ESTADO DE DEFORMACIÓN

01 - INTRODUCCIÓN

→ CAUSAS DEFORMANTES:

I) CAUSA FUERZA 'P' o 'F'

II) " ΔT.

III) " CV (CEDIMIENTO DE VÍNCULO)

MAGNITUDES ESTÁTICAS → ET

" CINEMÁTICAS → ED

QUÉ EFECTOS PRODUCEN ESTAS CAUSAS SOBRE EL CUERPO ???

(PTO DE VISTA → EFECTOS CINEMÁTICOS).

i → VARIACIÓN DE LA DISTANCIA ENTRE PLANOS.

ii → VARIACIÓN DE LOS ÁNGULOS ENTRE DIRECCIONES.

iii → VARIACIÓN DE VOLUMEN.

Autor: Ing. Luis Nelson SOSTI

02 - HIPÓTESIS BÁSICAS P/ EL ANÁLISIS:

ENTORNO DE UN PUNTO → DEF.

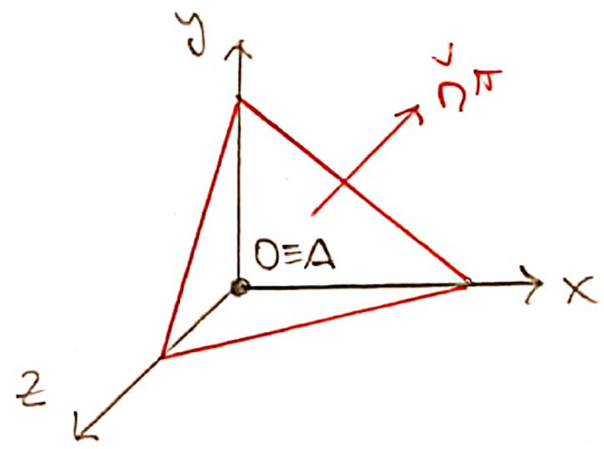
OBJETIVO: VAMOS A ESTUDIAR LA DEFORMACIÓN EN EL ENTORNO DE UN PUNTO.

(H1) → LA DEFORMACIÓN ES CONTINUA.

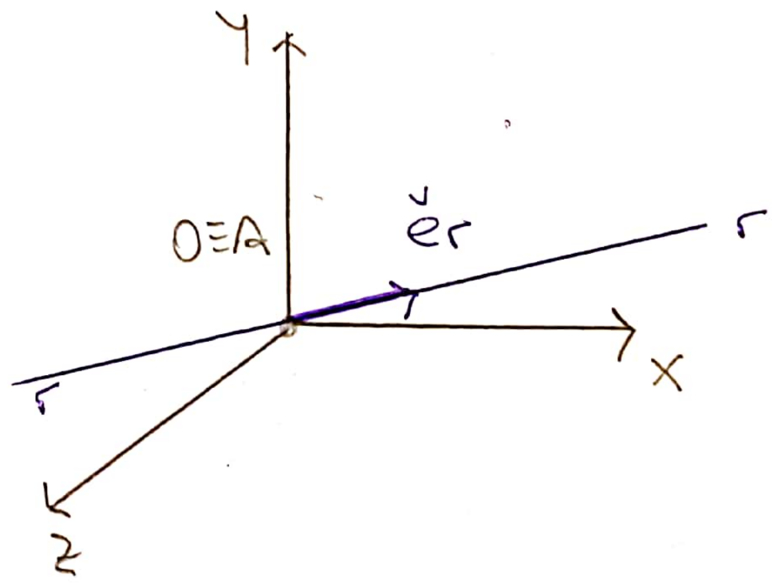
(H2) → LAS CURVAS EN EL ENTORNO DE UN PUNTO MANTIENEN SU CONCAVIDAD DURANTE LA DEFORMACIÓN.

(H3) → $\boxed{\text{HLG}}$ → LOS DESPLAZAMIENTOS SON INFINITAMENTE PEQUEÑOS CON RESPECTO A LAS DIMENSIONES DEL CUERPO.

03) - ENFOQUE:



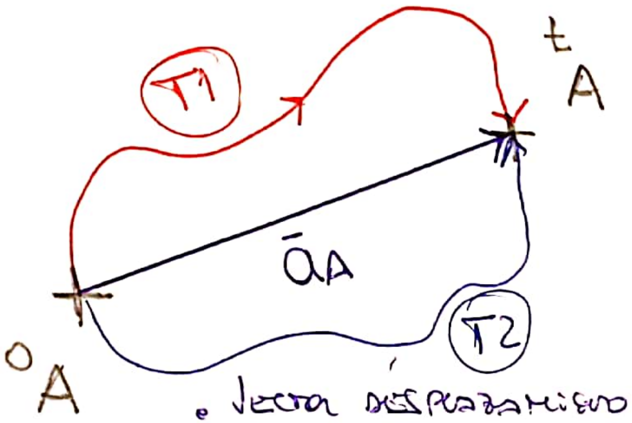
$\boxed{\text{ME}}$



Autor: Ing. Luis Nelson SOSTI

04 - REPASO CINEMÁTICA BÁSICA:

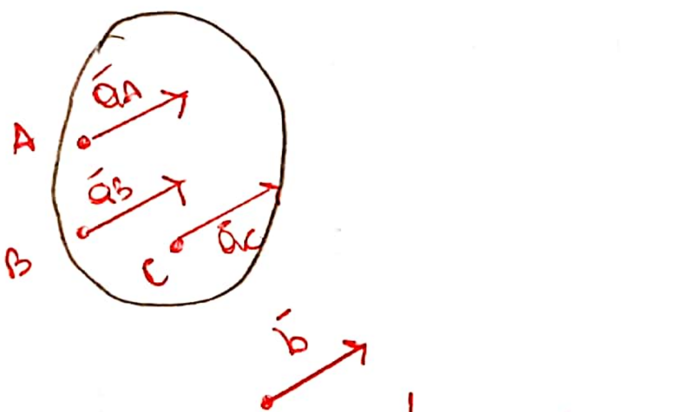
I



- VECTOR DESPLAZAMIENTO $\bar{Q}_i$
- TRAYECTORIAS T_i

II TRASLACIÓN:

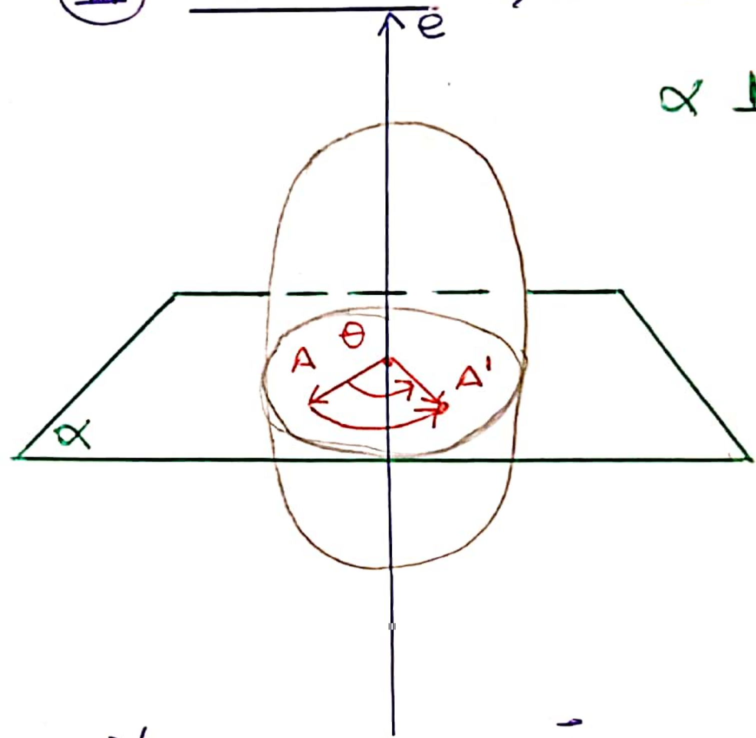
$$\bar{Q}_A \equiv \bar{Q}_B \equiv \bar{Q}_C = \bar{b}$$



VECTOR LIBRE

III ROTACIÓN: → ALREDEDOR DE 1 EJE.

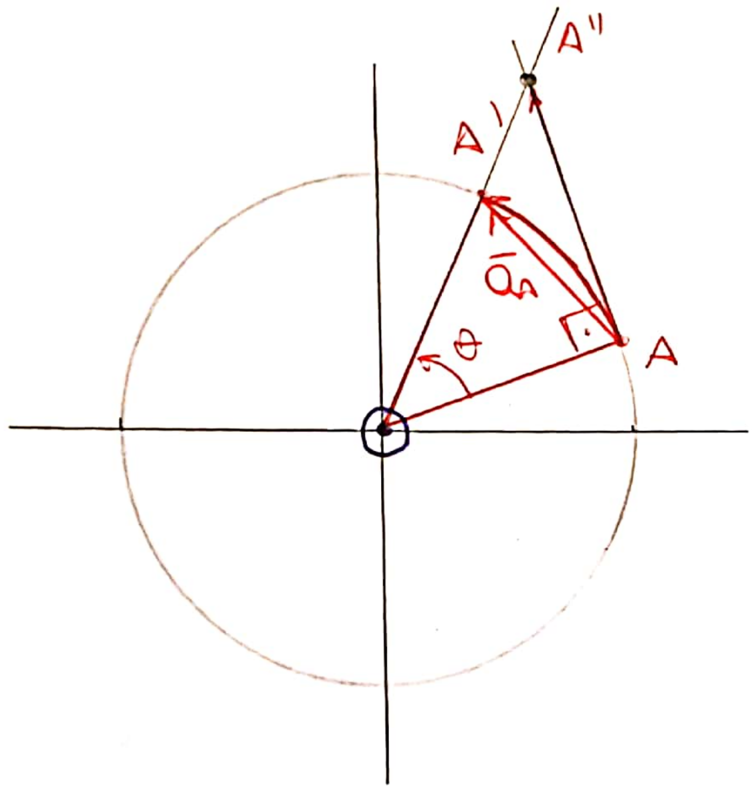
$\alpha \perp \check{e}$



ROTACIÓN → VECTOR $\bar{\theta}$ → AXILMENTE LIBRE

- DIRECCIÓN → EJE.
- SENTIDO
- MAGNITUD → θ.

IV) ROTACIONES MUY PEQUEÑAS

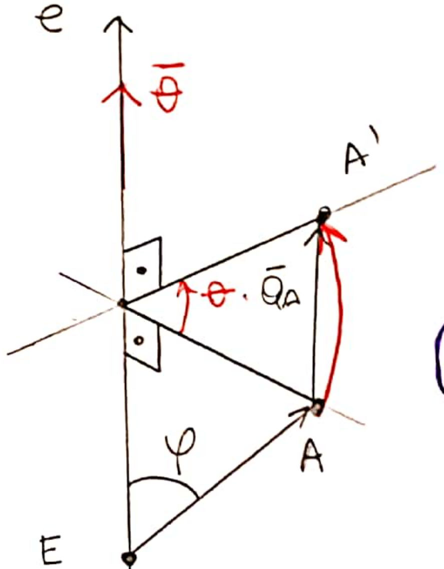


TRAYECTORIA $\overset{\frown}{AA'}$

$$\bar{a}_A \equiv \underbrace{\overline{AA'}}_{\text{CUERDA SECANTE}}$$

- Si θ es muy pequeño:

$$\bar{a}_A \equiv \underbrace{\overline{AA'}}_{\text{CUERDA}} \equiv \underbrace{\overset{\frown}{AA'}}_{\text{ARCO}} \equiv \underbrace{\overline{AA''}}_{\text{TANGENTE}}$$



$$\bar{a}_A \equiv \bar{\theta} \times (\overline{A-E})$$

$\boxed{E}$: Pto cualquiera del eje

$$\bar{a}_A \equiv \begin{vmatrix} \breve{i} & \breve{j} & \breve{k} \\ \theta_x & \theta_y & \theta_z \\ (x_A - x_E) & (y_A - y_E) & (z_A - z_E) \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} a_{Ax} = \theta_y (z_A - z_E) - \theta_z (y_A - y_E) \\ a_{Ay} = \theta_z (x_A - x_E) - \theta_x (z_A - z_E) \\ a_{Az} = \theta_x (\cancel{y_A} - \cancel{y_E}) - \theta_y (x_A - x_E) \end{cases}$$

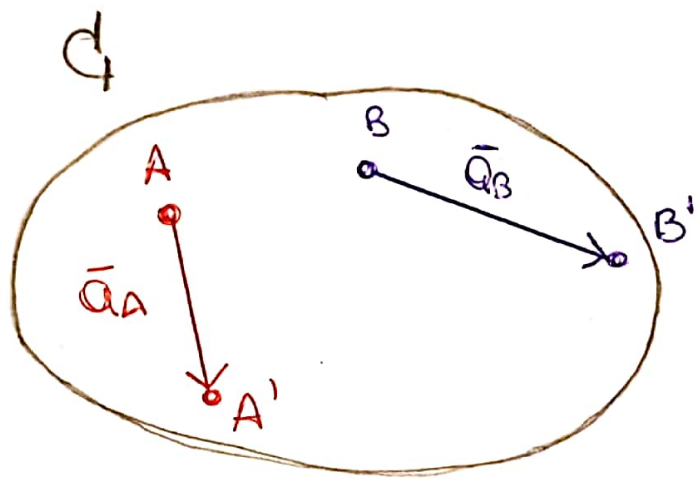
$$\underbrace{\begin{Bmatrix} a_{Ax} \\ a_{Ay} \\ a_{Az} \end{Bmatrix}}_{\bar{a}_A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & +\theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix}}_{[\bar{\theta}]} \cdot \underbrace{\begin{Bmatrix} (x_A - x_E) \\ (y_A - y_E) \\ (z_A - z_E) \end{Bmatrix}}_{(\overline{A - E})}$$

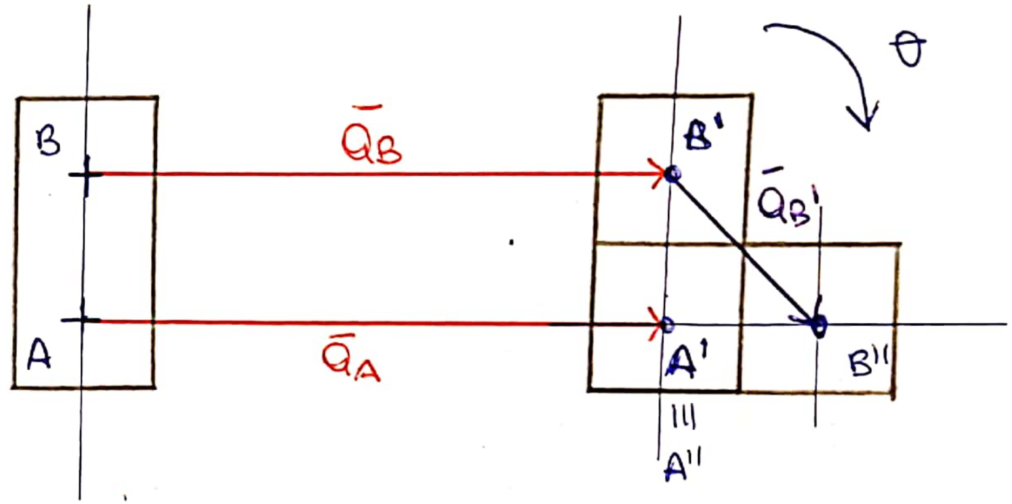
MATRIZ O TENSOR DE ROTACIÓN

$\downarrow$

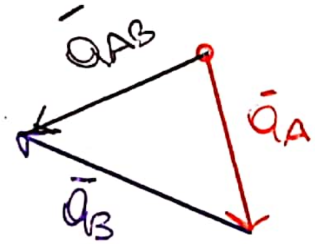
<u>ANTISIMÉTRICA.</u>

05- DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS:





$$\bar{Q}_{AB} = \bar{Q}_A - \bar{Q}_B$$



MOVIM RÍGIDOS

$\nexists$ DESPLAZ. RELATIVOS $\rightarrow$ TRASLACIÓN

$\exists$ " " $\rightarrow$ ROTACIÓN.

06) – DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS ESPECÍFICOS:

I) VARIACIONES DE DISTANCIA

II) VARIACIONES ANGULARES

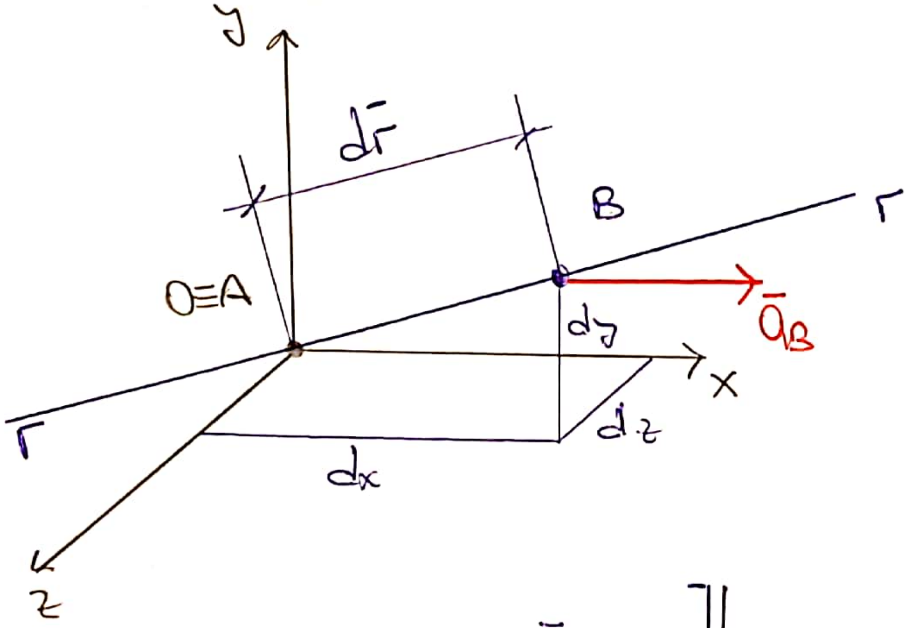
III) CAMBIOS DE VOLUMEN

→ ESTÁN DIRECTAMENTE ASOCIADAS A QUÉ ??)

→ DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS

$\boxed{i}$ SI $\exists$ I, II, III → SÍ O SÍ EXISTEN DESPLAZAM. RELATIVOS

$\boxed{ii}$ SI $\exists$ DESPLAZAM. RELATIVOS → PODRÁN O NO EXISTIR I, II Ó III



$$\left\{\begin{array}{l} a_{xB} = u_B - u_A = du = \dfrac{\partial u}{\partial x} dx + \dfrac{\partial u}{\partial y} dy + \dfrac{\partial u}{\partial z} dz. \\[2ex] a_{yB} = v_B - v_A = dv = \dfrac{\partial v}{\partial x} dx + \dfrac{\partial v}{\partial y} dy + \dfrac{\partial v}{\partial z} dz. \\[2ex] a_{zB} = w_B - w_A = dw = \dfrac{\partial w}{\partial x} dx + \dfrac{\partial w}{\partial y} dy + \dfrac{\partial w}{\partial z} dz \end{array}\right.$$

$$d\bar{r} = dr_x \breve{i} + dr_y \breve{j} + dr_z \breve{k}.$$

$$\boxed{\bar{\varepsilon}_r = \lim_{\Delta r \to 0} \frac{\bar{a}_B}{\Delta r}}$$

Si adopto $|d\bar{r}| = 1 = dr.$

$$d\bar{r} = \underbrace{dx}_{l} \breve{i} + \underbrace{dy}_{m} \breve{j} + \underbrace{dz}_{n} \breve{k}.$$

$$\bar{\varepsilon}_r = \underbrace{\frac{du}{dx}}_{\varepsilon_{rx}} \breve{i} + \underbrace{\frac{dv}{dy}}_{\varepsilon_{ry}} \breve{j} + \underbrace{\frac{dw}{dz}}_{\varepsilon_{rz}} \breve{k}.$$

$u \to$ 'x'

$v \to$ 'y'

$w \to$ 'z'

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{rx} \\ \varepsilon_{ry} \\ \varepsilon_{rz} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}}_{[TDR]} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix}$$

→ MATRIZ O TENSOR DE TRANSFORMACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS.

[TDR]

→ SE DESCOMPONE EN LA SUMA DE 1 MATRIZ SIMÉTRICA Y OTRA ANTISIMÉTRICA.

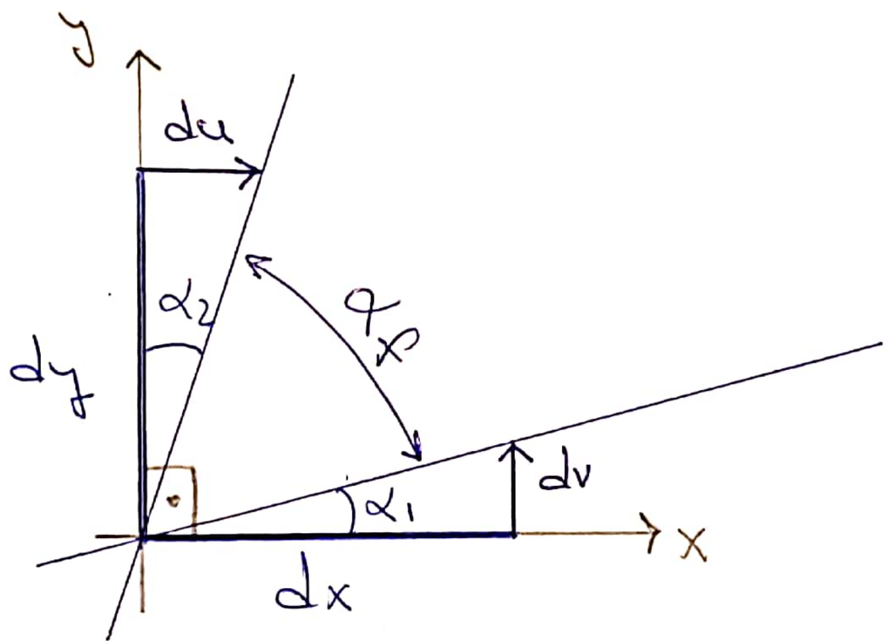
$$
\underbrace{\begin{bmatrix}
\underbrace{\frac{\partial u}{\partial x}}_{\varepsilon_{xx}} & \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)}_{\varepsilon_{yx}} & \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)}_{\varepsilon_{zx}} \\
\underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)}_{\varepsilon_{xy}} & \underbrace{\frac{\partial v}{\partial y}}_{\varepsilon_{yy}} & \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)}_{\varepsilon_{zy}} \\
\underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)}_{\varepsilon_{xz}} & \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)}_{\varepsilon_{yz}} & \underbrace{\frac{\partial w}{\partial z}}_{\varepsilon_{zz}}
\end{bmatrix}}_{\text{SIMETRICA.}}
+
\underbrace{\begin{bmatrix}
0 & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right) & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z}\right) \\
-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}\right) & 0 & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right) \\
-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right) & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y}\right) & 0
\end{bmatrix}}_{\text{ANTISIMÉTRICA.}}
$$

$[TD]$

$[TR] = [T\theta]$.

$$\{\bar{\varepsilon}_r\} = [TDR]\{\check{n}_r\} = \Big\{[TD] + [TR]\Big\}\{\check{n}_r\}.$$

$$\{\bar{\varepsilon}_r\} = \underbrace{[TD]\{\check{n}_r\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r^{D}\}} + \underbrace{[TR]\{\check{n}_r\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r^{R}\}}.$$



$$\alpha_1 = \frac{dv}{dx}$$

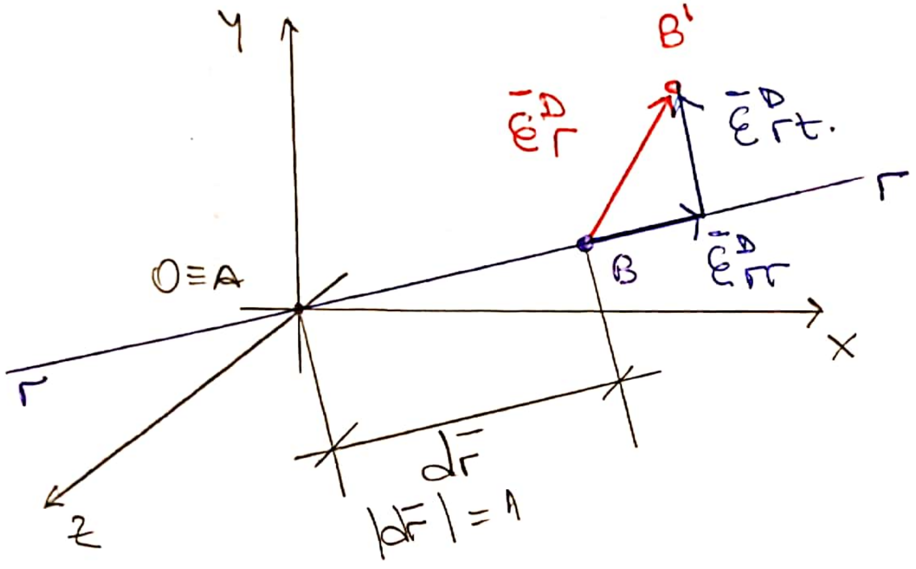
$$\alpha_2 = \frac{du}{dy}$$

$$\underbrace{90^\circ}_{\alpha_0} - \alpha_f = \underbrace{\gamma_{xy}}_{\text{distorsión.}} = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} =$$

$$= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}.$$

$$\gamma_{xy} = 2\,\varepsilon_{xy} = 2\,\varepsilon_{yx}.$$

$$\boxed{\gamma_{ij} = 2\,\varepsilon_{ij}}$$



$\bar{\varepsilon}^D_{rr}$: DEFORMACIÓN ESPECÍFICA LONGITUDINAL

$\bar{\varepsilon}^D_{rt}$: " " TRANSVERSAL.

$$[TD] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{\gamma_{yx}}{2} & \frac{\gamma_{zx}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_{yy} & \frac{\gamma_{zy}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$