ESTADO DE TENSIÓN EN UN PUNTO:

1.- Concepto de Tensión

2.- Vector Tensión

3.- Dependencia del Vector Tensión

4.- Componentes del Vector Tensión

5.- Estado de Tensión en un Punto

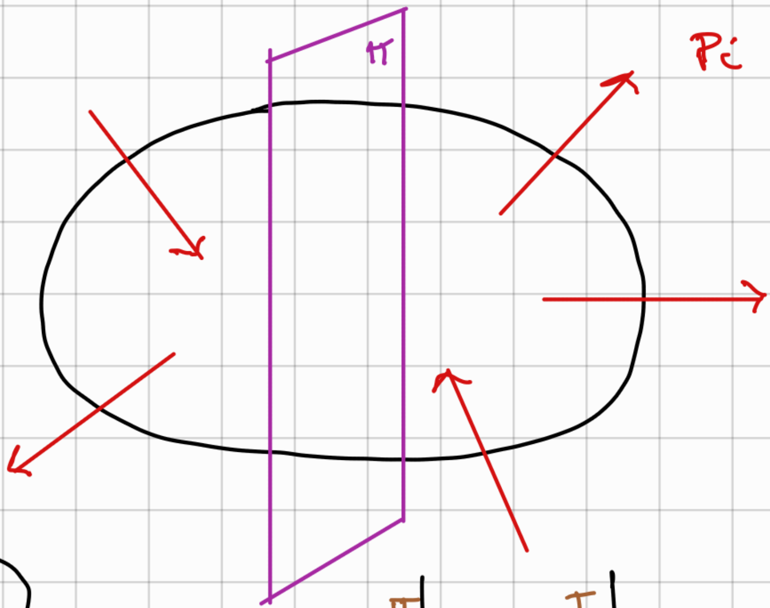
6.- Ejemplo Intuitivo

7.- Cubo Elemental

8.- Tipos de Fuerzas

9.- Tensiones en 2 Puntos Infinitamente Próximos

01.- CONCEPTO DE TENSIÓN:

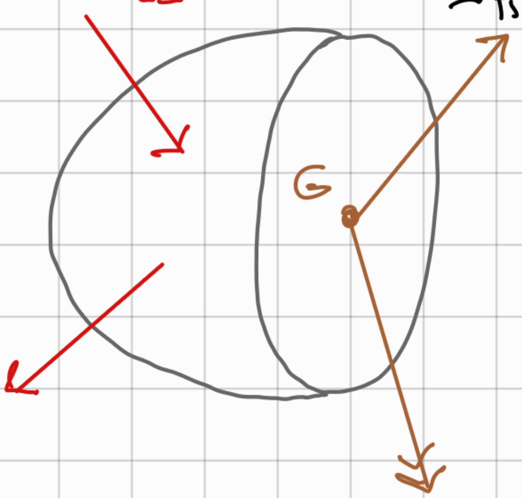


P_i (ACCIONES EXT

↳ FA + FR = FE = 0

I

$P_{i,I}$

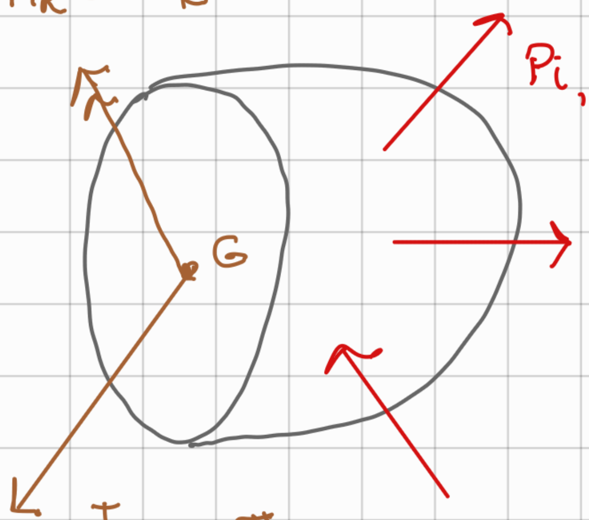


$R_R^{II}\Big|_{\pi} = -R_R^{I}\Big|_{\pi}$

$M_R^{I} = -M_R^{II}$

II

$P_{i,II}$



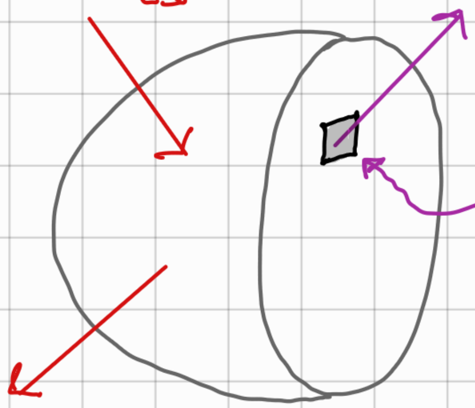
$R_R^{I} = -R_R^{II}$

$M_R^{II}\Big|_{\pi} = -M_R^{I}\Big|_{\pi}$

I

$P_{i,I}$

ΔP_i^{π}



dA

$$\frac{\Delta P_i}{\Delta A}$$

MAGNITUD NUEVA

TENSIÓN

FUERZA POR UNIDAD DE SUPERFICIE.

02.- VECTOR TENSIÓN:

$$\boxed{\bar{p}_A^{\pi} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \bar{P}}{\Delta A} = \frac{d\bar{P}}{dA}}$$

$\bar{p}_A^{\pi}$: ES EL VECTOR TENSIÓN ACTUANTE EN EL PUNTO 'A' Y ASOCIADO AL PLANO 'π'

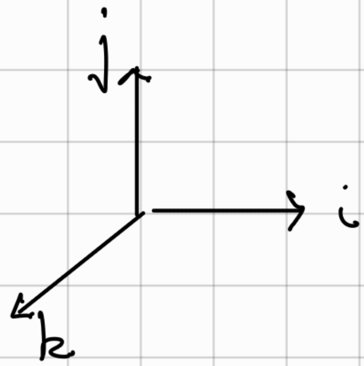
03.- DEPENDENCIA DEL VECTOR TENSIÓN:

$$\bar{p}_A^{\pi} = \bar{t}_A^{\pi} = f\left[FE;\ SI;\ PLANO;\ PUNTO\right]$$

04.- COMPONENTES DEL VECTOR:

$\bar{p} \rightarrow$ NORMAL σ_{ii}

$\bar{p} \rightarrow$ TANGENCIAL $\tau \rightarrow \tau_{ij}$, τ_{ik}



El 1° subíndice se corresponde con la dirección del plano (es la normal al plano con se está cortando).

El 2° subíndice se corresponde con la dirección dentro del plano.

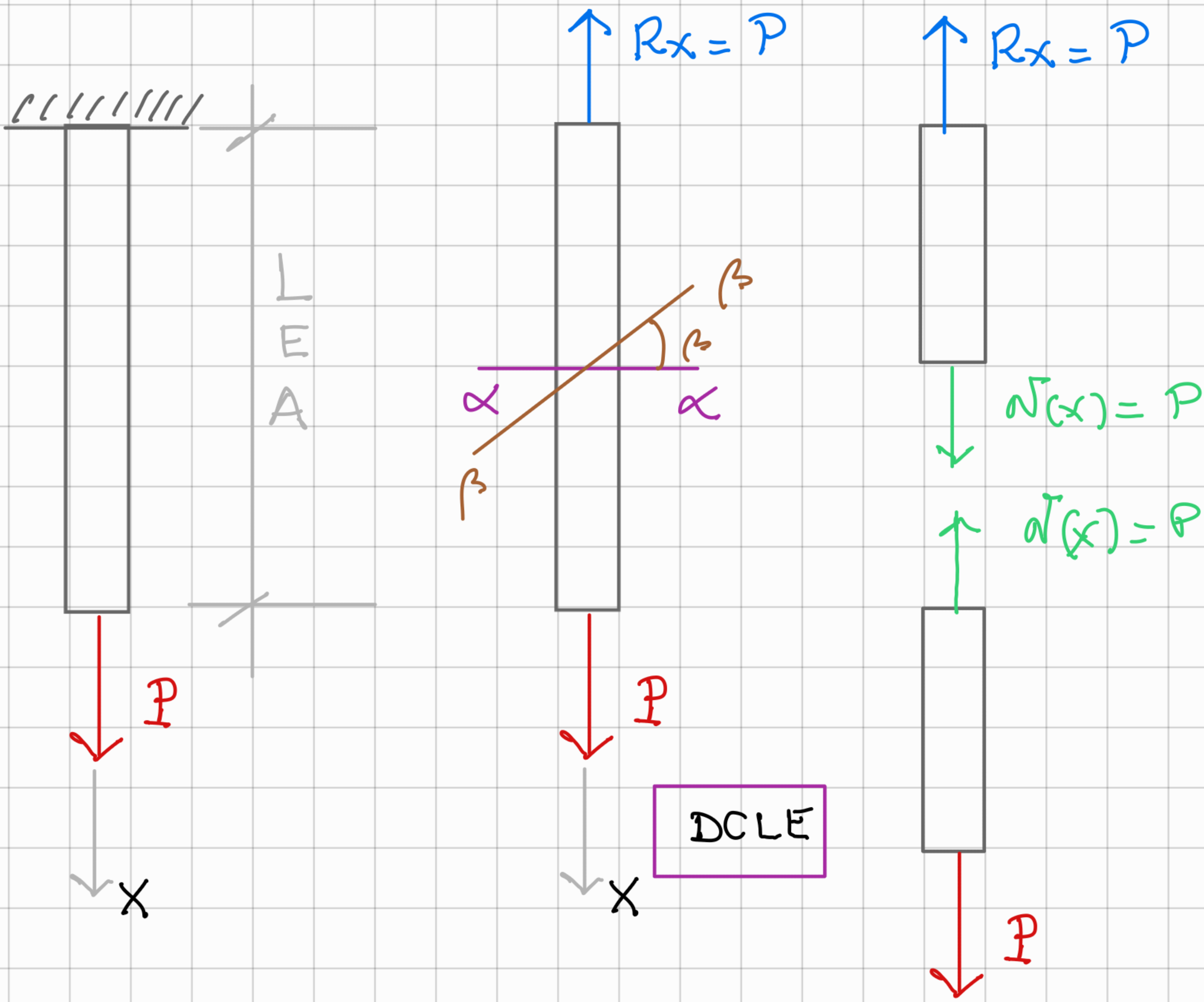
$\sigma_x \rightarrow$ TENSIÓN NORMAL EN DIRECCIÓN 'x'

$\tau_{xy} \rightarrow$ " TANGENCIAL ACTUANTE EN EL PLANO 'x' Y EN LA DIRECCIÓN 'y'.

05.- ESTADO DE TENSIÓN EN UN PUNTO:

El estado de tensión en un punto es el conjunto de los infinitos vectores tensión actuantes sobre estepunto analizado y asociados a los infinitos planos pasantes por el mismo.

06.- EJEMPLO INTUITIVO:



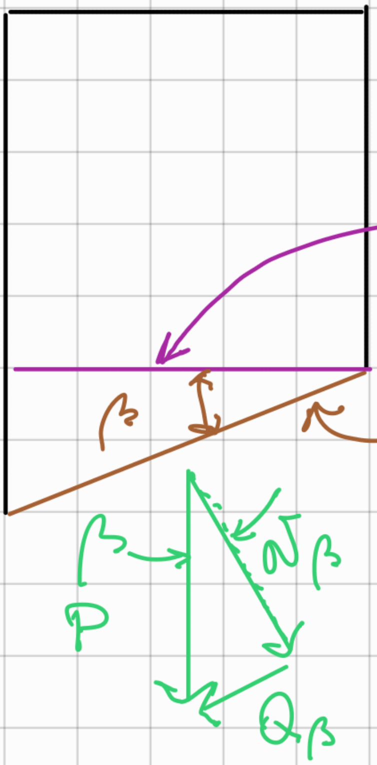
PLANO α:

$$\boxed{\alpha \perp \text{EJE } 'x' \quad ; \quad \frac{P}{A} = \sigma_m \quad ; \quad \tau_m = 0}$$

$$\left| \bar{\rho}_A^{\alpha} \right| = \sqrt{\sigma_m^2 + \tau_m^2} = \frac{P}{A}$$

PLANO 'β':

FORMA UN ÁNGULO 'β' CON LA SECCIÓN TRANSVERSAL.



PLANO $\alpha \rightarrow A_\alpha = A$

PLANO $\beta \rightarrow \frac{A}{A_\beta} = \cos\beta$

$$\boxed{A_\beta = A / \cos\beta.}$$

$$N_\beta = P \cdot \cos\beta \qquad Q_\beta = P \cdot \operatorname{sen}\beta .$$

$$\sigma_m^\beta = \frac{N_\beta}{A_\beta} = \frac{P \cdot \cos\beta}{A / \cos\beta} = \frac{P}{A} \cdot \cos^2\beta .$$

$$\tau_m^\beta = \frac{Q_\beta}{A_\beta} = \frac{P \cdot \operatorname{sen}\beta}{A / \cos\beta} = \frac{P}{A} \cdot \operatorname{sen}\beta \cdot \cos\beta .$$

$$\left| \bar{\rho}_m^\beta \right| = \left(\sigma_m^\beta \right)^2 + \left(\tau_m^\beta \right)^2$$

$$\left| \bar{\rho}_m^\beta \right| = \sqrt{\frac{P^2}{A^2} \cdot \cos^4\beta + \frac{P^2}{A^2} \cdot \operatorname{sen}^2\beta \cdot \cos^2\beta}$$

$$\left| \bar{\rho}_m^\beta \right| = \sqrt{\frac{P^2}{A^2} \cdot \cos^2\beta \underbrace{\left(\cos^2\beta + \operatorname{sen}^2\beta \right)}_{1}}$$

$$\left| \bar{\rho}_m^\beta \right| = \sqrt{\frac{P^2}{A^2} \cdot \cos^2\beta} = \frac{P}{A} \cdot \cos\beta$$

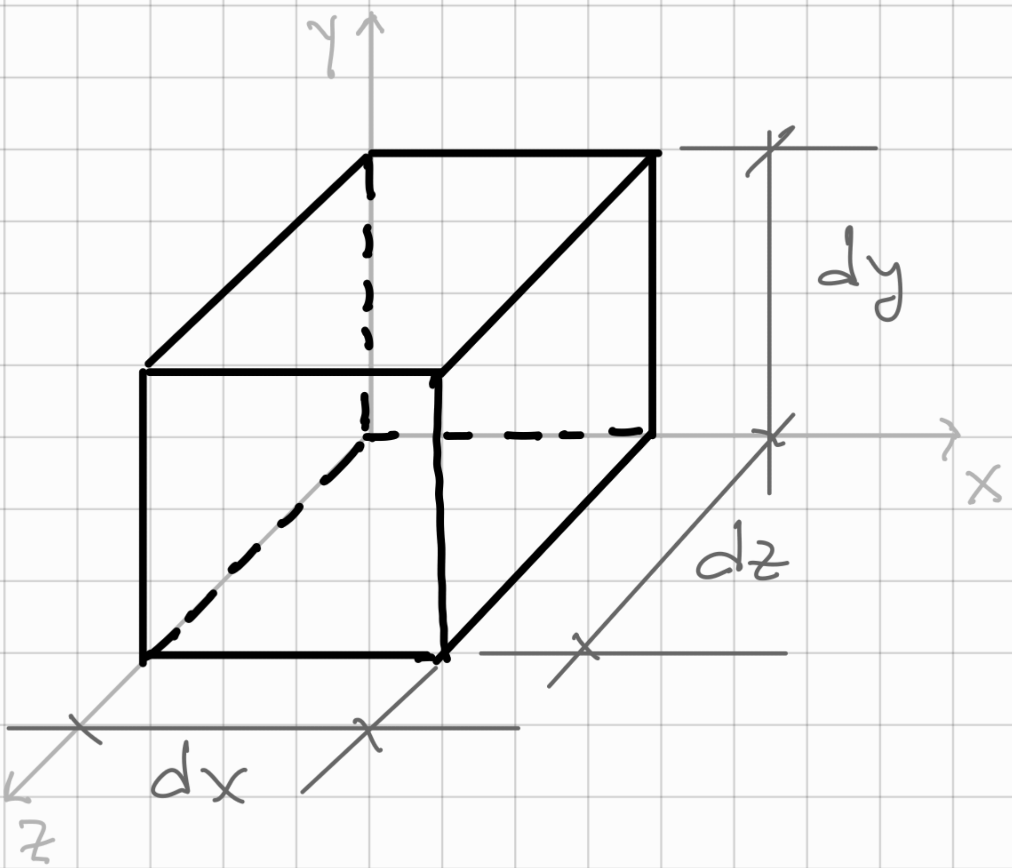
COMPARACIÓN:

PLANO α $\quad \sigma_m = P/A \; ; \; \tau_m = 0 \; ; \; \rho_m = P/A$

PLANO β $\quad \sigma_m = \frac{P}{A}\cos^2\beta \; ; \; \tau_m = \frac{P}{A}\,\text{sen}\beta \cdot \cos\beta$

$$\rho_m = \frac{P}{A} \cdot \cos\beta$$

07.- CUBO ELEMENTAL:



08.- TIPOS DE FUERZAS:

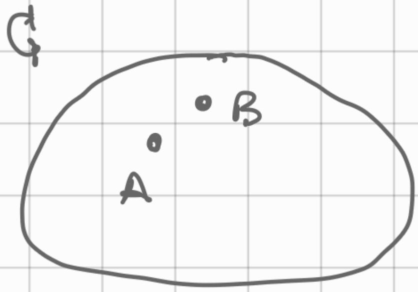
I) FUERZAS DE SUPERFICIE

II) " " VOLUMEN.

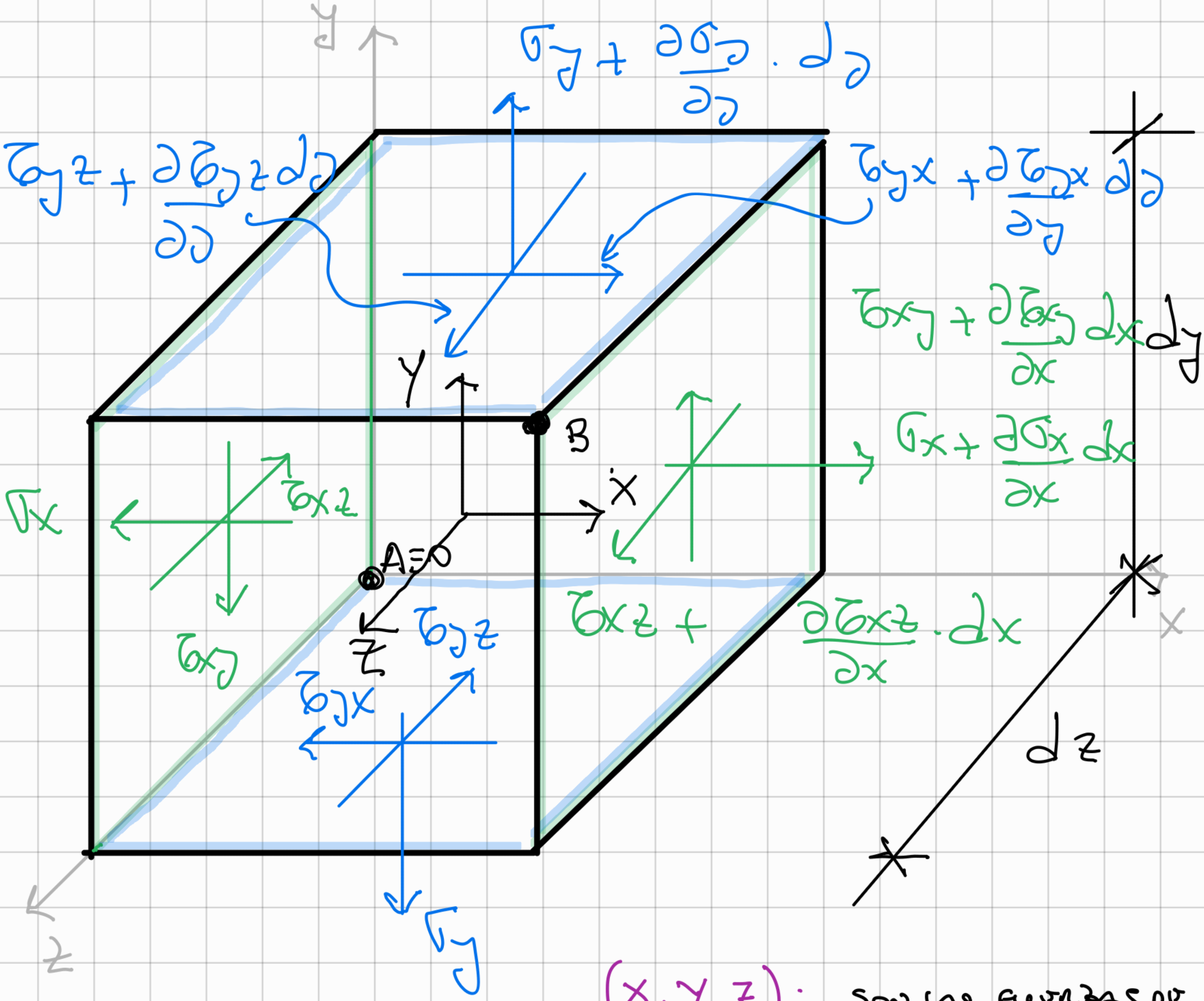
FUERZAS DE SUPERFICIE: son aquellas fuerzas que surgen de la interacción entre los cuerpos por contacto directo entre ellos. Solamente se transmiten a través de las superficies de contacto.

FUERZAS DE VOLUMEN: son aquellas fuerzas que surgen por acción a distancia entre los cuerpos entre los cuales interacción. No existe contacto entre los cuerpos y la interacción se da en todo el volumen o masa de los cuerpos. Ejemplo: fuerzas gravitatorias, eléctricas, magnéticas, electro-magnéticas y las nucleares.

09.- TENSIONES EN 2 PUNTOS INFINITAMENTE PRÓXIMOS:

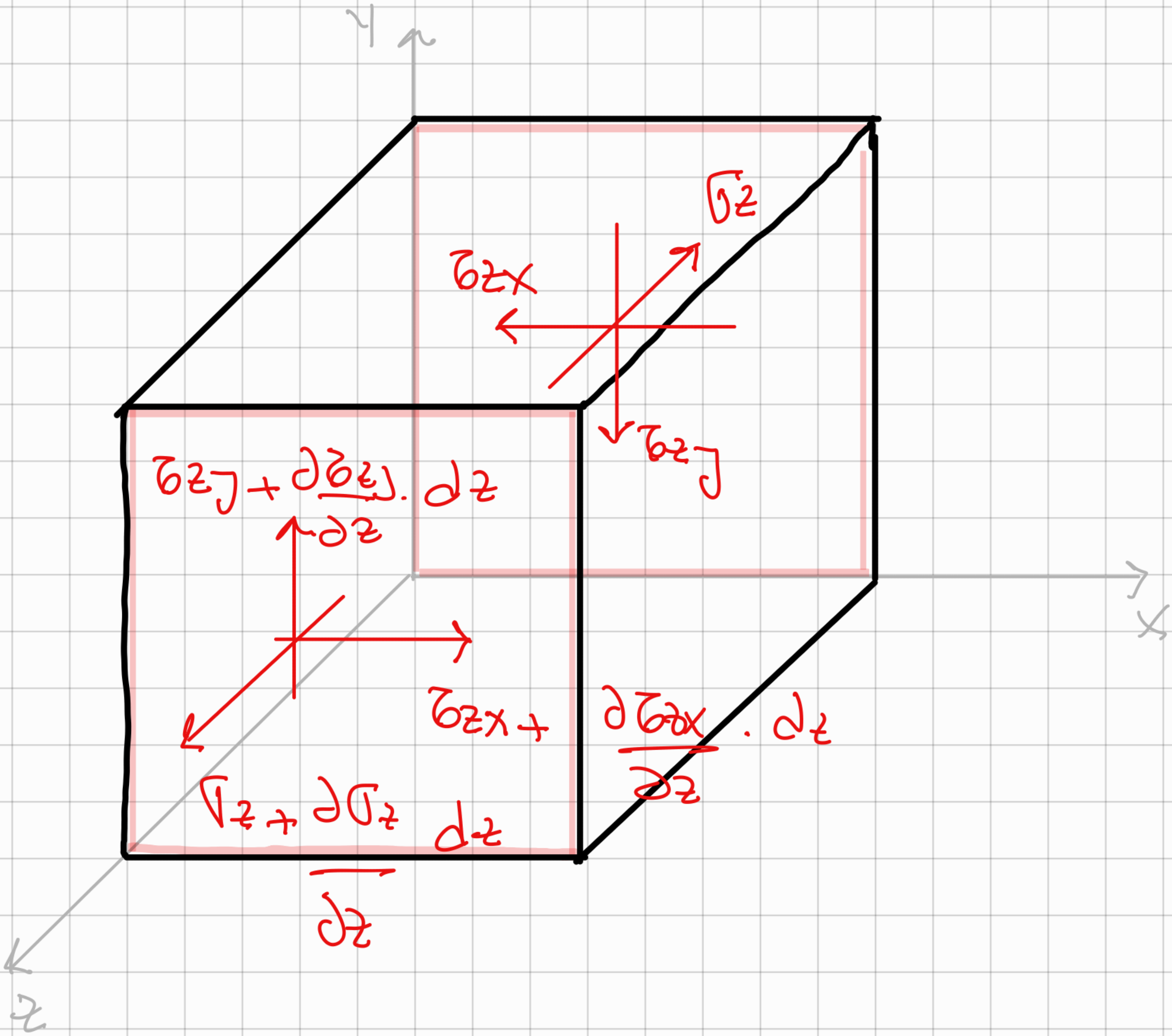


A y B son puntos infinitamente próximos



$(X; Y; Z)$: son las fuerzas de masa o de volumen por unidad de volumen. Tienen unidad de $\left[\frac{F}{L^3}\right]$ →

→ Ej: $[kN/m^3]$



SE PLANTEA EL EQUILIBRIO DEL CUBO ELEMENTAL !

$$\begin{cases} \bar{R}_R = 0 \\ \bar{M}_R = 0 \end{cases}$$

1) $\sum F_x = 0$

ACTÚAN EN CARAS 'X'

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \cdot dx\right) dy\, dz - \sigma_x\, dy\, dz +$$

$$+ \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\, dy\right) \cdot dx\, dz - \tau_{yz} \cdot dy\, dz +$$

ACTÚAN EN CARAS 'Y'

$$+ \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot dz\right) \cdot dx\, dy - \tau_{zx} \cdot dx\, dy +$$

ACTÚAN EN CARAS 'Z'

$$+ X \cdot dx\, dy\, dz = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\, \cancel{dx\, dy\, dz} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\, \cancel{dx\, dy\, dz} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot \cancel{dx\, dy\, dz} +$$

$$+ X \cdot \cancel{dx\, dy\, dz} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0}$$

1° EC. DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO

$\Sigma F_y = 0 \qquad \Sigma F_z = 0.$

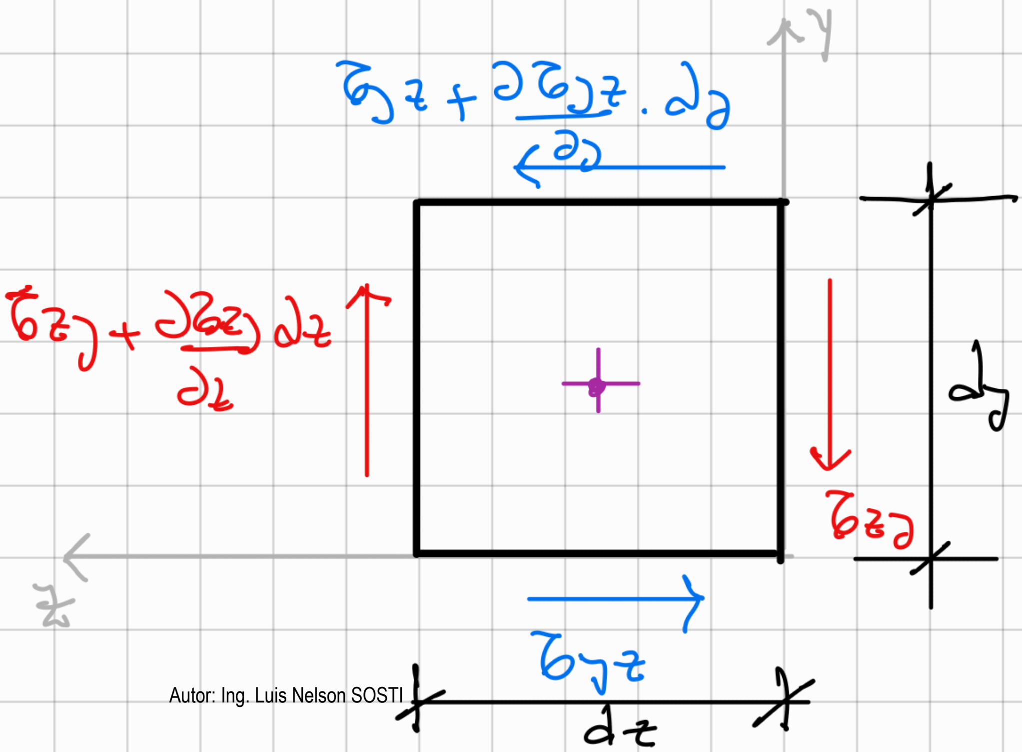
$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \end{cases}$$

ECS. DIFERENCIALES DE EQUILIBRIO:

↳ 3 ECS + 9 INCÓGNITAS

↓

PROBLEMA HIPERESTÁTICO.



$\Sigma M_x = 0$

↓

RESPECTO DEL 'G' DEL CUBITO ELEMENTAL.

$$\left(\tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \cdot dy\right) \cdot dx\,dz \cdot \frac{dy}{2} + \tau_{yz} \cdot dx\,dz \cdot \frac{dy}{2} -$$

$$- \left(\tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \cdot dz\right) \cdot dx\,dy \cdot \frac{dz}{2} - \tau_{zy} \cdot dx\,dy\,\frac{dz}{2} = 0$$

$$\cancel{2} \cdot \tau_{yz}\,\frac{dx\,dy\,dz}{\cancel{2}} - \cancel{2}\,\tau_{zy} \cdot \frac{dx\,dy\,dz}{\cancel{2}} = 0$$

$$\tau_{yz}\,\cancel{dx\,dy\,dz} = \tau_{zy}\,\cancel{dx\,dy\,dz}$$

$$\boxed{\tau_{yz} = \tau_{zy}}$$

TEOREMA DE CAUCHY

$$\tau_{ij} = \tau_{ji}$$

$\Sigma M_y = 0$

$$\boxed{\tau_{xz} = \tau_{zx}}$$

$\Sigma M_z = 0$

$$\boxed{\tau_{xy} = \tau_{yx}}$$

→ 3 ECS CON 6 INCÓGNITAS

↓

EL PROBLEMA SIGUE SIENDO HIPERESTÁTICO.