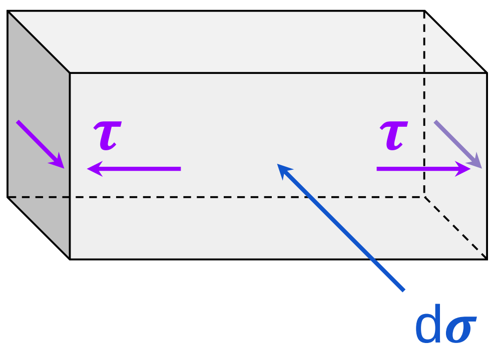
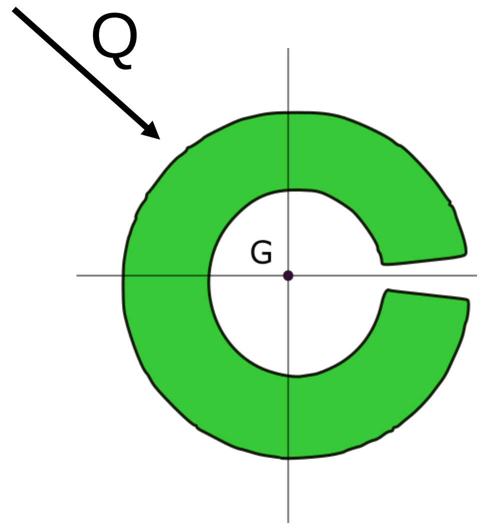
# Solicitación por Corte (Flexión Variable)



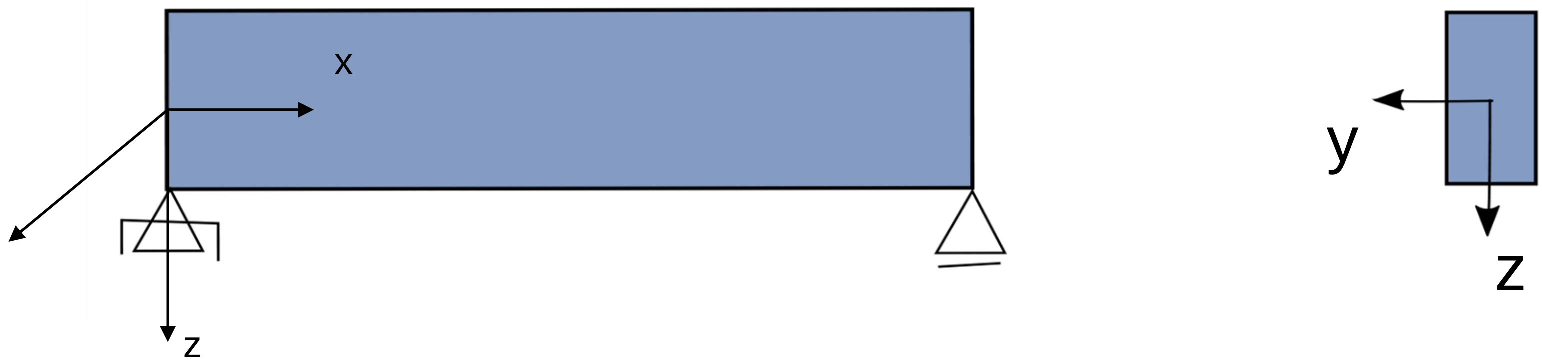




Constanza Ruffinelli – Tania Poletilo – Manuela Medina – Bautista Chesta
Marcos Spinella

Universidad de Buenos Aires Estabilidad II flopez@fi.uba.ar / aterlisky@fi.uba.ar

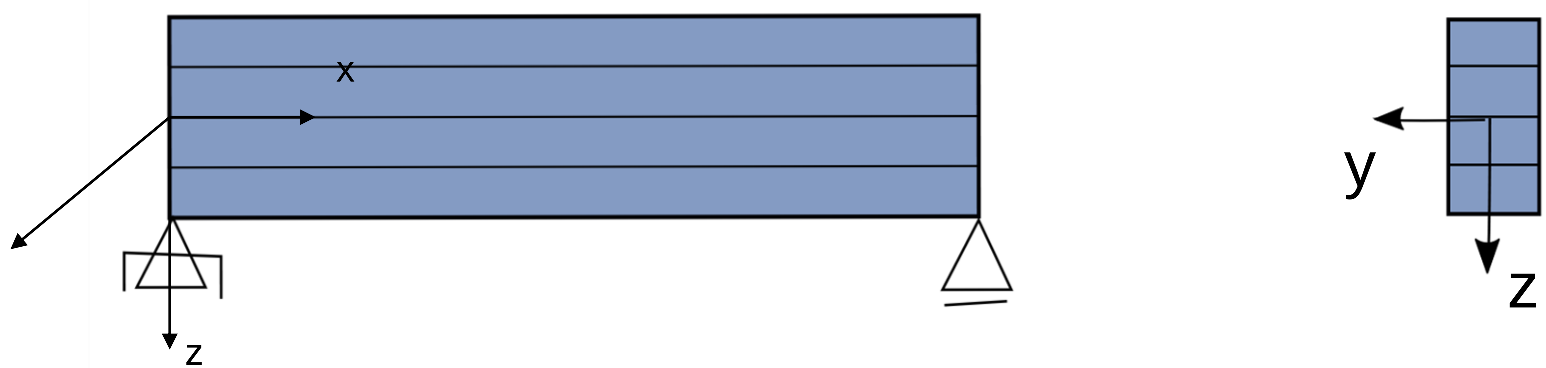
## Repaso teórico

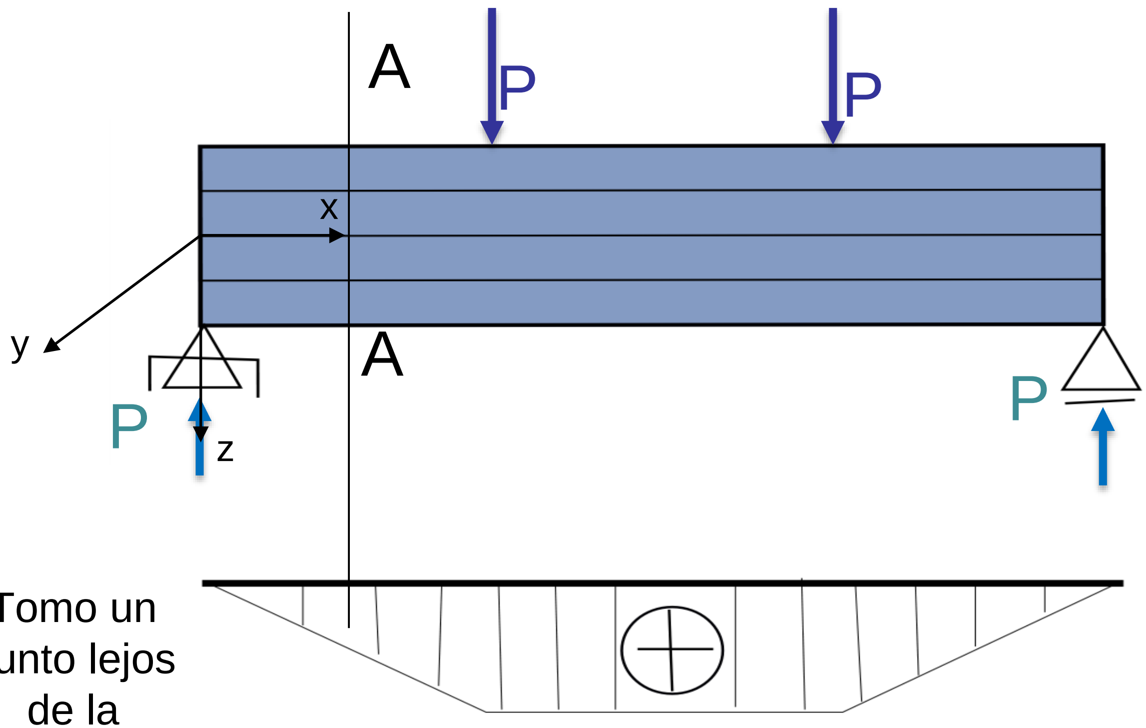
1.

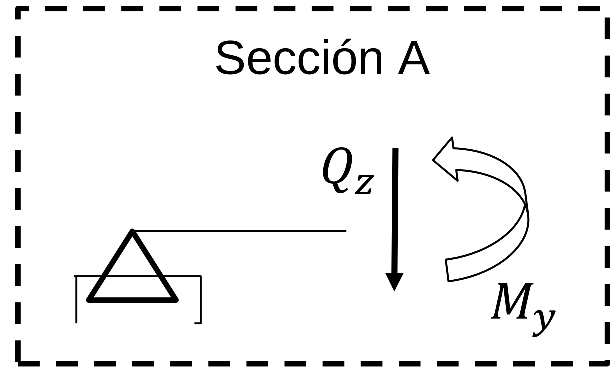



El Jy de la sección total es mucho más grande que 4 veces el Jy de las partes. En particular la primera barra (maciza) resiste n veces más!

2.






Tomo un punto lejos de la discontinuidad

$$M_{y\,max} = \frac{P.L}{3}$$

Si estas 4 tablas están unidas, trabajan como única sección

Analicemos la fuerza que aparece en estas uniones entre tablas

Fig.1

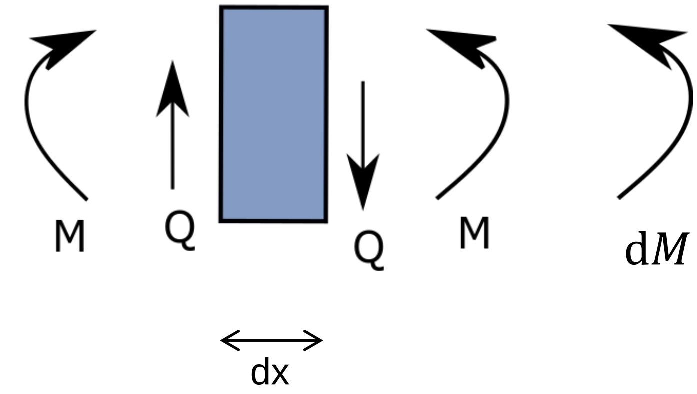
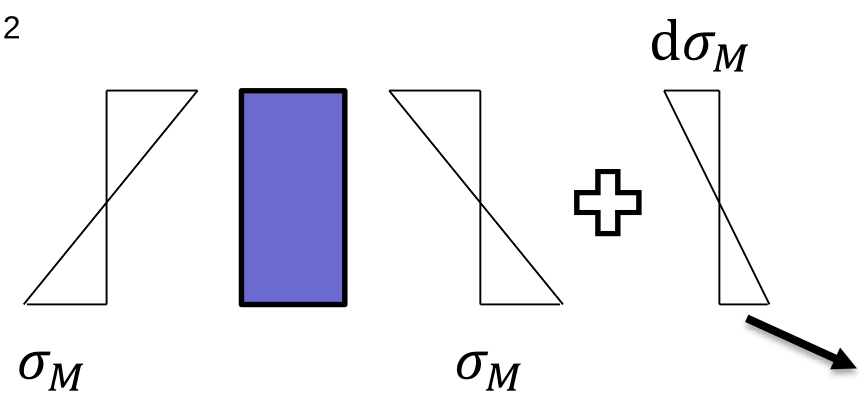



Fig.2




El $\tau$ es el
que equilibra

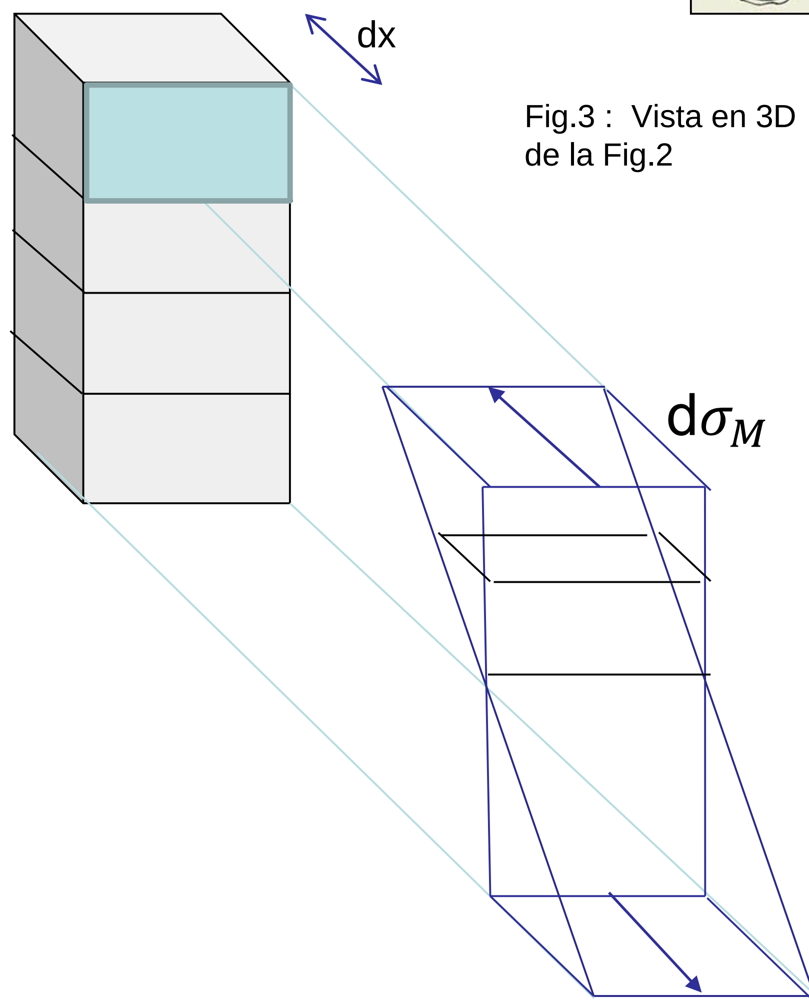
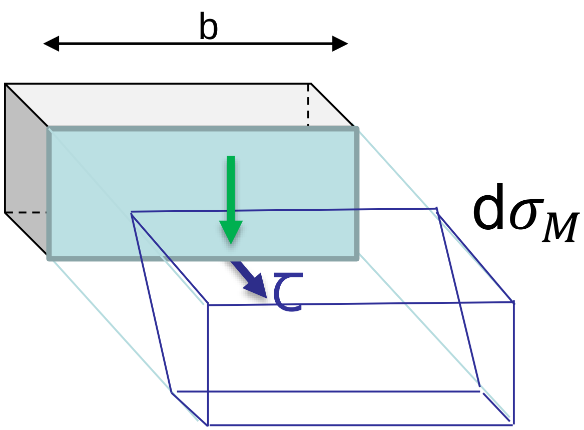



Fig.3 : Vista en 3D de la Fig.2




Aparece una tensión tangencial $\tau$ en la cara de abajo para equilibrar la compresión d$\sigma_M$.

Lo calculo con Jourasvki

(Zhuravski, Žuravskij Jourawski, Жура́вский) (/ʒwravski/)

$$\tau = \frac{Q \cdot S^*}{J \cdot b}$$

Por Cauchy lo llevo a la sección celeste

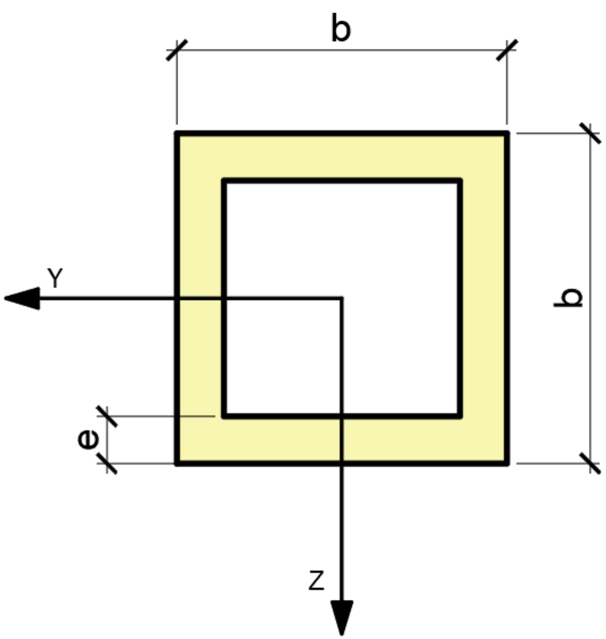
Es importante recordar que si $\tau$ concurre a la arista entonces $\tau$ también, y ambos tienen el mismo módulo

# Ejercicio 1:

a) **Reacciones de vínculo y diagrama de características**

b) **Dimensionar perfil a flexión**

c) **Para la sección más solicitada a esfuerzo de corte trazar los diagramas de tensiones tangenciales, analizando ley de variación en cada caso y para cada elemento de la sección, detallando valores característicos**





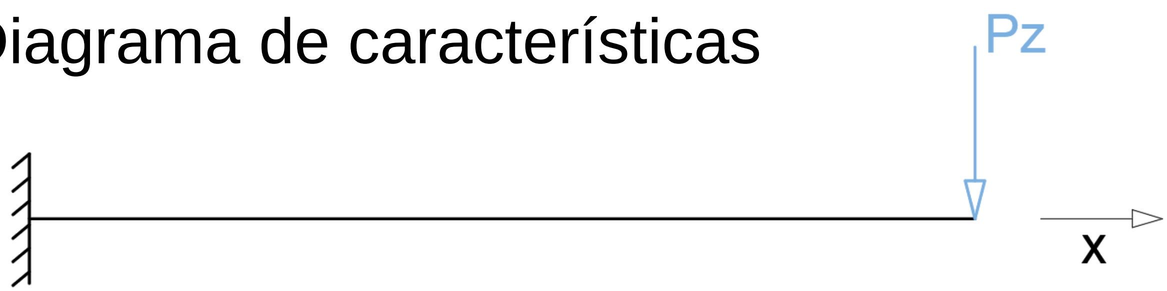
Datos:

$b = ?$ $L = 2m$ $\sigma_{adm} = 15\ kN/cm^2$

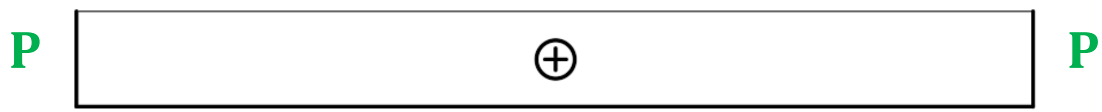
$P = 12\text{kN}$ $\tau_{adm} = 8.66\ kN/cm^2$

# a) Reacciones de vínculo y diagrama de características

## Diagrama de características




Qz)




My)

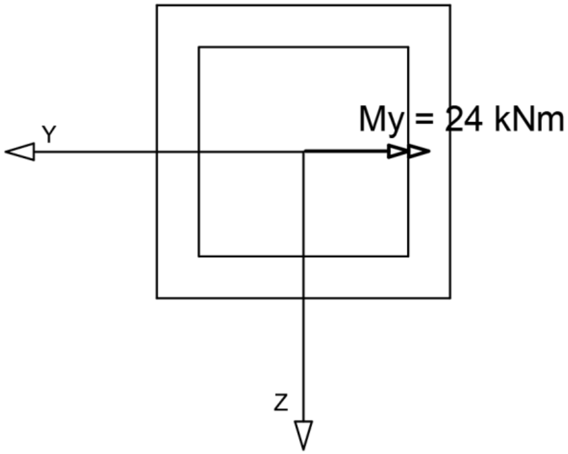

Sección más solicitada

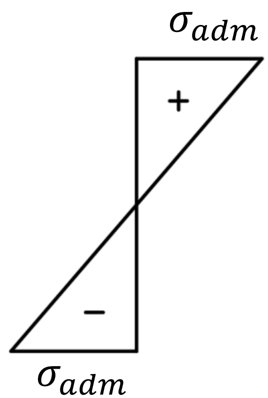
$$Q_z = Pz = 12kN$$

$$My = P.L = 24kNm$$

# b) Dimensionar perfil a flexión

## Se dimensiona la sección de acuerdo a la Teoría de Flexión




Flexión simple (N=0)
Flexión recta (Momento aplicado en eje principal de inercia)

$$\sigma_{adm} = \frac{My}{Jy} * Zmáx$$

$$15\ \frac{kN}{cm^2} = \frac{2400kNcm * b}{0.0492\ b^4}$$

$$b = 15\ cm$$

$$Jy = \frac{b * b^3}{12} - \frac{(b-2e) * (b-2e)^3}{12}$$

$$Adopto\ e = 0.1b$$

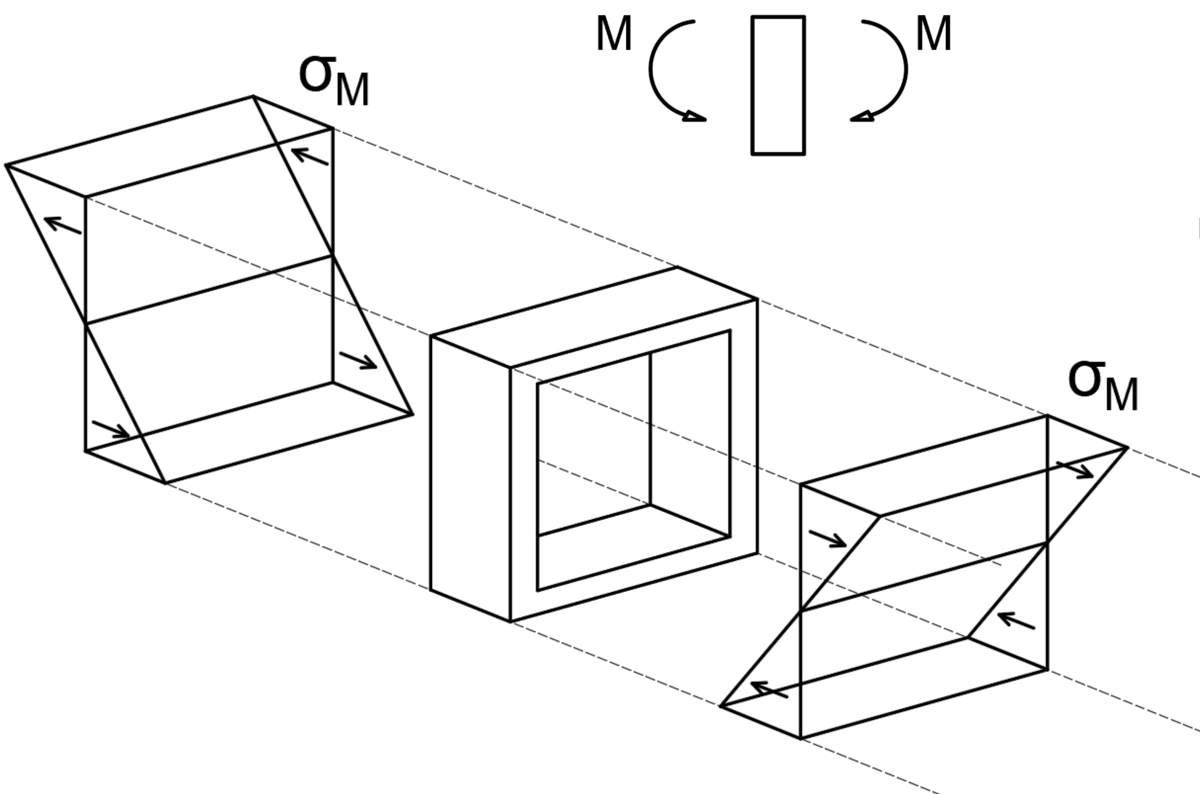
$$Jy = \frac{b^4}{12} - \frac{0.8b * (0.8b)^3}{12} \Rightarrow Jy = 0.0492\ b^4$$

# b) Trazar los diagramas de tensiones tangenciales

## Se verifica la sección a solicitación de corte

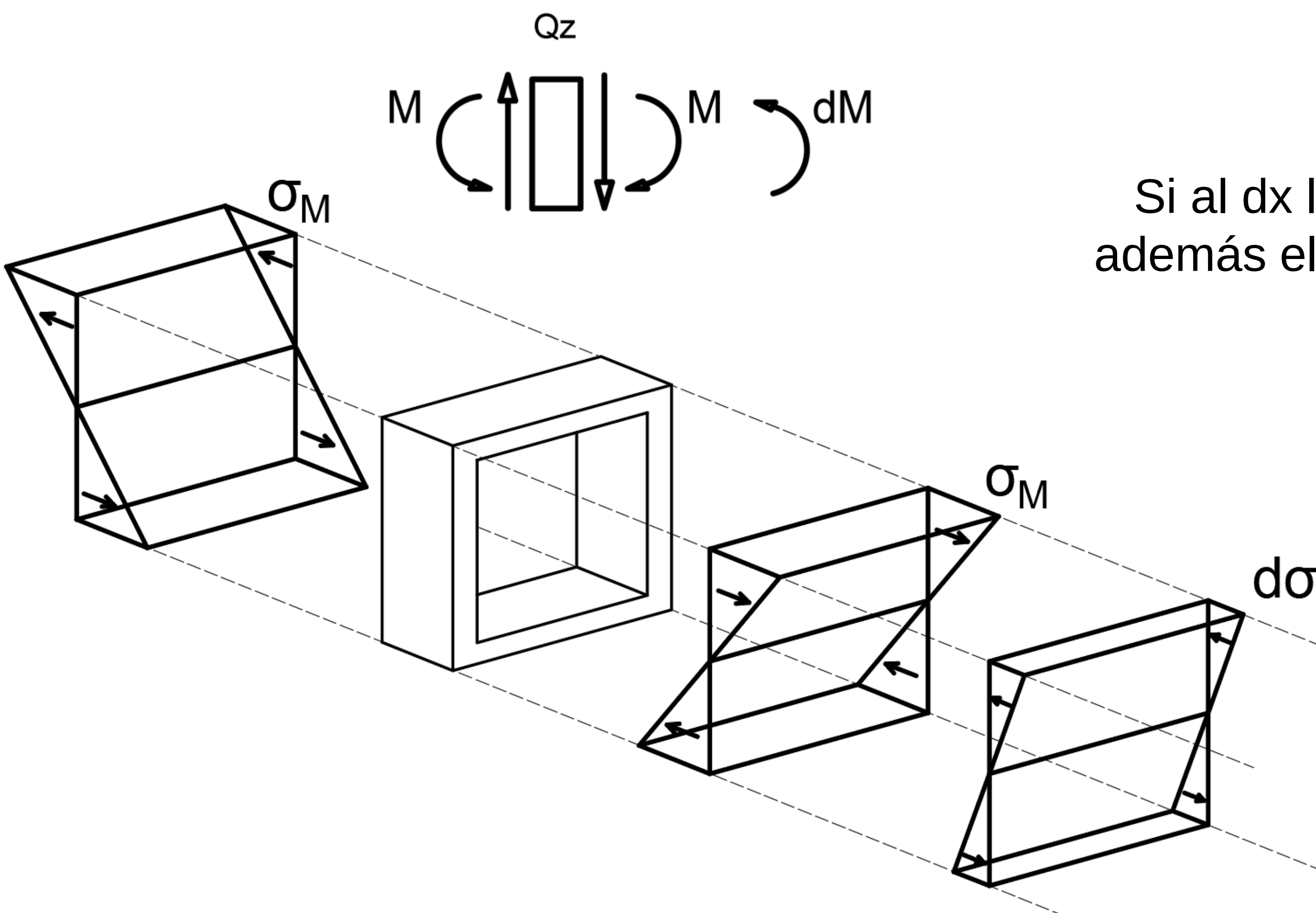
Como el corte es constante a lo largo de la barra, se estudia una sección cualquiera

## Diagrama de tensiones longitudinales debidas al corte



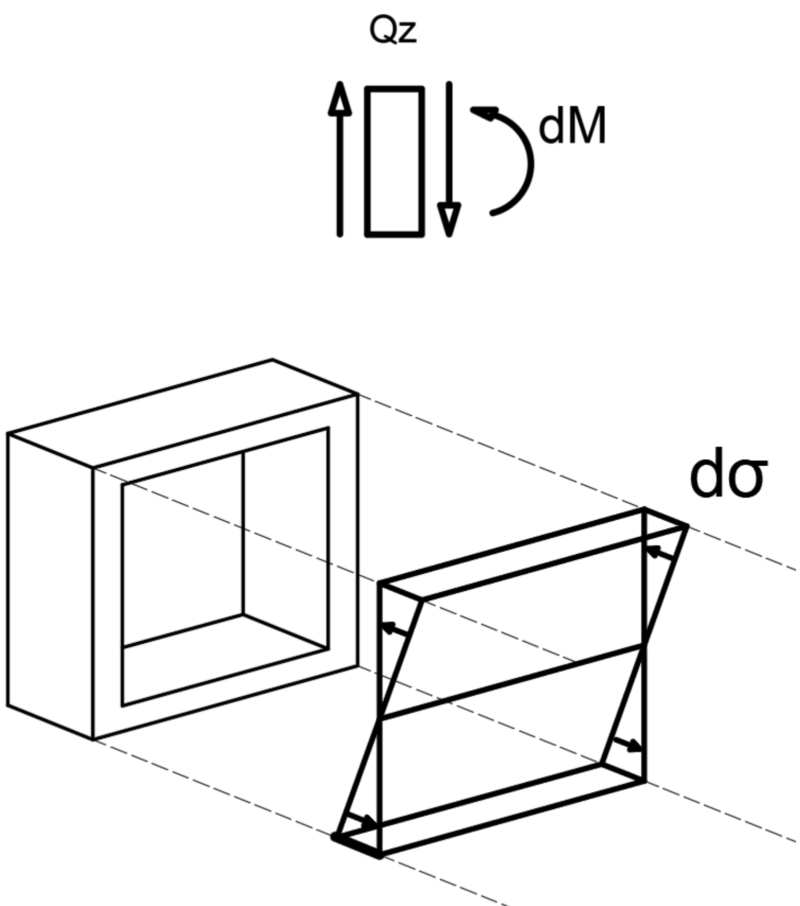

Si a un dx le aplicamos únicamente el momento negativo

# Diagrama de tensiones longitudinales debidas al corte




Si al dx le aplicamos además el corte positivo

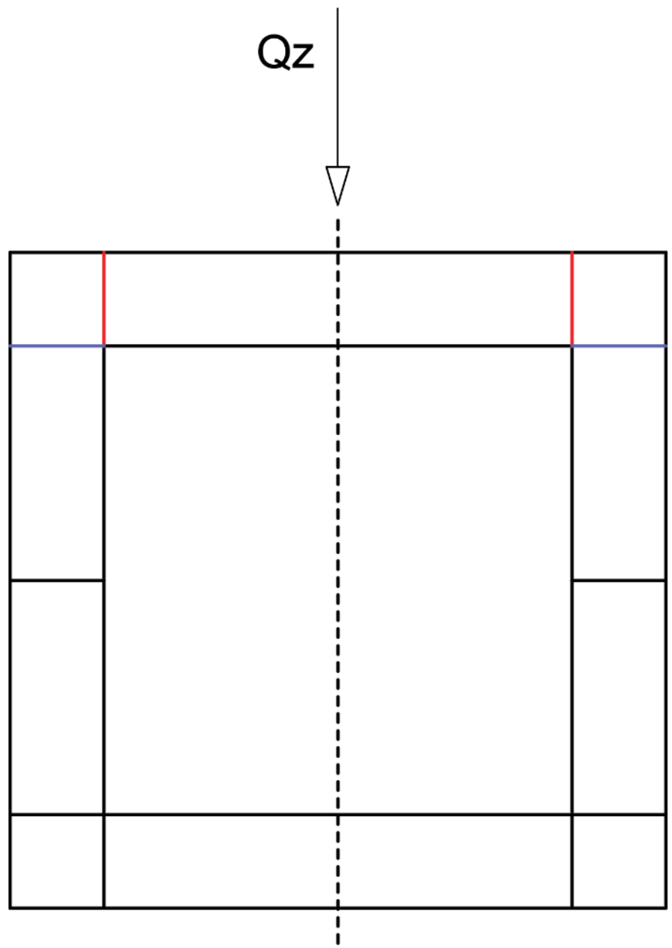
# Diagrama de tensiones longitudinales debidas al corte

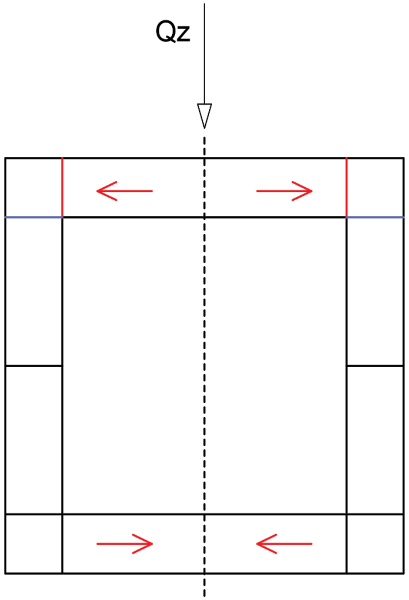



Como las tensiones debidas al momento M son iguales, quedan solamente las tensiones debidas al Q

Cómo es la distribución de tensiones en una sección cajón solicitada a corte?

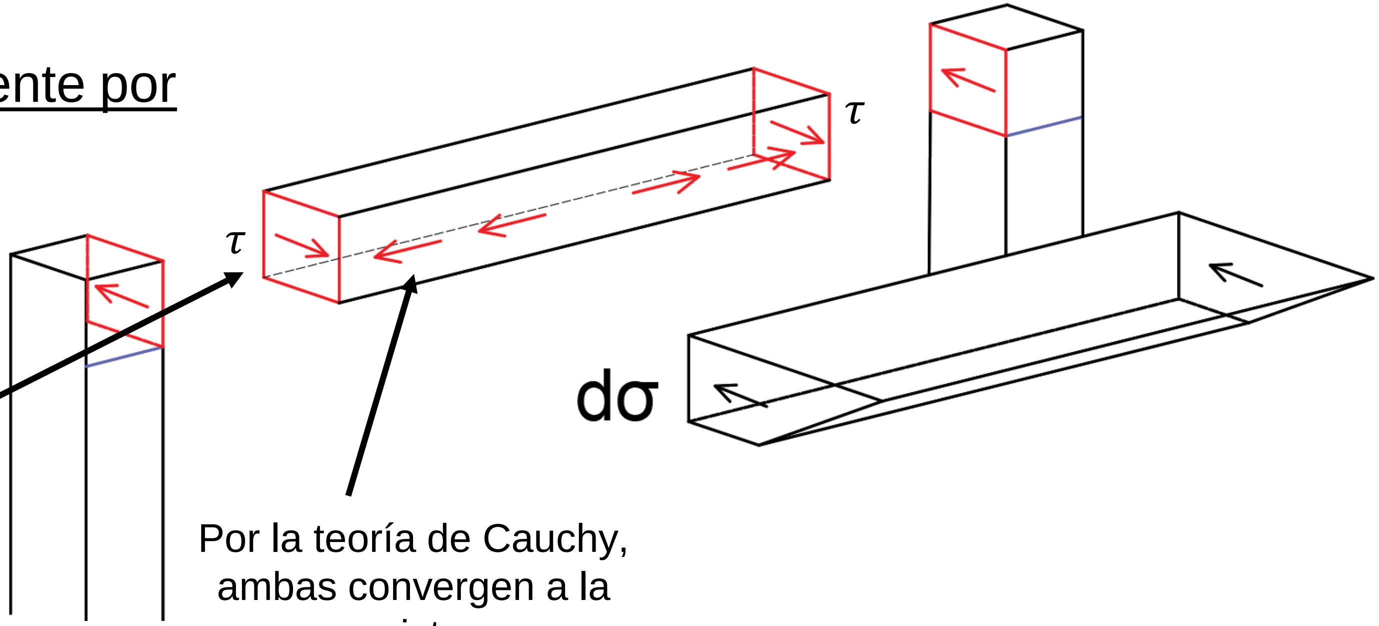
Si analizamos las distintas secciones (roja y azul):





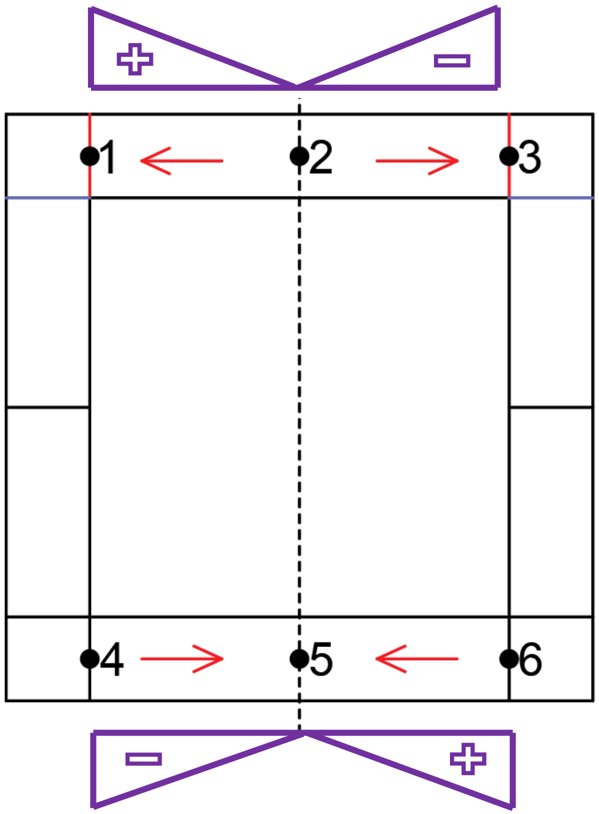

Como la sección es simétrica respecto a la línea de fuerza de corte, la distribución del flujo de tensiones de corte deberá ser simétrico.

Cortando simétricamente por las secciones rojas:




Aparecen tensiones $\tau$ a partir del equilibrio con las tensiones d$\sigma$

Por la teoría de Cauchy, ambas convergen a la arista




Tensiones en sección roja:

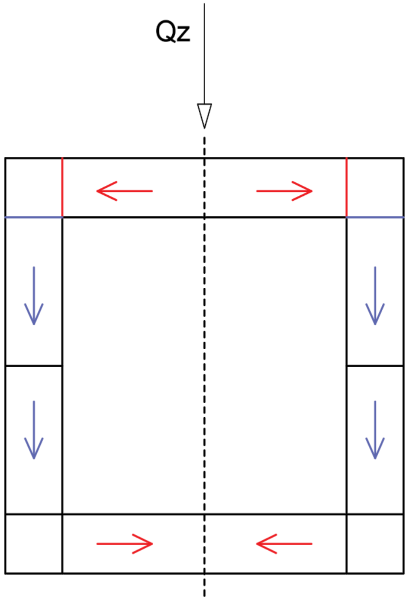
$$\tau_1 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_6 = \tau_A$$

$$\tau_2 = \tau_5 = 0$$

$$\tau = \frac{Q\,.\,S^*}{J\,.\,b}$$

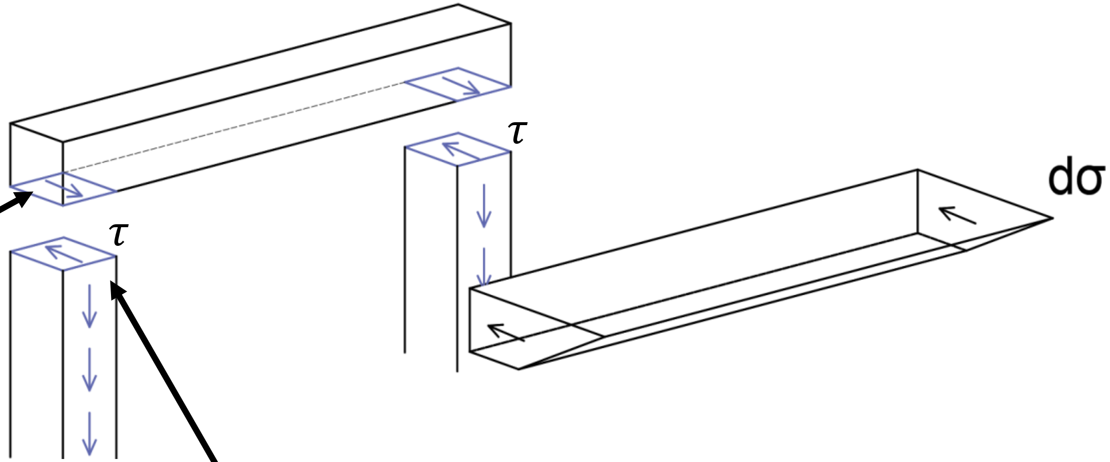
$$S_A = (15cm - 2 * 1.5cm) * 1.5cm * (7.5cm - \frac{1.5cm}{2}) = 121.5\ cm^3$$

$$\tau_A = \frac{12kN * 121.5\ cm^3}{2490\ cm^4 * (2 * 1.5cm)} = 0.195\ \frac{kN}{cm^2}$$



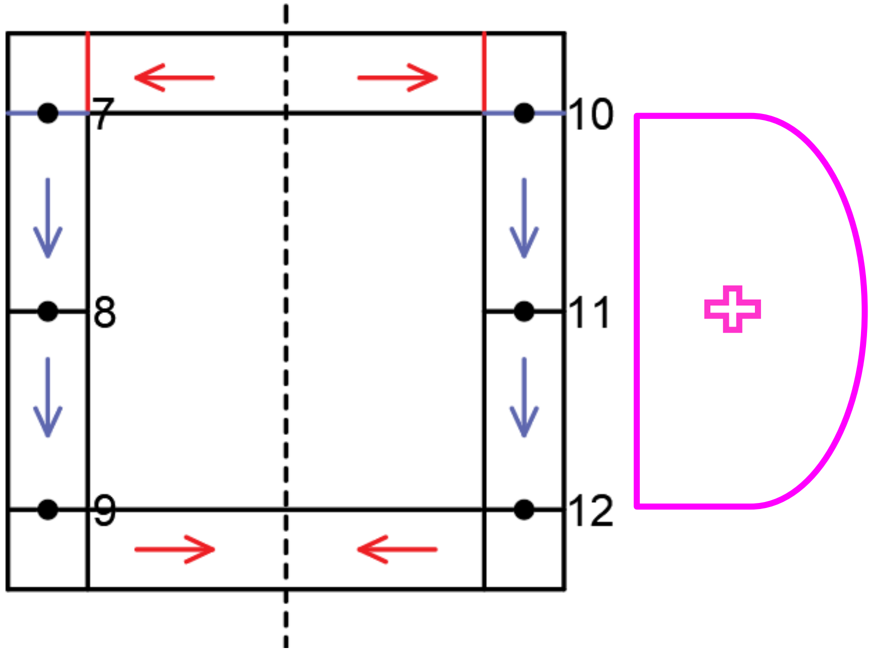

Como la sección es simétrica respecto a la línea de fuerza de corte, la distribución del flujo de tensiones de corte deberá ser simétrico.

Cortando simétricamente por las secciones azules:




Aparecen tensiones $\tau$ a partir del equilibrio con las tensiones d$\sigma$

Por la teoría de Cauchy, ambas divergen a la arista




## Tensiones en sección azul:

$$\tau_7 = \tau_{10} = \tau_9 = \tau_{12} = \tau_B$$

$$\tau_8 = \tau_{11} = \tau_C = \tau_{máx}$$

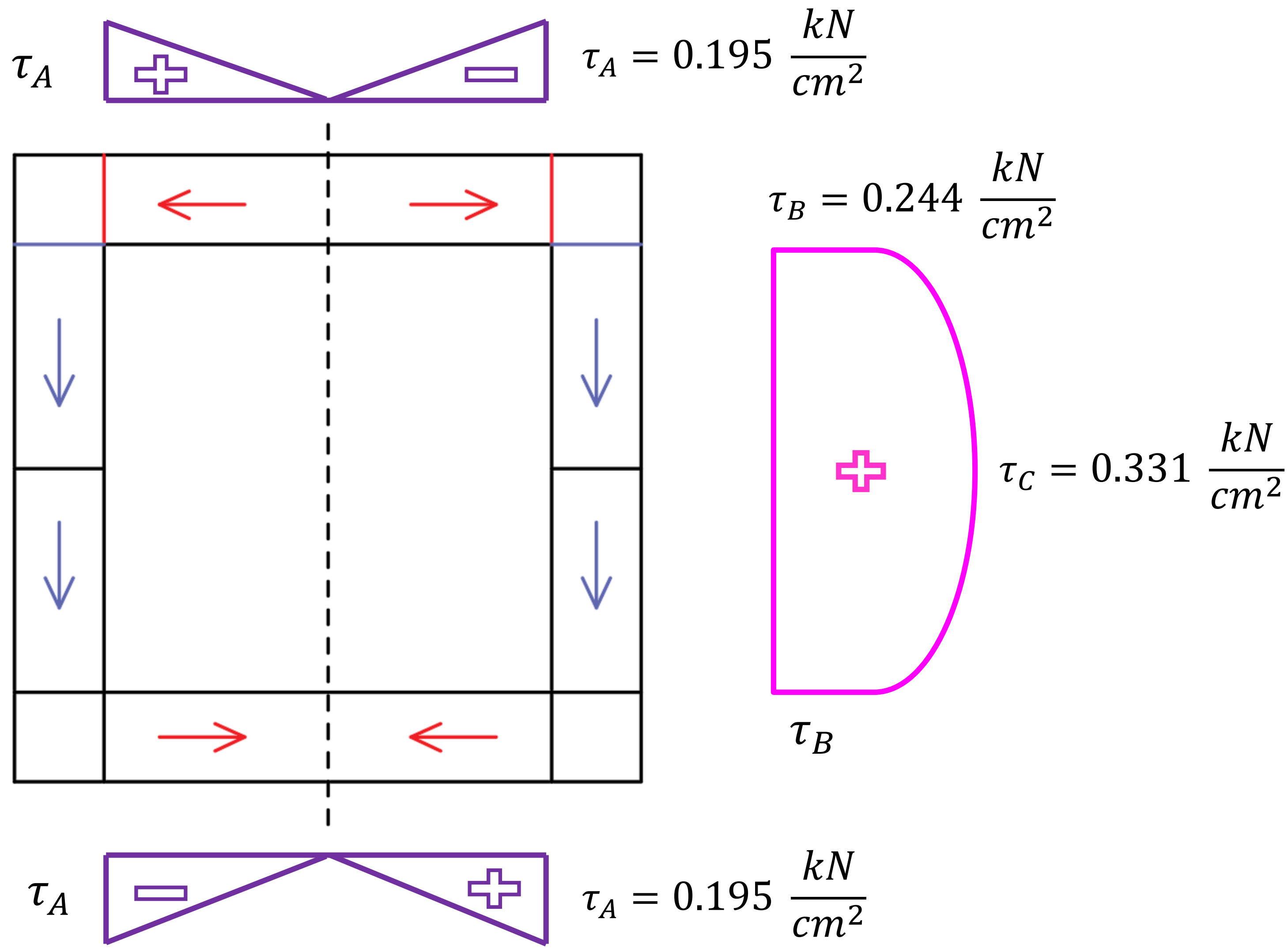
$$S_B = 15cm * 1.5cm * (7.5cm - \frac{1.5cm}{2}) = 151.88\ cm^3$$

$$\tau_B = \frac{12kN * 151.88\ cm^3}{2490\ cm^4 * (2 * 1.5cm)} = 0.244\ \frac{kN}{cm^2}$$

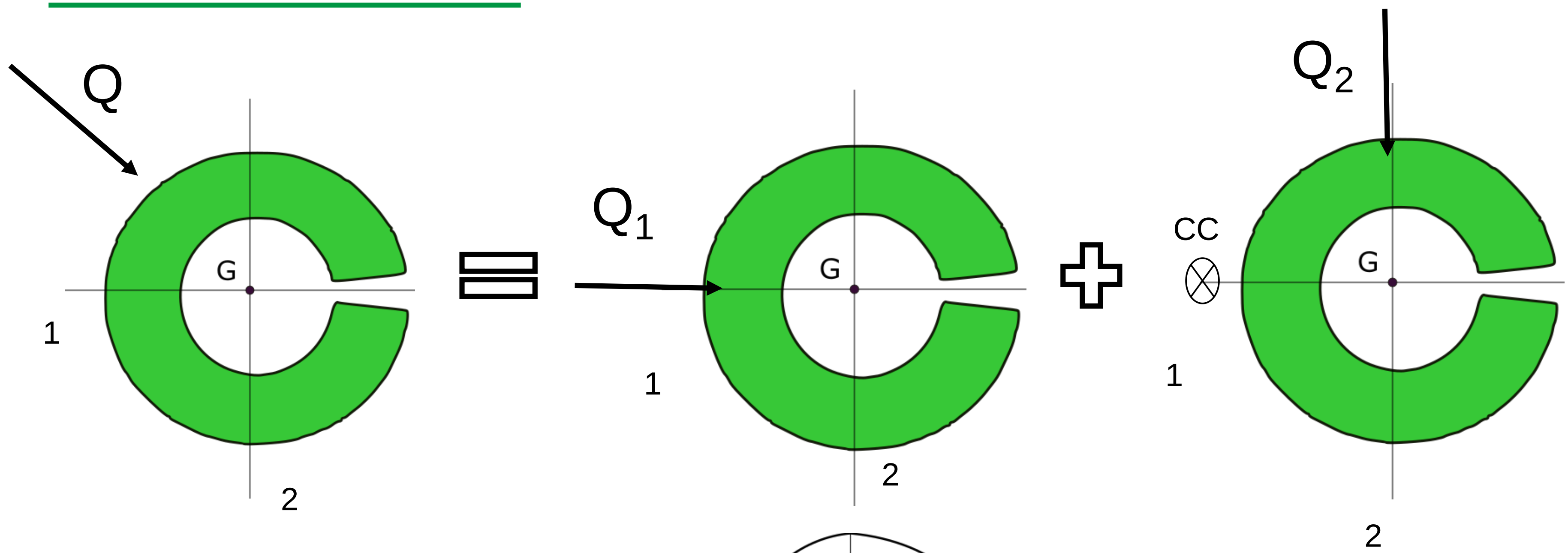
$$S_C = 15cm * 1.5cm * \left(7.5cm - \frac{1.5cm}{2}\right) + 2 * (6cm * 1.5cm * \frac{6cm}{2} = 205.88\ cm^3$$

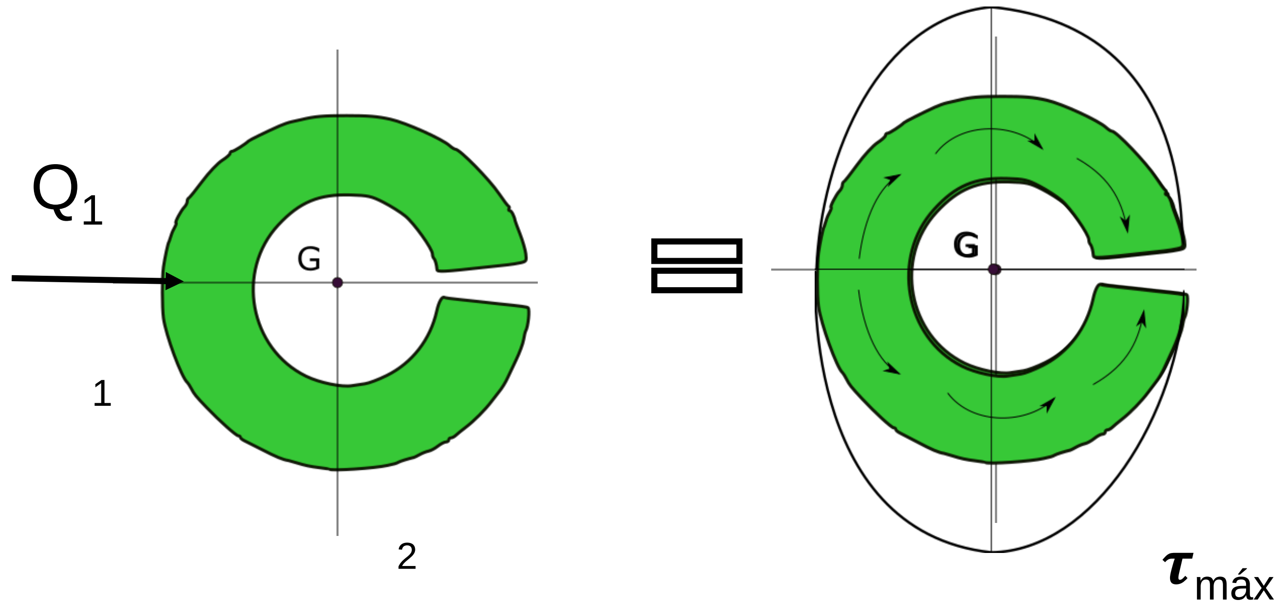
$$\tau_C = \frac{12kN * 151.88\ cm^3}{2490\ cm^4 * (2 * 1.5cm)} = 0.331\ \frac{kN}{cm^2}$$

# Distribución resultante de tensiones en la sección cajón

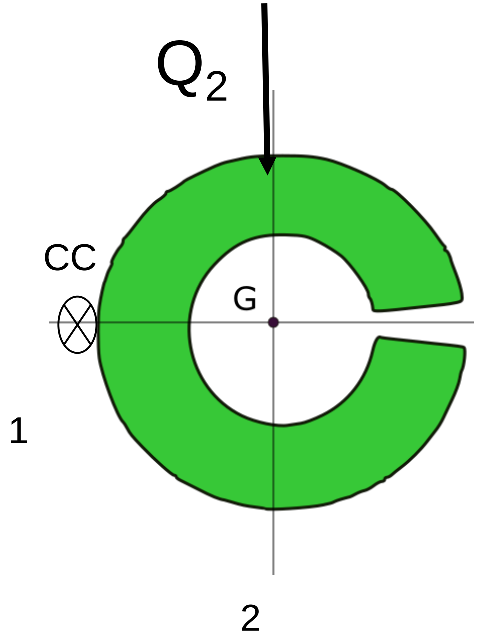


# Centro de corte

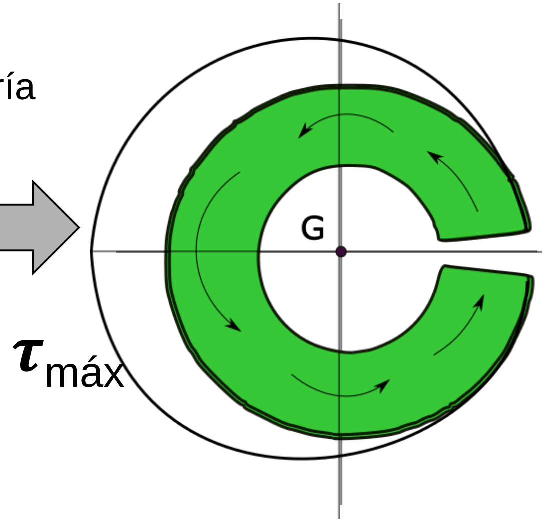



Como el corte está en dirección de un eje de simetría pasa por el centro de corte y por lo tanto no se generan tensiones debidas a la torsión



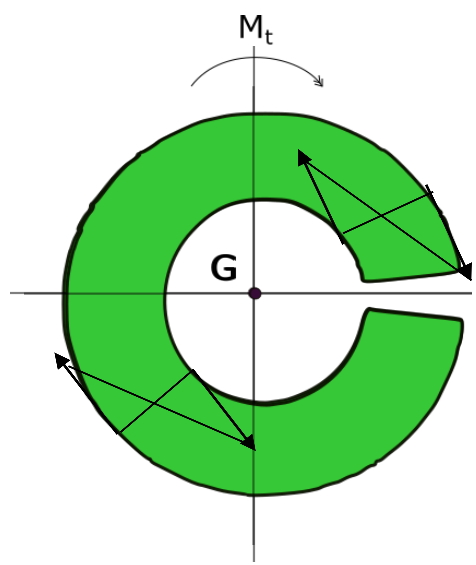

Si aplico la teoría de Jouravski




Aquí se ve que si integramos las tensiones tangenciales, la ecuación de equivalencia del Momento torsor no se cumple.
Entonces debemos añadir las tensiones de torsión.

Le sumamos: $Mt = \int \tau \cdot r \, dA$

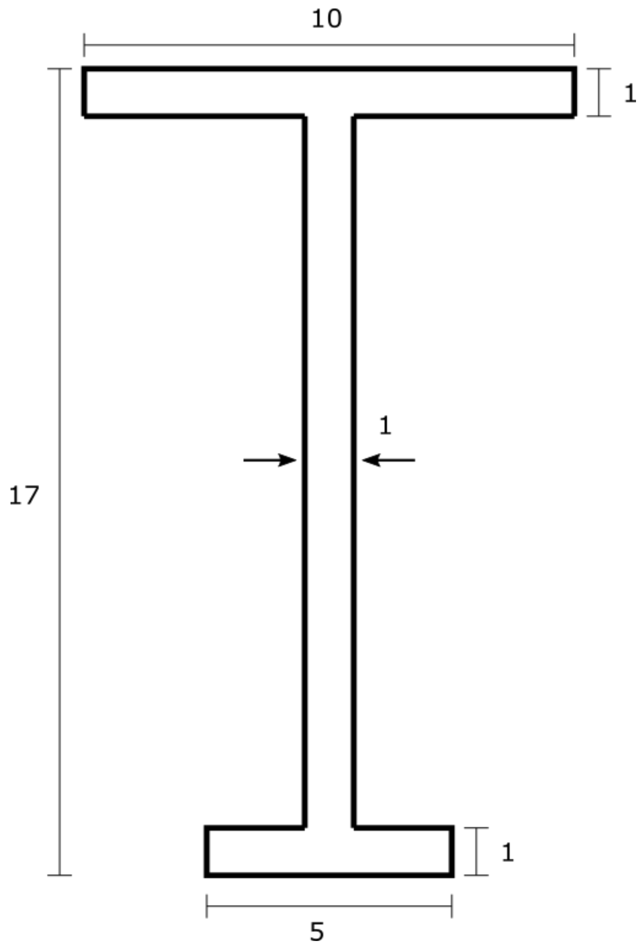
$Mt = Q \cdot dcc$ y la dirección se determina para que, respecto del baricentro, el momento torsor sea 0.




Para calcular la distancia al centro de corte:

$$d_{cc} = \frac{\int \tau . r . dA}{Q_2}$$

# Ejercicio 2: Calcular la posición del centro de corte



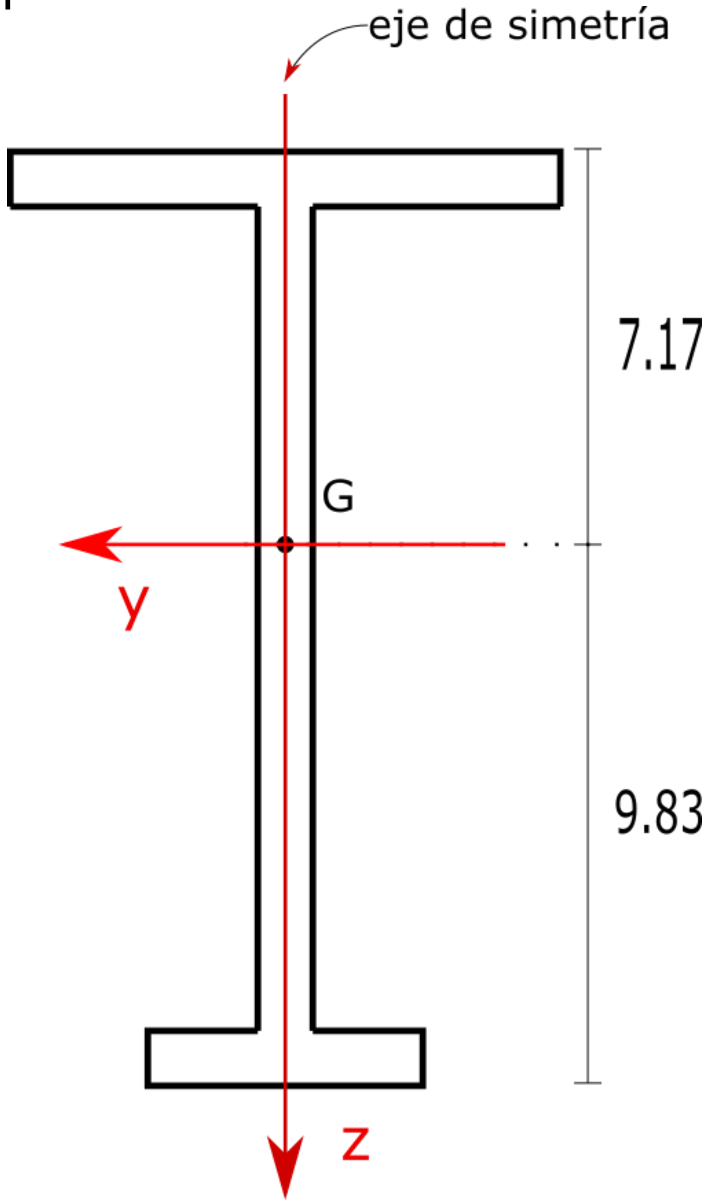

¡Observación!

El centro de corte es una propiedad geométrica de la sección, por lo tanto, NO depende de la solicitación.

Si la sección tiene un eje de simetría el centro de corte se hallará sobre este.

**Unidades expresadas en cm**

Determino el baricentro y los momentos de inercia respecto a los ejes principales



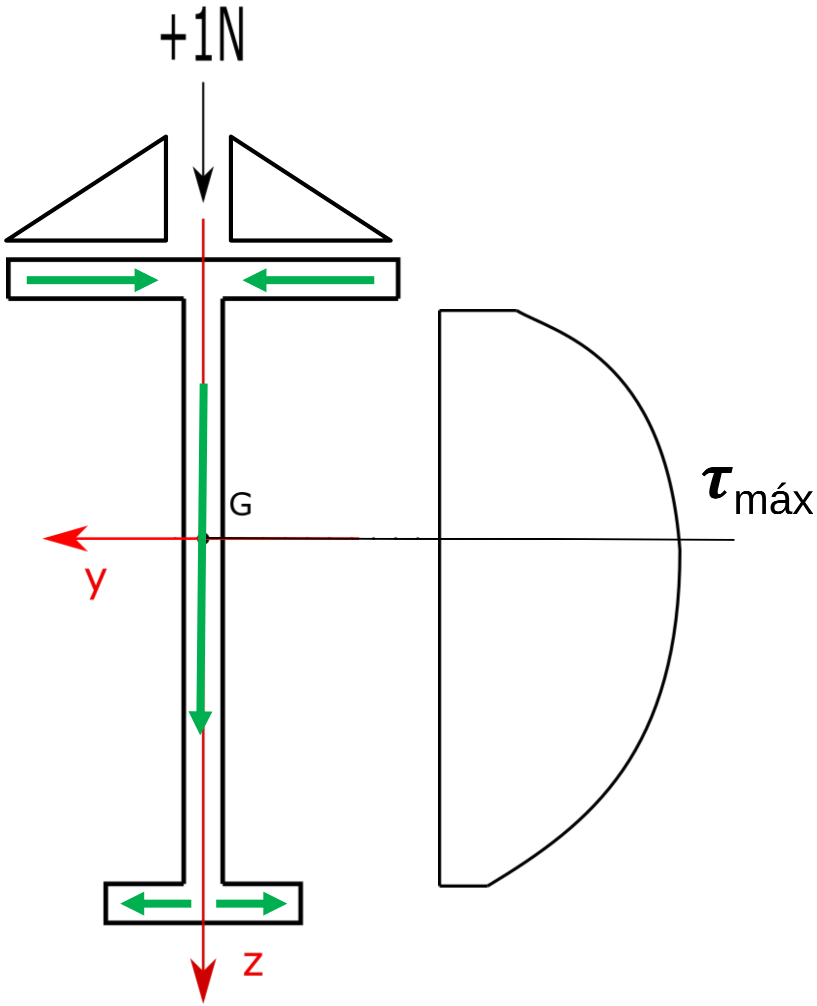

$$J_y = 1189{,}17 cm^4$$

$$J_z = 95 cm^4$$

¡Importante!

Recordar el término de Steiner al calcular los momentos de inercia

# Distancia en "y" ($d_{cc}^{y}$)




Como las tensiones de las alas se anulan entre sí, no se forma ninguna cupla que genere momento, por lo tanto la distancia al centro de corte en la dirección "y" es cero.

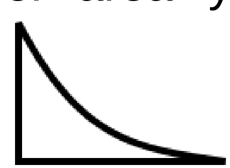
Esto ocurre porque el eje "z" es el eje de simetría de la sección

$$\boxed{d_{cc}^{y} = 0}$$

**¡Observación!**

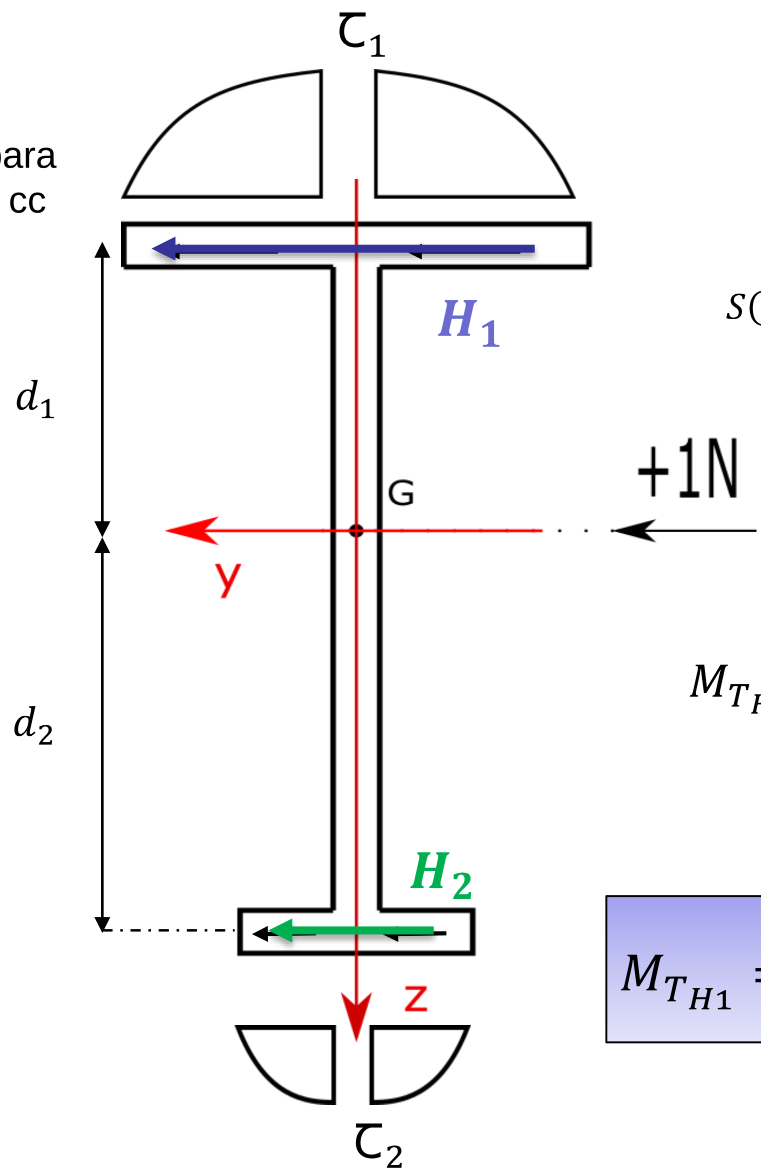
Si aumenta el área y disminuye la distancia la parábola es:

Si aumenta el área y la distancia la parábola es:



# Distancia en "z" ($d_{cc}^{z}$)

Asumo la parábola continúa para calcular el cc




$$H_1 = \int \tau_1 \, dA = \int \tau_1 \, dy \cdot 1cm$$

$$\tau_1(y) = \frac{Q \cdot S}{J \cdot b} = \frac{N \cdot S(y)}{95cm^4 \cdot 1cm}$$

$$S(y) = (5cm - y) \cdot 1cm \cdot \left( y + \frac{5cm - y}{2} \right) = \frac{25cm^2 - y^2}{2} \cdot 1cm$$

$$\boxed{\tau_1(y) = \frac{N \cdot (25cm^2 - y^2)}{95cm^4 \cdot 2}}$$

$$M_{T_{H1}} = d_1 . H_1$$

$$d_1 = (7{,}17 - 0{,}5)cm$$

$$H_1 = 2 \int_0^5 \tau_1(y) dy \cdot 1cm$$

$$\boxed{M_{T_{H1}} = (7{,}17cm - 0{,}5cm) \cdot \underbrace{2 \int_0^5 \tau_1(y) dy \cdot 1cm}_{H_1 = 0{,}877N}}$$

$$\tau_2(y) = \frac{Q \cdot S}{J \cdot b} = \frac{N \cdot (6{,}25cm^2 - y^2}{95cm^4 \cdot 2}$$

$$M_{T_{H2}} = (9{,}83cm - 0{,}5cm) \cdot 2 \int_0^{2.5} \tau_2(y)dy \cdot 1cm = \underbrace{(9{,}83cm - 0{,}5cm) \cdot 0{,}11N}_{H_2}$$

Necesito que $H_2 + H_1 = 1N$
(no es igual a 1 ya que hay zonas donde no puedo calcular $\tau$)

$$Q \cdot d_{Cc} = H_2(9{,}83cm - 0{,}5cm) - H_1(7{,}17cm - 0{,}5cm) = -4{,}8Ncm$$

$$N \cdot d_{Cc} = -4{,}8Ncm$$
$$d_{Cc} = -4{,}8cm$$

$$\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{d^z_{cc} = -4{,}8}\text{cm}}$$

Ubico el Cc de manera que tomando momento respecto al centro de corte hacia el baricentro, equilibra el momento que generan las tensiones.

Traslado Q al Cc de manera que genere un Mt equivalente al Mt que generan las tensiones.