01 - INTRODUCCIÓN

martes, 29 de junio de 2021 09:42

PLANIFICACIÓN DE TEMAS 2 CLASES:

1.- Estado de Deformación - ED
2.- Circunferencia de Mohr
3.- Relaciones entre Tensiones y Deformaciones - RTyD
4.- Teorías de los Estados Límites - TEL

01 - INTRODUCCIÓN ED:

Los cuerpos bajo de las causas o propiamente de las acciones se deforman.

Qué tipos de causas vamos a ver?

I.- Causa Fuerza "P" o "F";
II.- Causa Variación de Temperatura;
III.- Cedimiento de Vínculo.

Qué efectos producen estas causas sobre los cuerpos?

i.- Variación de distancia entre los puntos del cuerpo;
ii.- Variación de los ángulos entre las distintas direcciones;
iii.- Variación de Volumen.

02 - HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS:

martes, 29 de junio de 2021 10:37

OBJETIVO: ESTUDIAR LA DEFORMACIÓN EN EL ENTORNO DE UN PUNTO.

QUÉ ES ENTORNO DE UN PUNTO?

ES UN CONJUNTO DE PUNTOS QUE SE UBICAN A DISTANCIAS INFINITÉSIMAS DEL PUNTO BAJO ESTUDIO O ANÁLISIS.

H1): LA DEFORMACIÓN ES CONTINUA.

H2): LAS CURVAS EN EL ENTORNO DE UN PUNTO MANTIENEN SU GRADO:

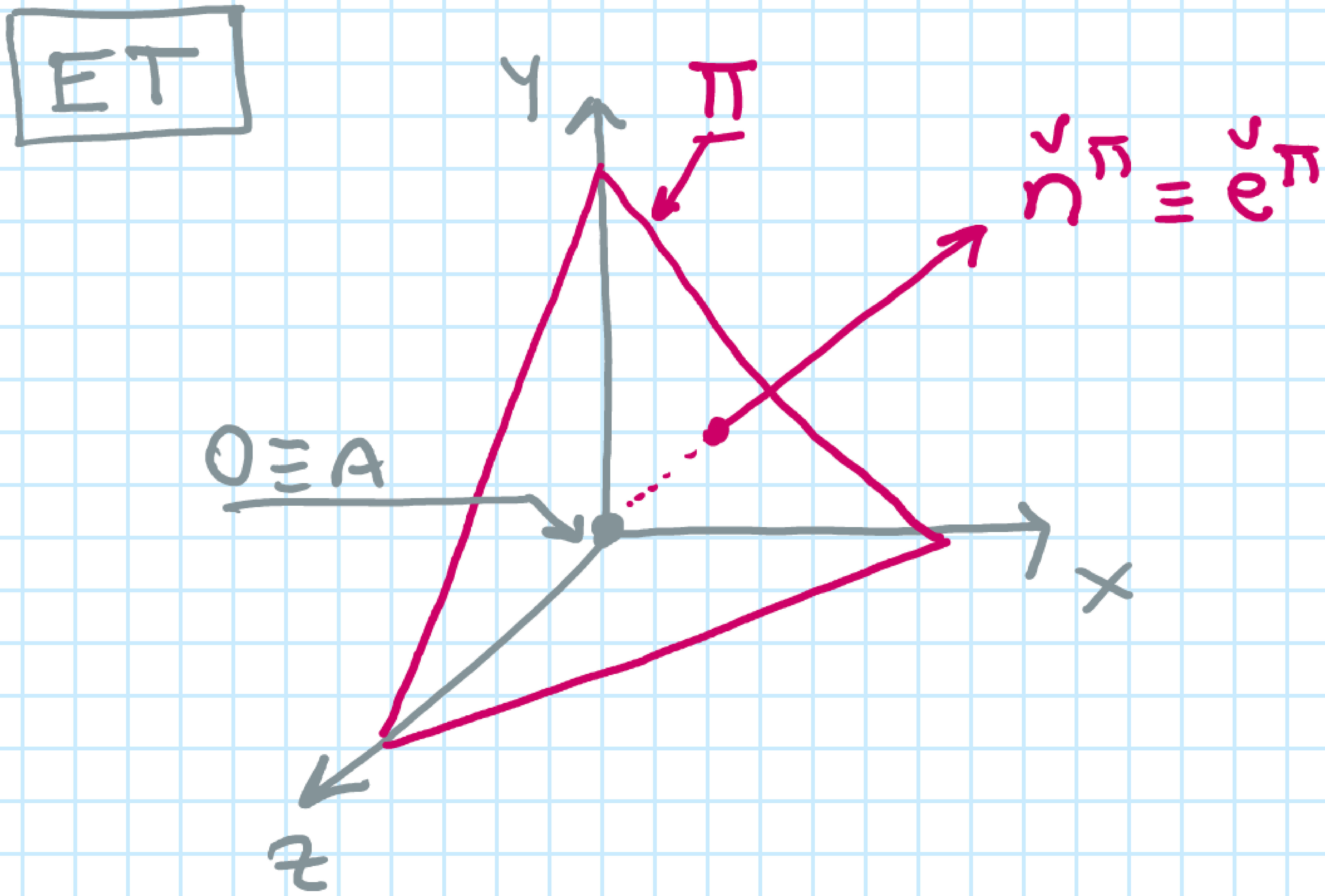
RECTA ⟶ RECTA.

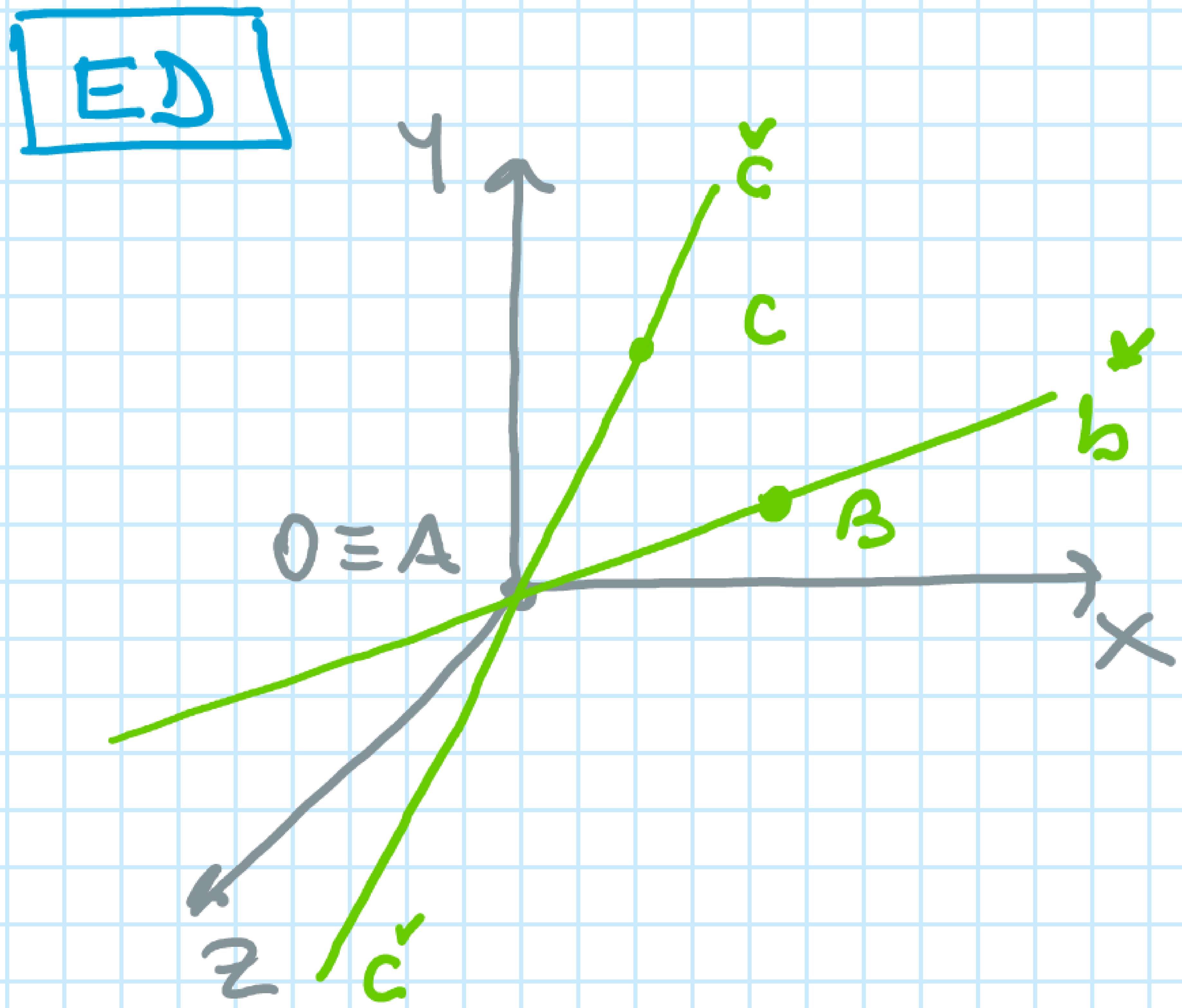
CIRCUNFERENCIA ⟶ ELIPSE. O CIRCUNFERENCIA

H3): $\boxed{\text{HLG}}$ → LOS DESPLAZAM. SON INFINITAMENTE PEQUEÑOS CON RESPECTO A LAS PROPIAS DEL CUERPO.

03 - ENFOQUE:

martes, 29 de junio de 2021 10:44



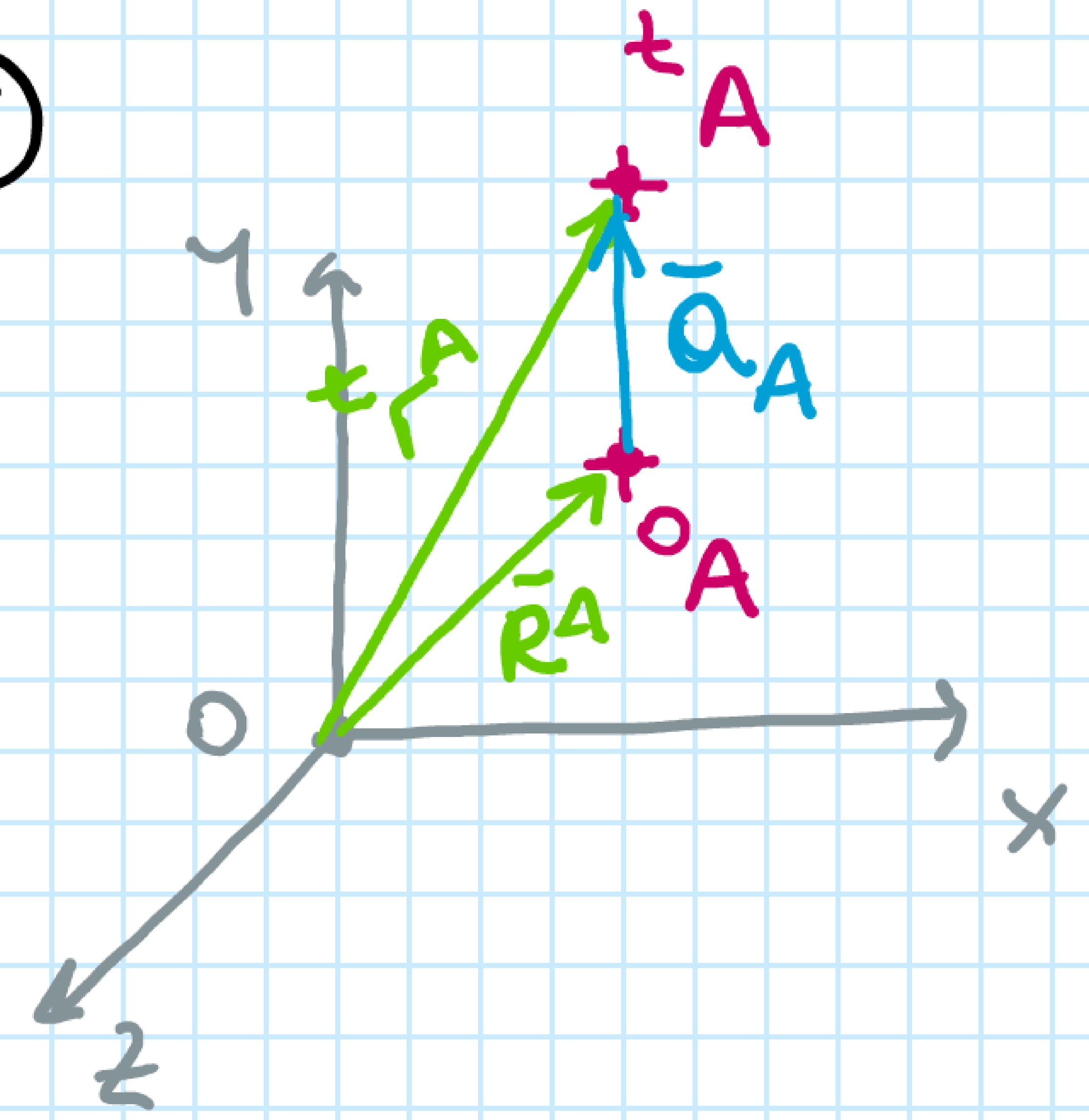


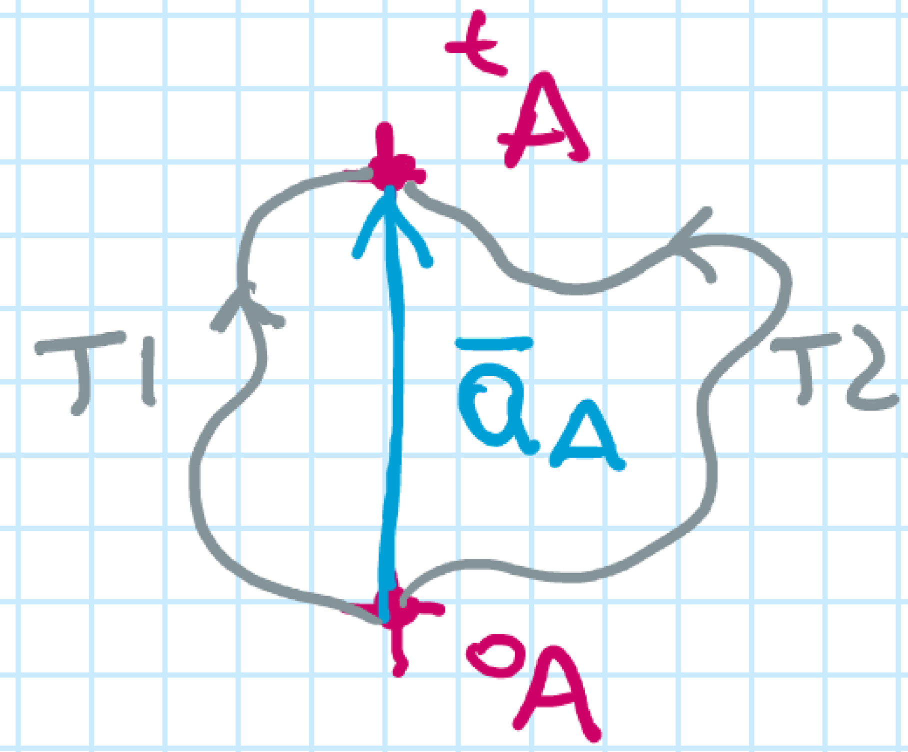
04 - REPASO CINEMÁTICA BÁSICA:

martes, 29 de junio de 2021 10:49

- CINEMÁTICA:

I

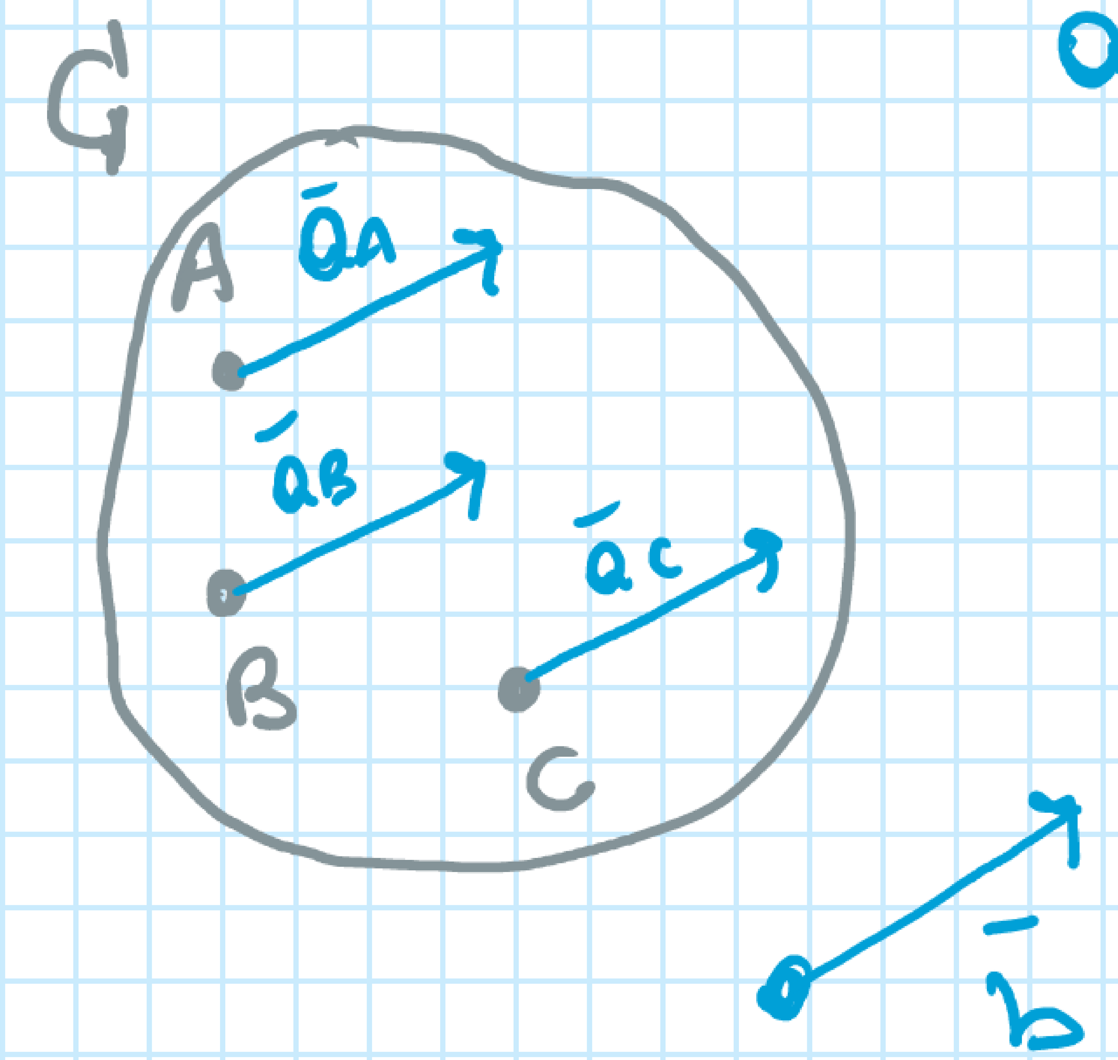




- VECTORES POSICIÓN
- VECTOR DESPLAZAMIENTO
- TRAYECTORIA

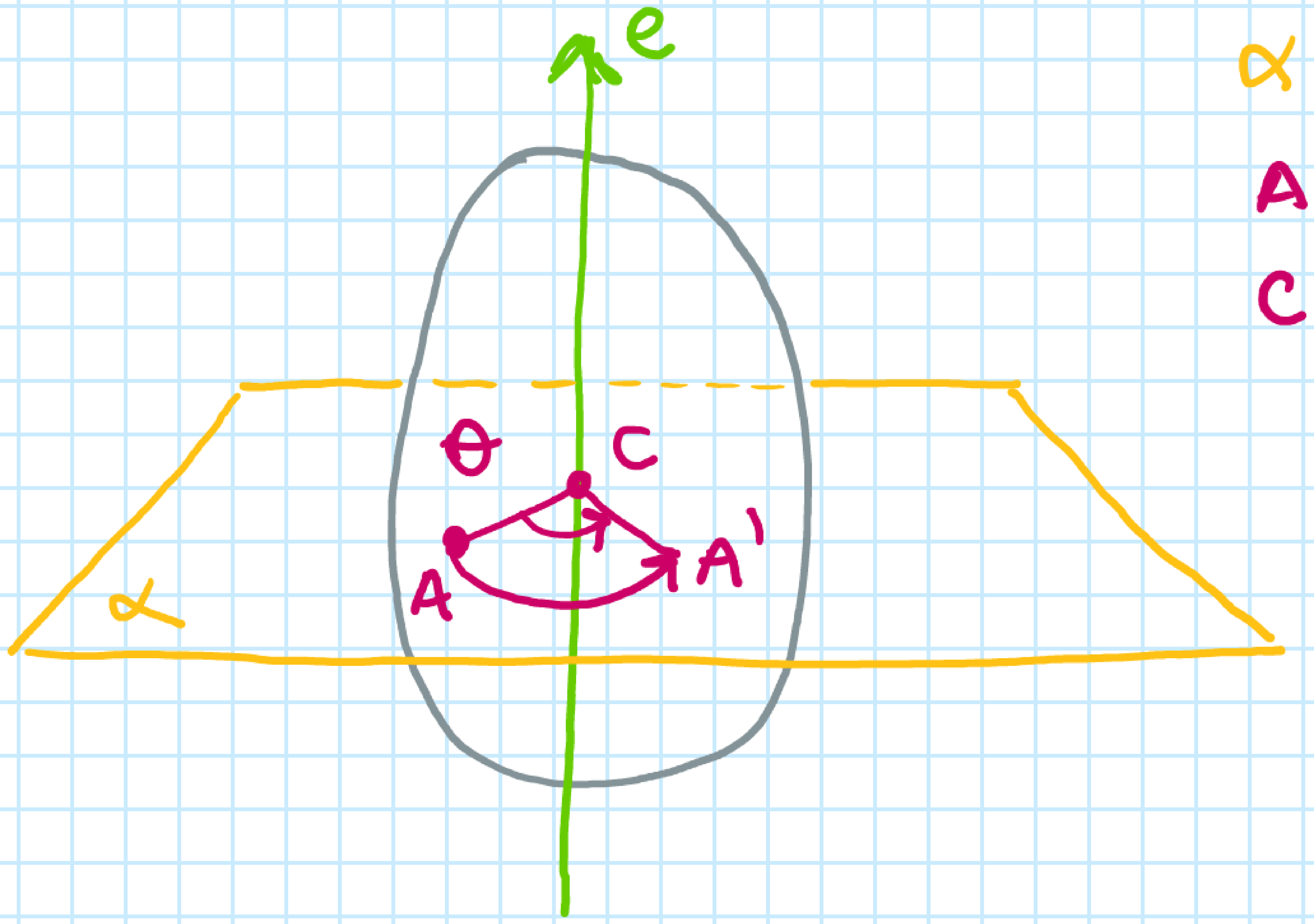
II TRASLACIÓN:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_B = \bar{a}_C = \bar{b}$$



VECTOR LIBRE.

III - ROTACIÓN: → ALREDEDOR DE 1 EJE.



$\alpha \perp \check{e}$

A ∈ α.

C ∈ α.

θ: ABERTURA DEL ARCO DE CIRCUNFERENCIA.

ROTACIÓN → VECTOR θ

↳ DIRECCIÓN → EJE '$\check{e}$'

↳ SENTIDO →

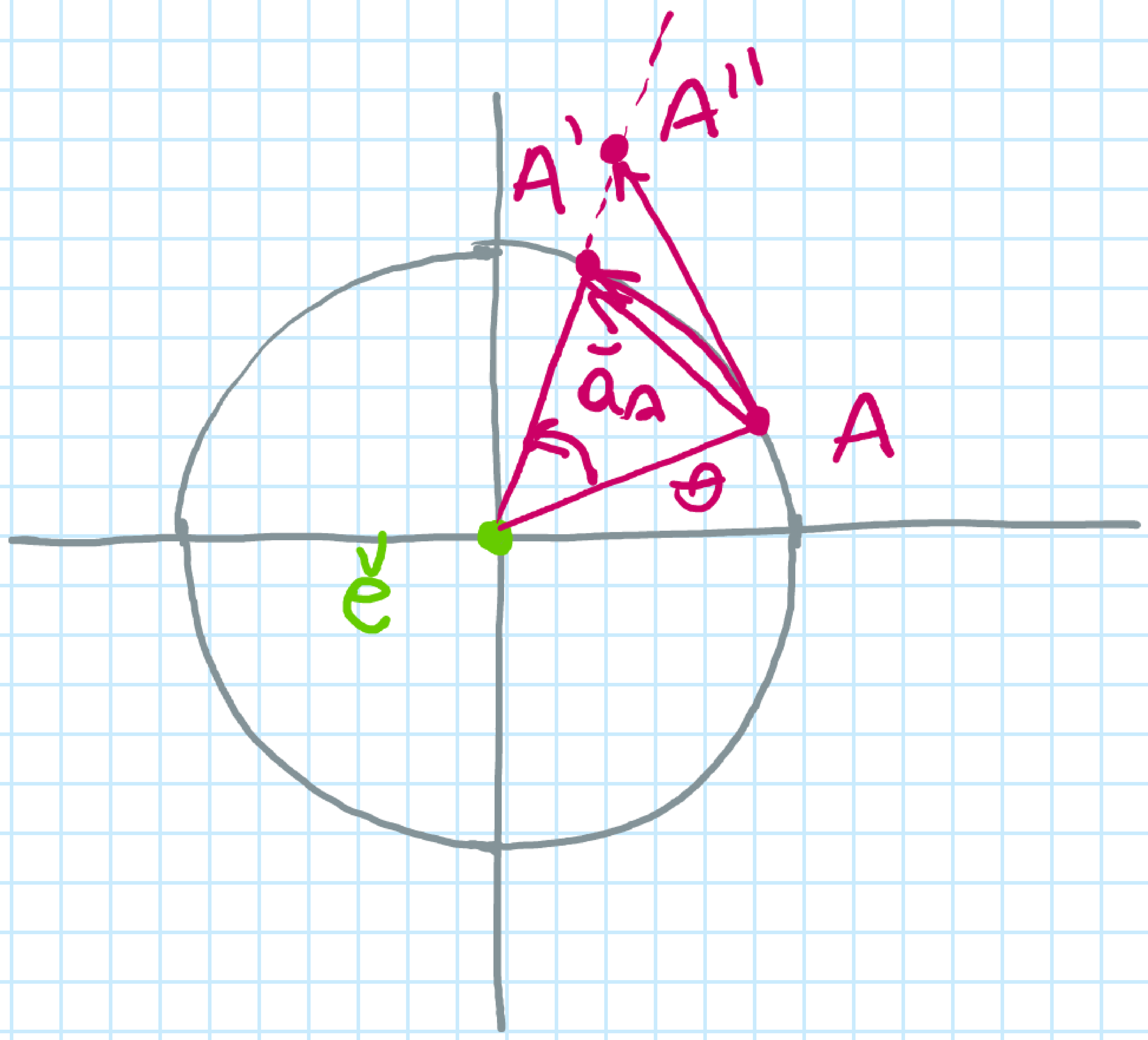
↳ MAGNITUD → θ

AXILMENTE LIBRE.

04 - REPASO CINEMÁTICA BÁSICA:

martes, 29 de junio de 2021 10:49

IV) ROTACIONES MUY PEQUEÑAS:



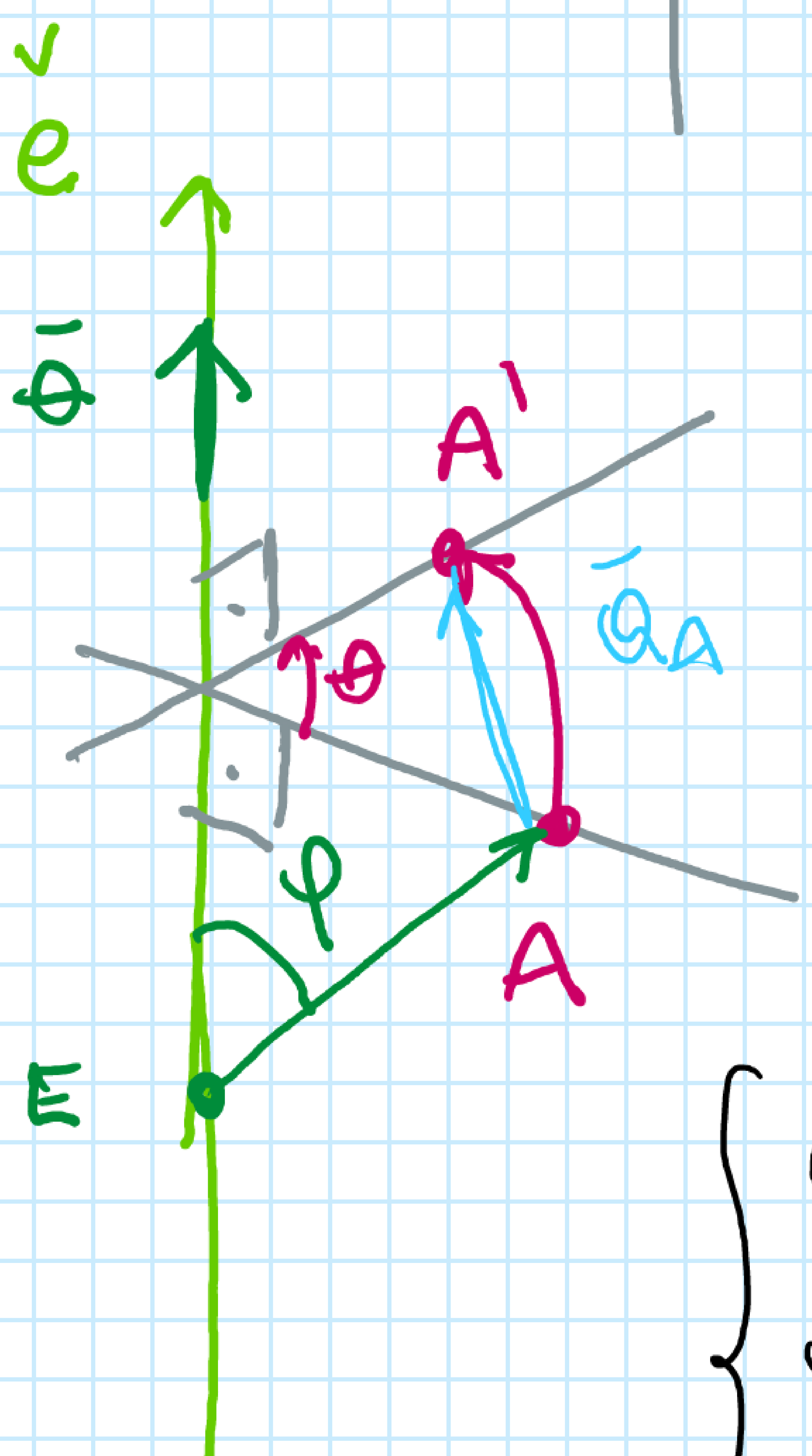
$\overset{\frown}{AA'}$: ARCO.

$\overline{AA'}$: CUERDA O SECANTE $\equiv \bar{a}_A$.

$\overline{AA''}$: TANGENTE

SI θ ES MUY PEQUEÑO $\rightarrow$

$\rightarrow \overset{\frown}{AA'} \equiv \overline{AA'} \equiv \overline{AA''}$



$$\bar{a}_A = \bar{\theta} \times (\overline{A - E})$$

$$\bar{a}_A = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ \theta_x & \theta_y & \theta_z \\ (x_A - x_E) & (y_A - y_e) & (z_A - z_e) \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} a_{Ax} = \theta_y (z_A - z_e) - \theta_z (y_A - y_e). \\ a_{Ay} = \theta_z (x_A - x_e) - \theta_x (z_A - z_e). \\ a_{Az} = \theta_x (y_A - y_e) - \theta_y (x_A - x_e). \end{cases}$$

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} a_{Ax} \\ a_{Ay} \\ a_{Az} \end{Bmatrix}}_{\bar{a}_A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & +\theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix}}_{[\theta]} \underbrace{\begin{Bmatrix} (x_A - x_e) \\ (y_A - y_e) \\ (z_A - z_e) \end{Bmatrix}}_{(\overline{A - E})}$$

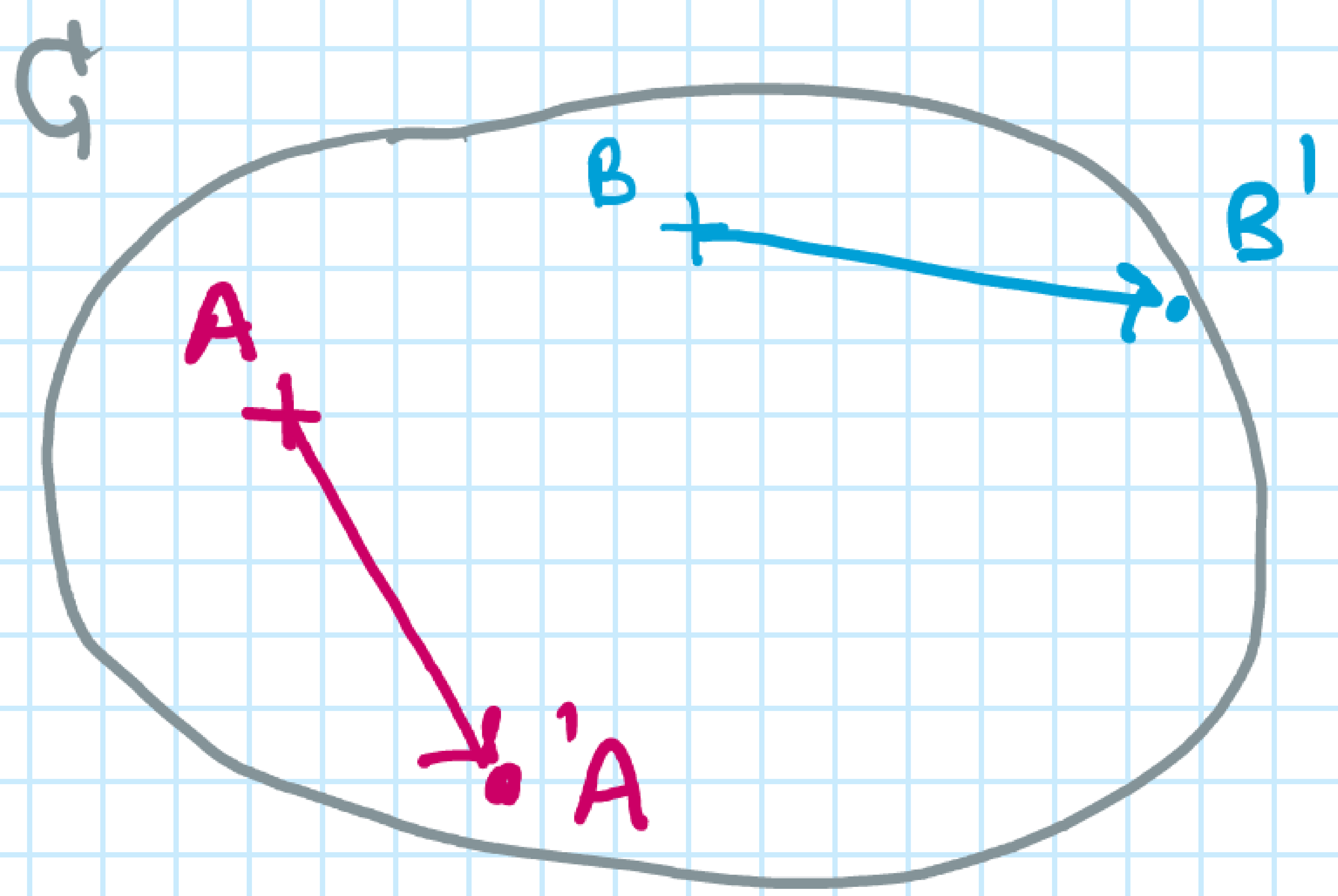
MATRIZ O TENSOR DE ROTACIÓN

$\downarrow$

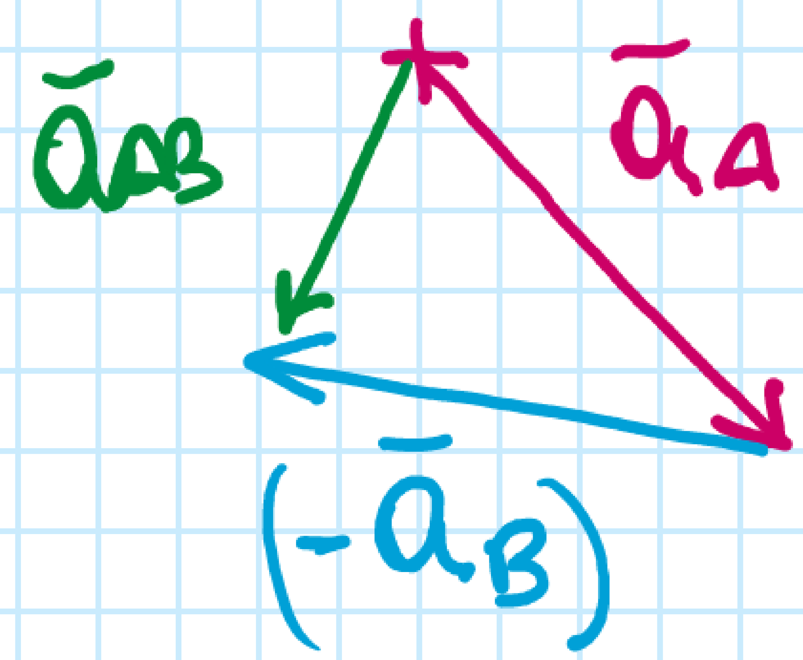
ANTISIMÉTRICA.

05 - DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS:

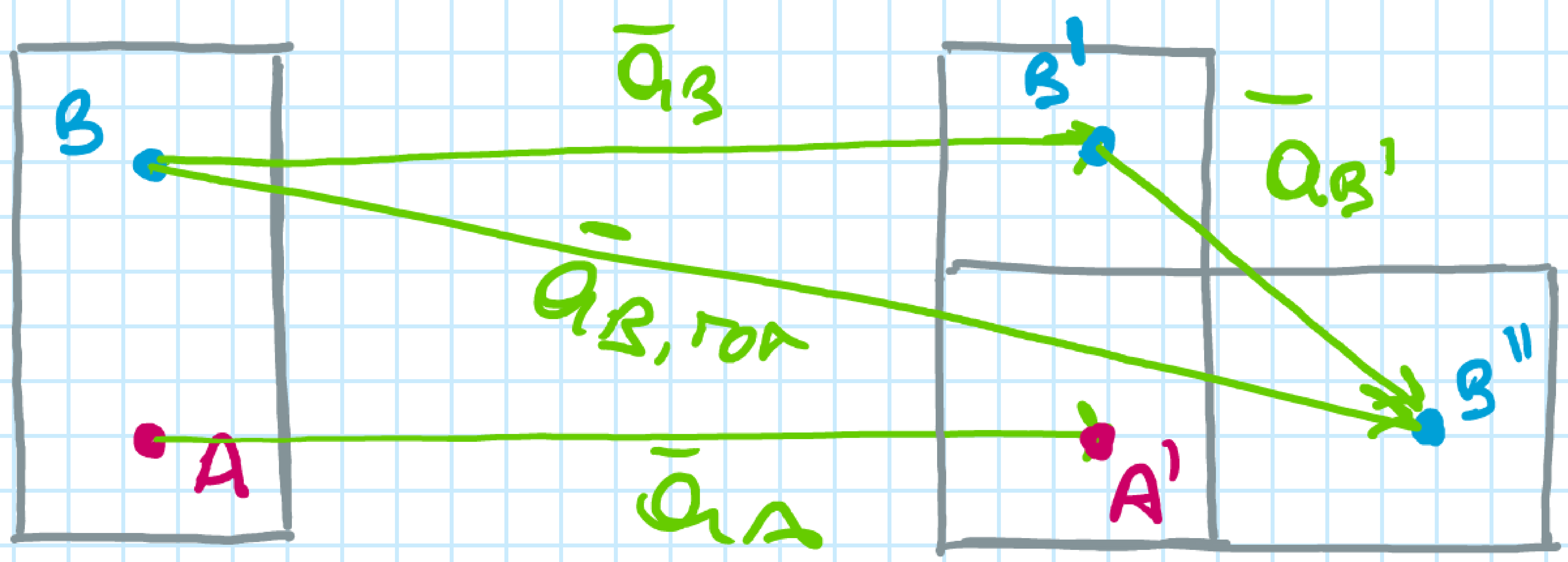
martes, 29 de junio de 2021 11:13



$$\bar{a}_{AB} = \bar{a}_A - \bar{a}_B = \bar{a}_A + (-\bar{a}_B)$$



$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_B - \bar{a}_A \qquad \bar{a}_{BA} = -\bar{a}_{AB}$$



TRASLACIÓN $\bar{a}_A = \bar{a}_B$

ROTACIÓN $\bar{a}_{A'} = 0$

$\bar{a}_{B'} \neq 0.$

NO SON IGUALES — $\begin{cases} \bar{a}_{A,total} = \bar{a}_A \\ \bar{a}_{B,total} = \bar{a}_B + \bar{a}_{B'} \end{cases}$

$\boxed{\text{MOVIMIENTOS RÍGIDOS}}$ → ∄ DESPLAZ. RELATIVOS → TRASLACIONES.

→ ∃ DESPLAZ. RELATIVOS → ROTACIONES.

06 - DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS ESPECÍFICOS:

martes, 29 de junio de 2021 11:24

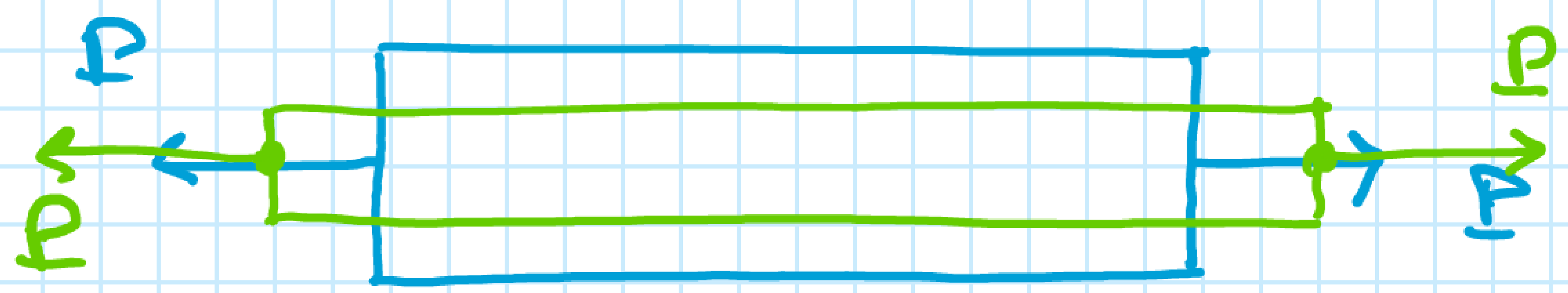
I) VARIACIÓN DE DISTANCIA.
II) " DE ÁNGULOS.
III) " " VOLUMEN

→ ESTÁN DIRECTAMENTE ASOCIADAS A QUÉ?

→ $\boxed{\text{DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS}}$

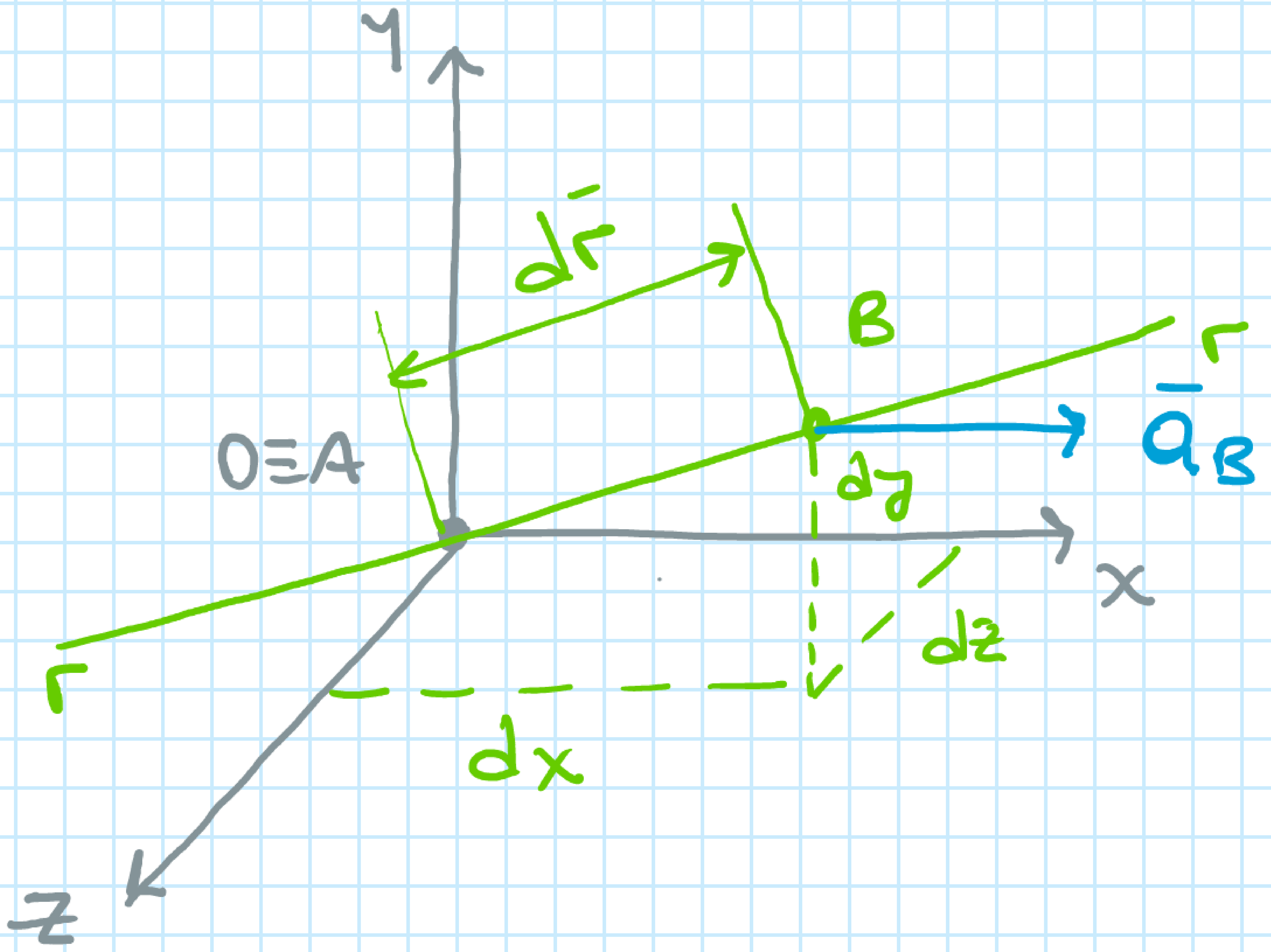
1 si ∃ y/o I), y/o II), III) → SÍ O SÍ EXISTEN DESPLAZAM. RELATIVOS

2 si ∃ DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS → PODRÁN O NO EXISTIR I) y/o II) y/o III)



06 - DRE:

martes, 29 de junio de 2021 11:33



$$\left\{\begin{array}{l} 'x' \rightarrow u \\ 'y' \rightarrow v \\ 'z' \rightarrow w \end{array}\right.$$

$$a_{xB} = u_B - u_A = du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz$$

$$a_{yB} = v_B - v_A = dv = \frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{\partial y}dy + \frac{\partial v}{\partial z}dz.$$

$$a_{zB} = w_B - w_A = dw = \frac{\partial w}{\partial x}dx + \frac{\partial w}{\partial y}dy + \frac{\partial w}{\partial z}dz$$

$$d\bar{r} = dr_x\,\check{i} + dr_y\,\check{j} + dr_z\,\check{k}. \qquad |d\bar{r}| = 1.$$

$$d\bar{r} = \underbrace{dx}_{l}\,\check{i} + \underbrace{dy}_{m}\,\check{j} + \underbrace{dz}_{n}\,\check{k}. = l\check{i} + m\check{j} + n\check{k}.$$

$$\boxed{\bar{\varepsilon}_r = \lim_{\Delta r \to 0} \frac{\bar{a}_B}{\Delta r}}$$

$$\bar{\varepsilon}_r = \underbrace{\frac{du}{dx}}_{\varepsilon_{rx}}\check{i} + \underbrace{\frac{dv}{dy}}_{\varepsilon_{ry}}\check{j} + \underbrace{\frac{dw}{dz}}_{\varepsilon_{rz}}\check{k}.$$

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} \varepsilon_{rx} \\ \varepsilon_{ry} \\ \varepsilon_{rz} \end{Bmatrix}}_{\bar{\varepsilon}_r} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}}_{\text{MATRIZ O TENSOR DE TRANSFORMACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS [TDR]}} \cdot \underbrace{\begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix}}_{\check{r}}$$

06 - DRE

martes, 29 de junio de 2021 11:45

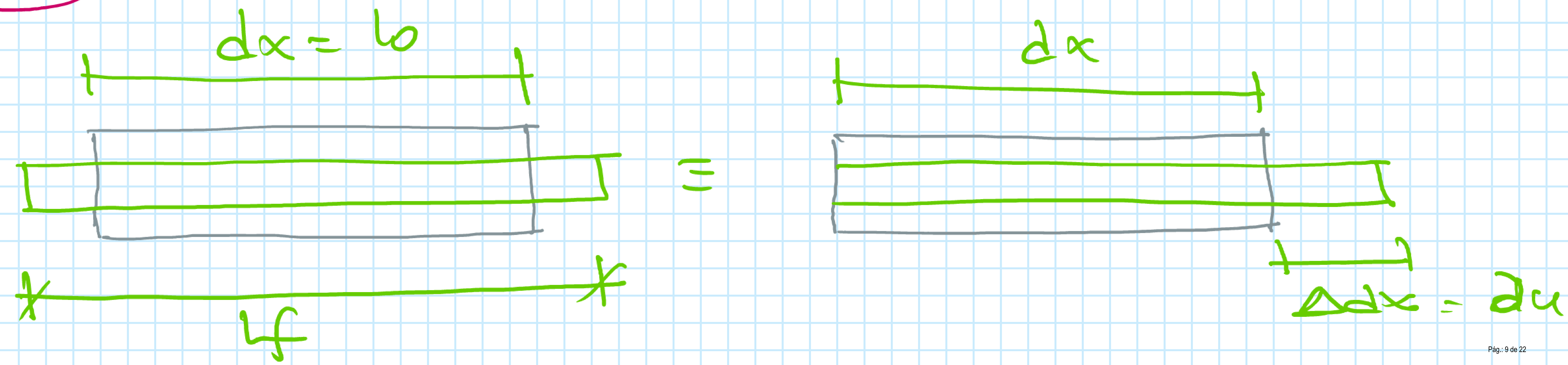
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \overset{\varepsilon_{xx}}{\frac{\partial u}{\partial x}} & \overset{\varepsilon_{yx}}{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)} & \overset{\varepsilon_{zx}}{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)} \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \overset{\varepsilon_{yy}}{\frac{\partial v}{\partial y}} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) & \underset{\varepsilon_{zz}}{\frac{\partial w}{\partial z}} \end{bmatrix}}_{\text{simétrica}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right) \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) & 0 & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) & 0 \end{bmatrix}}_{\text{antisimétrica.}}$$

$$[TDR] = [TD] \leftarrow \quad + \quad [TR] = [T\theta]$$

$$\{\bar{\varepsilon}_r\} = [TDR]\{\breve{n}_r\} = \{[TD] + [TR]\}\{\breve{n}_r\}$$

$$\{\bar{\varepsilon}_r\} = \underbrace{[TD]\{\breve{n}_r\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r^D\}} + \underbrace{[TR]\{\breve{n}_r\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r^R\}}$$

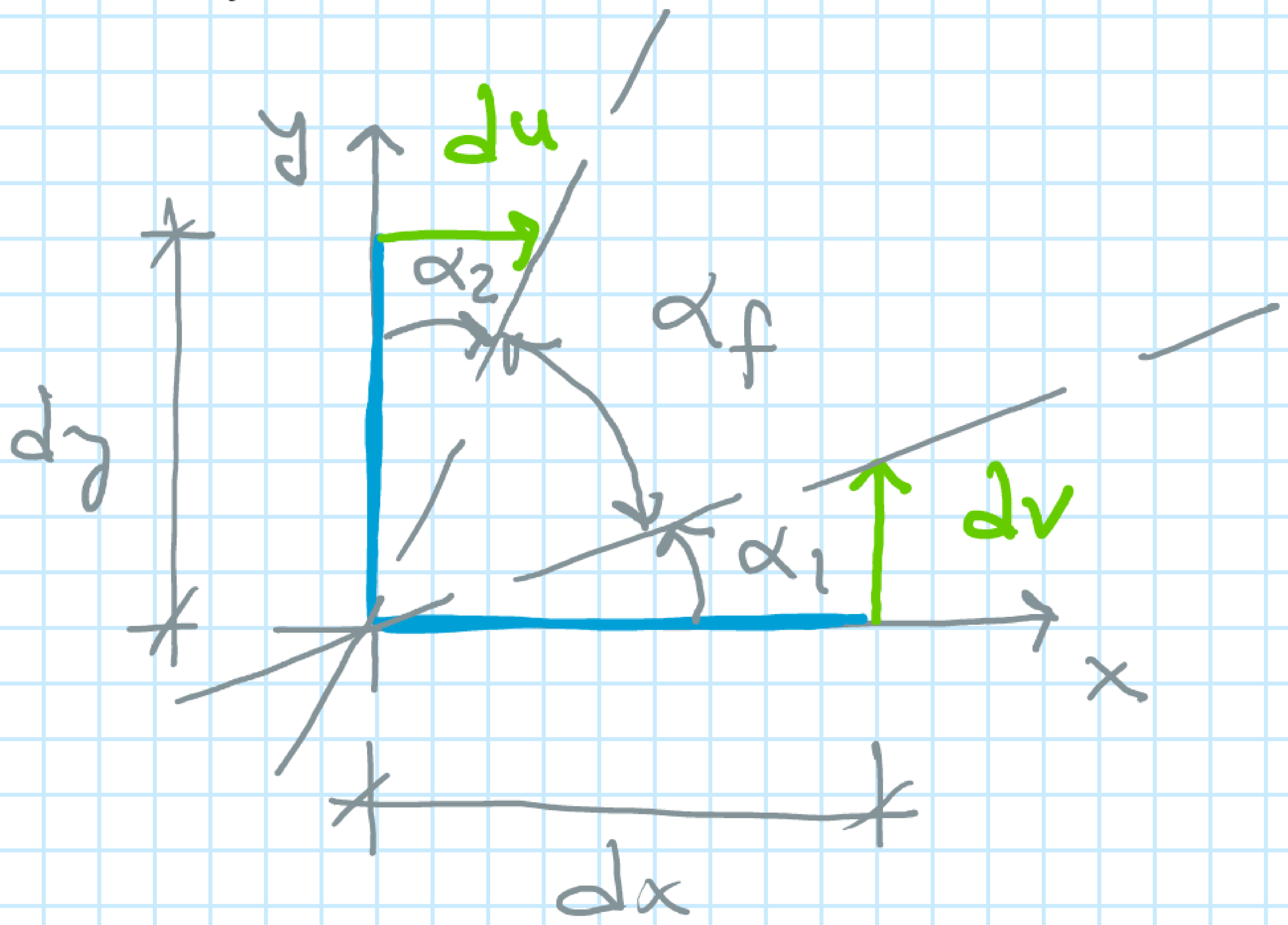
$\breve{n}_r$: versor de la dirección '$\underline{\underline{r}}$'



07 - ACLARACIONES FINALES:

martes, 29 de junio de 2021 12:04

I DISTORSIONES:



$$\hat{xy}\Big]_0 = 90^0 = \frac{\pi}{2} = \alpha_0$$

$$\alpha_1 = \frac{dv}{dx} \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{du}{dy}$$

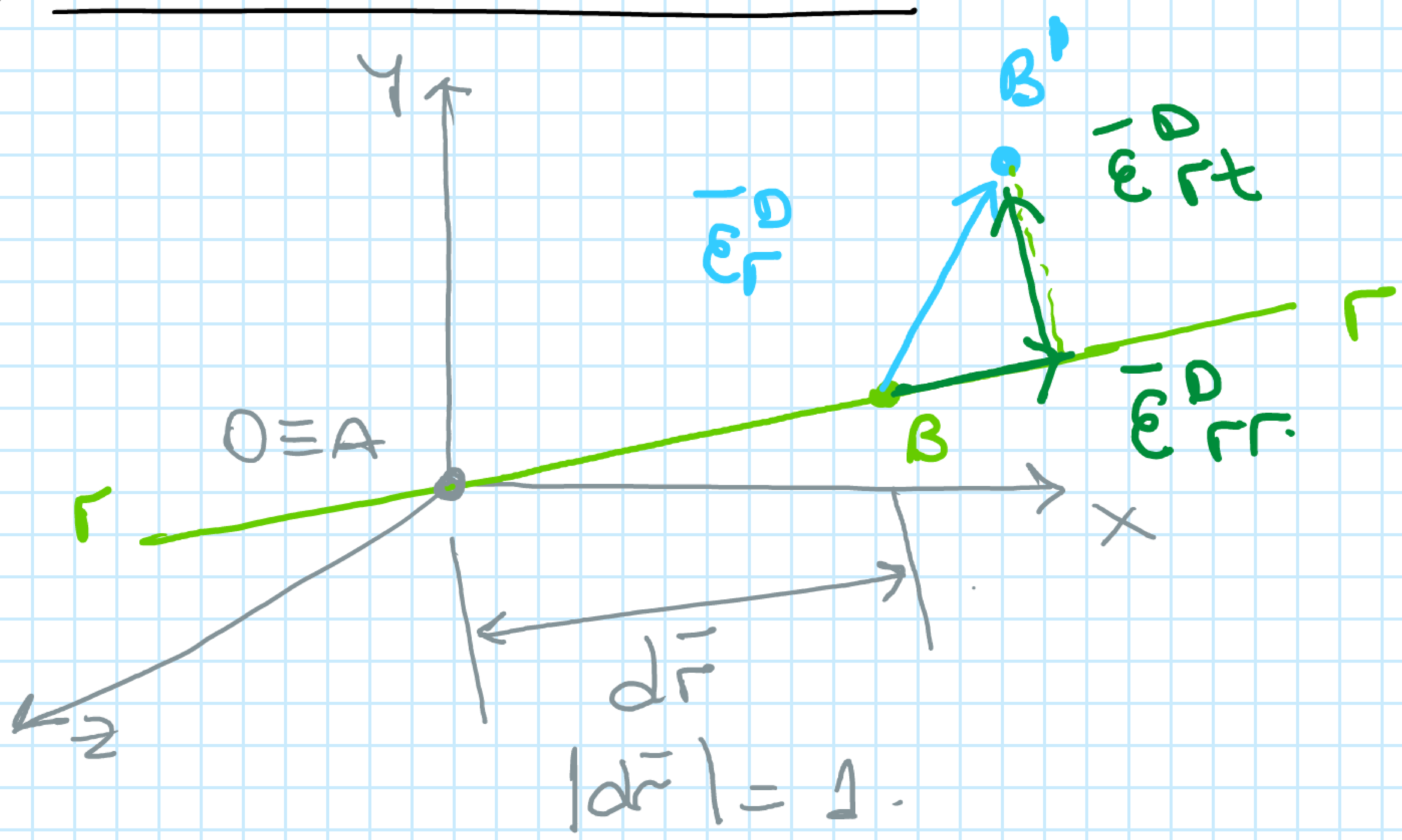
$$\underbrace{\alpha_0}_{90^0} - \alpha_f = \underbrace{\gamma_{xy}} = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\gamma_{xy} = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy}$$

$$\gamma_{xy} = 2\,\varepsilon_{xy} = 2\,\varepsilon_{yx} \qquad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}.$$

$$\boxed{\gamma_{ij} = 2\,\varepsilon_{ij} = 2\,\varepsilon_{ji}}$$

II ESQUEMA GENERAL:



$\bar\varepsilon_r^D$: vector deform. específico asociado a la dirección 'r'.

$\bar\varepsilon_{rr}^D$: vector deform específico longitudinal asociado a la dirección 'r'

$\bar\varepsilon_{rt}^D$: vector deformación específica transversal asociado a la dirección 'r'.

si $\bar\varepsilon_{rt}^D = 0 \longrightarrow \bar\varepsilon_r^D \equiv \bar\varepsilon_{rr}^D \rightarrow$ $\bar\varepsilon_r^D$ es una deformación principal

'r' es una dirección ppal

$$[TD] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{\gamma_{yx}}{2} & \frac{\gamma_{zx}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_{yy} & \frac{\gamma_{zy}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

ESTADO DE DEFORMACIÓN:

01 - INTRODUCCIÓN

→ CAUSAS DEFORMANTES:

- I) CAUSA FUERZA 'P' o 'F'
- II) " ΔT.
- III) " CV (CEDIMIENTO DE VÍNCULO)

MAGNITUDES ESTÁTICAS → ET

" CINEMÁTICAS → ED

QUÉ EFECTOS PRODUCEN ESTAS CAUSAS SOBRE EL CUERPO ???

(PTO DE VISTA → EFECTOS CINEMÁTICOS).

$\boxed{i}$ → VARIACIÓN DE LA DISTANCIA ENTRE PLANOS.

$\boxed{ii}$ → VARIACIÓN DE LOS ÁNGULOS ENTRE DIRECCIONES.

$\boxed{iii}$ → VARIACIÓN DE VOLUMEN.

02 - HIPÓTESIS BÁSICAS P/ EL ANÁLISIS:

ENTORNO DE UN PUNTO → DEF.

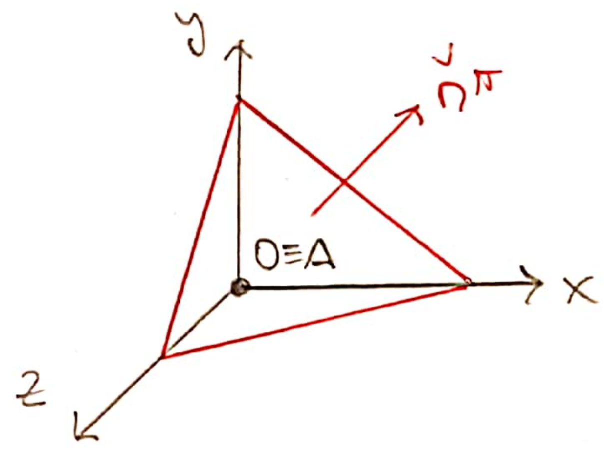
OBJETIVO: VAMOS A ESTUDIAR LA DEFORMACIÓN EN EL ENTORNO DE UN PUNTO.

H1 → LA DEFORMACIÓN ES CONTINUA.

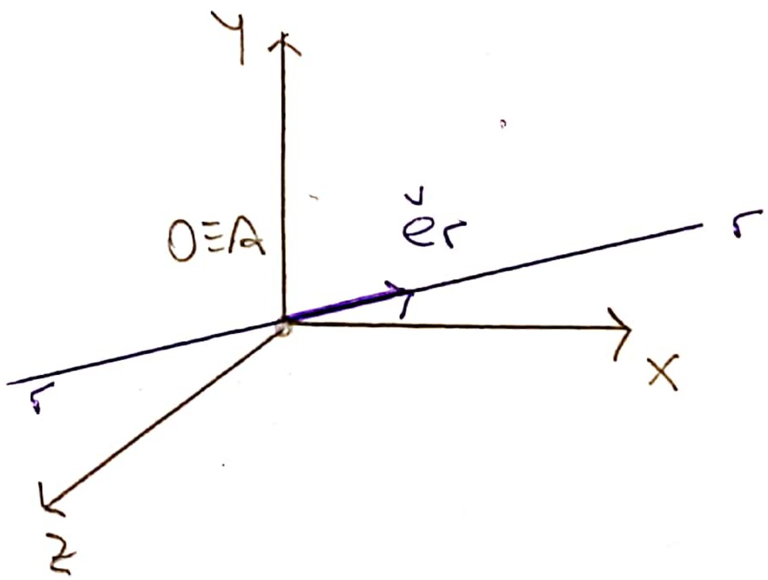
H2 → LAS CURVAS EN EL ENTORNO DE UN PUNTO MANTIENEN SU GRADO DURANTE LA DEFORMACIÓN.

H3 → $\boxed{\text{HLG}}$ → LOS DESPLAZAMIENTOS SON INFINITAMENTE PEQUEÑOS CON RESPECTO A LAS DIMENSIONES DEL CUERPO.

03) - ENFOQUE:

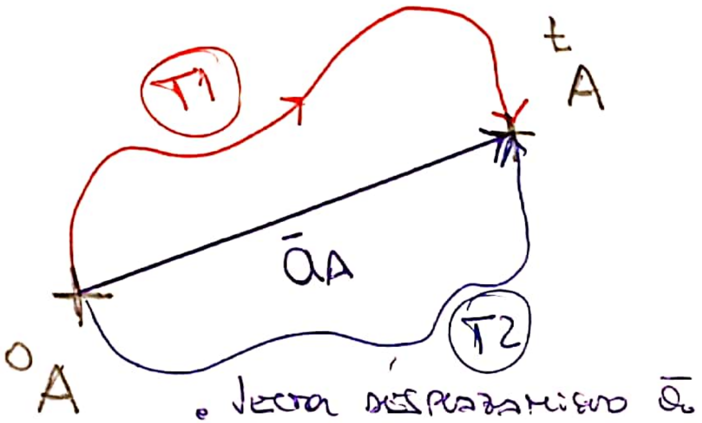


ME



04 - REPASO CINEMÁTICA BÁSICA:

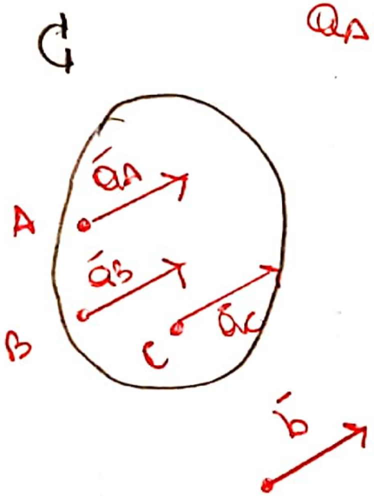
I



- Vector desplazamiento $\bar{a}_i$
- Trayectorias T_i

II TRASLACIÓN:

$$\bar{a}_A \equiv \bar{a}_B \equiv \bar{a}_C = \bar{b}$$

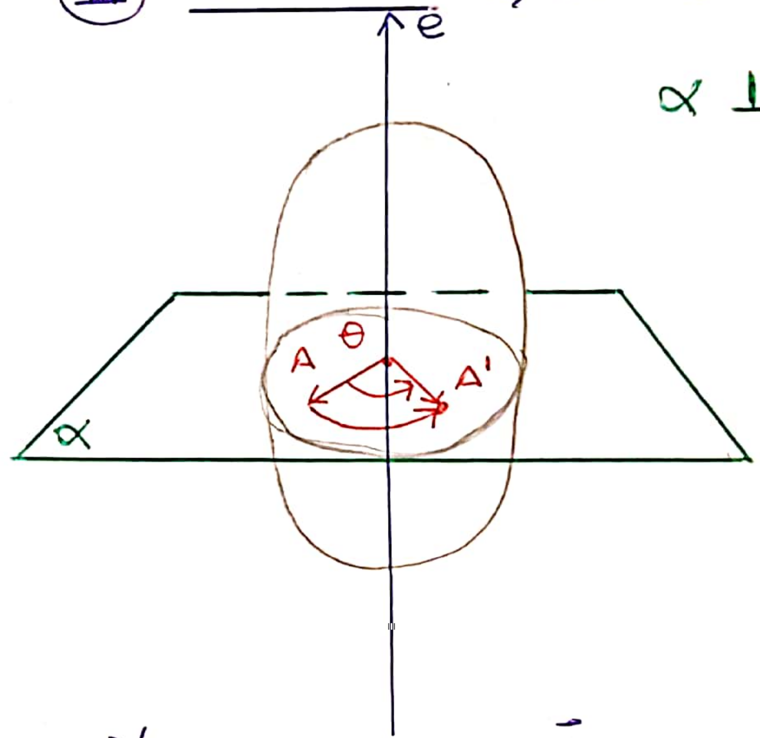


Vector libre

III ROTACIÓN:

→ alrededor de 1 eje.

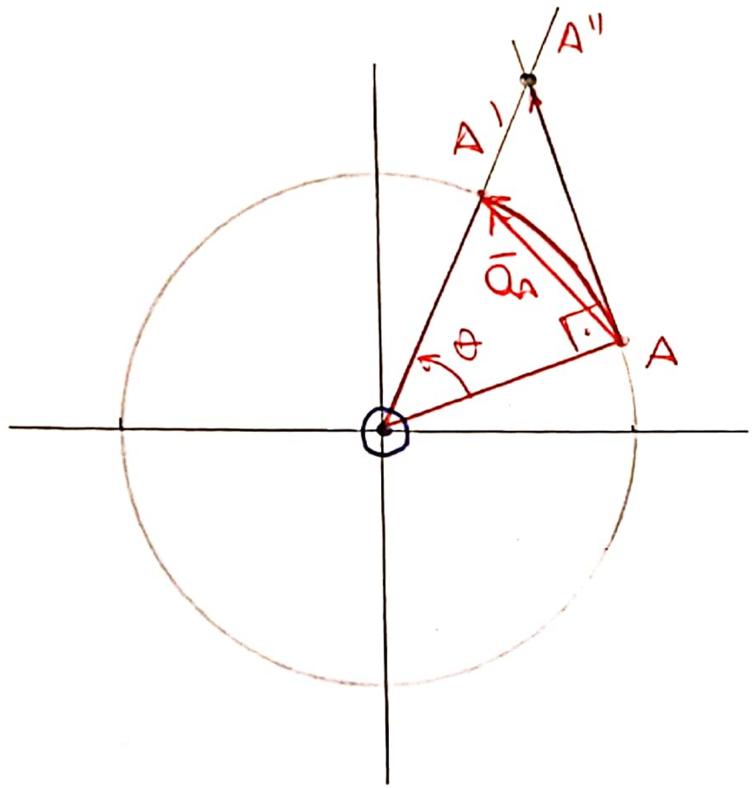
$\alpha \perp \check{e}$



Rotación → vector $\bar{\theta}$ → axilmente libre

- Dirección → eje.
- Sentido
- Magnitud → θ.

IV) Rotaciones muy pequeñas

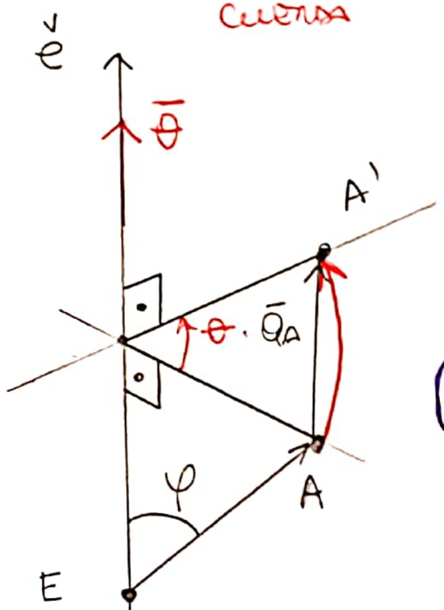


Trayectoria $\overset{\frown}{AA'}$

$$\bar{a}_A \equiv \underbrace{\overline{AA'}}_{\substack{\text{cuerda}\\ \text{secante}}}$$

• Si θ es muy pequeño:

$$\bar{a}_A \equiv \underbrace{\overline{AA'}}_{\text{cuerda}} \equiv \underbrace{\overset{\frown}{AA'}}_{\text{arco}} \equiv \underbrace{\overline{AA''}}_{\text{tangente}}$$



$$\bar{a}_A \equiv \bar{\theta} \times (\bar{A} - \bar{E})$$

E: pto cualquiera del eje

$$\bar{a}_A \equiv \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ \theta_x & \theta_y & \theta_z \\ (x_A - x_E) & (y_A - y_E) & (z_A - z_E) \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} a_{Ax} = \theta_y (z_A - z_E) - \theta_z (y_A - y_E) \\ a_{Ay} = \theta_z (x_A - x_E) - \theta_x (z_A - z_E) \\ a_{Az} = \theta_x (y_A - y_E) - \theta_y (x_A - x_E) \end{cases}$$

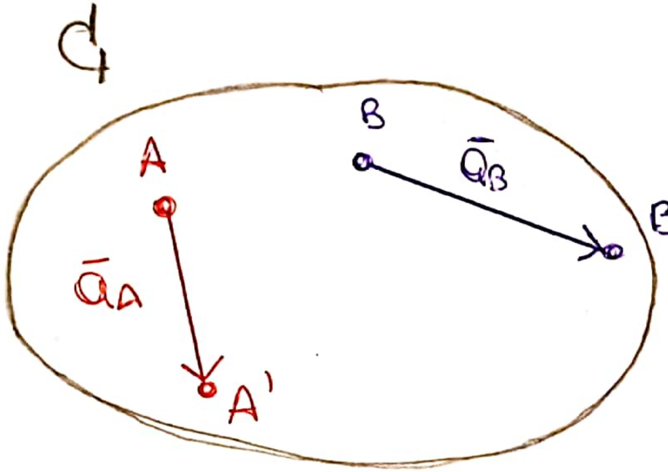
$$\underbrace{\begin{Bmatrix} a_{Ax} \\ a_{Ay} \\ a_{Az} \end{Bmatrix}}_{\bar{a}_A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & +\theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix}}_{[\bar{\theta}]} \cdot \underbrace{\begin{Bmatrix} (x_A - x_E) \\ (y_A - y_E) \\ (z_A - z_E) \end{Bmatrix}}_{(\overline{A-E})}$$

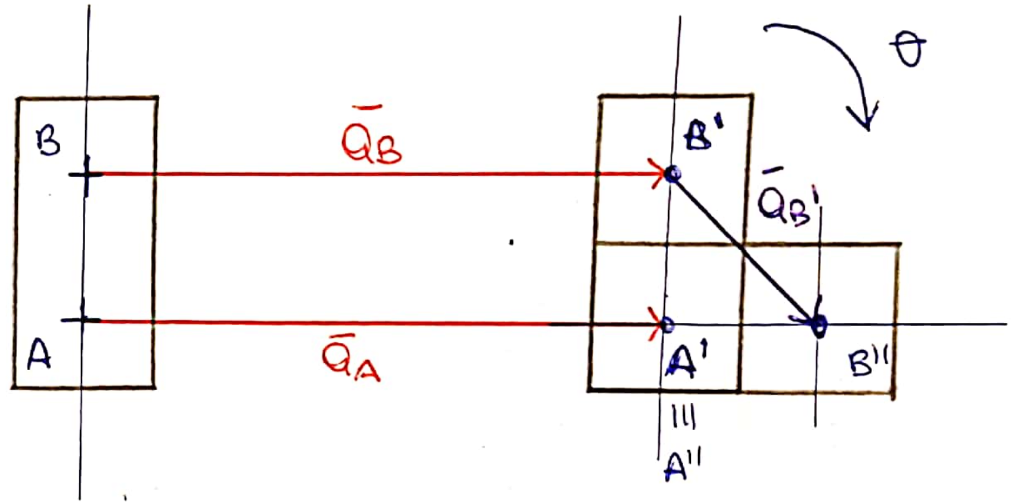
MATRIZ O TENSOR DE ROTACIÓN

$\downarrow$

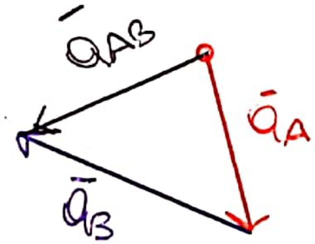
ANTISIMÉTRICA.

08- DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS:





$$\bar{q}_{AB} = \bar{q}_A - \bar{q}_B$$



MOVIM RÍGIDOS

- ∄ DESPLAZ. RELATIVOS → TRASLACIÓN
- ∃ " " → ROTACIÓN.

06) – DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS ESPECÍFICOS:

I) VARIACIONES DE DISTANCIA

II) VARIACIONES ANGULARES

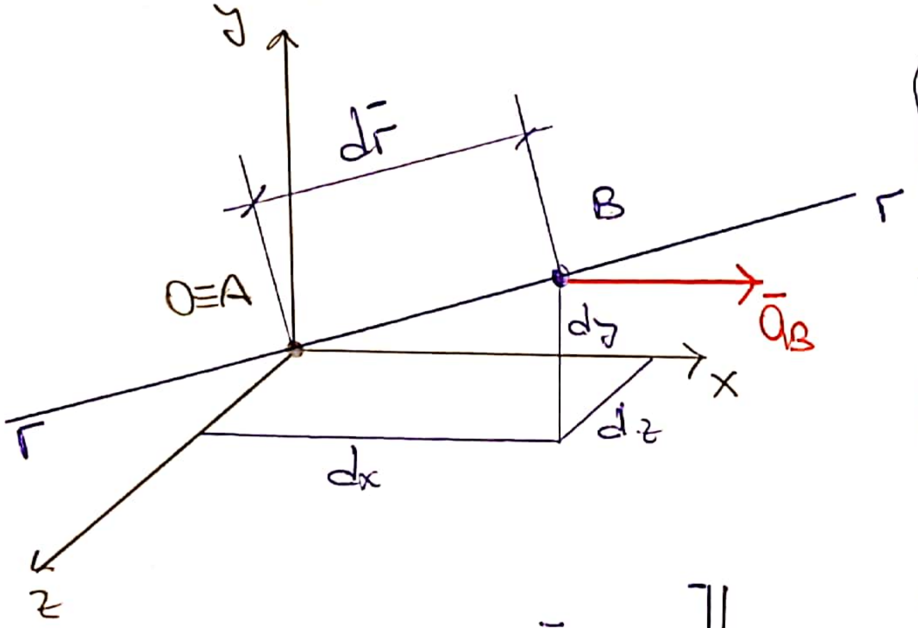
III) CAMBIOS DE VOLUMEN

→ ESTÁN DIRECTAMENTE ASOCIADAS A QUÉ ??)

→ DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS

$\boxed{\text{i}}$ Si ∃ I, II, III → SÍ O SÍ EXISTEN DESPLAZAM. RELATIVOS

$\boxed{\text{ii}}$ Si ∃ DESPLAZAM. RELATIVOS → PODRÁN O NO EXISTIR I, II ó III



$$\begin{cases} a_{xB} = u_B - u_A = du = \dfrac{\partial u}{\partial x}dx + \dfrac{\partial u}{\partial y}dy + \dfrac{\partial u}{\partial z}dz. \\[2ex] a_{yB} = v_B - v_A = dv = \dfrac{\partial v}{\partial x}dx + \dfrac{\partial v}{\partial y}dy + \dfrac{\partial v}{\partial z}dz. \\[2ex] a_{zB} = w_B - w_A = dw = \dfrac{\partial w}{\partial x}dx + \dfrac{\partial w}{\partial y}dy + \dfrac{\partial w}{\partial z}dz \end{cases}$$

$$\boxed{\bar{\varepsilon}_r = \lim_{\Delta r \to 0} \frac{\bar{a}_B}{\Delta r}}$$

$$d\bar{r} = dr_x\,\breve{i} + dr_y\,\breve{j} + dr_z\,\breve{k}.$$

Si adopto $|d\bar{r}| = 1 = dr.$

$$d\bar{r} = \underbrace{dx}_{l}\,\breve{i} + \underbrace{dy}_{m}\,\breve{j} + \underbrace{dz}_{n.}\,\breve{k}$$

$$\bar{\varepsilon}_r = \underbrace{\frac{du}{dx}}_{\varepsilon_{rx}}\breve{i} + \underbrace{\frac{dv}{dy}}_{\varepsilon_{ry}}\breve{j} + \underbrace{\frac{dw}{dz}}_{\varepsilon_{rz}}\breve{k}.$$

$u \to$ 'x'

$v \to$ 'y'

$w \to$ 'z'

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{rx} \\ \varepsilon_{ry} \\ \varepsilon_{rz} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix}$$

→ MATRIZ O TENSOR DE TRANSFORMACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS.

[TDR]

→ SE DESCOMPONE EN LA SUMA DE 1 MATRIZ SIMÉTRICA Y OTRA ANTISIMÉTRICA.

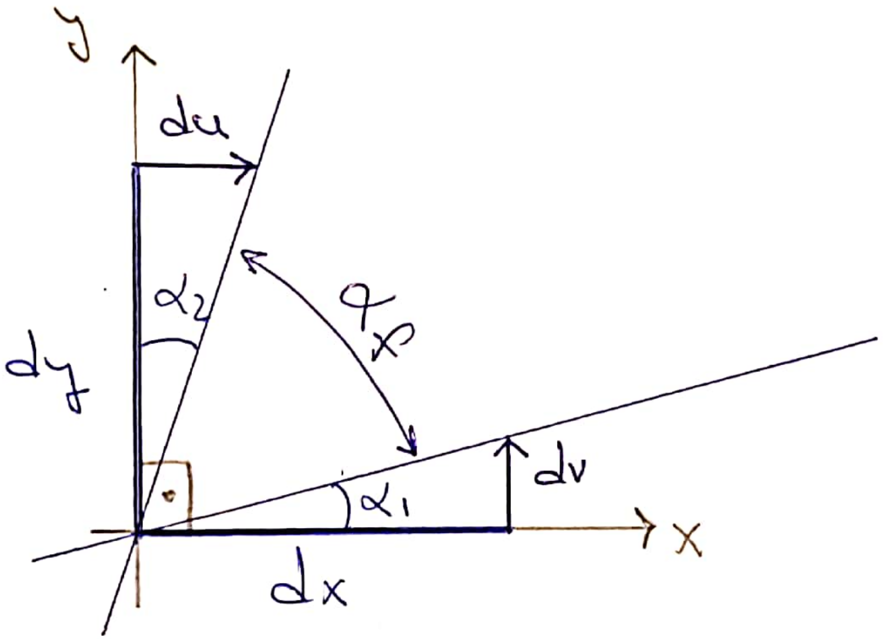
20/12

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \overset{\varepsilon_{xx}}{\dfrac{\partial u}{\partial x}} & \overset{\varepsilon_{yx}}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}\right)} & \overset{\varepsilon_{zx}}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)} \\ \overset{\varepsilon_{xy}}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}\right)} & \overset{\varepsilon_{yy}}{\dfrac{\partial v}{\partial y}} & \overset{\varepsilon_{zy}}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial z}\right)} \\ \underset{\varepsilon_{xz}}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)} & \underset{\varepsilon_{yz}}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial z}\right)} & \underset{\varepsilon_{zz}}{\dfrac{\partial w}{\partial z}} \end{bmatrix}}_{\text{SIMETRICA}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial x}-\dfrac{\partial u}{\partial y}\right) & -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial x}-\dfrac{\partial u}{\partial z}\right) \\ -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}-\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) & 0 & -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}-\dfrac{\partial v}{\partial z}\right) \\ -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}-\dfrac{\partial w}{\partial x}\right) & -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}-\dfrac{\partial w}{\partial y}\right) & 0 \end{bmatrix}}_{\text{ANTISIMETRICA}}$$

$$[TD] \qquad\qquad [TR] = [T\theta]$$

$$\{\bar{\varepsilon}_r\} = [TDR]\{\check{n}_r\} = \Big\{[TD] + [TR]\Big\}\{\check{n}_r\}$$

$$\{\bar{\varepsilon}_r\} = \underbrace{[TD]\{\check{n}_r\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r^{D}\}} + \underbrace{[TR]\{\check{n}_r\}}_{\{\bar{\varepsilon}_r^{R}\}}$$



$$\alpha_1 = \frac{dv}{dx}$$

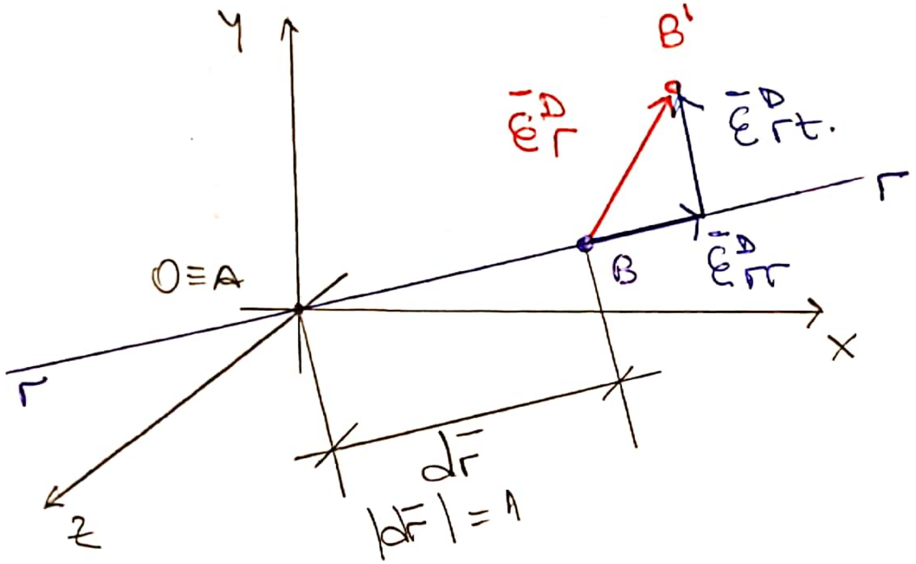
$$\alpha_2 = \frac{du}{dy}$$

$$\underbrace{90^\circ}_{\alpha_0} - \alpha_f = \underbrace{\gamma_{xy}}_{\text{distorsión.}} = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} =$$

$$= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}.$$

$$\gamma_{xy} = 2\,\varepsilon_{xy} = 2\,\varepsilon_{yx}.$$

$$\boxed{\gamma_{ij} = 2\,\varepsilon_{ij}}$$



$\bar{\varepsilon}^D_{rr}$: DEFORMACIÓN ESPECÍFICA LONGITUDINAL

$\bar{\varepsilon}^D_{rt}$: " " TRANSVERSAL. ~~LONGITUDINAL~~

$$[TD] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{\gamma_{yx}}{2} & \frac{\gamma_{zx}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_{yy} & \frac{\gamma_{zy}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$