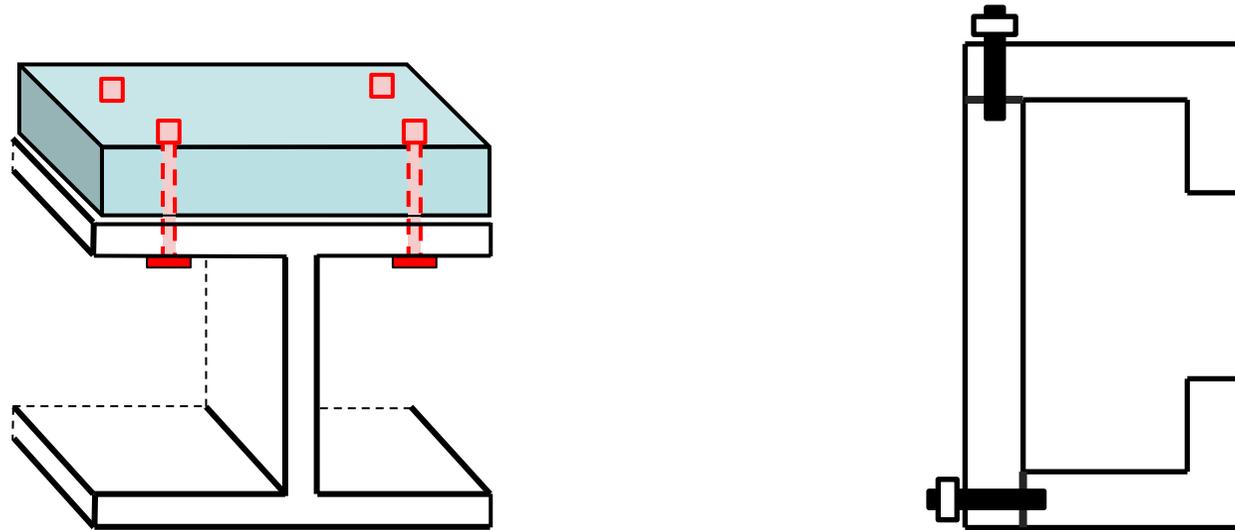


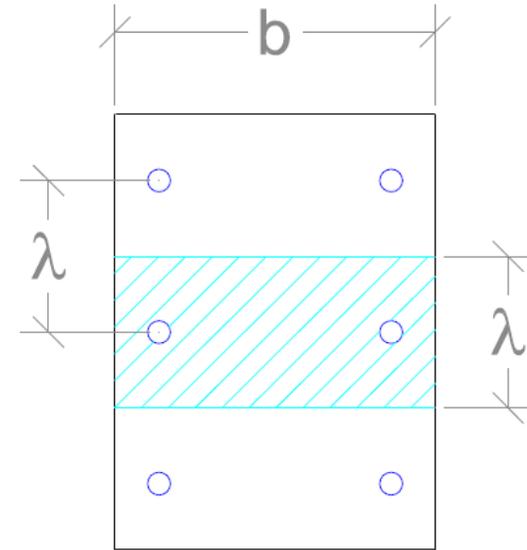
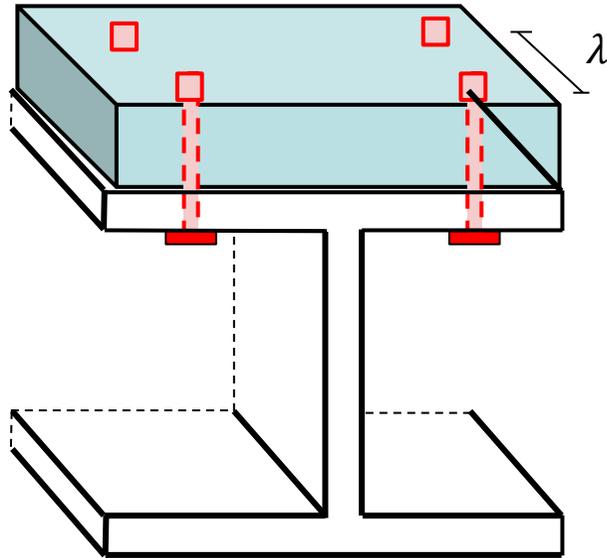


Solicitación por Corte (Flexión Variable)



Constanza Ruffinelli – Tania Poletilo – Manuela Medina – Bautista Chesta

Uniones y bulones



F_s : Fuerza que solicita a la unión [*Fuerza*]

S : de la sección que resbala [*Longitud*³]

J : de toda la sección [*Longitud*⁴]

λ : Separación entre bulones [*Longitud*]

$$F_s = \frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda \quad F_s = q \cdot \lambda$$

$$q = \frac{Q \cdot S}{J} = \int \tau db$$

q : Flujo de corte [$\frac{\text{Fuerza}}{\text{Longitud}}$]



Uniones y bulones

$$F_S = \frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda$$

$$F_R = \tau_{adm} \cdot A_b \cdot \eta = \tau_{adm} \cdot \frac{\pi \cdot D_b^2}{4} \cdot \eta$$

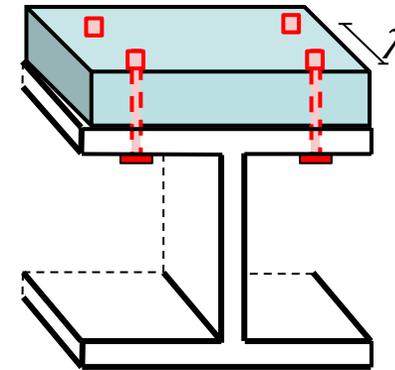
F_R : Fuerza que resiste la unión [*Fuerza*]

τ_{adm} : τ_{adm} del bulón [*Fuerza/Longitud²*]

A_b : Área del bulón [*Longitud²*]

η : Planos de corte [-]

D_b : Diámetro Bulón [*Longitud*]



$$F_S \leq F_R$$

$$\frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda \leq \tau_{adm} \cdot \frac{\pi \cdot D_b^2}{4} \cdot \eta$$

$$\frac{4 \cdot Q \cdot S}{\pi \cdot \eta \cdot J \cdot \tau_{adm}} \cdot \lambda \leq D_b^2$$

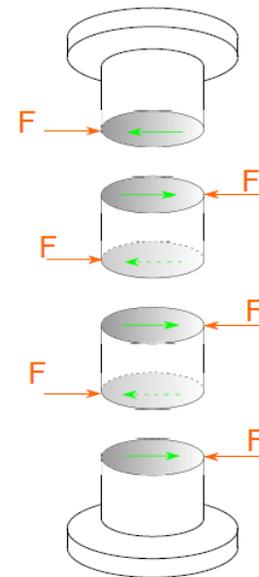
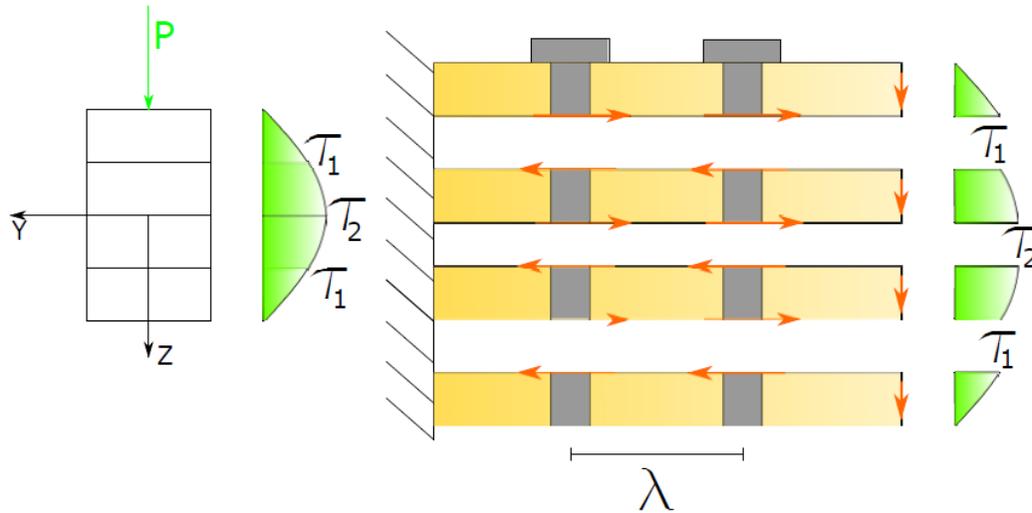
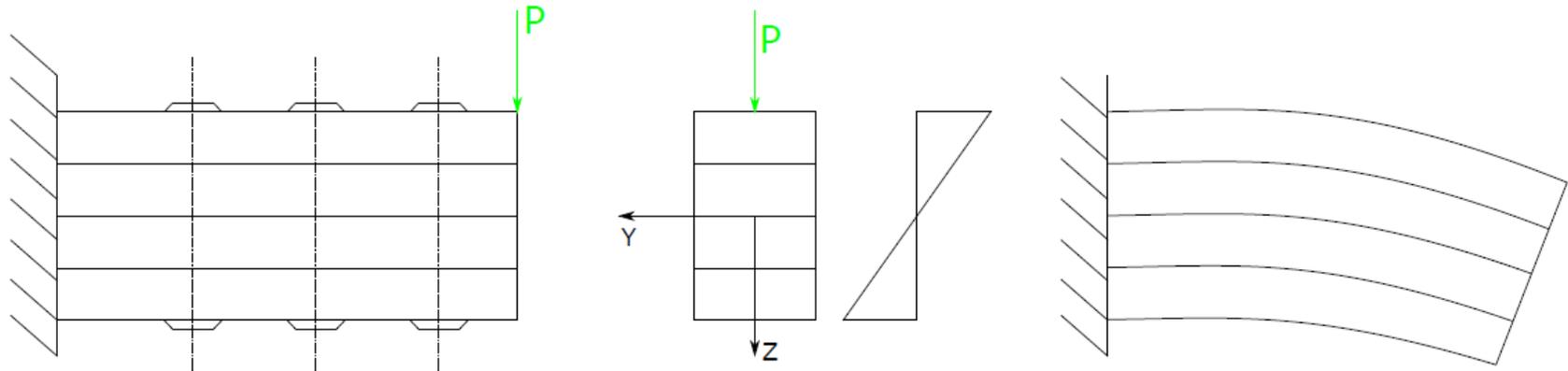
Por lo general λ se define como una cantidad de diámetros de bulón.

Por ejemplo: $\lambda \approx 15D_b$

$$\frac{4 \cdot Q \cdot S}{\pi \cdot \eta \cdot J \cdot \tau_{adm}} \cdot 15 \leq D_b$$



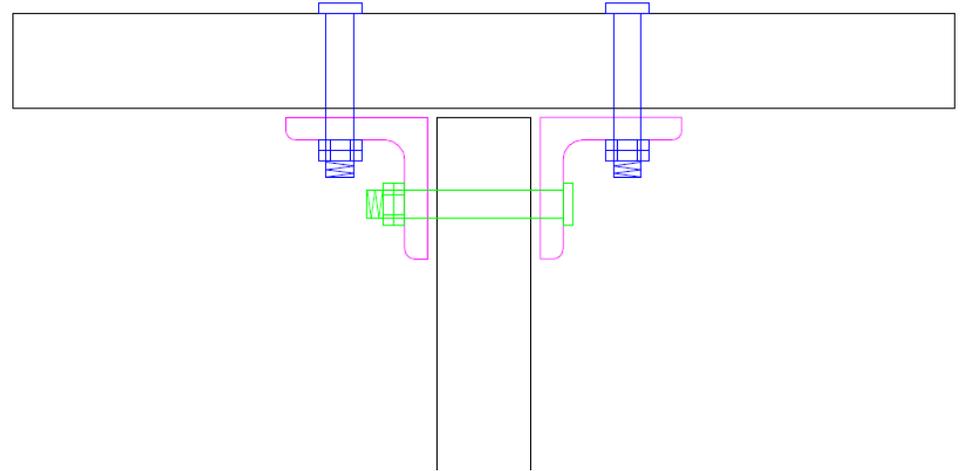
Uniones y bulones





Uniones y bulones - Planos de corte

$$\frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda \leq \tau_{adm} \cdot A_b \cdot \eta$$

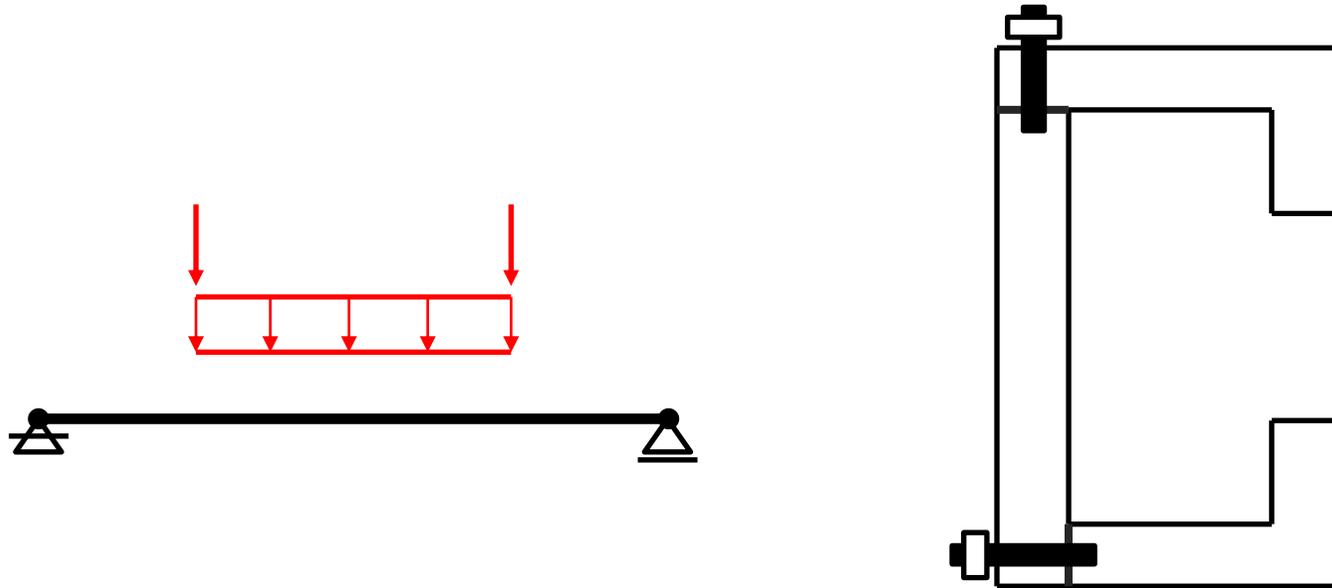


¿Cómo calculamos los bulones azules? ¿Cómo calculo el S y cuanto vale η ?

¿Cómo calculamos el bulón verde? ¿Cómo calculo el S y cuanto vale η ?



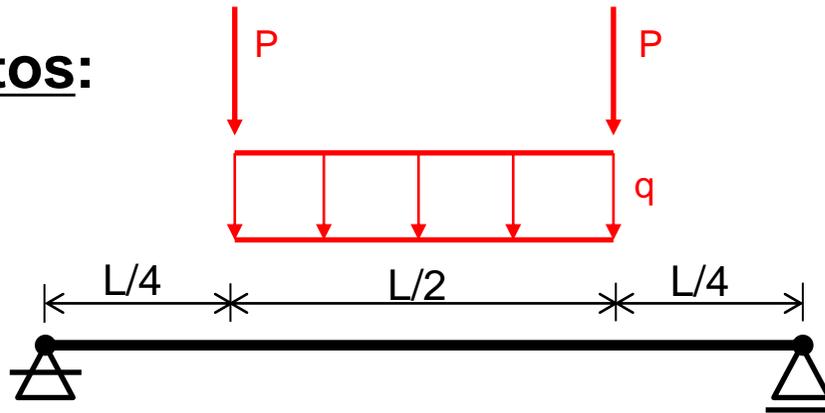
Ejercicio 1: Para la estructura de la figura, con carga pasante por G , se pide:



- 1) Trazar los **diagramas característicos**
- 2) Trazar **cualitativamente el flujo de tensiones** tangenciales de Jouravsky, indicando sentido y orden de variación. Justificar
- 3) Verificar por resistencia la **máxima tensión tangencial**
- 4) **Dimensionar el bulón** más solicitado. Justificar



Datos:



$$P = 2 \text{ kN} \quad q = 1,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$L = 6 \text{ m}$$

$$h = 200 \text{ mm}$$

$$b = 100 \text{ mm}$$

$$d = 30 \text{ mm}$$

$$t = 4,75 \text{ mm}$$

$$d_G = 3,47 \text{ cm}$$

$$d_{CC} = 8,28 \text{ cm}$$

$$J_y = 1290,87 \text{ cm}^4$$

$$J_z = 278,99 \text{ cm}^4$$

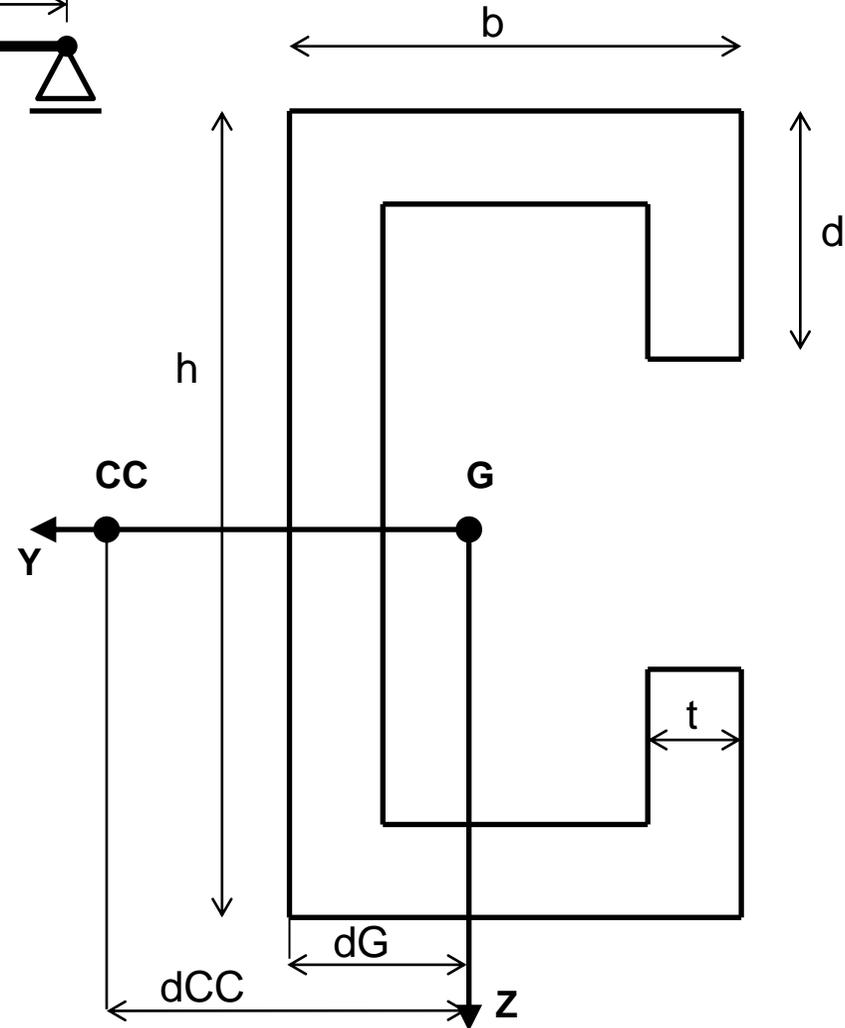
$$J_t = 1,54 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{Adm} = 24 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{Adm} = 14 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

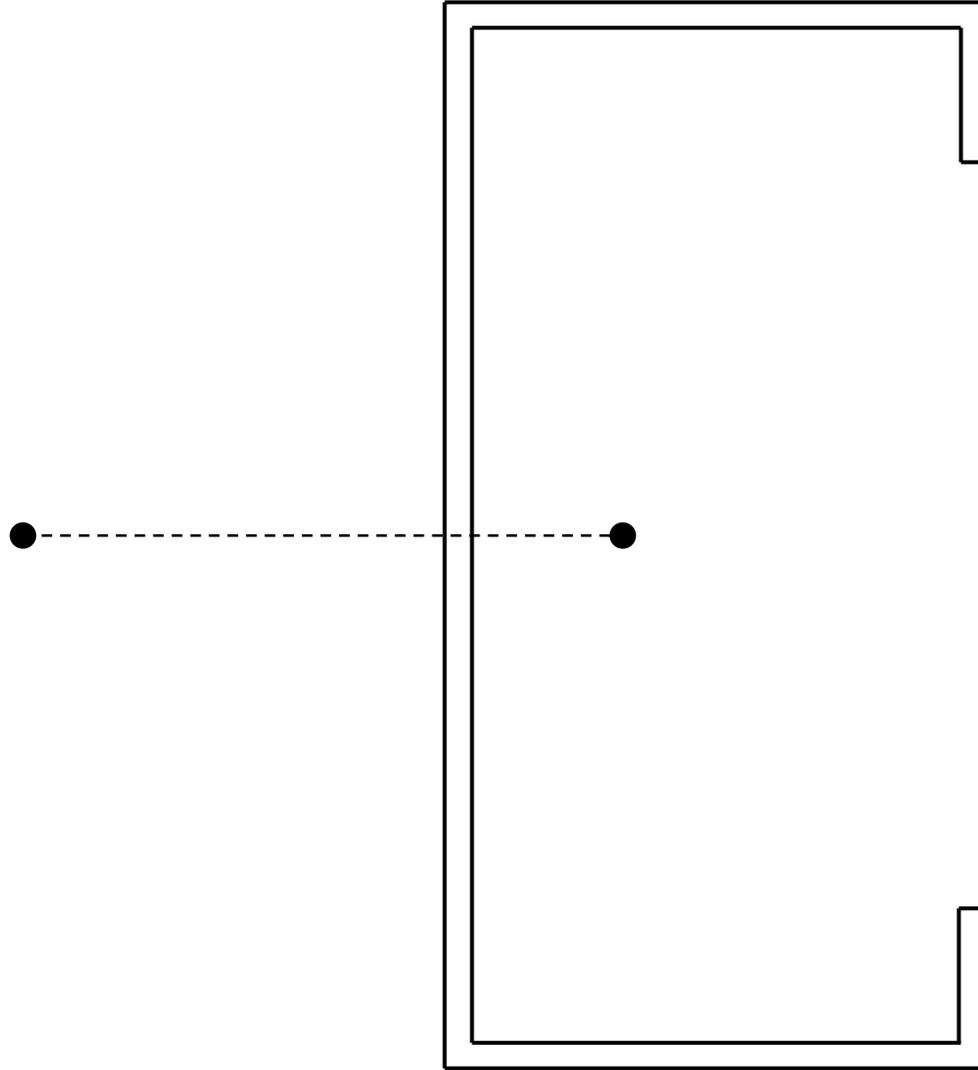
$$\tau_{AdmB} = 18 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\lambda = 20\Phi$$



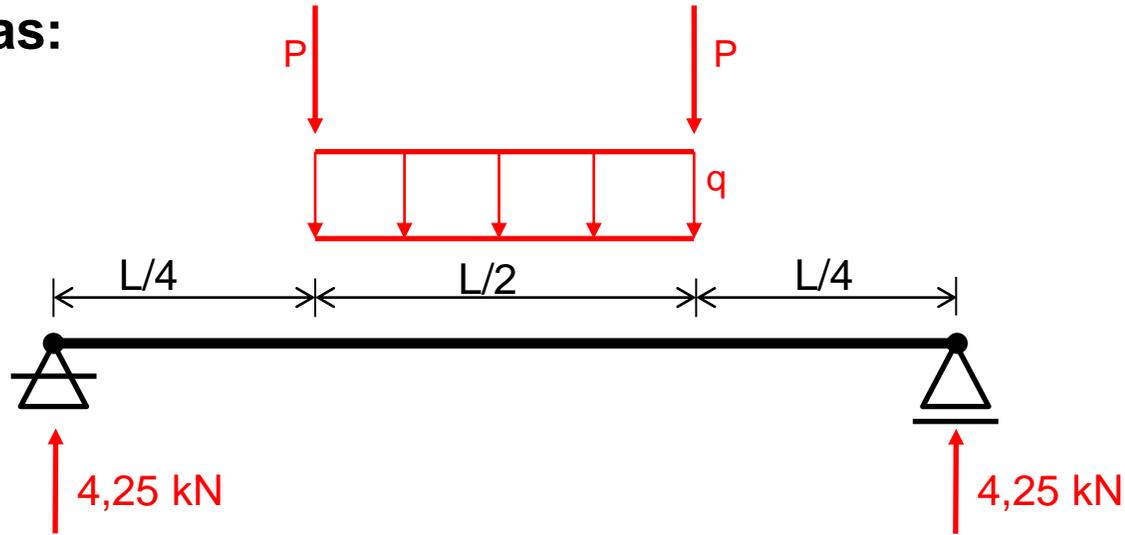


A escala:

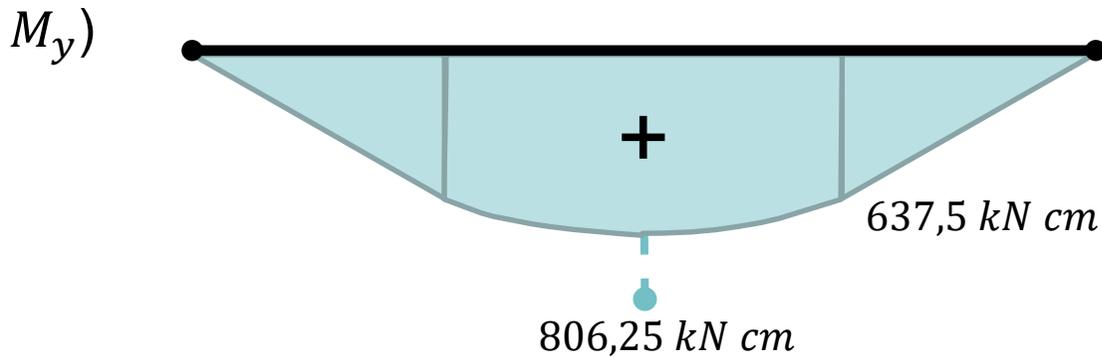
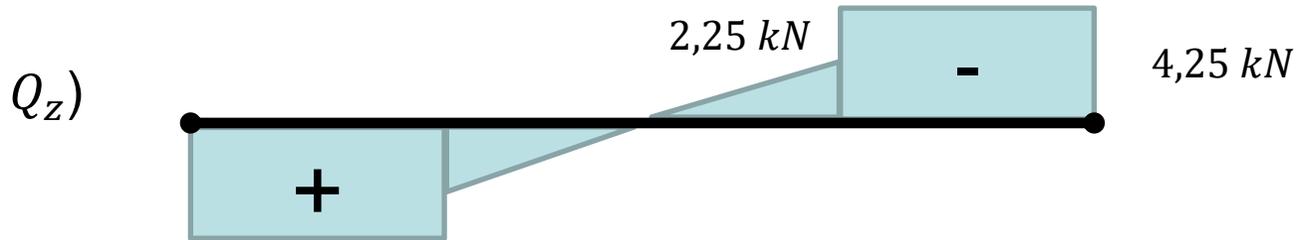




1) Diagramas:



$$\begin{aligned} P &= 2 \text{ kN} \\ q &= 1,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \\ L &= 6 \text{ m} \end{aligned}$$

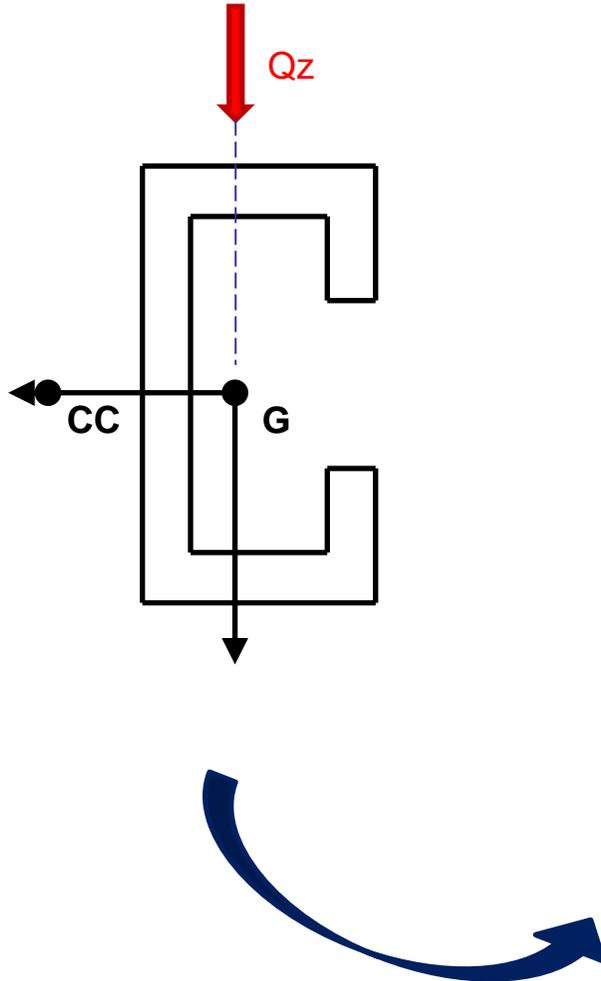


El resto de las sollicitaciones, ¿son todas nulas?

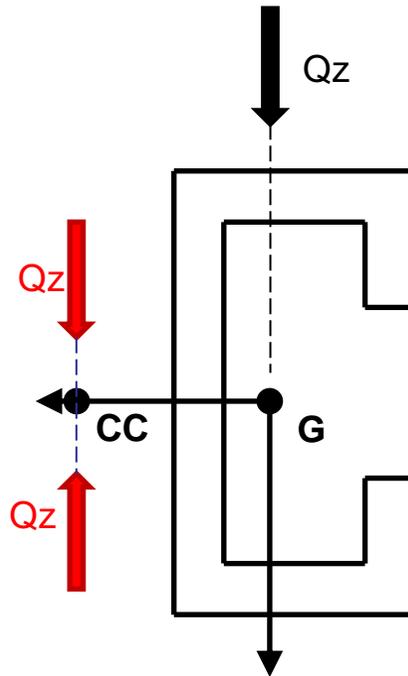




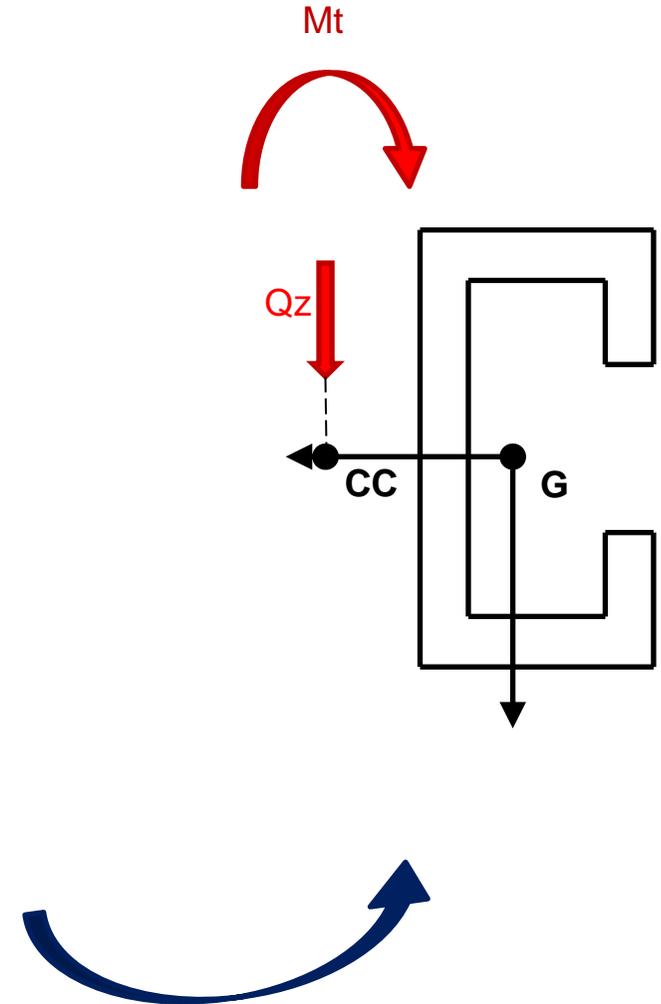
1 La carga está aplicada fuera del centro de corte



2 Trasladamos Q al CC



3 Nos resulta un Momento Torsor





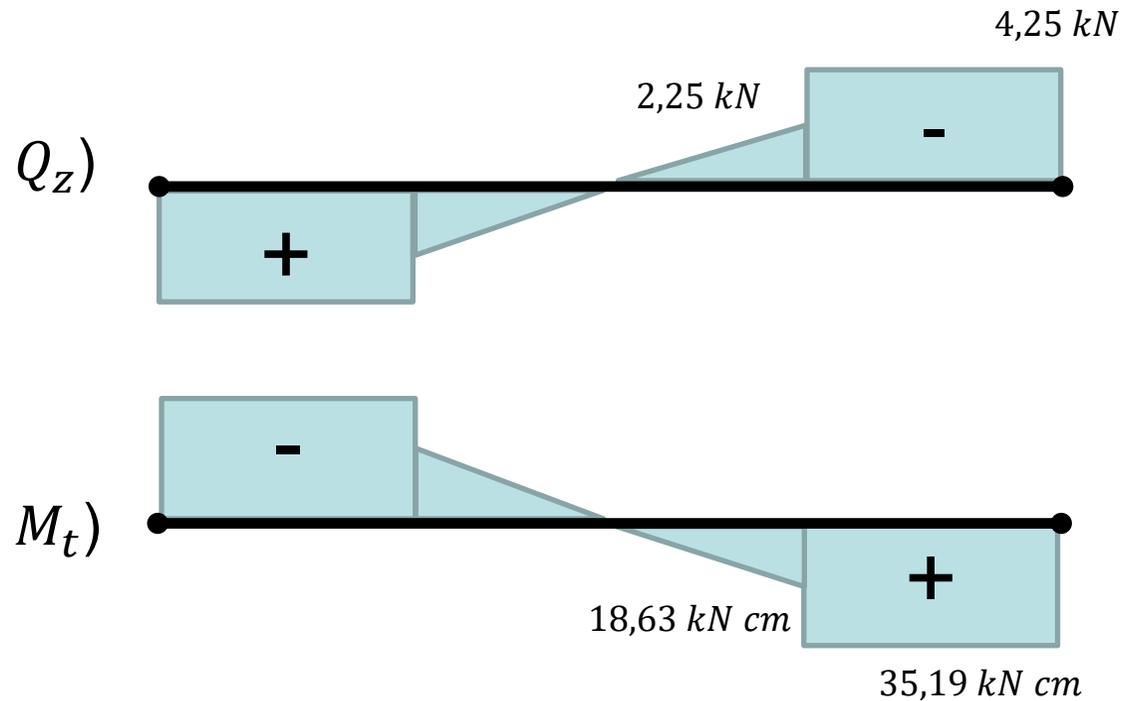
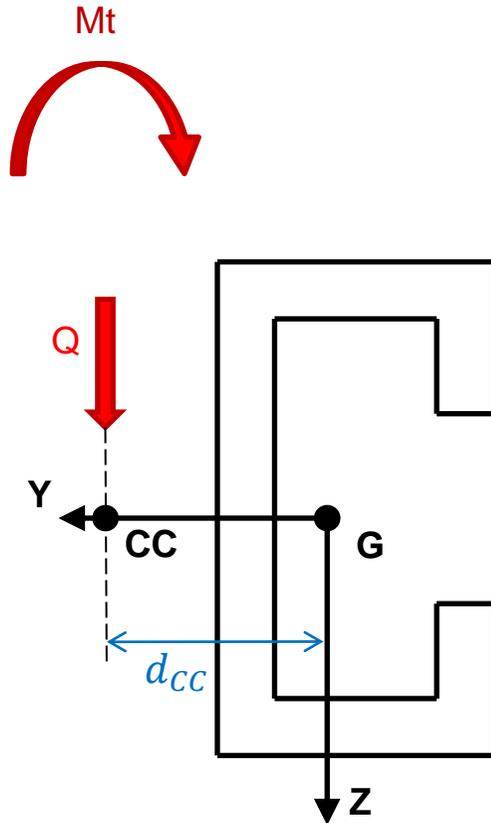
1) Diagramas:

Signo de M_t :

Vemos que cuando Q es positivo, el M_t generado es negativo, y viceversa.

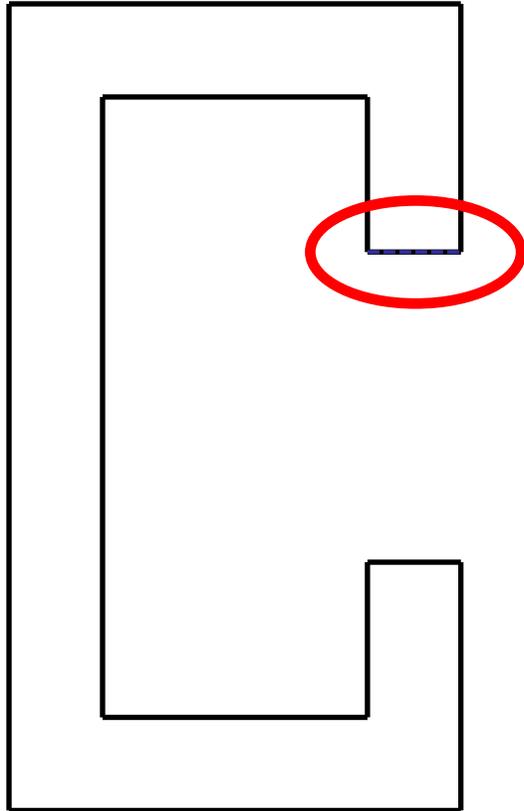
Valor de M_t :

$$M_t = Q \cdot d_{CC} \quad \text{con} \quad d_{CC} = 8,28 \text{ cm}$$



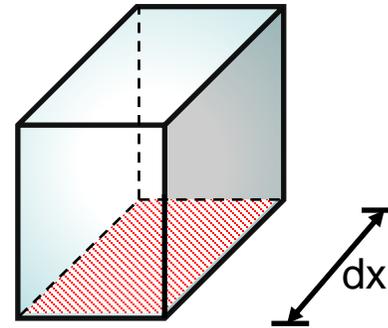


2) Flujo de Tensiones:



$$\tau_{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

Comenzamos por una de las puntas:

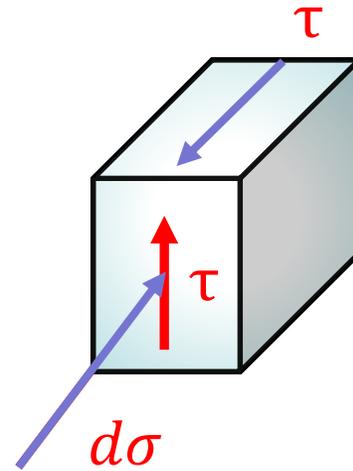
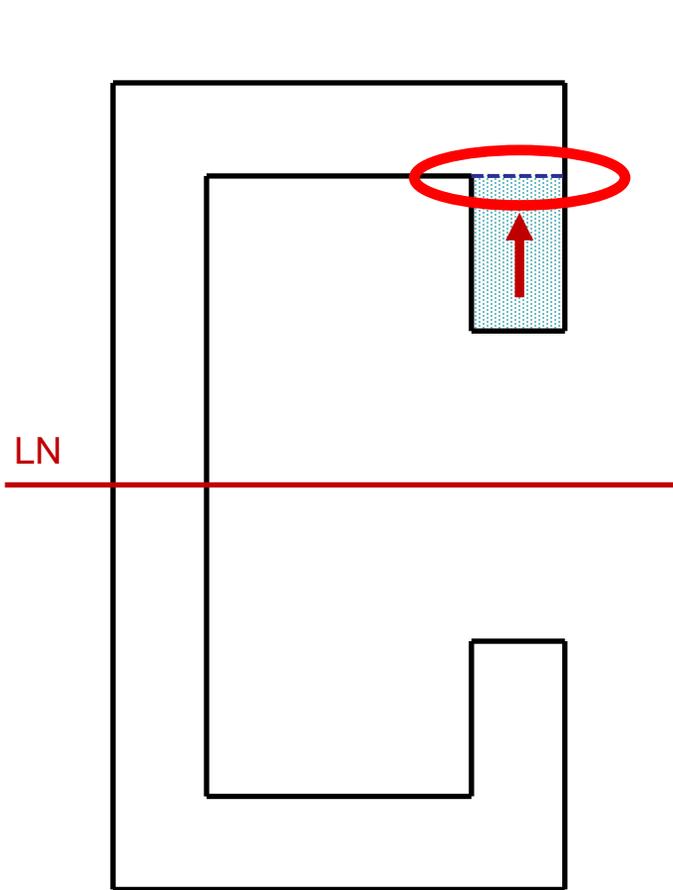


τ siempre vale 0 en las caras libres.

Por lo tanto, por el teorema de Cauchy, τ también valdrá cero en las puntas.

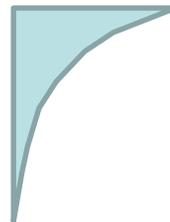


2) Flujo de Tensiones:



Orden de variación:

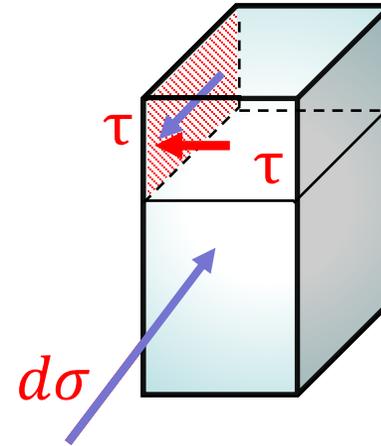
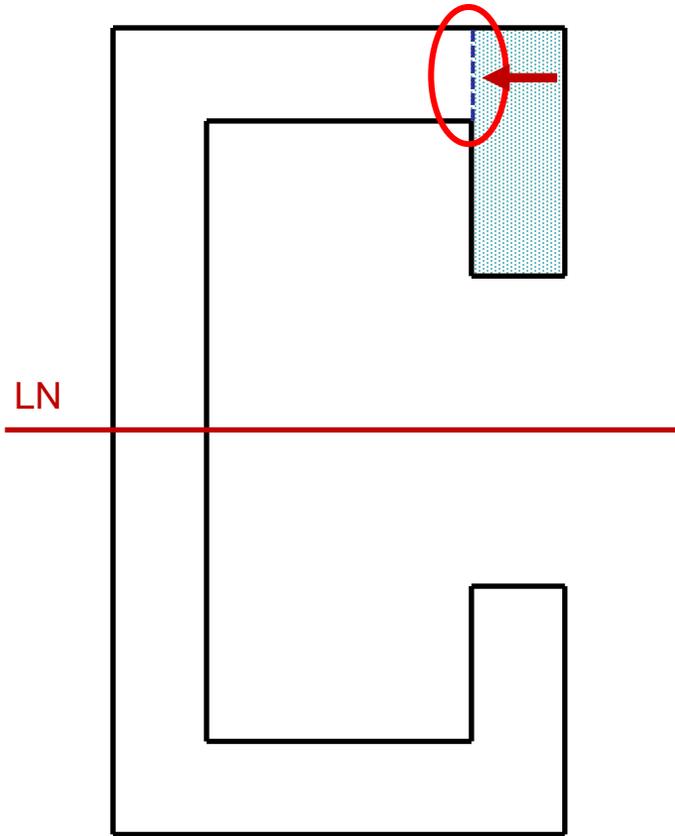
Parabólica con
pendiente creciente



Aumenta el área y aumenta la
distancia hacia la Línea Neutra.

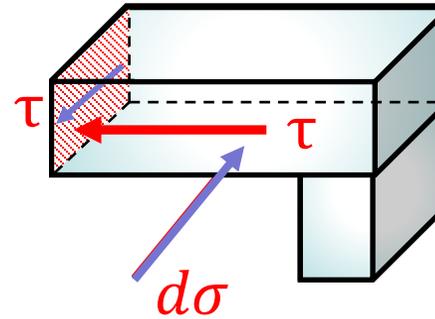
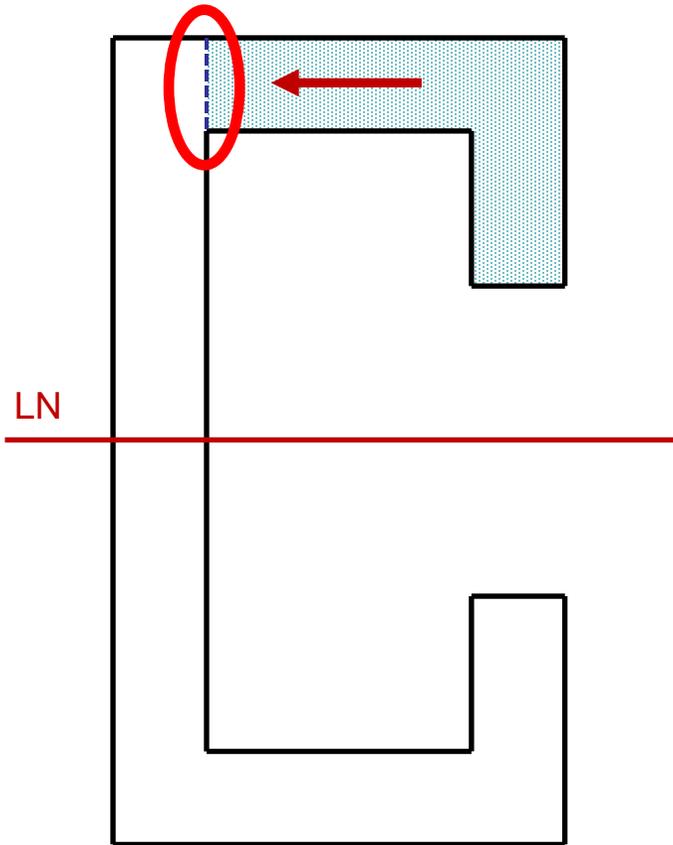


2) Flujo de Tensiones:

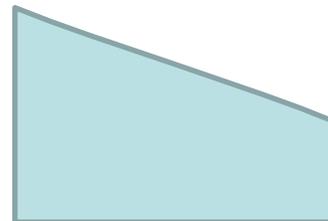




2) Flujo de Tensiones:



Orden de variación: Lineal

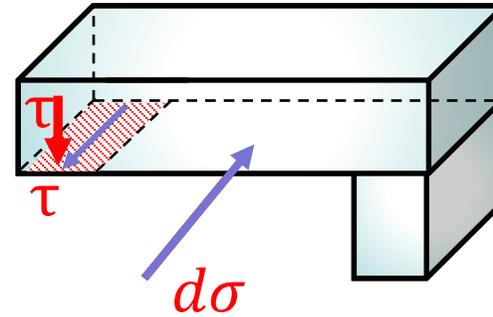
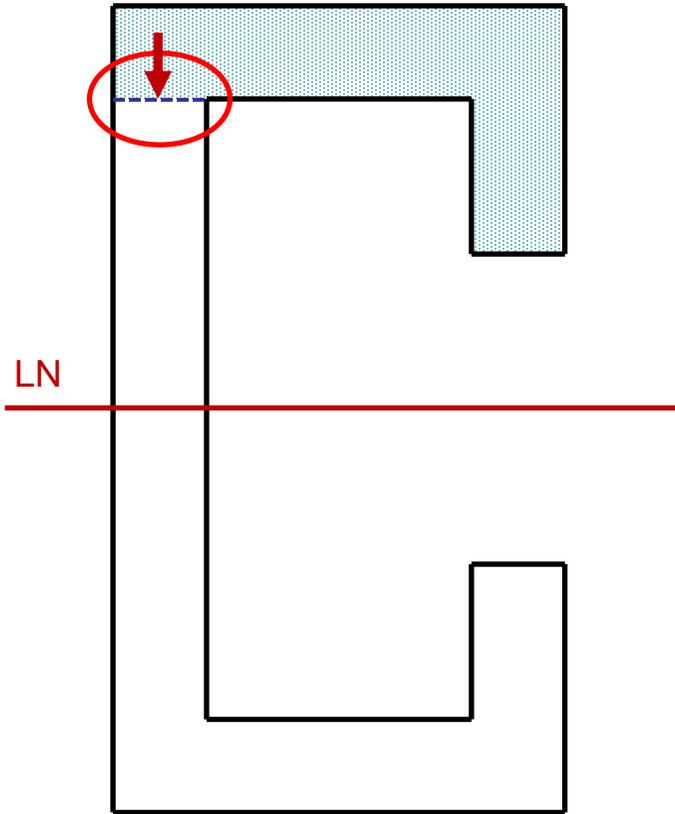


Aumenta el área y aumenta (muy de a poco) la distancia hacia la Línea Neutra.

Pero si analizamos las áreas que resbalan por separado vemos que varía linealmente.

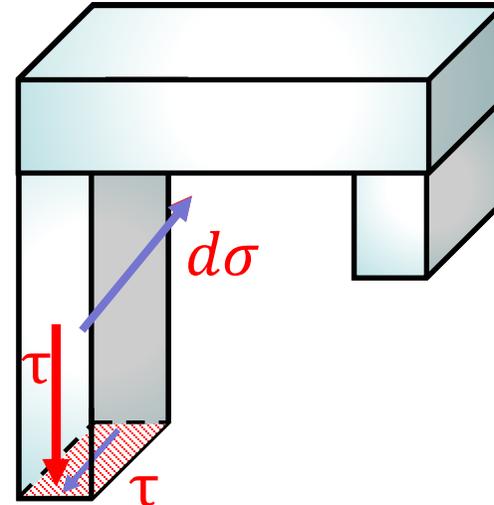
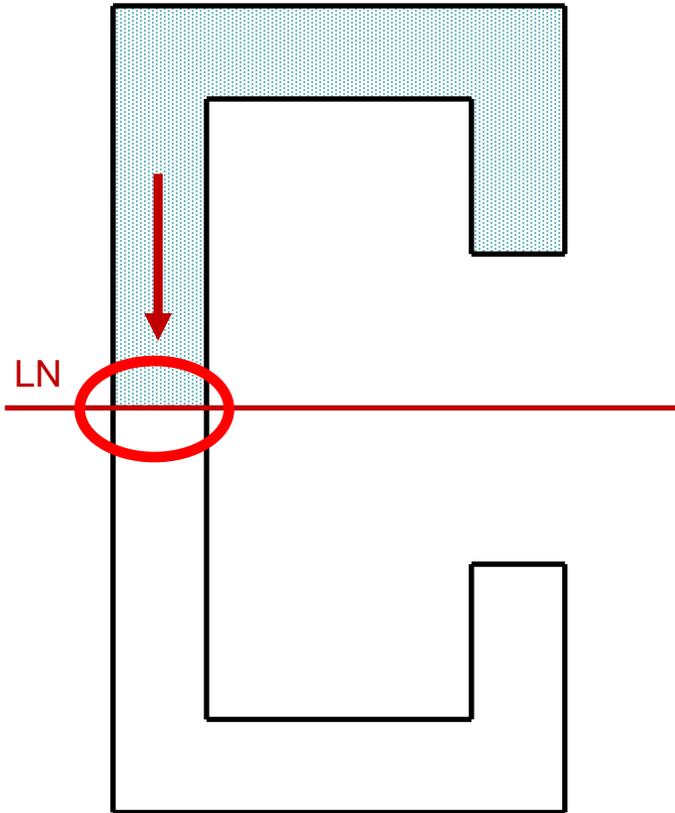


2) Flujo de Tensiones:





2) Flujo de Tensiones:



Orden de variación:

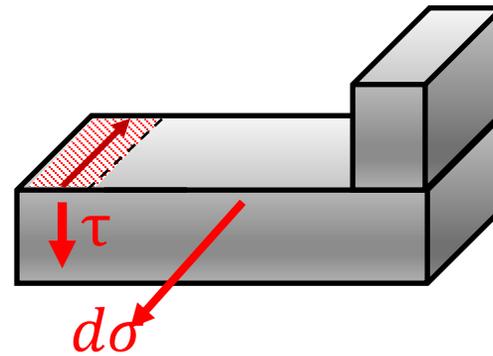
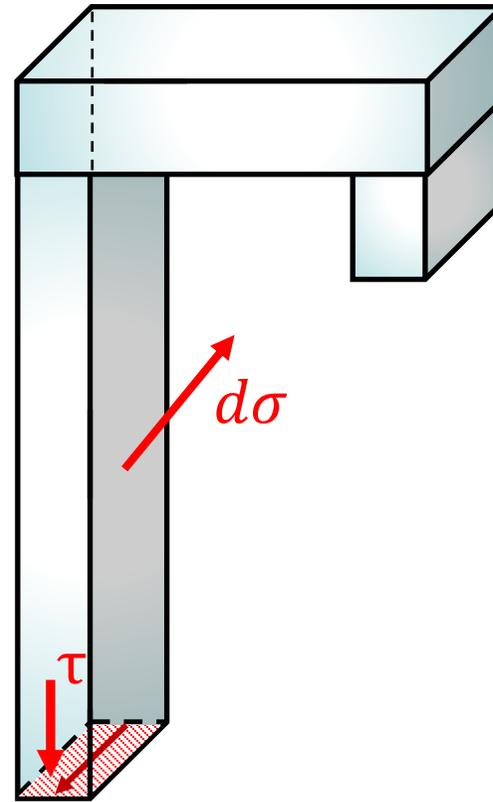
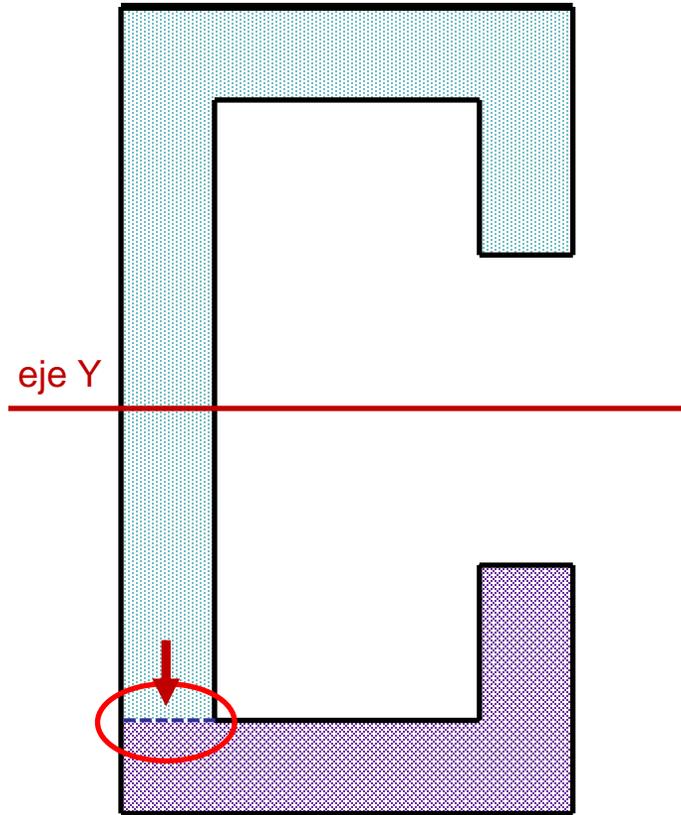
Parabólica con
pendiente decreciente

Aumenta el área y disminuye la
distancia hacia la Línea Neutra.



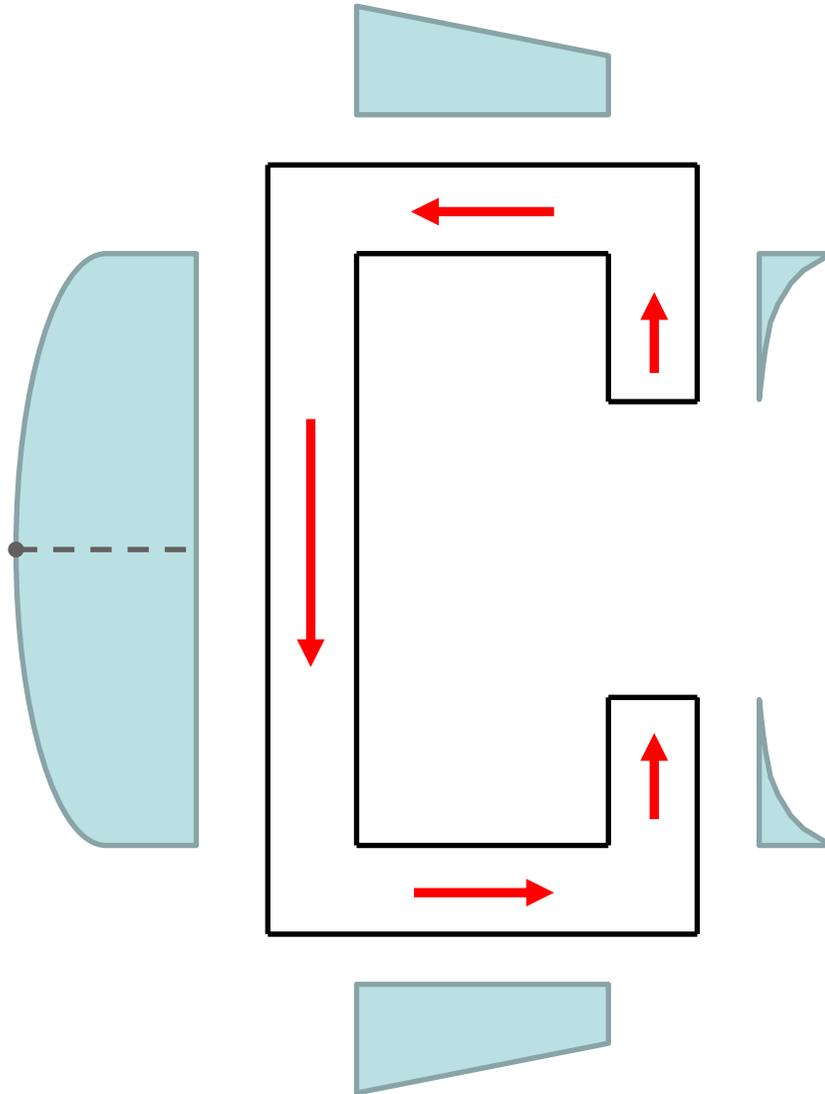


2) Flujo de Tensiones:





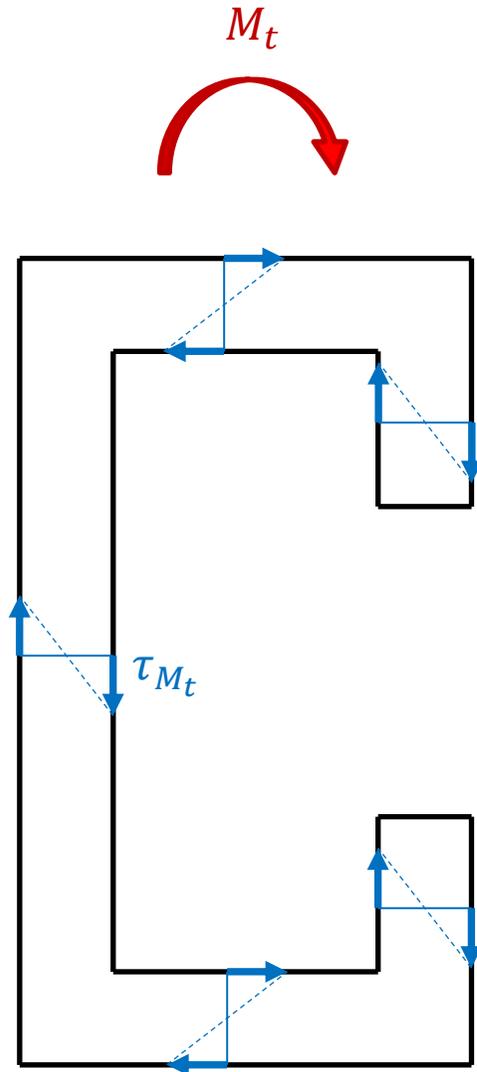
2) Flujo de Tensiones:



$$\tau_{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$



3) Tensión por torsión:



Datos: $M_t = 35,19 \text{ kN cm}$

$$J_t = 1,54 \text{ cm}^4$$

$$e = 0,475 \text{ cm}$$

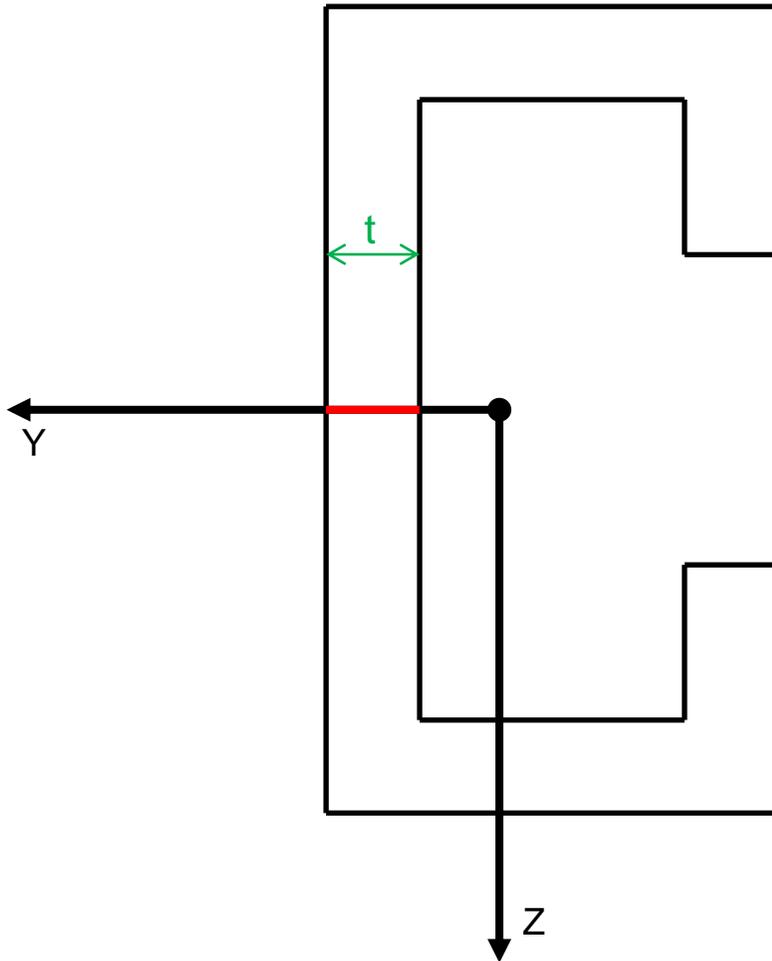
Por ser una sección abierta, calculo el τ_{M_t} con **Saint Venant**.

$$\tau_{M_t} = \frac{M_t}{J_t} \cdot e = \frac{35,19 \text{ kN cm}}{1,54 \text{ cm}^4} \cdot 0,475 \text{ cm}$$

$$\tau_{M_t} = 10,85 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$



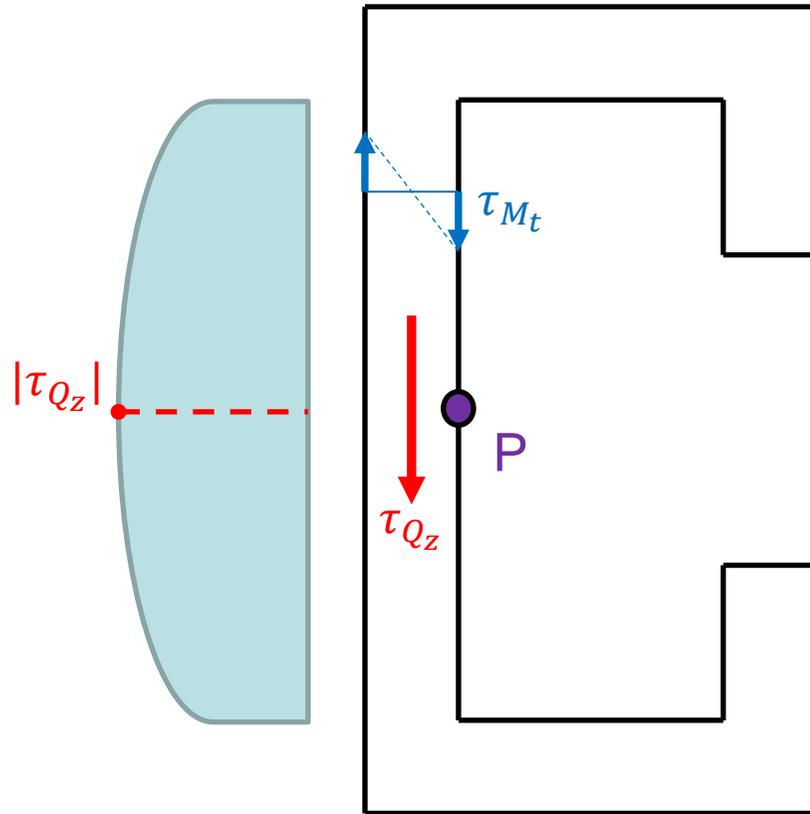
3) Máxima tensión tangencial:



- τ_{M_t} será la misma en todo el contorno de la sección por tener un **espesor constante**.
- $\tau_{Q_z MAX}$ por Jouravsky **se dará sobre el eje Y** porque en el mismo se maximiza el momento estático.



3) Máxima tensión tangencial:



La máxima tensión tangencial se da en el punto P.

Es el punto en el que se superponen las tensiones máximas del Corte y del M_t con el mismo sentido.

Por lo tanto: $\tau_P = \tau_{M_t} + \tau_{Q_z}$



3) Máxima tensión tangencial:

Datos:

$$Q_z = 4,25 \text{ kN}$$

$$J_y = 1290,87 \text{ cm}^4$$

$$b = 0,475 \text{ cm}$$

Calculo el τ_{Q_z} con
Jouravski-Colignon

$$\tau_{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

$$S^* = S^a + S^b + S^c$$

$$S^a = 0,475 \cdot (3 - 0,475) \cdot \left(10 - 0,475 - \frac{3 - 0,475}{2}\right)$$

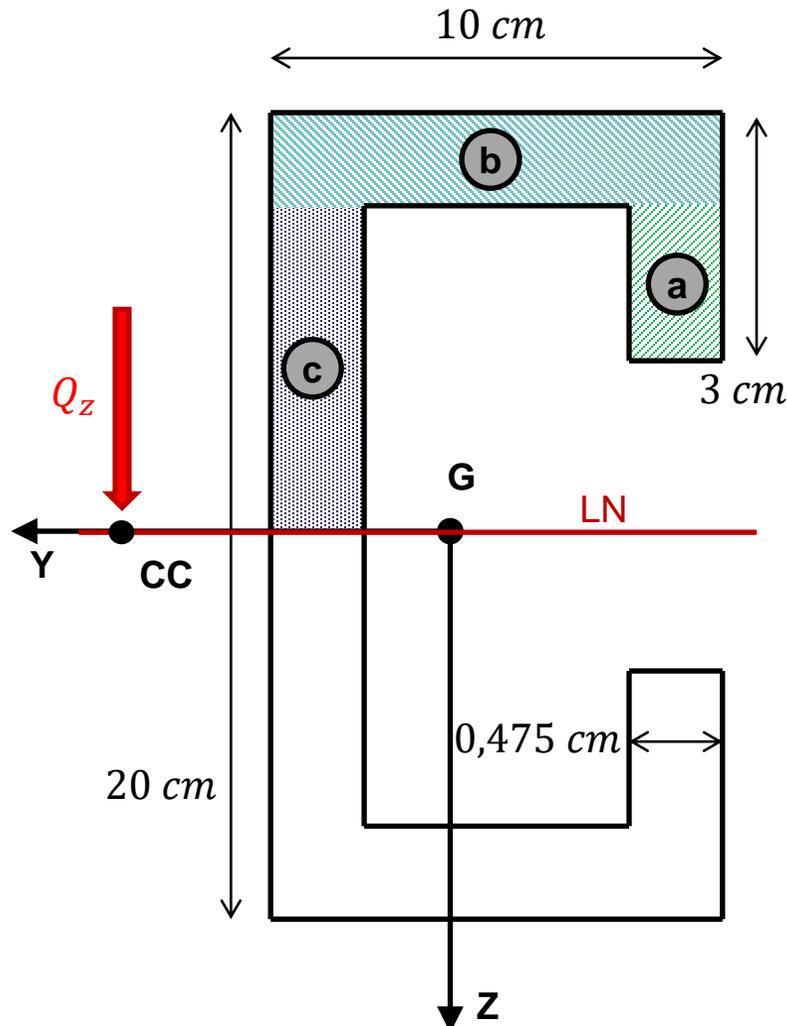
$$S^a = 9,91 \text{ cm}^3$$

$$S^b = 0,475 \cdot 10 \cdot \left(10 - \frac{0,475}{2}\right)$$

$$S^b = 46,37 \text{ cm}^3$$

$$S^c = (10 - 0,475) \cdot 0,475 \cdot \left(\frac{10 - 0,475}{2}\right)$$

$$S^c = 21,55 \text{ cm}^3$$





3) Máxima tensión tangencial:

Entonces: $S^* = S^a + S^b + S^c = 77,829 \text{ cm}^3$

$$\tau_{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b} = 0,5395 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_P = 10,85 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + 0,5395 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_P = 11,39 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

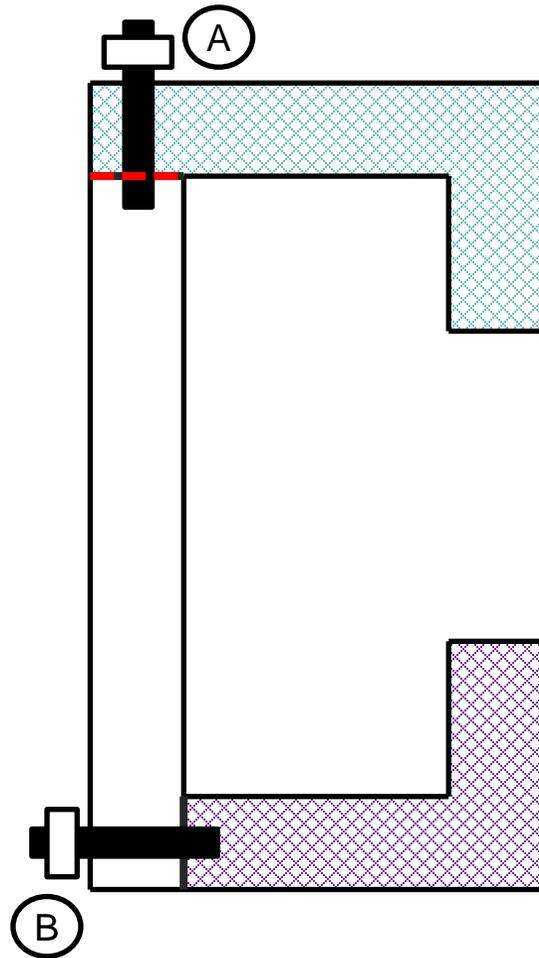
$$\tau_P < \tau_{Adm} \quad \tau_{Adm} = 14 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verifica





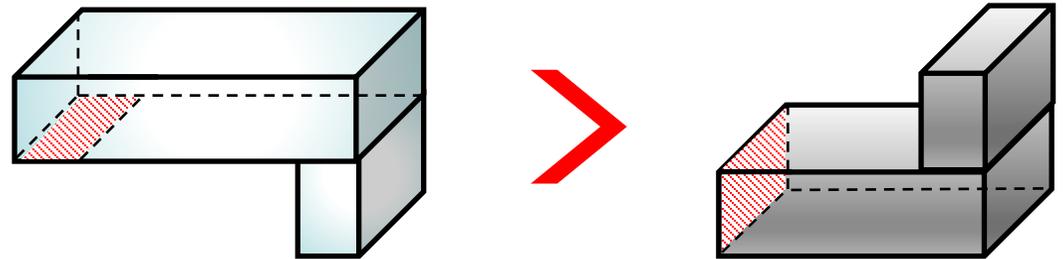
4) Dimensionar el bulón más solicitado:



Dimensionamos el bulón A o B?

El flujo de corte (momento estático) será mayor en A que en B.

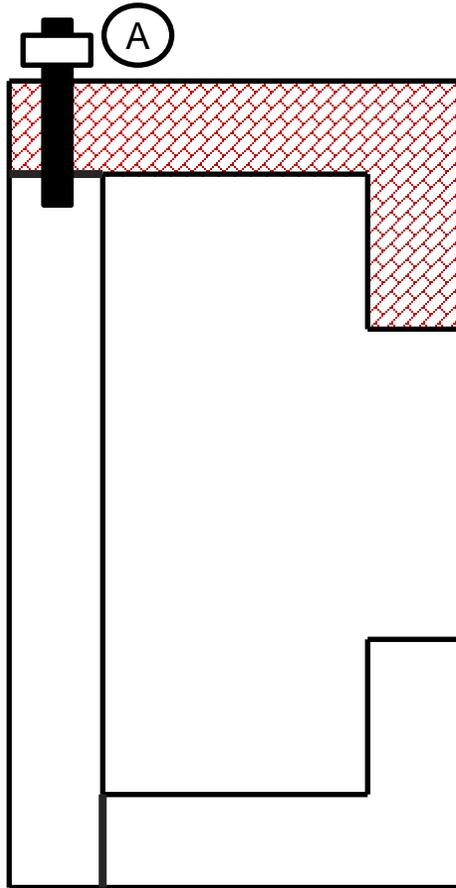
Nos damos cuenta porque el área que resbala cuando sacamos el bulón A es mayor que la que resbala con B.





4) Dimensionar el bulón más solicitado:

Para dimensionar bulones:



$$q \cdot \lambda \leq \tau_{AdmB} \cdot A_B \cdot \eta$$

q: flujo de corte
 λ : separación
 A_B : área bulón
 η : número bulones y/o planos de corte

$$\frac{Q_z \cdot S^{**}}{J_y} \cdot 20 \phi \leq \tau_{AdmB} \cdot \left(\frac{\pi \phi^2}{4} \right)$$

$$Q_z = 4,25 \text{ kN}$$

$$J_y = 1290,87 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{AdmB} = 18 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

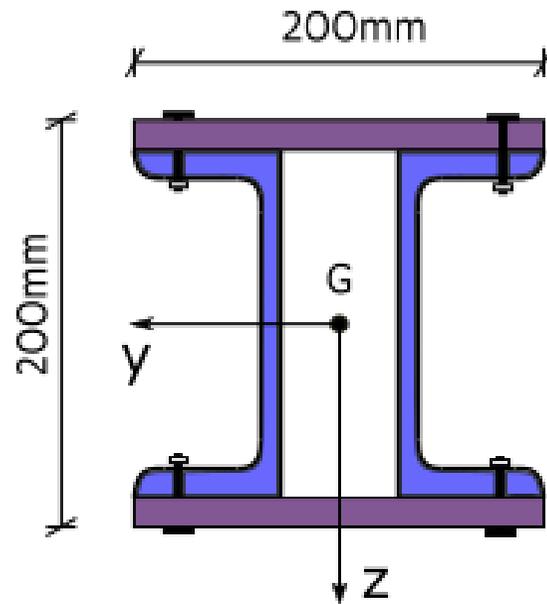
$$S^{**} = S^a + S^b = 56,28 \text{ cm}^3$$

$$\phi = \frac{Q \cdot S^{**} \cdot 20 \cdot 4}{J_y \cdot \tau_{AdmB} \cdot \pi} = \boxed{0,2621 \text{ cm}}$$



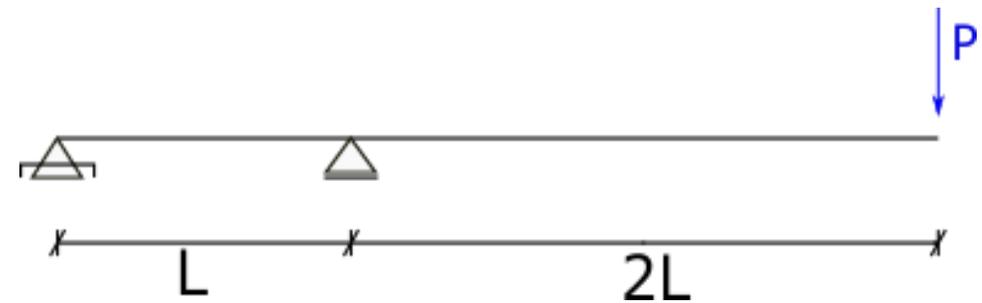
Ejercicio 2:

1. Determinar el diámetro de los bulones (ϕ) para una separación de bulones de $\lambda = 10 \phi$
2. Realizar esquemáticamente el diagrama de tensiones y flujo de tensiones tangenciales (sin valores)
3. Calcular la máxima tensión tangencial y aclarar a qué punto corresponde



Platabandas espesor: 10mm

UPN 180



$$\tau_{adm} = 100 \text{ MPa}$$

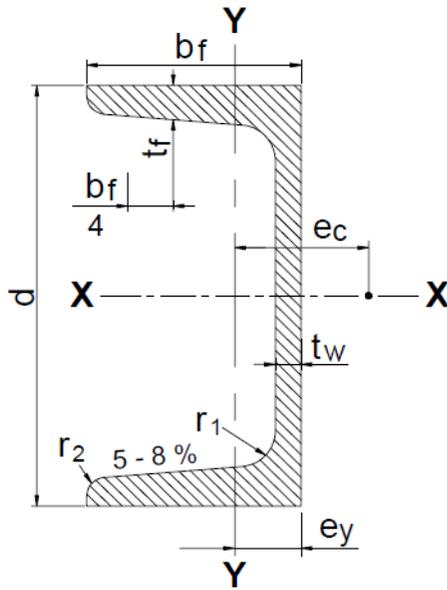
$$P = 10 \text{ kN}$$

$$L = 5 \text{ m}$$

ϕ [mm]	1.8	2.0	2.2	2.4	2.7	3.0	3.4	4.1	4.5
Calibre	12	13	14	15	16	17	18	19	20



UPN 180



$$d = 180 \text{ mm}$$

$$b_f = 70 \text{ mm}$$

$$t_f = 11 \text{ mm}$$

$$t_w = 8 \text{ mm}$$

$$e_y = 1,92 \text{ mm}$$

$$e_c = 3,75 \text{ mm}$$

$$A = 28 \text{ cm}^2$$

$$J_x = 1350 \text{ cm}^4$$

$$J_y = 114 \text{ cm}^4$$

$$J_t = 8,91 \text{ cm}^4$$

$$S_{Mx} = 89,6 \text{ cm}^3$$

$$S_{My} = 24,04 \text{ cm}^3$$

S_M : Momento estático de media sección

Aclaración: En la tabla CIRSOC aparece como "Q"

¿Que resuelvo primero? ¿Por qué?

Opción 1: Características geométricas de la sección

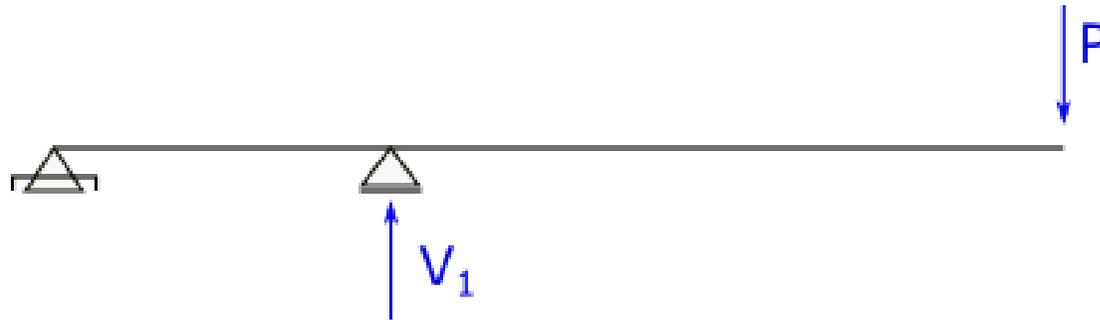
Opción 2: Resolución de la estructura



Resuelvo estructura



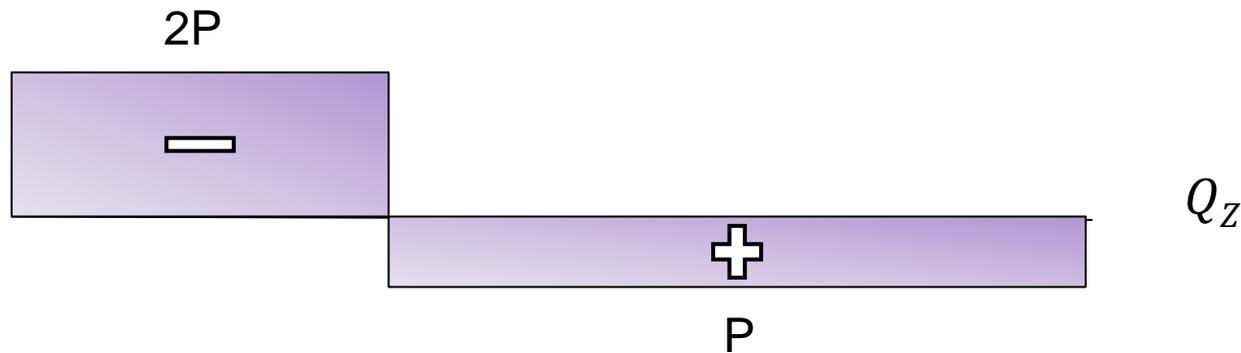
Veo que características necesito calcular



Calculo momentos desde el apoyo fijo

$$V_1 \cdot L - 3L \cdot P = 0$$

$$V_1 = 3P$$



Sección más solicitada



$$Q_z = -2P$$



Fórmula de Jouravski-Colignon

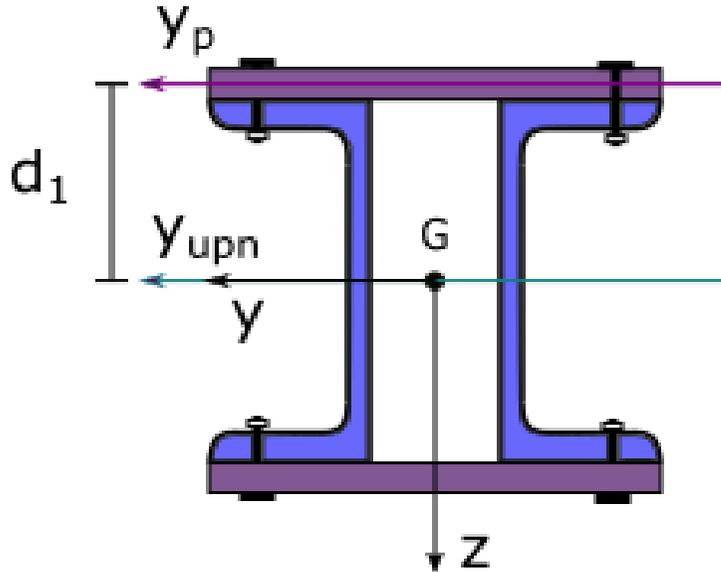
$$\tau = \frac{Q \cdot S}{J_{EN} \cdot b}$$

Como el Q es en "z",
el eje neutro es el "y"



$$\tau = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

Por lo tanto, de las características de la sección compuesta sólo debo calcular el J_y



Como el eje principal "y" del UPN y de la sección compuesta es el mismo no hay que utilizar para éste el teorema de Steiner **NO** confundir con la distancia en "z"

$$J_y = 2 \cdot (J_{y,p} + A_p \cdot d_1^2) + 2 \cdot J_{y,UPN}$$

$$J_{y,p} = \frac{e^3 \cdot l}{12} \quad A_p = e \cdot l \quad d_1 = \frac{d}{2} + \frac{e}{2}$$

$$J_y = 2 \cdot \left[\frac{(10\text{mm})^3 \cdot 200\text{mm}}{12} + 10\text{mm} \cdot 200\text{mm} \cdot \left(\frac{180\text{mm}}{2} + \frac{10\text{mm}}{2} \right)^2 \right] + 2 \cdot 1350\text{cm}^4 \quad \Rightarrow \quad J_y = 6313,33\text{cm}^4$$



Dimensionamiento de los bulones

Los bulones deben evitar el resbalamiento entre la platabanda y los perfiles. La fuerza solicitante producida por el corte debe ser menor a la fuerza que resisten los bulones

$$F_R > F_S$$

$$\tau_{adm} \cdot A_b \cdot \eta > \frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda$$

¡Observación!

Trabajaremos en módulo

Valores ya determinados:

$$Q_z = 2P = 20 \text{ kN}$$

$$\lambda = 10 \varnothing$$

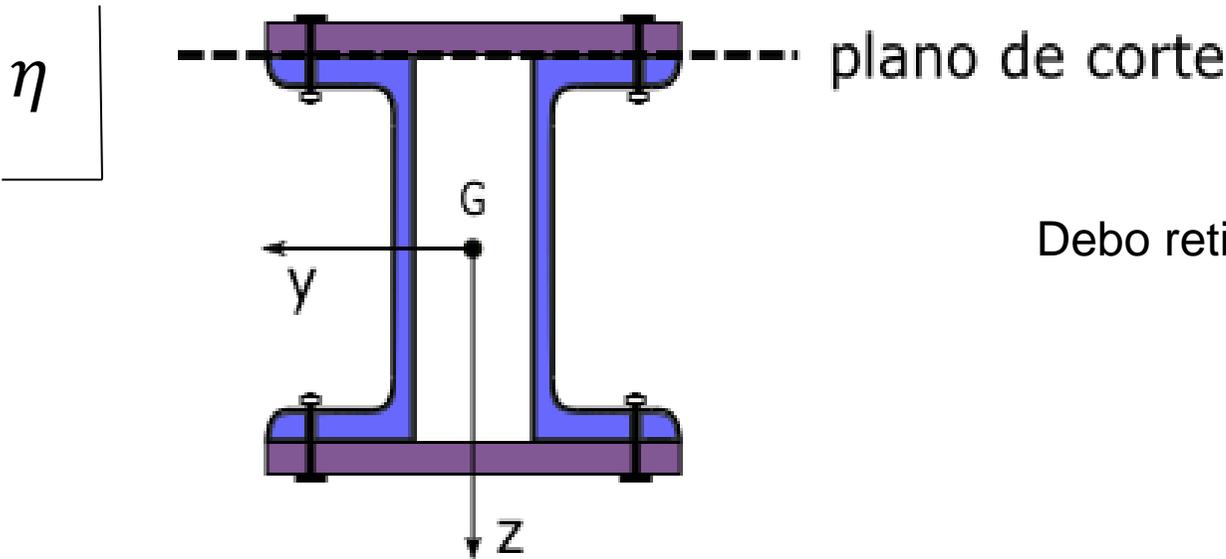
$$J_y = 6313,33 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{adm} = 100 \text{ MPa} = 10 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_b = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}$$

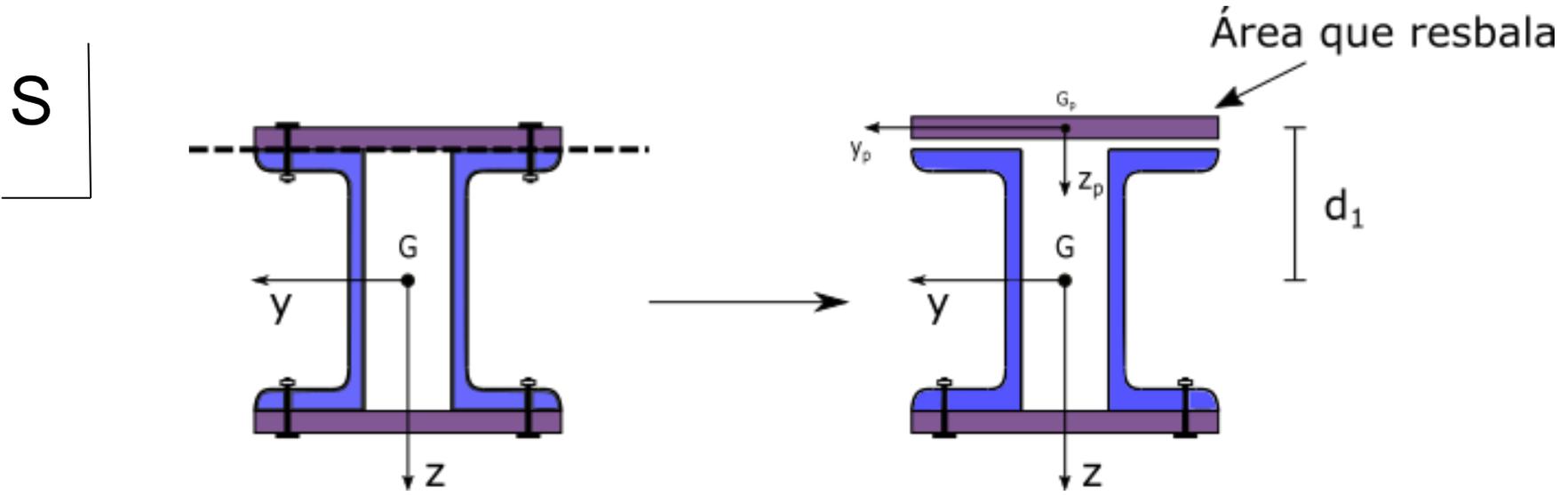


Falta determinar S y η



Debo retirar dos bulones:

$$\eta = 2$$



$$S = A_p \cdot d_1 = 10mm \cdot 200mm \cdot \left(\frac{180mm}{2} + \frac{10mm}{2} \right) = 190cm^3$$

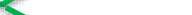


$$\tau_{adm} \cdot A_b \cdot \eta > \frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda$$

$$A_b > \frac{Q \cdot S}{J \cdot \tau_{adm} \cdot \eta} \cdot 10 \cdot \phi$$

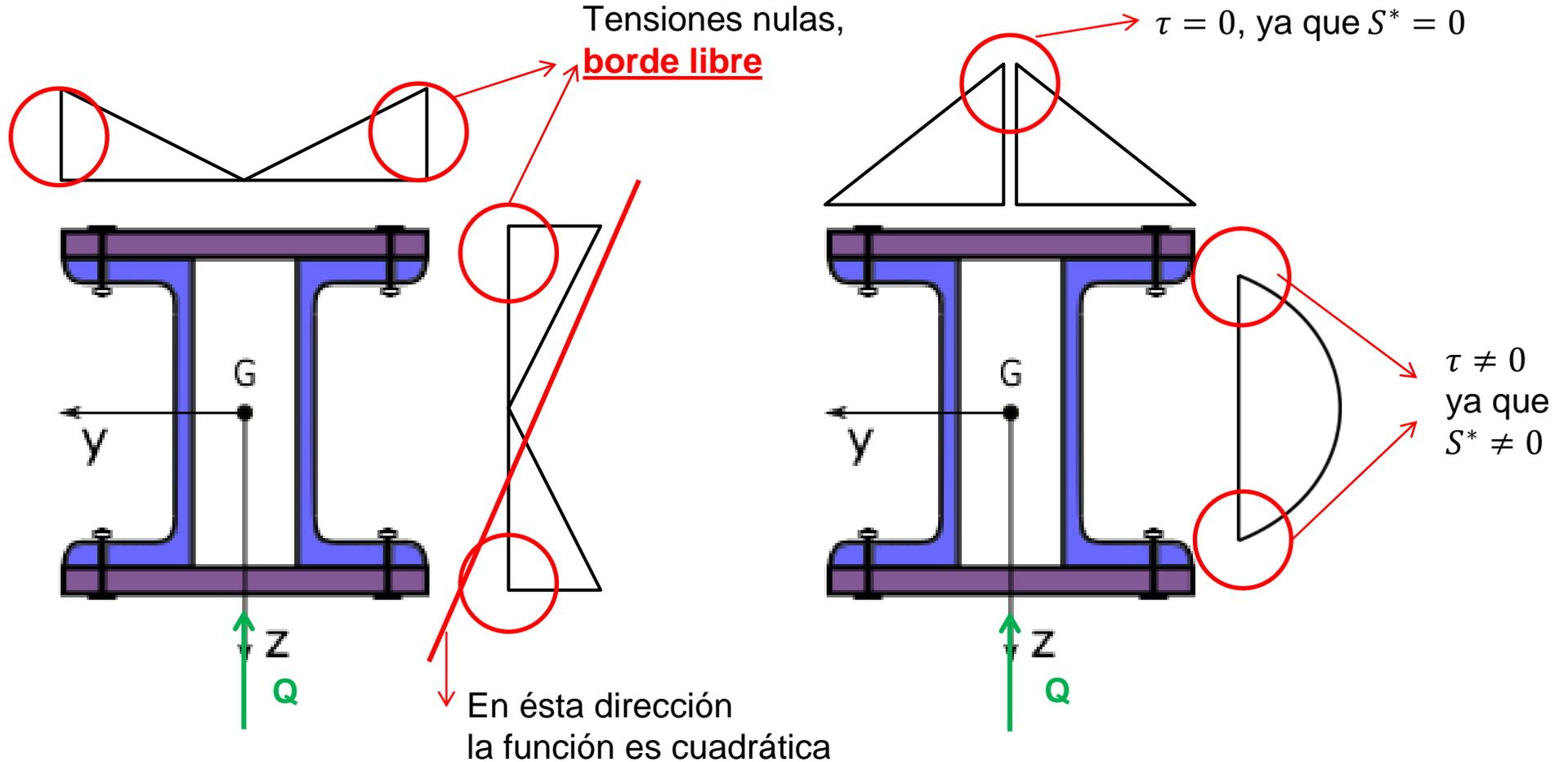
$$\frac{\frac{\pi \cdot \phi^2}{4}}{\phi} > \frac{Q \cdot S}{J \cdot \tau_{adm} \cdot \eta} \cdot 10$$

Para el caso límite 
$$\phi_{lim} = \frac{Q \cdot S}{J \cdot \tau_{adm} \cdot \eta} \cdot \frac{10 \cdot 4}{\pi} = \frac{20 \text{ kN} \cdot 190 \text{ cm}^3 \cdot 40}{6313,33 \text{ cm}^4 \cdot 10 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 2 \cdot \pi}$$

$\phi_{lim} = 3,832 \text{ mm}$  Diámetros comerciales  $\phi = 3,4 \text{ mm}$  $\phi = 4,1 \text{ mm}$ ¿Cual elijo?

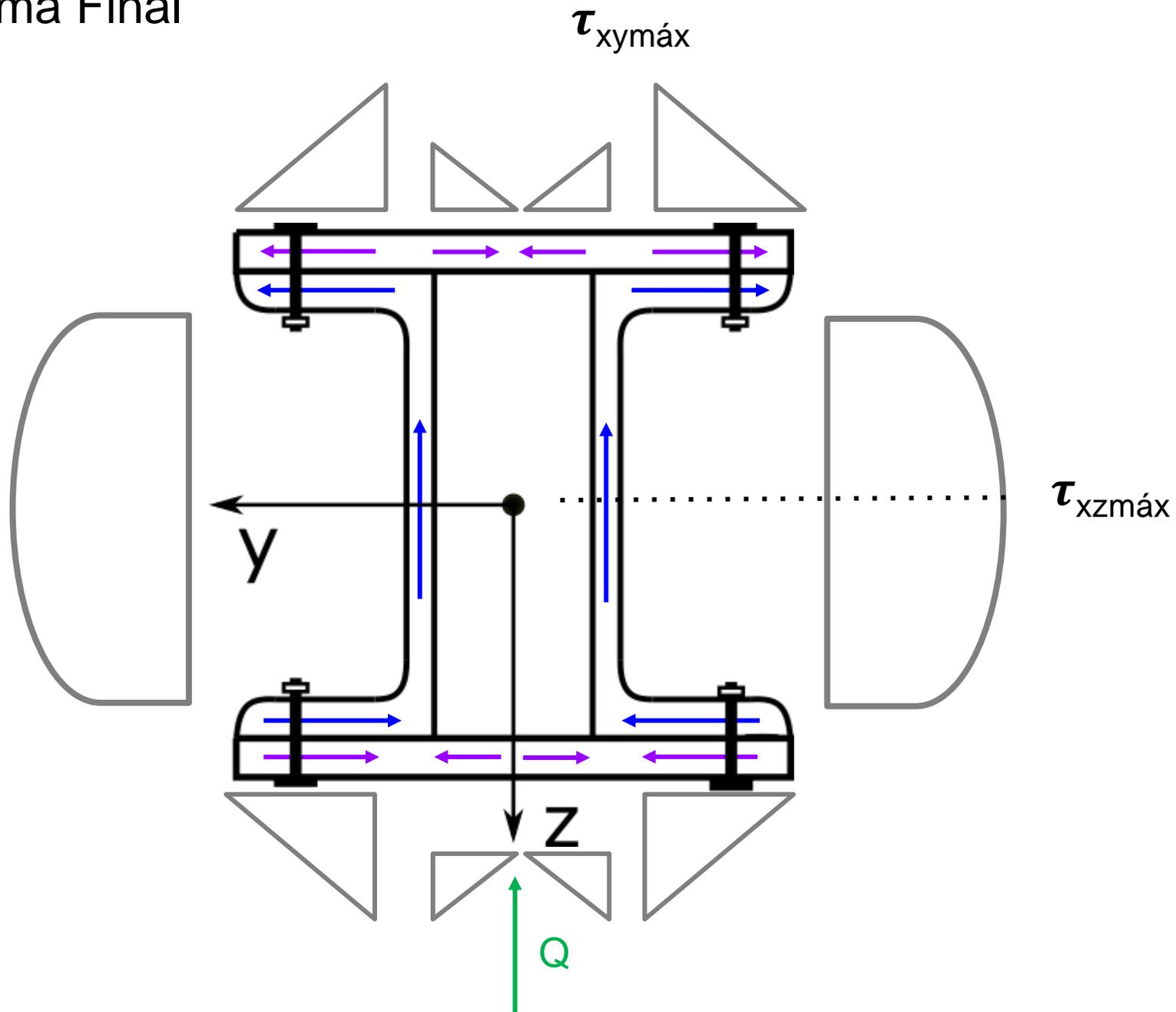


Propuesta de diagramas de Tensiones



¿Se generan tensiones por torsión? ¿Por qué?

Diagrama Final



Cálculo máxima tensión tangencial



Calculo los valores máximos $\tau_{xy\text{máx}}$ y $\tau_{xz\text{máx}}$, y veo cuál es mayor

$$S_{xy} = (t_f + e) \cdot (b_f - t_w) \cdot \left(\frac{d}{2} + e - \frac{t_f + e}{2} \right) = 116,53 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q \cdot S_{xy}}{J_y \cdot (t_f + e)} = 0,176 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

¡Observación!

En general, la tensión máxima se encuentra en concordancia con el eje neutro, ya que en éste punto se maximiza el momento estático.

Igualmente se recomienda verificar ambos

$$S_{xz} = e \cdot l \cdot \left(\frac{d}{2} + \frac{e}{2} \right) + 2 \cdot S_{M,y} = 369,2 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{xz} = \frac{Q \cdot S_{xz}}{J_y \cdot 2 \cdot t_w} = 0,731 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{\text{máx}} = 0,731 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$