - \theta_x (z_A - z_E). \\ a_{Az} = \theta_x (y_A - y_E) - \theta_y (x_A - x_E) \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} a_{Ax} \\ a_{Ay} \\ a_{Az} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & +\theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_A - x_E \\ y_A - y_E \\ z_A - z_E \end{Bmatrix}$$

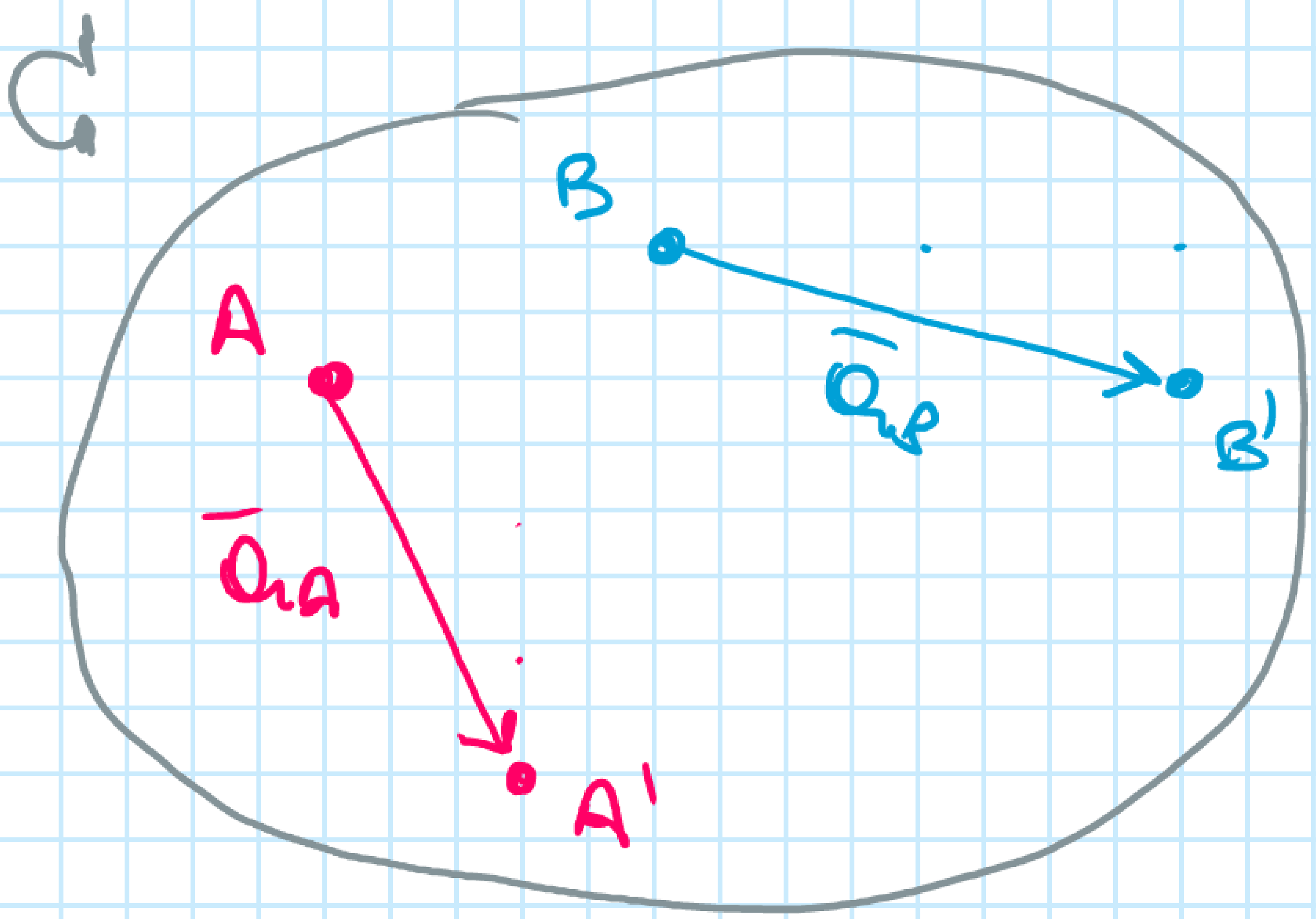
$$\{\bar{a}_A\} = [\theta] \{A - E\}$$

matriz o tensor de rotación.

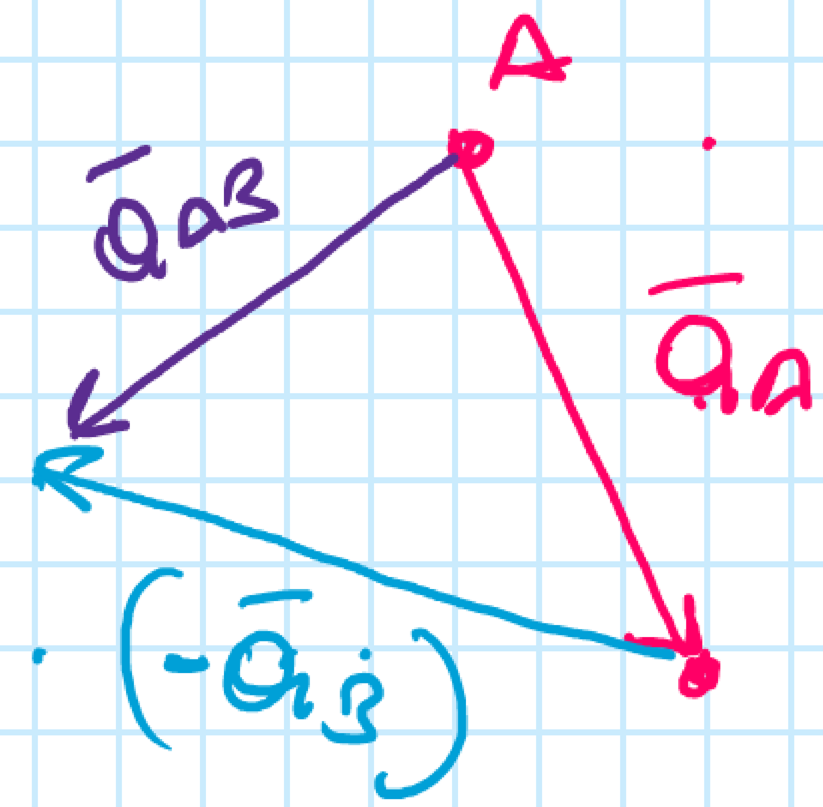
└→ antisimétrica.

07.05 - DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS:

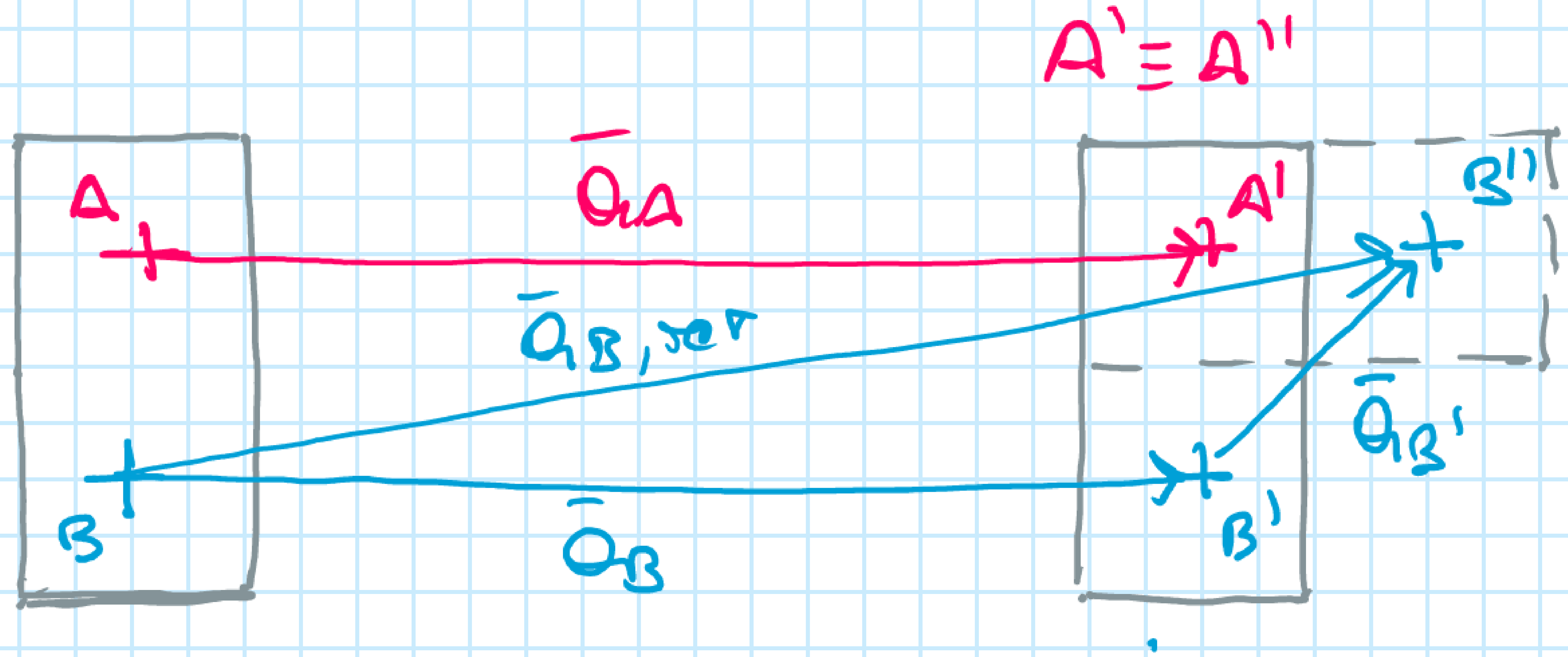
martes, 23 de noviembre de 2021 10:31



$$\bar{a}_{AB} = \bar{a}_A - \bar{a}_B$$



$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_B - \bar{a}_A$$



MOVIMIENTOS RÍGIDOS

∄ DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS ⟶ TRASLACIÓN

∃ " " ⟶ ROTACIÓN

07.06 - DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS ESPECÍFICOS:

martes, 23 de noviembre de 2021 10:40

I) → variación de distancias

II) → variación angular

III) → variación de volumen.

→ están directamente relacionadas a:

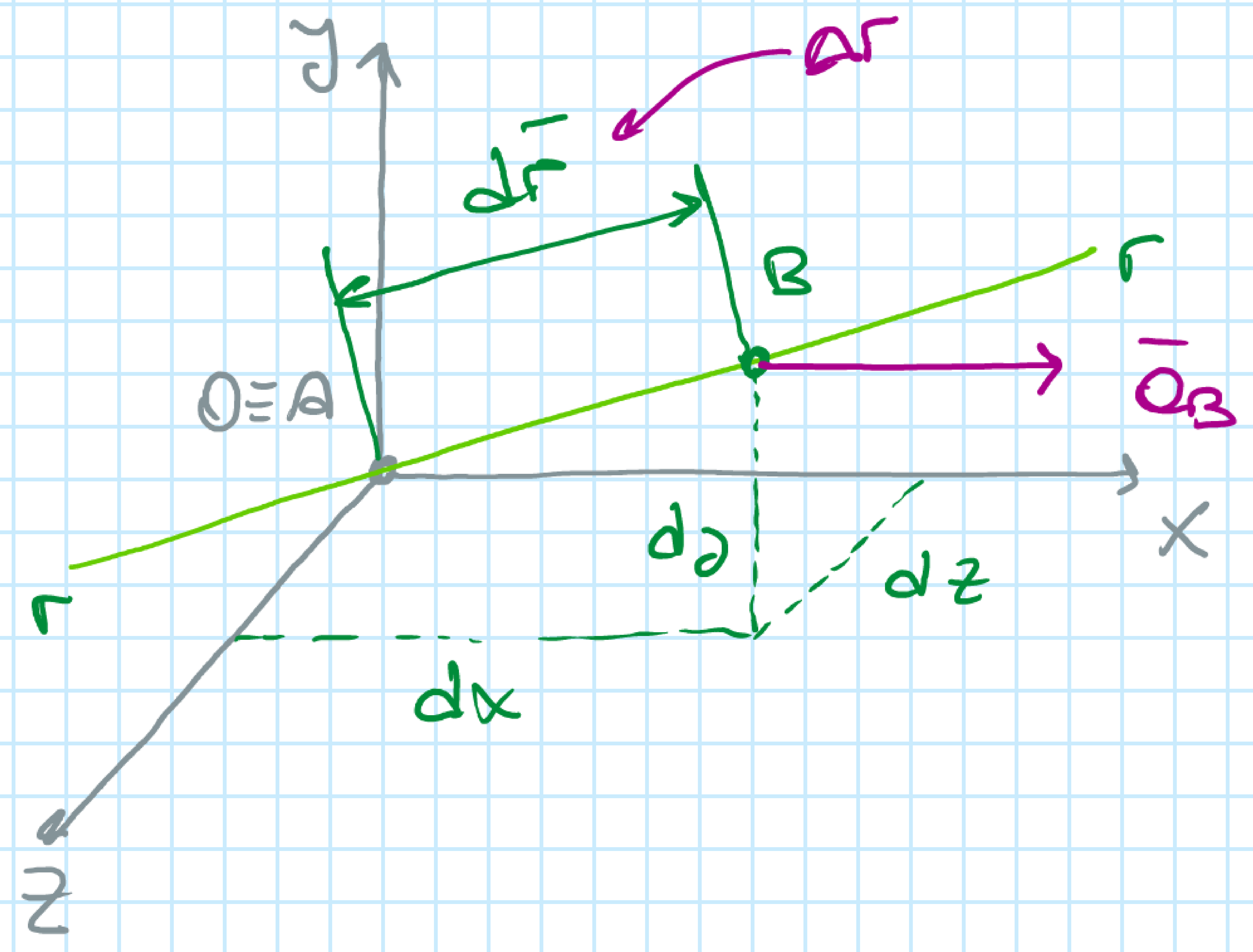
→ **DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS**

1º Si ∃ I ó II ó III → si o sí → existen desplazamientos relativos.

2º Si ∃ desplazamientos relativos → podrán o no existir I o II o III

07.06 - DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS ESPECIFICOS:

martes, 23 de noviembre de 2021 10:40



$$\bar{\varepsilon}_r = \lim_{\Delta r \to 0} \frac{\bar{a}_B}{\Delta r}$$

Vector desplazamiento relativo específico.

$$\bar{a} \longrightarrow \left| \begin{array}{l} a_x \to u \\ a_y \to v \\ a_z \to w \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{xB} = u_B - u_A = du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ a_{yB} = v_B - v_A = dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz. \\ a_{zB} = w_B - w_A = dw = \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz. \end{array} \right\}$$

$$d\bar{r} = dr_x \, \breve{i} + dr_y \, \breve{j} + dr_z \, \breve{k}$$

$$|d\bar{r}| = 1 = dr$$

$$d\bar{r} = dx \, \breve{i} + dy \, \breve{j} + dz \, \breve{k} = l \, \breve{i} + m \, \breve{j} + n \, \breve{k}$$

$$\bar{\varepsilon}_r = \underbrace{\frac{du}{dx}}_{\varepsilon_{rx}} \breve{i} + \underbrace{\frac{dv}{dy}}_{\varepsilon_{ry}} \breve{j} + \underbrace{\frac{dw}{dz}}_{\varepsilon_{rz}.} \breve{k} = \varepsilon_{rx} \breve{i} + \varepsilon_{ry} \breve{j} + \varepsilon_{rz} \breve{k}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{rx} \\ \varepsilon_{ry} \\ \varepsilon_{rz} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}}_{[TDR]} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} \qquad \{\bar{\varepsilon}_r\} = [TDR] \{\breve{n}\}$$

[TDR]

Tensor de desplazam. relativos específicos

→ Descomponer en la suma de 1 matriz simétrica + 1 matriz antisimétrica.

07.06 - DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS ESPECÍFICOS:

martes, 23 de noviembre de 2021 10:40

$$[TDR] = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}}_{\text{SIMÉTRICA}} +$$

$[TD]$ = TENSOR DE DEFORMACIONES

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) & 0 & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) & 0 \end{bmatrix}}_{\text{ANTISIMÉTRICA.}}$$

$[TR] = [T\Theta] = [\Theta]$

$$[TDR] = [TD] + [TR]$$

$$\underbrace{[TDR]\{\breve{n}\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r\}} = \underbrace{[TD]\{\breve{n}\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r^D\}} + \underbrace{[TR]\{\breve{n}\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r^R\}}.$$

07.06 - DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS ESPECÍFICOS:

martes, 23 de noviembre de 2021 10:40

$$[TD] = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)}_{\varepsilon_{yx}} & \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)}_{\varepsilon_{zx}} \\ \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)}_{\varepsilon_{xy}} & \frac{\partial v}{\partial y} & \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)}_{\varepsilon_{zy}} \\ \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)}_{\varepsilon_{xz}} & \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)}_{\varepsilon_{yz}} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

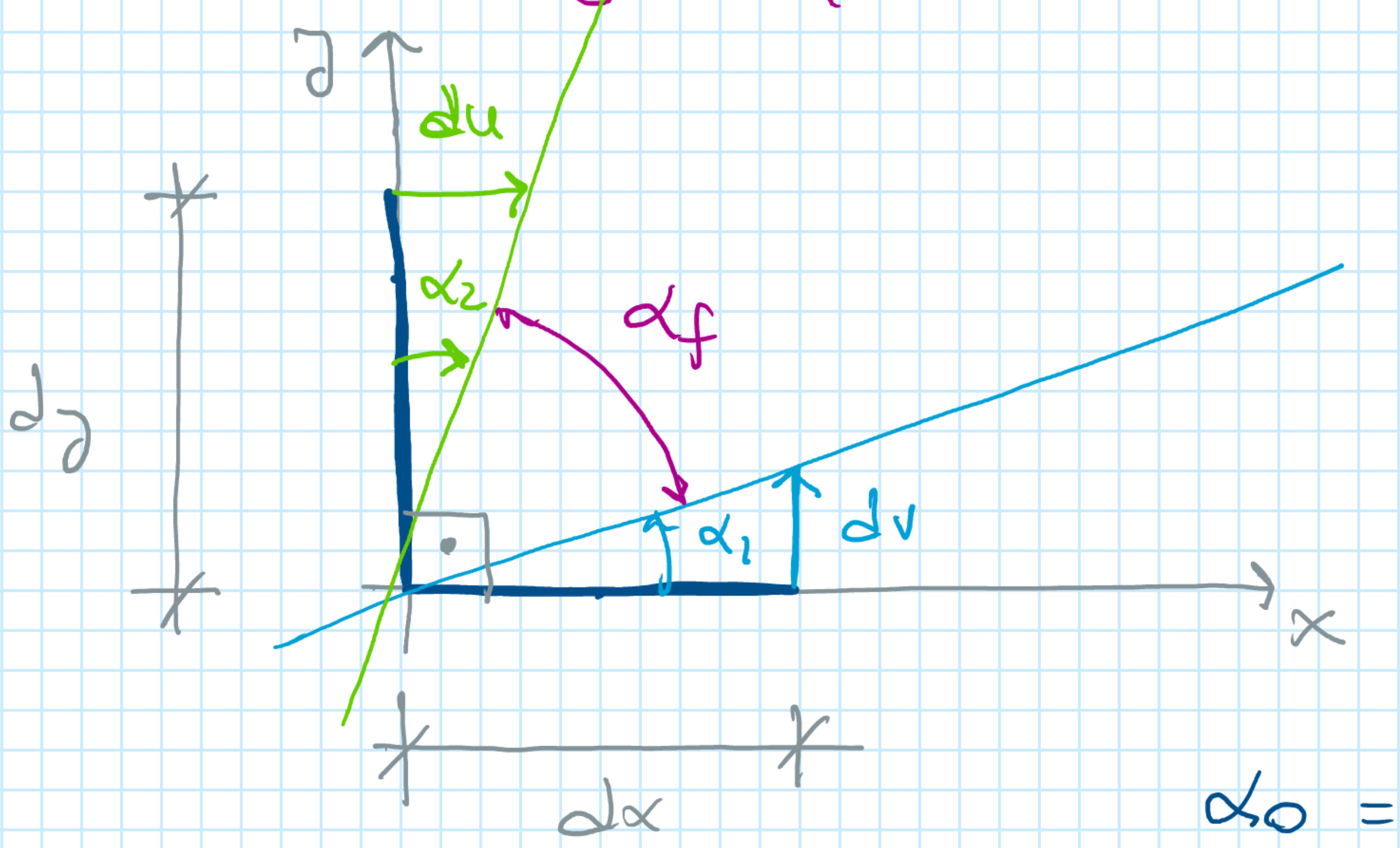
simétrica $\quad$ $[TD]$ = Tensor de deformaciones.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_{xx} \quad ; \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_{yy} \quad ; \quad \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_{zz}$$

$$[TD] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{\gamma_{yx}}{2} & \frac{\gamma_{zx}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_{yy} & \frac{\gamma_{zy}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\{\bar{\varepsilon}_r^D\} = [TD]\{\breve{n}\}$$ Vector deformación específica asociado a la dirección r-r.

- Vector deformación específica.
- Estado de deformación.
- Tensor de deformaciones.
- Clasificación → tipos de estados de deformación.
- Invariantes.
- Deformaciones específicas principales y direcciones principales.



$$\frac{\partial v}{\partial x} \qquad \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\alpha_1 = \frac{dv}{dx}$$

$$\alpha_2 = \frac{du}{dy}.$$

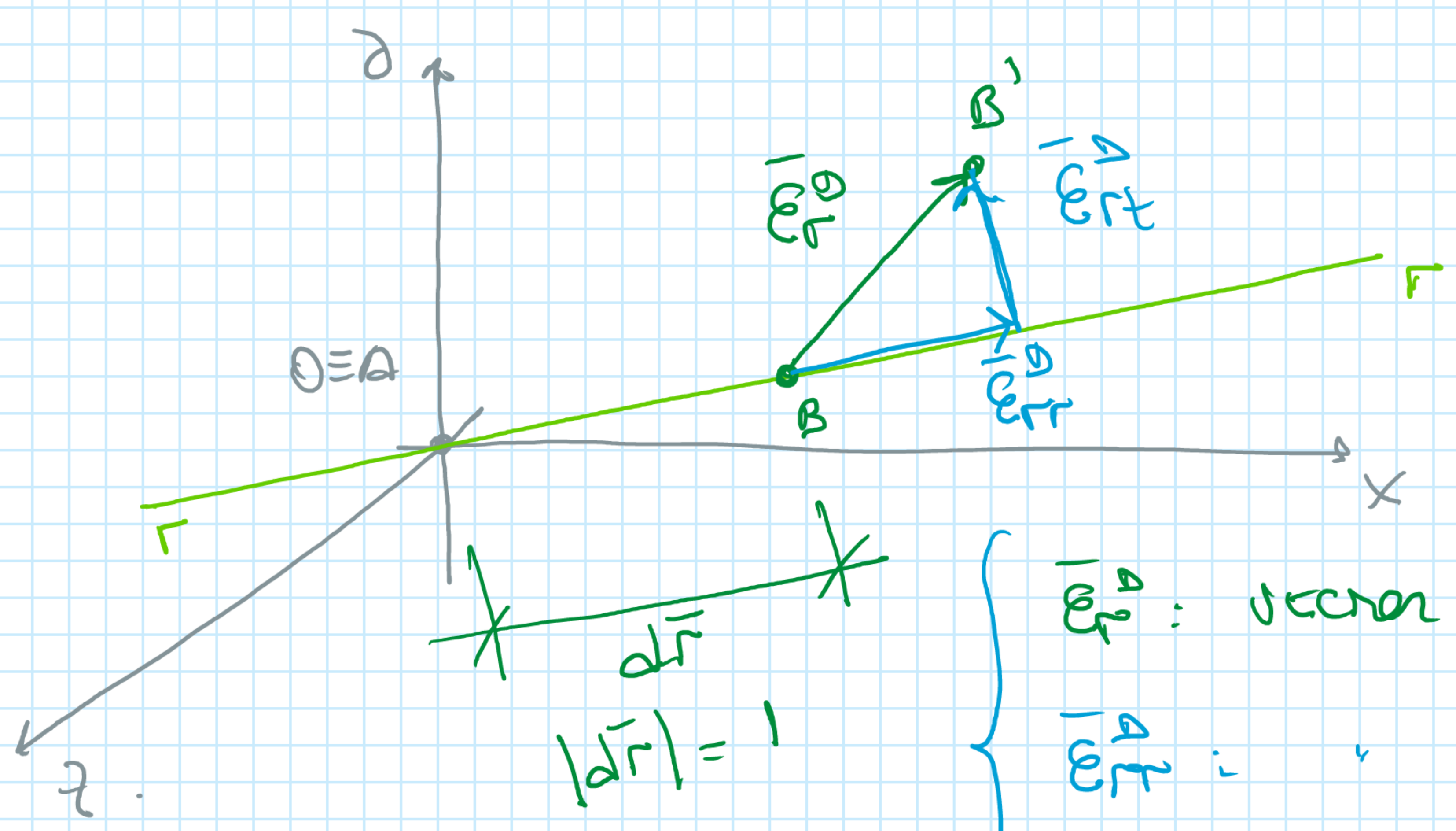
$$\alpha_0 = 90^\circ = \pi/2.$$

$$\alpha_f = \alpha_f.$$

$$\alpha_0 - \alpha_f = 90^\circ - \alpha_f = \gamma_{xy} = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}.$$

$$\gamma_{xy} = 2\,\varepsilon_{xy} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} \gamma_{ij} = 2\,\varepsilon_{ij} \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\gamma_{ij} \end{array}}$$

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad \wedge \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}.$$



$\bar{\varepsilon}_r^D$: vector deformación específica.
$\bar{\varepsilon}_{rr}^D$: " " " longitudinal
$\bar{\varepsilon}_{rt}^D$: " " " transversal