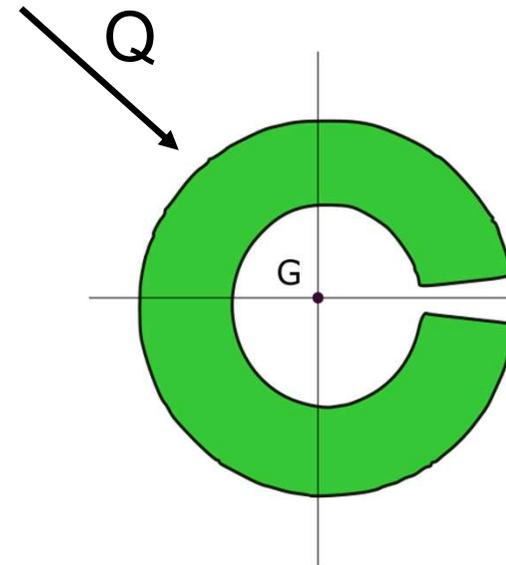
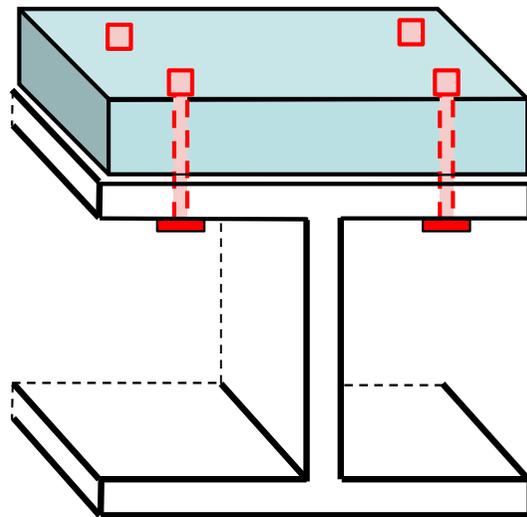




Solicitación por Corte (Flexión Variable)



Constanza Ruffinelli – Tania Poletilo – Manuela Medina – Bautista Chesta

Ejercicio 2 [clase pasada-continuación]:



Propuestas de diagramas de tensiones:

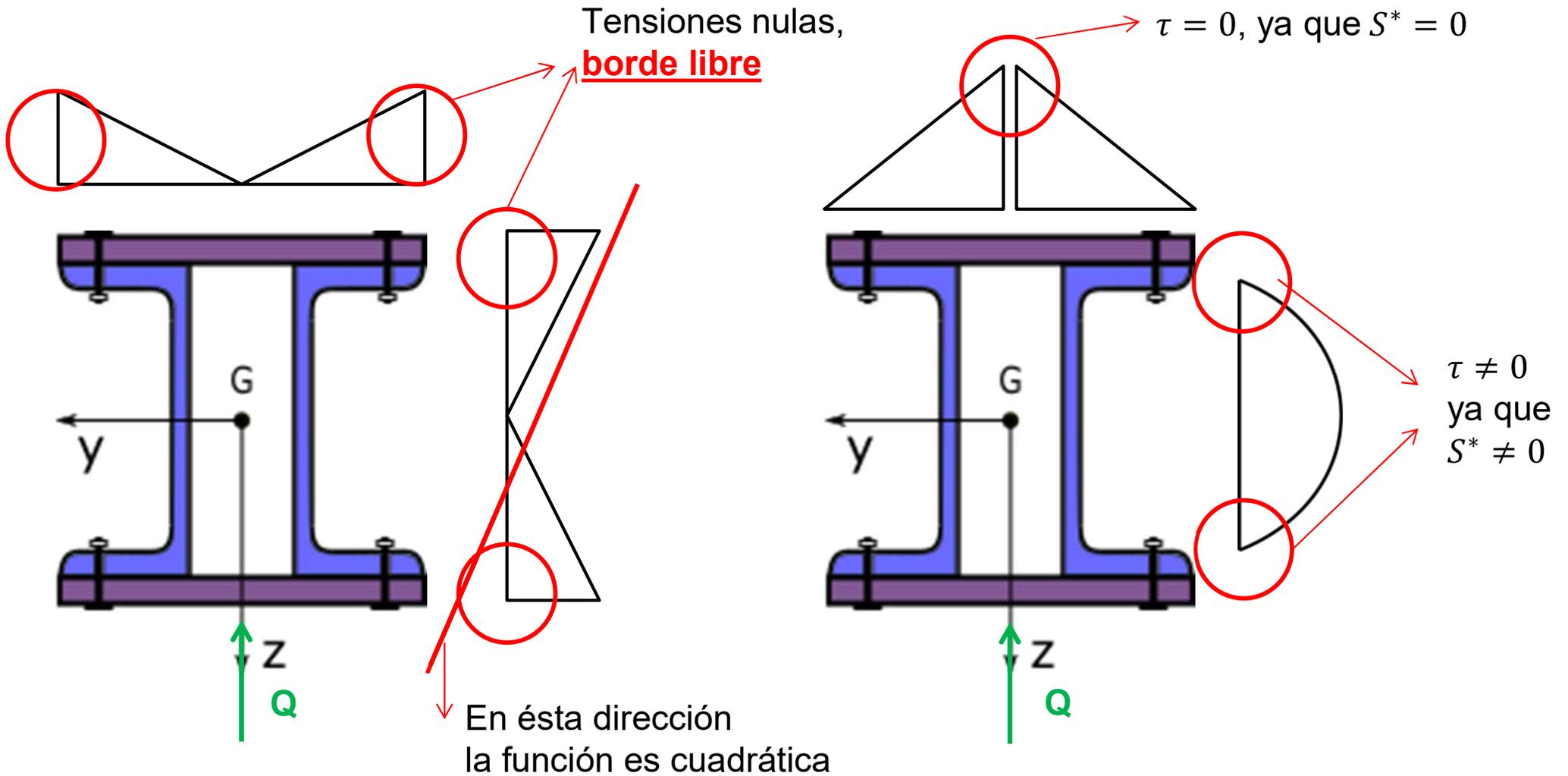
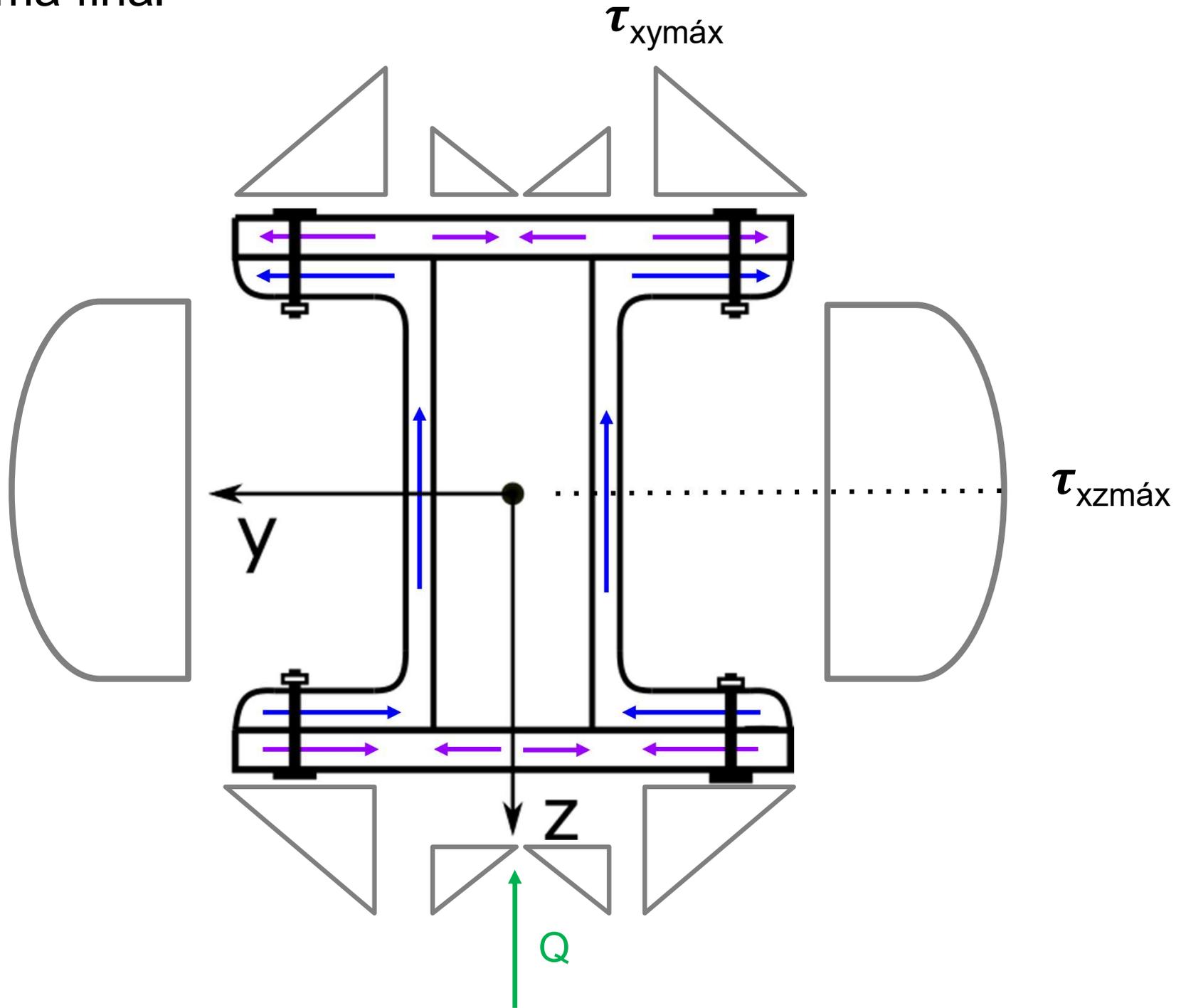


Diagrama final



Cálculo de la máxima tensión tangencial



Calculo los valores máximos $\tau_{xy\text{máx}}$ y $\tau_{xz\text{máx}}$, y veo cuál es mayor

$$S_{xy} = (t_f + e) \cdot (b_f - t_w) \cdot \left(\frac{d}{2} + e - \frac{t_f + e}{2} \right) = 116,53 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q \cdot S_{xy}}{J_y \cdot (t_f + e)} = 0,176 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

¡Observación!

En general, la tensión máxima se encuentra en concordancia con el eje neutro, ya que en éste punto se maximiza el momento estático.

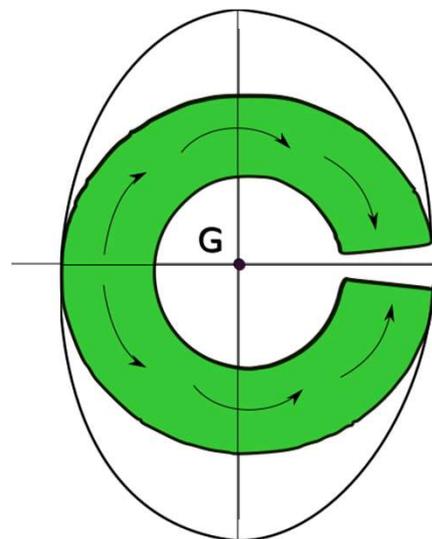
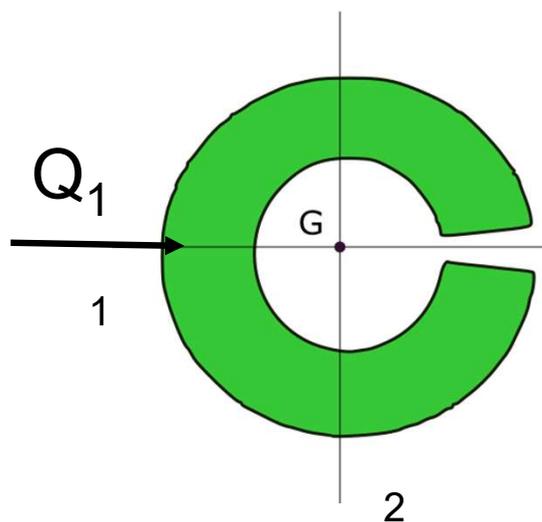
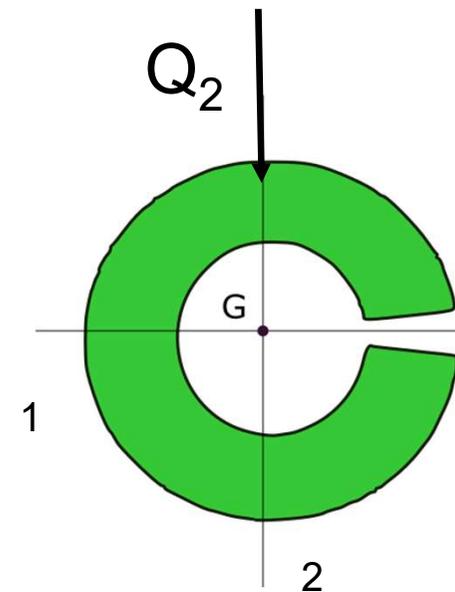
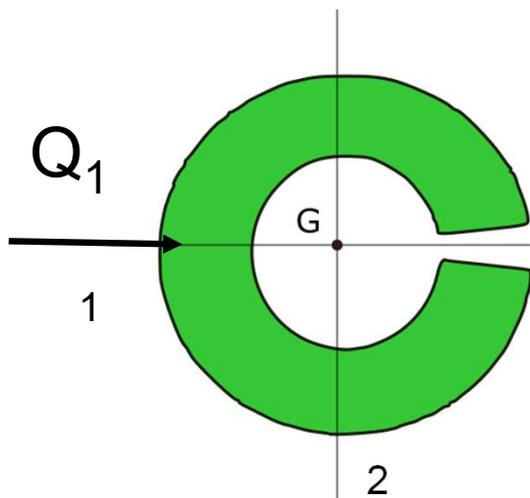
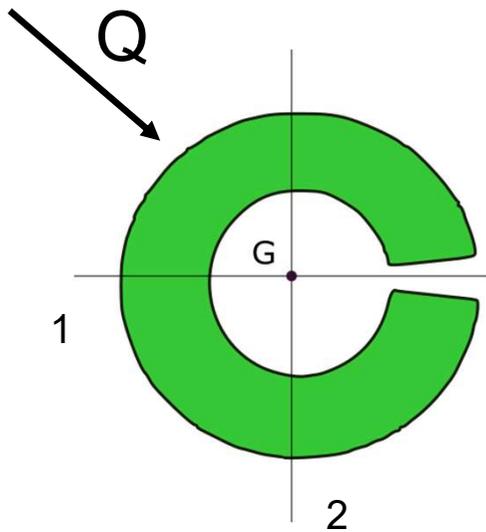
Igualmente se recomienda verificar ambos

$$S_{xz} = e \cdot l \cdot \left(\frac{d}{2} + \frac{e}{2} \right) + 2 \cdot S_{M,y} = 369,2 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{xz} = \frac{Q \cdot S_{xz}}{J_y \cdot 2 \cdot t_w} = 0,731 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

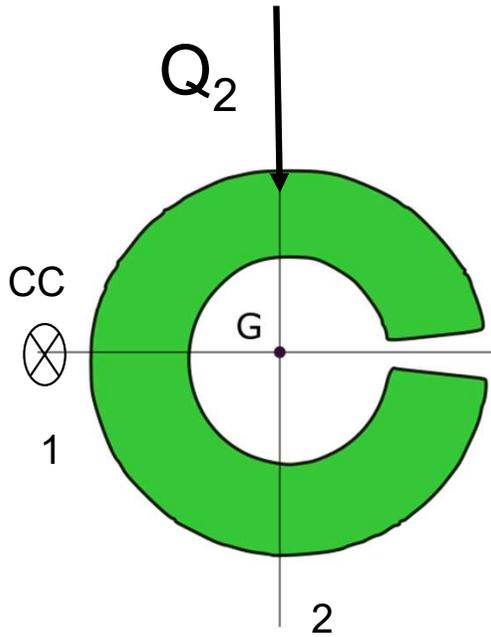
$$\tau_{\text{máx}} = 0,731 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Centro de corte

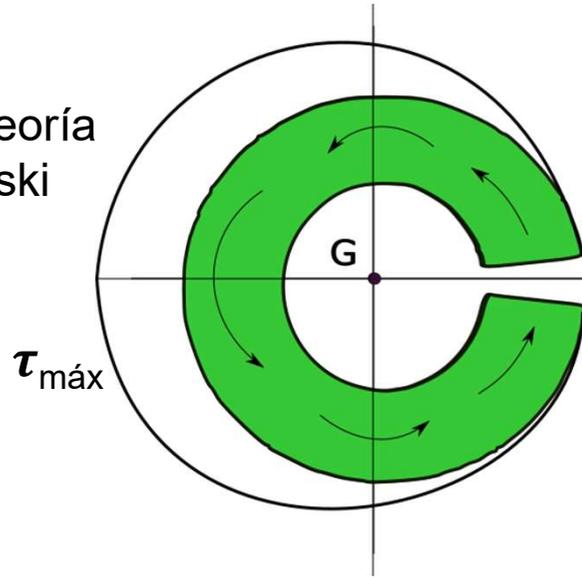


$\tau_{\text{máx}}$

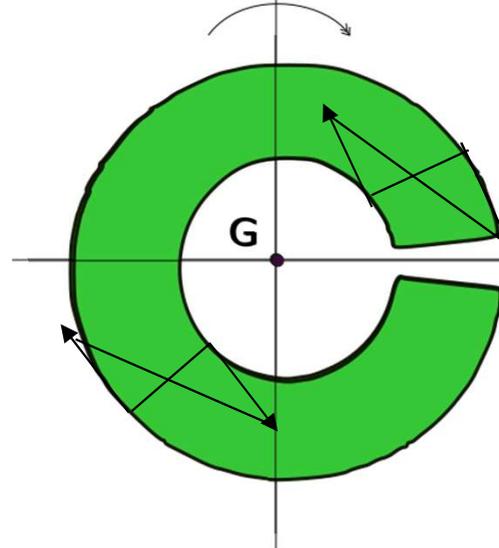
Como el corte está en dirección de un eje de simetría pasa por el centro de corte y por lo tanto no se generan tensiones adicionales



Si aplico la teoría de Jouravski



M_t



Le sumamos: $M_t = \int \tau \cdot r \, dA$

$M_t = Q \cdot d_{cc}$ y la dirección se determina para que, respecto del baricentro, el momento torsor sea 0.

Aquí se ve que si integramos las tensiones tangenciales, la ecuación de equivalencia del momento torsor no se cumple. Entonces debemos añadir una torsión.

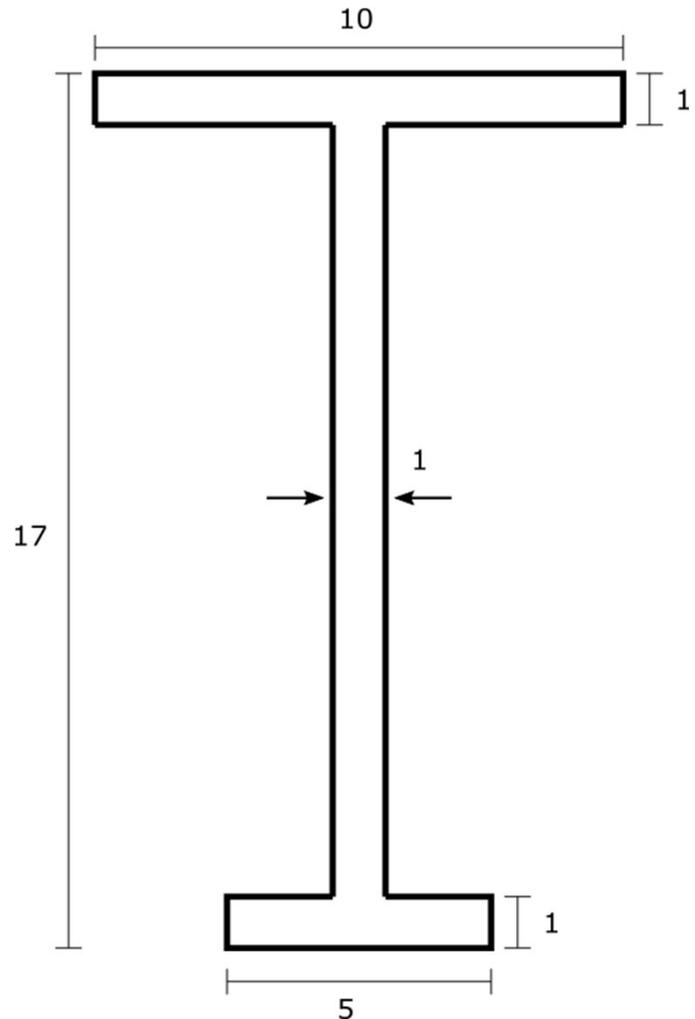
Para calcular la distancia al centro de corte:

$$d_{cc} = \frac{\int \tau \cdot r \, dA}{Q_2}$$

Propiedad geométrica de la sección



Ejercicio 1: Calcular la posición del centro de corte



¡Observación!

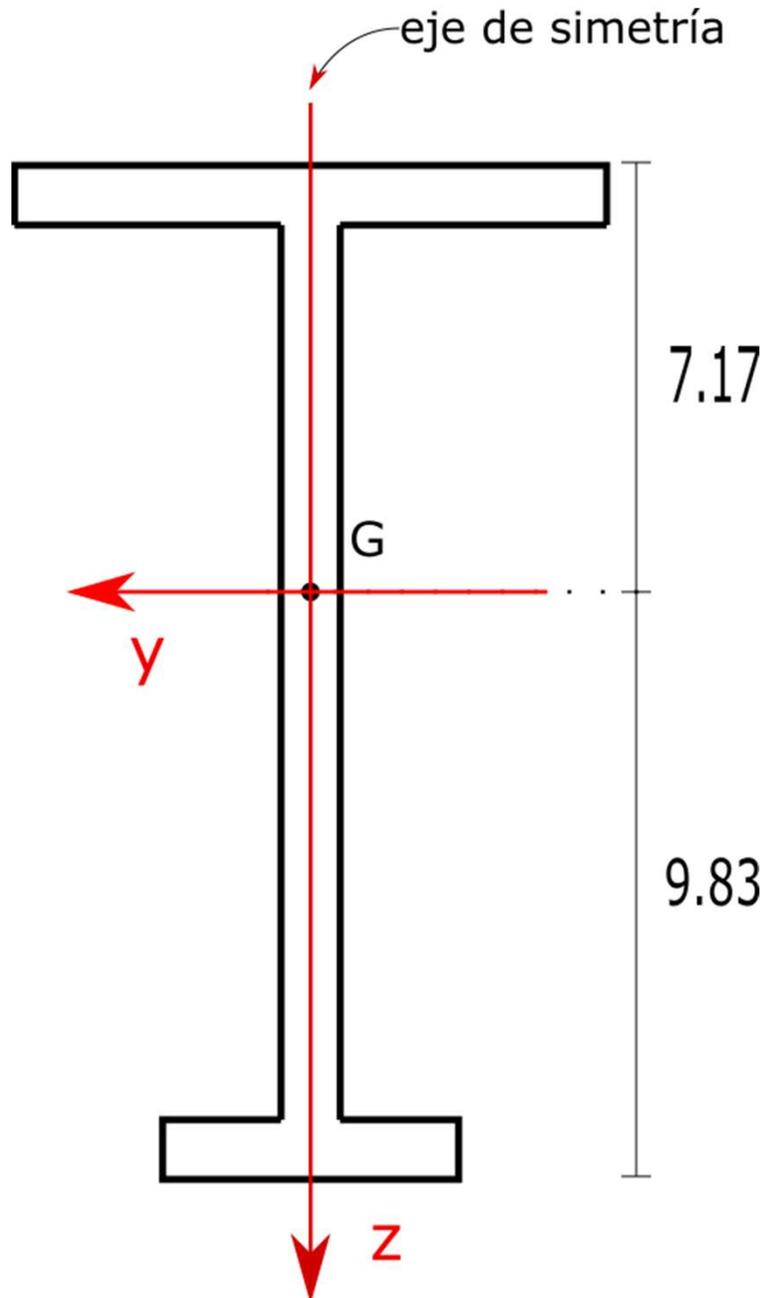
El centro de corte es una propiedad geométrica de la sección, por lo tanto, NO depende de la sollicitación.

Si la sección tiene un eje de simetría el centro de corte se hallará sobre este.

Unidades expresadas en cm



Determino el baricentro y los momentos de inercia respecto a los ejes principales



$$J_y = 1189,17 \text{ cm}^4$$

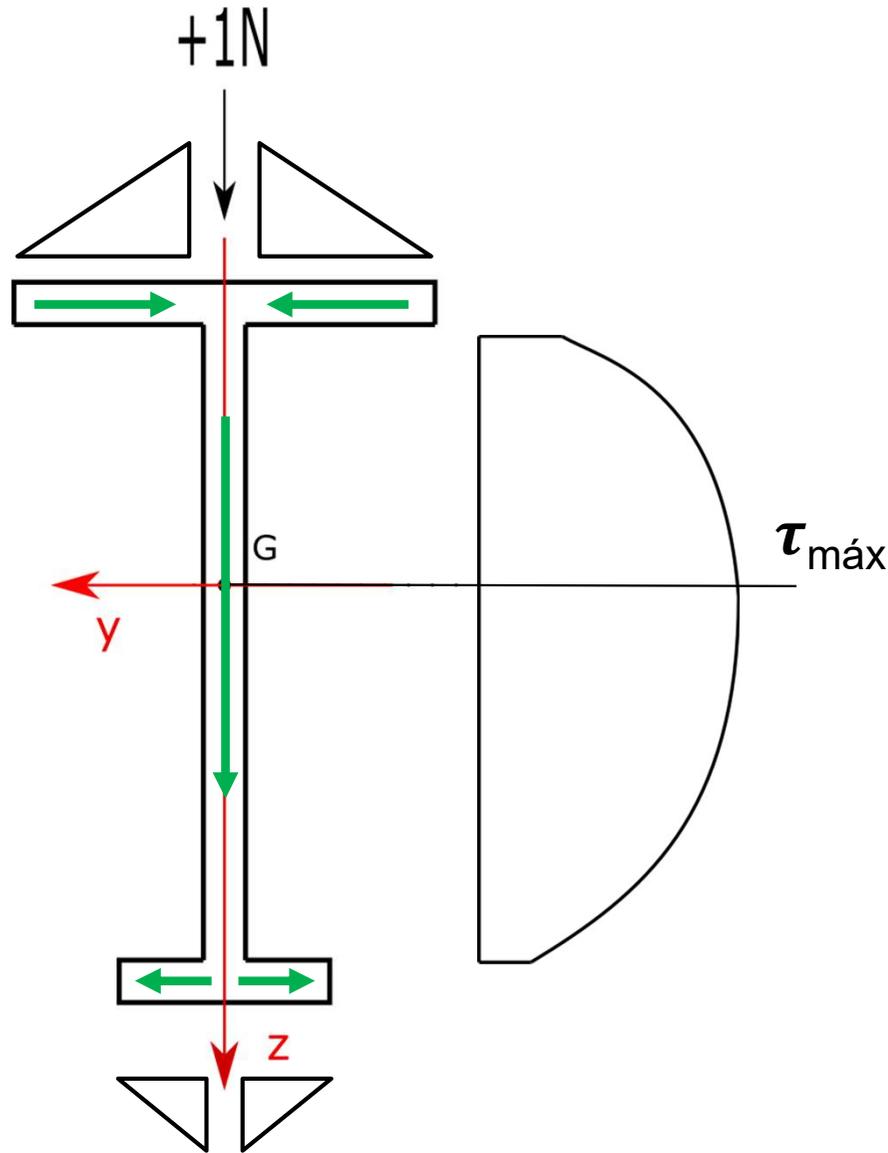
$$J_z = 95 \text{ cm}^4$$

¡Importante!

Recordar el término de Steiner al calcular los momentos de inercia



Distancia en "y" (d_{cc}^y)



Como las tensiones de las alas se anulan entre sí, no se forma ninguna cupla que genere momento, por lo tanto la distancia al centro de corte en la dirección "y" es cero. Esto ocurre porque el eje "z" es el eje de simetría de la sección

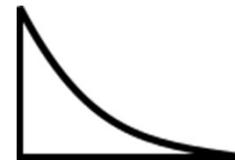
$$d_{cc}^y = 0$$

¡Observación!

Si aumenta el área y disminuye la distancia la parábola es:

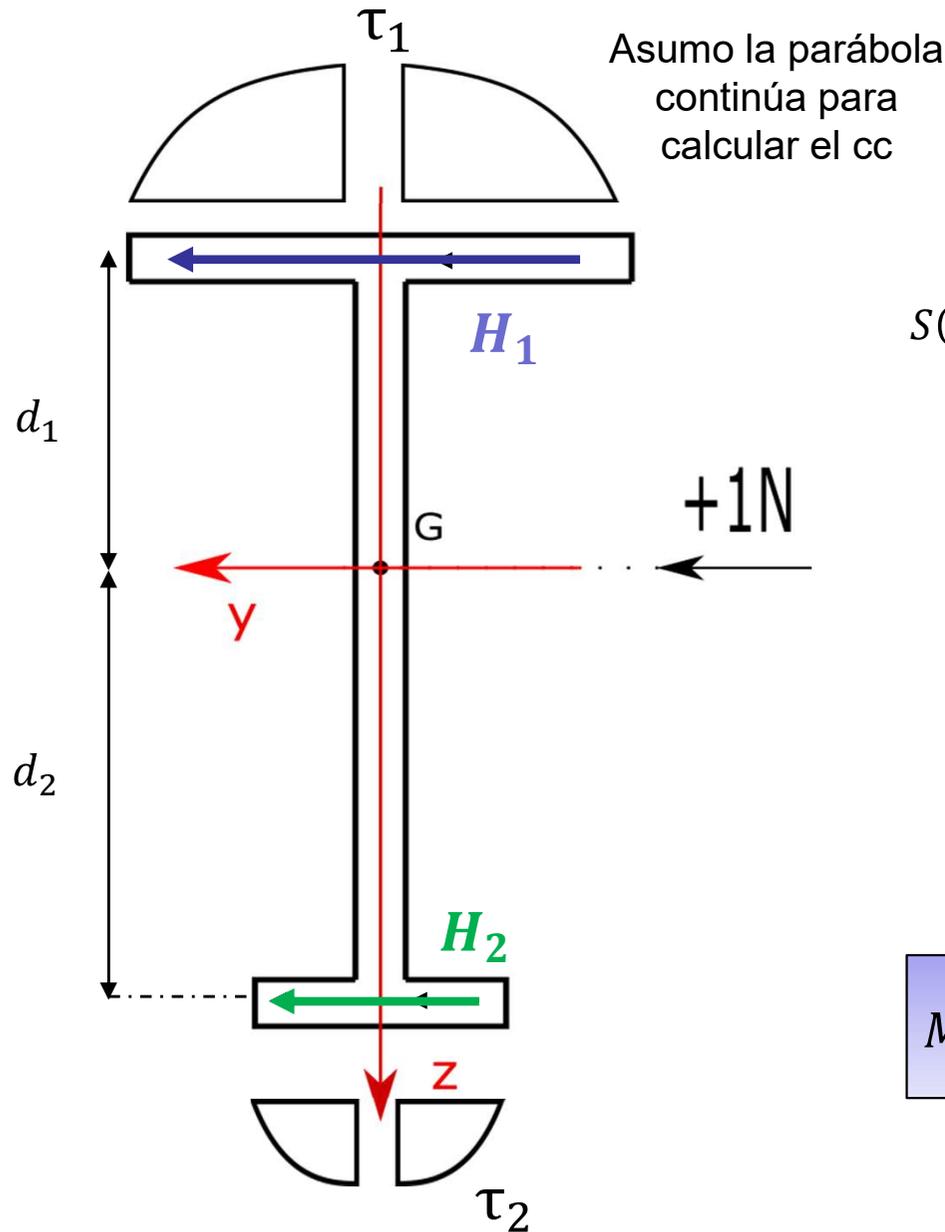


Si aumenta el área y la distancia la parábola es:





Distancia en "z" (d_{cc}^z)



$$H_1 = \int \tau_1 dA = \int \tau_1 dy \cdot 1 \text{ cm}$$

$$\tau_1(y) = \frac{Q \cdot S}{J \cdot b} = \frac{N \cdot S(y)}{95 \text{ cm}^4 \cdot 1 \text{ cm}}$$

$$S(y) = (5 \text{ cm} - y) \cdot 1 \text{ cm} \cdot \left(y + \frac{5 \text{ cm} - y}{2} \right) = \frac{25 \text{ cm}^2 - y^2}{2} \cdot 1 \text{ cm}$$

$$\tau_1(y) = \frac{N \cdot (25 \text{ cm}^2 - y^2)}{95 \text{ cm}^4 \cdot 2}$$

$$M_{TH_1} = d_1 \cdot H_1$$

$$d_1 = (7,17 - 0,5) \text{ cm}$$

$$H_1 = 2 \int_0^5 \tau_1(y) dy \cdot 1 \text{ cm}$$

$$M_{TH_1} = (7,17 \text{ cm} - 0,5 \text{ cm}) \cdot 2 \int_0^5 \tau_1(y) dy \cdot 1 \text{ cm}$$

$$H_1 = 0,877 \text{ N}$$



$$\tau_2(y) = \frac{Q \cdot S}{J \cdot b} = \frac{N \cdot (6,25 \text{ cm}^2 - y^2)}{95 \text{ cm}^4 \cdot 2}$$

$$M_{T_{H_2}} = (9,83 \text{ cm} - 0,5 \text{ cm}) \cdot 2 \int_0^{2,5} \tau_2(y) dy \cdot 1 \text{ cm}$$

$$H_2 = 0.11 \text{ N}$$

Necesito que $H_2 + H_1 = 1\text{N}$

(no es igual a 1 ya que hay zonas donde no puedo calcular τ)

$$Q \cdot d_{cc} = H_2 \cdot (9,83 \text{ cm} - 0,5 \text{ cm}) - H_1 \cdot (7,17 \text{ cm} - 0,5 \text{ cm}) = -4,8 \text{ N cm}$$

$$N \cdot d_{cc} = -4,8 \text{ N cm}$$

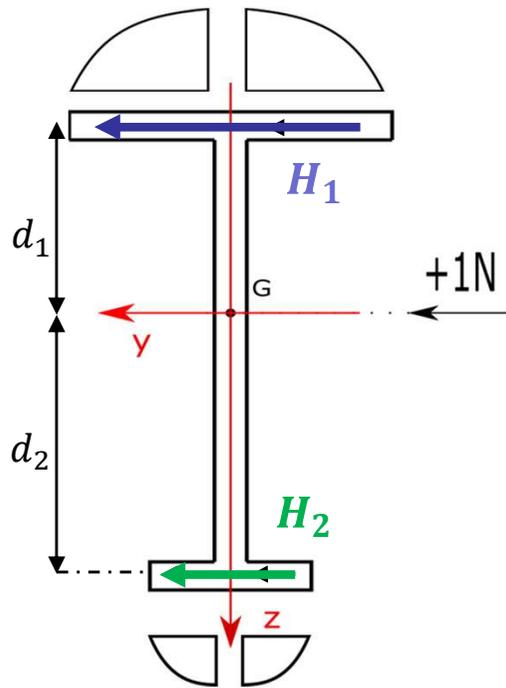
$$d_{cc} = -4,8 \text{ cm}$$



$$d_{cc}^z = -4,8 \text{ cm}$$

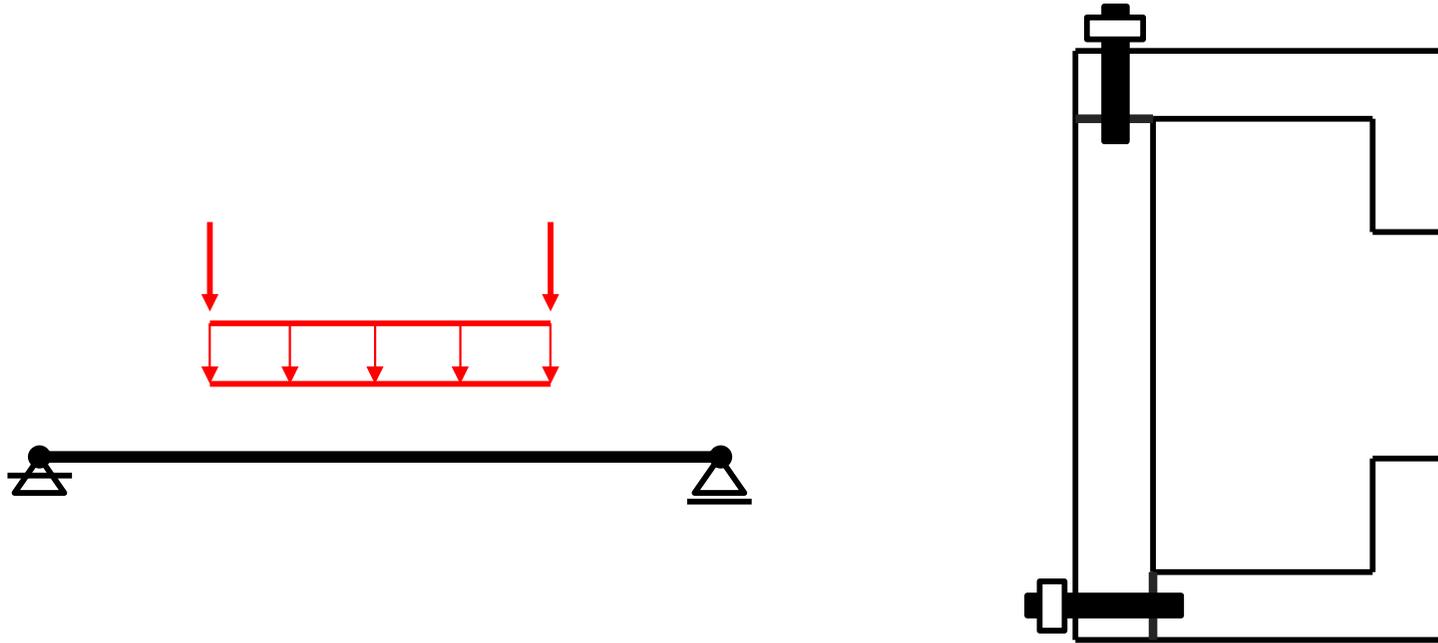
Ubico el Cc de manera que tomando momento respecto al centro de corte hacia el baricentro, equilibra el momento que generan las tensiones.

Traslado Q al Cc de manera que genere un Mt equivalente al Mt que generan las tensiones.





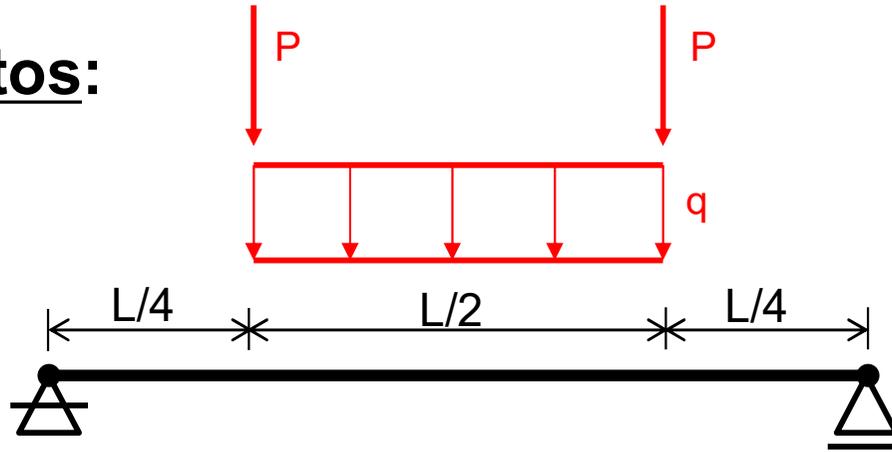
Ejercicio 2: Para la estructura de la figura, con carga pasante por G , se pide:



- 1) Trazar los **diagramas característicos**
- 2) Trazar **cualitativamente el flujo de tensiones** tangenciales de Jouravsky, indicando sentido y orden de variación. Justificar
- 3) Verificar por resistencia la **máxima tensión tangencial**
- 4) **Dimensionar el bulón** más solicitado. Justificar



Datos:



$$P = 2 \text{ kN} \quad q = 1,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$L = 6 \text{ m}$$

$$h = 200 \text{ mm}$$

$$b = 100 \text{ mm}$$

$$d = 30 \text{ mm}$$

$$t = 4,75 \text{ mm}$$

$$d_G = 3,47 \text{ cm}$$

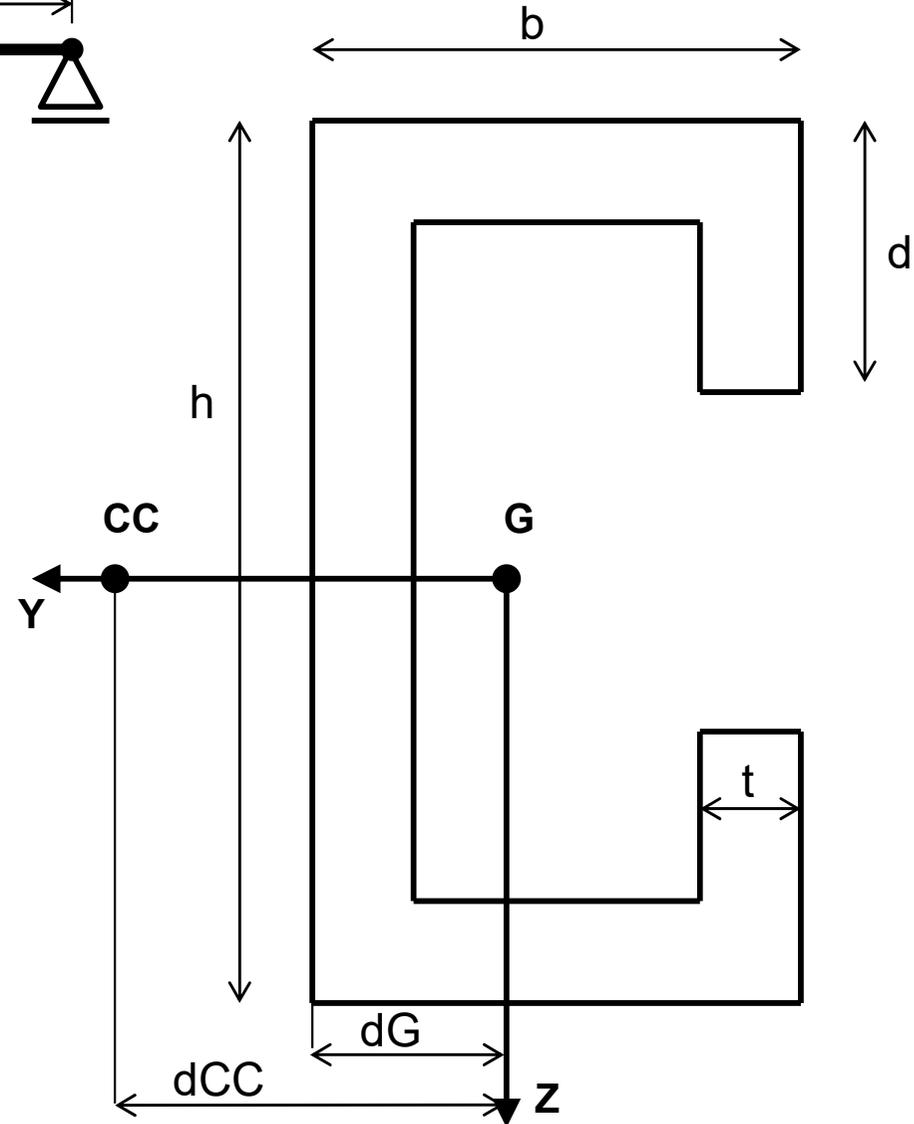
$$d_{CC} = 8,28 \text{ cm}$$

$$J_y = 1290,87 \text{ cm}^4 \quad J_z = 278,99 \text{ cm}^4$$

$$J_t = 1,54 \text{ cm}^4$$

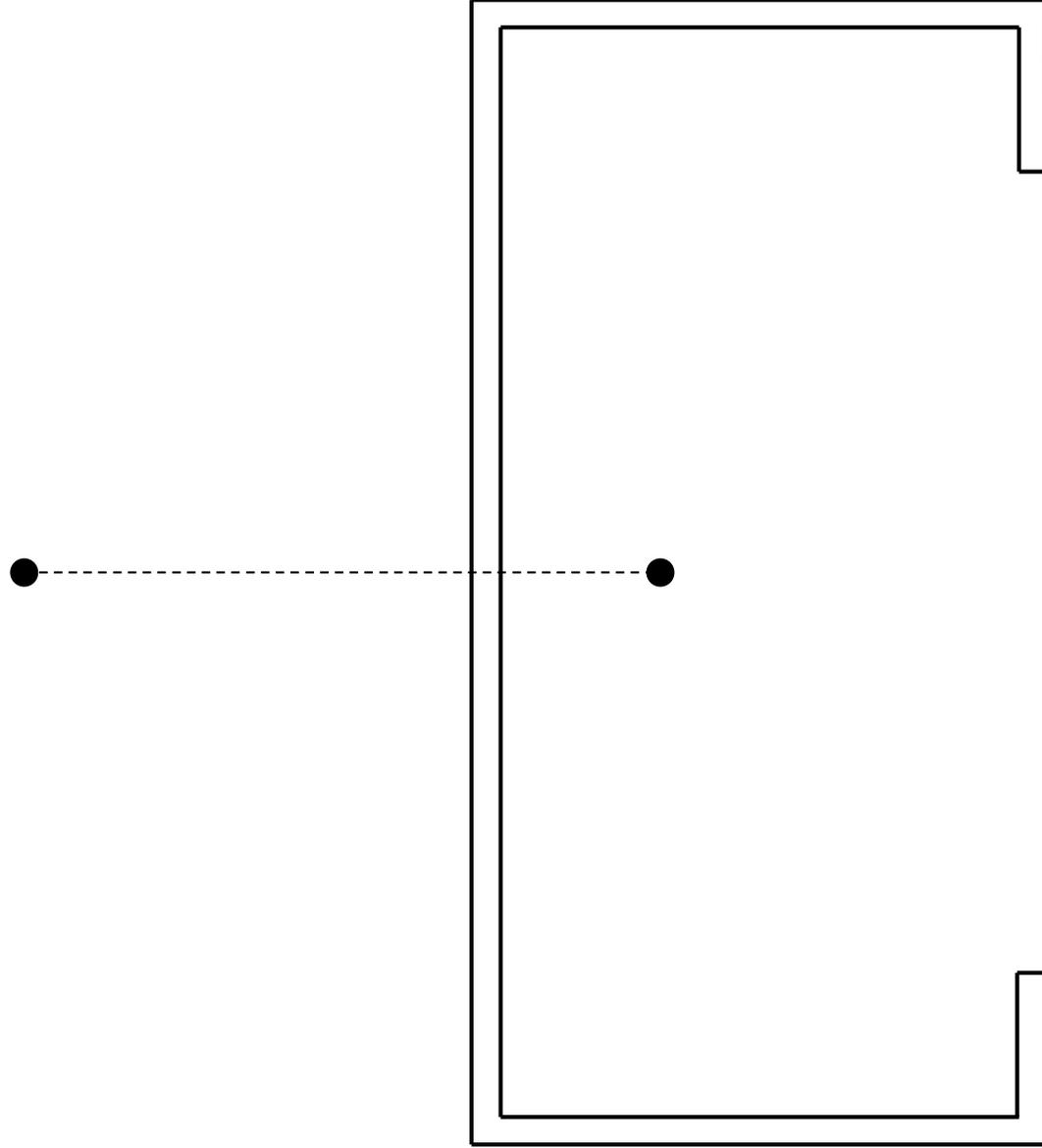
$$\sigma_{Adm} = 24 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \tau_{Adm} = 14 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{AdmB} = 18 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \lambda = 20\Phi$$



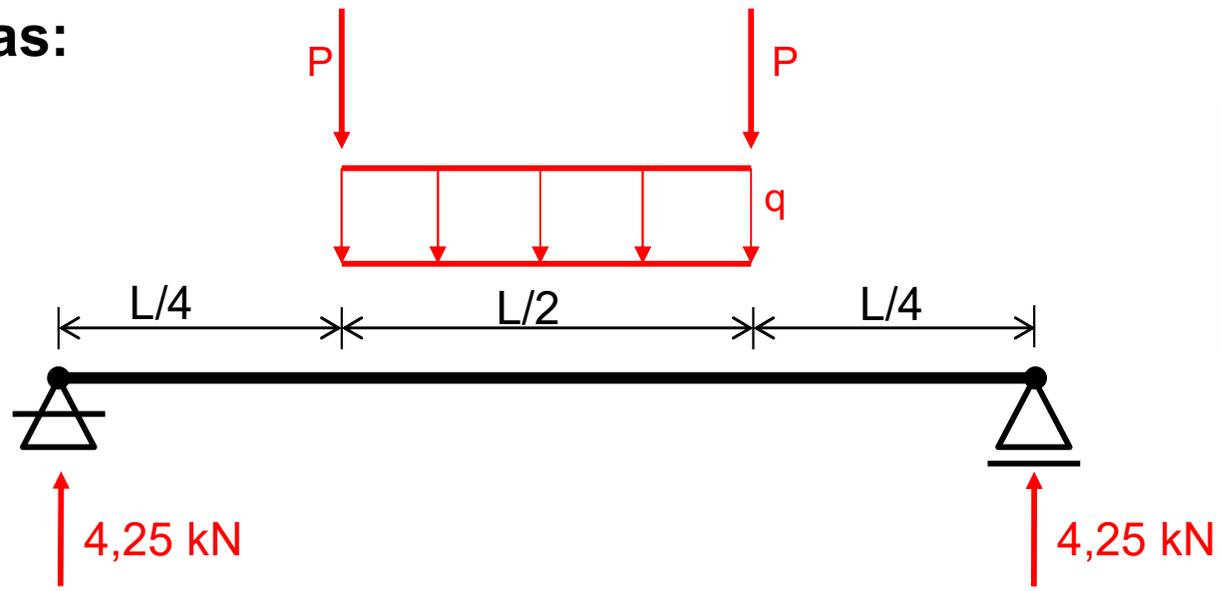


A escala:

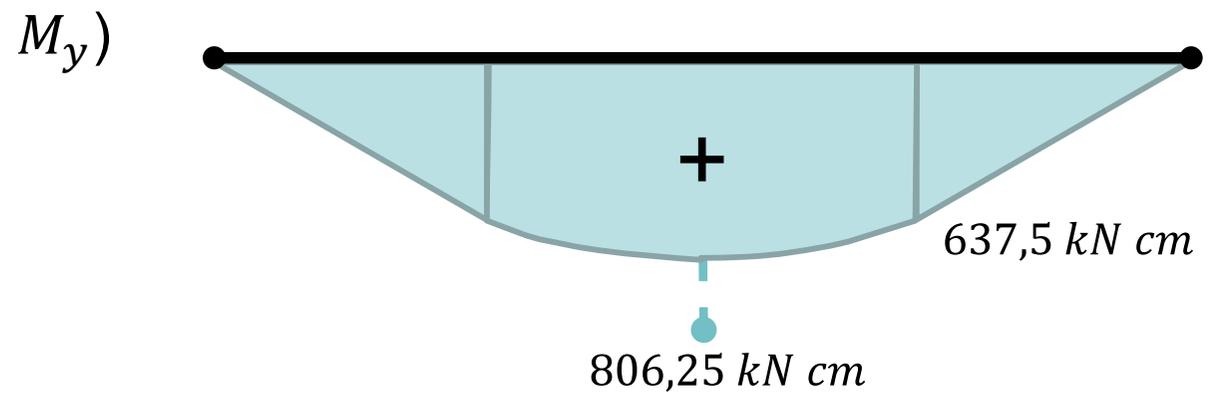
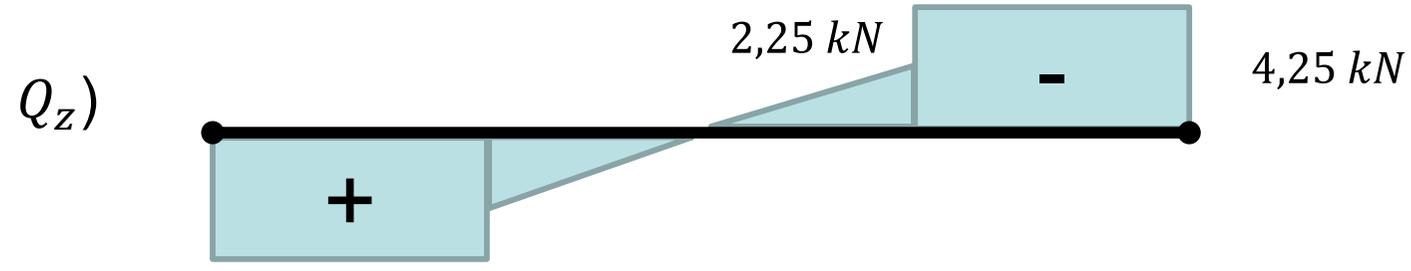




1) Diagramas:



$P = 2 \text{ kN}$
 $q = 1,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
 $L = 6 \text{ m}$

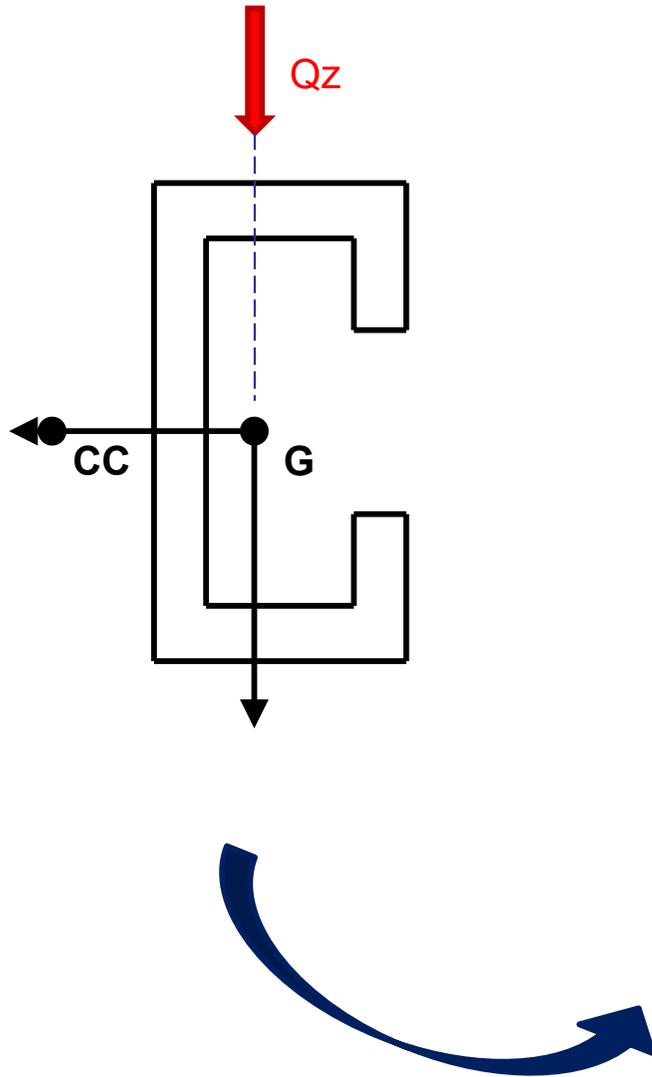


El resto de las solicitaciones, ¿son todas nulas?

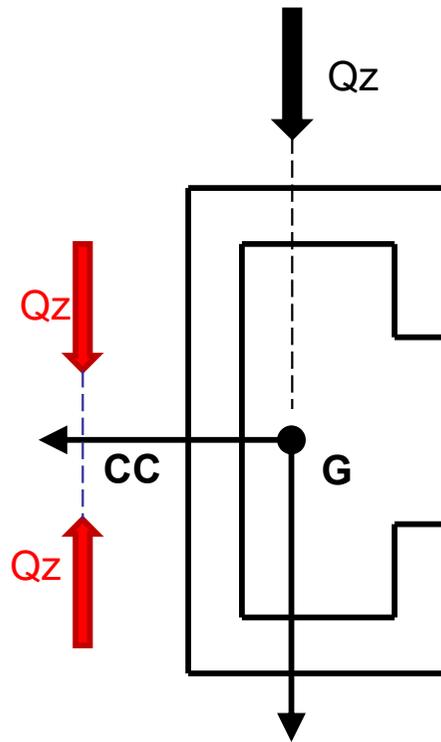




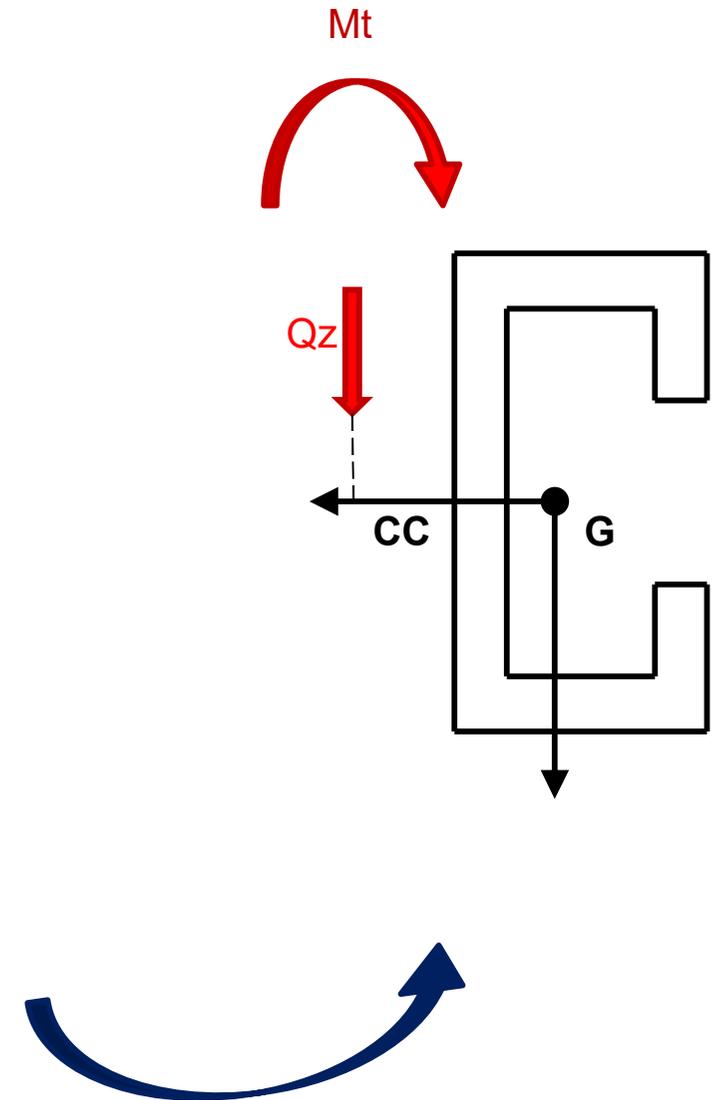
1 La carga está aplicada fuera del centro de corte



2 Trasladamos Q al CC



3 Nos resulta un Momento Torsor





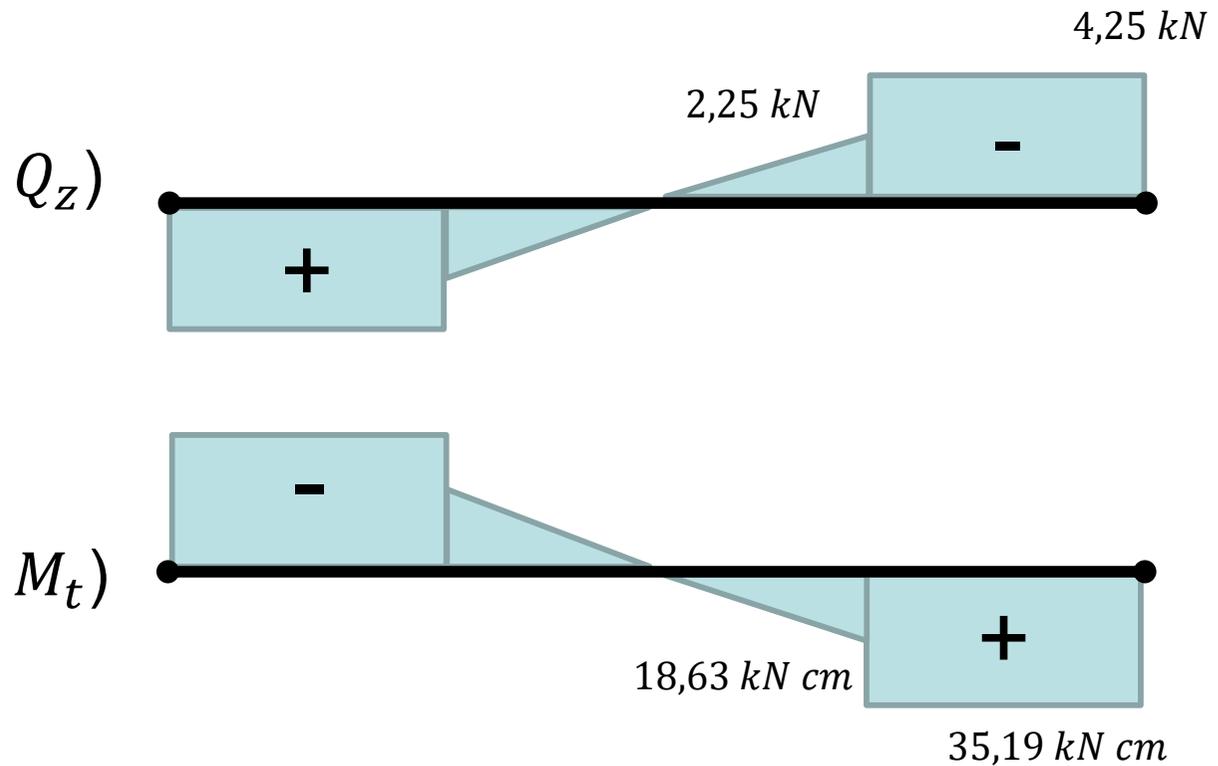
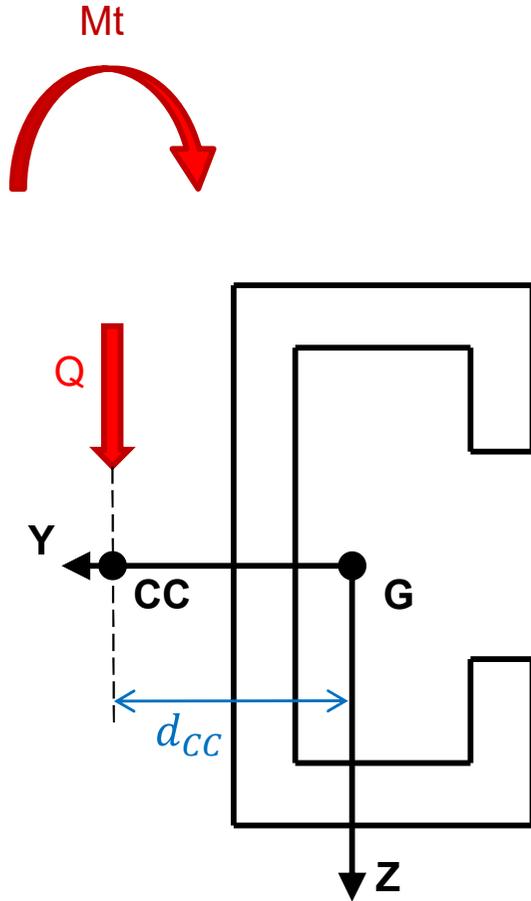
1) Diagramas:

Signo de M_t :

Vemos que cuando Q es positivo, el M_t generado es negativo, y viceversa.

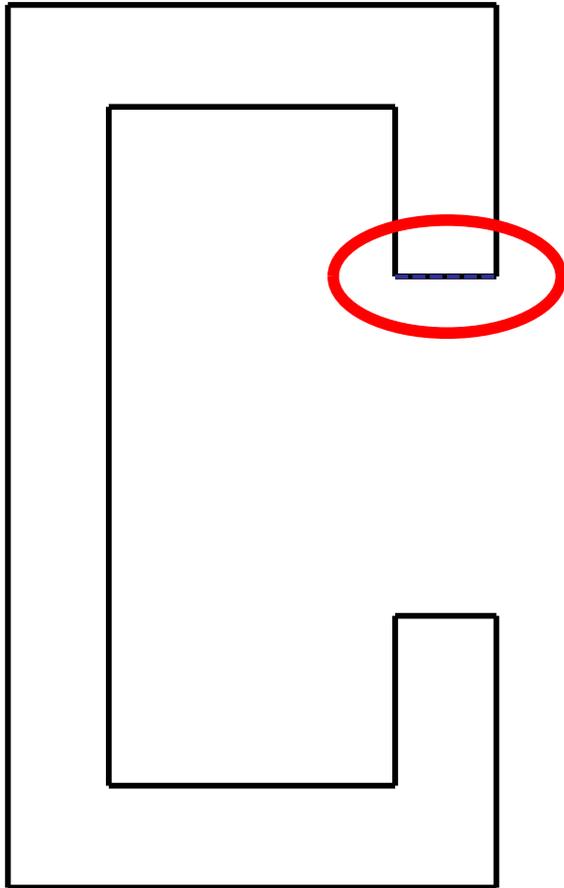
Valor de M_t :

$$M_t = Q \cdot d_{cc} \quad \text{con} \quad d_{cc} = 8,28 \text{ cm}$$

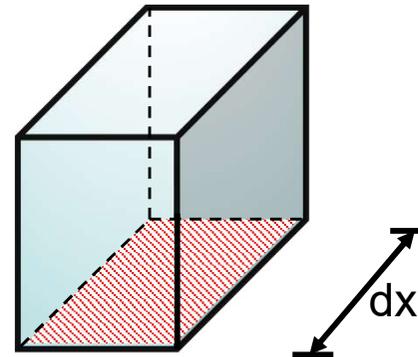




2) Flujo de Tensiones:



Comenzamos por una de las puntas:

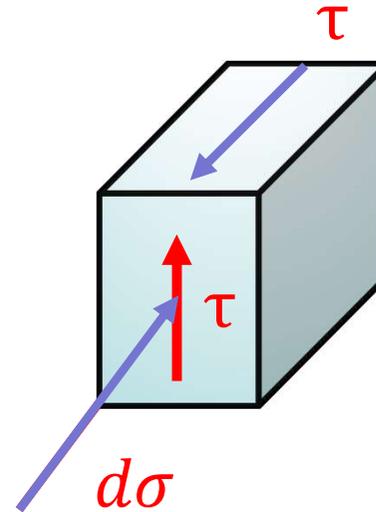
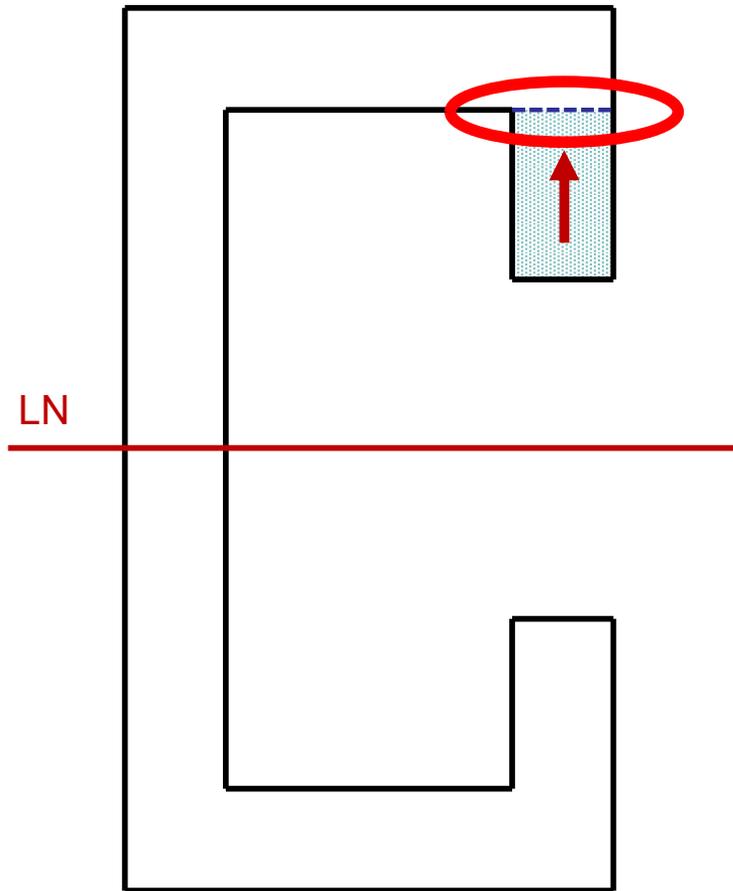


τ siempre vale 0 en las caras libres.

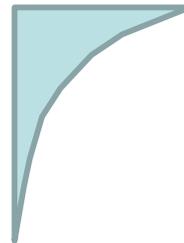
Por lo tanto, por el teorema de Cauchy, τ también valdrá cero en las puntas.

$$\tau_{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

2) Flujo de Tensiones:



Orden de variación: Parabólica con pendiente creciente

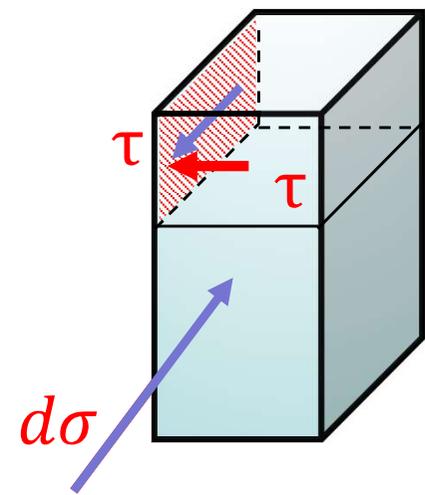
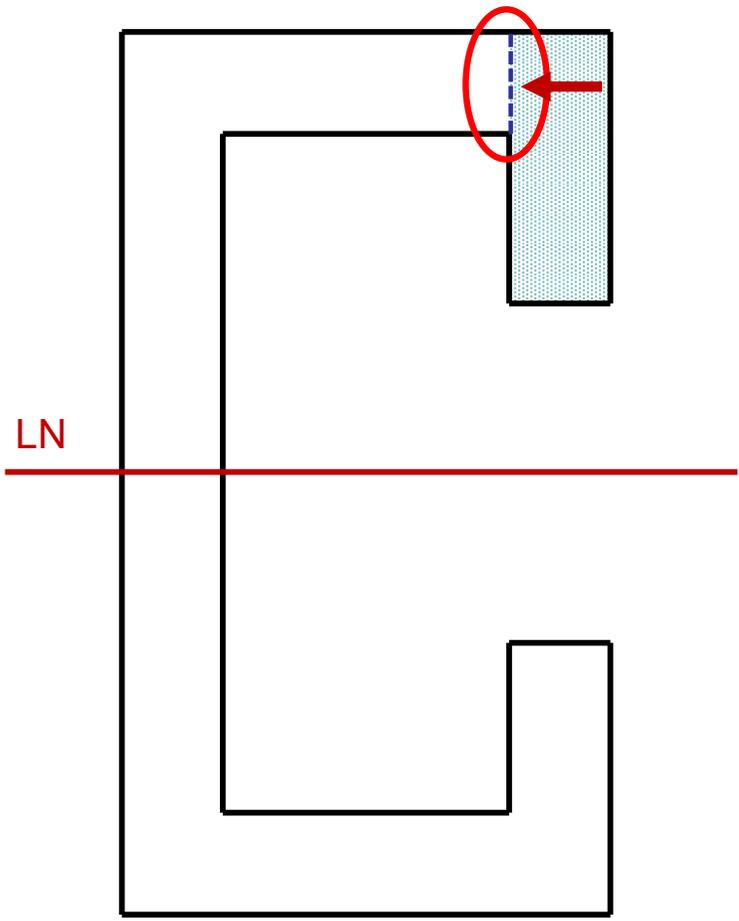


Aumenta el área y aumenta la distancia hacia la Línea Neutra.

2) Flujo de Tensiones:

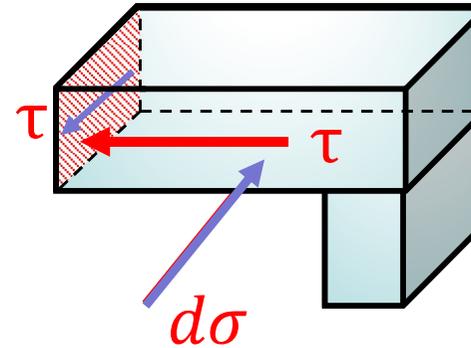
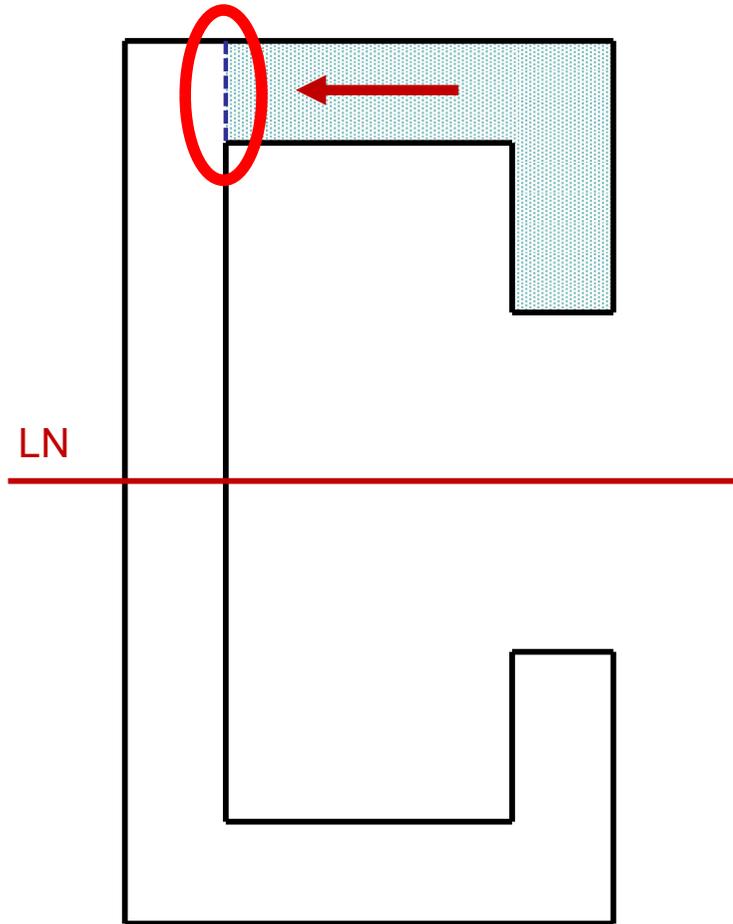


Solicitación por Corte – Flexión variable

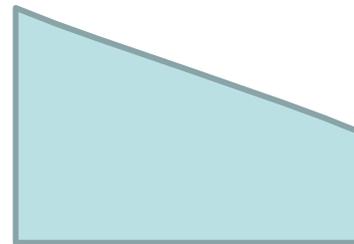




2) Flujo de Tensiones:



Orden de variación: **Lineal**



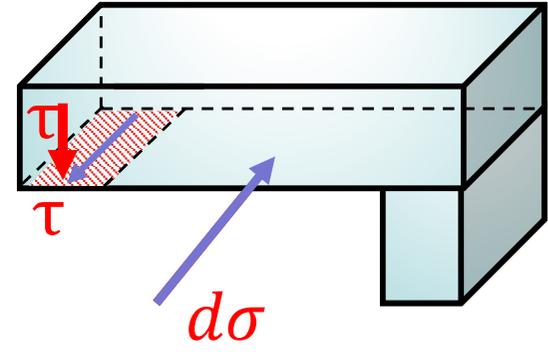
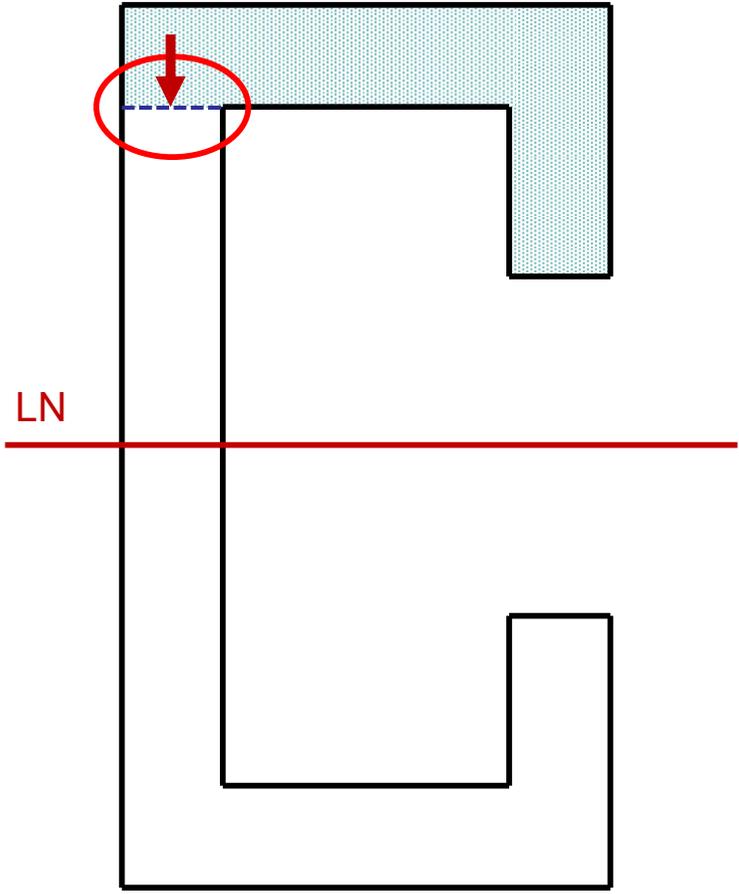
Aumenta el área y aumenta (muy de a poco) la distancia hacia la Línea Neutra.

Pero si analizamos las áreas que resbalan por separado vemos que varía linealmente.

2) Flujo de Tensiones:

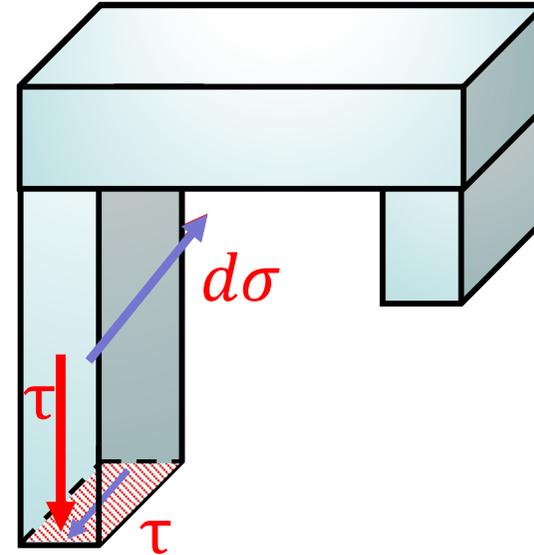
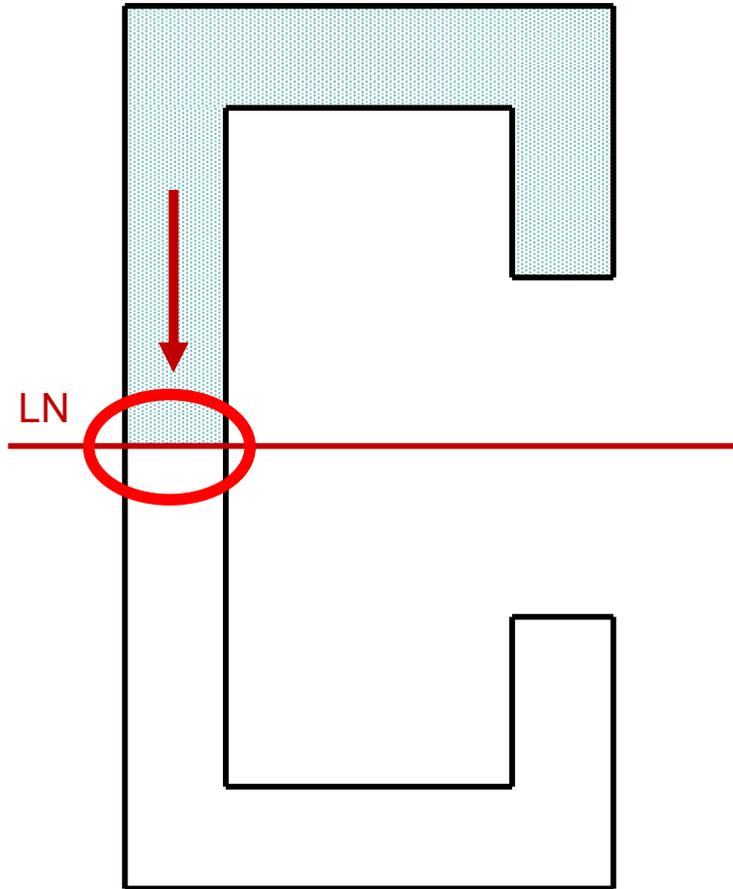


Solicitación por Corte – Flexión variable





2) Flujo de Tensiones:



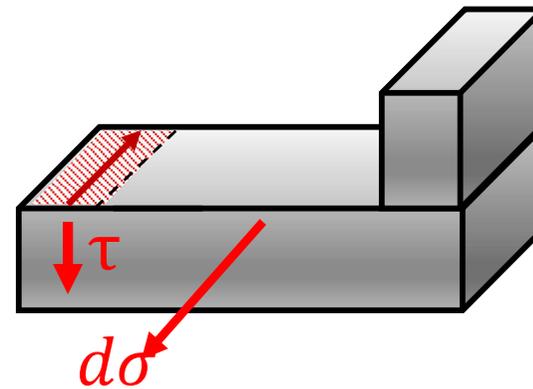
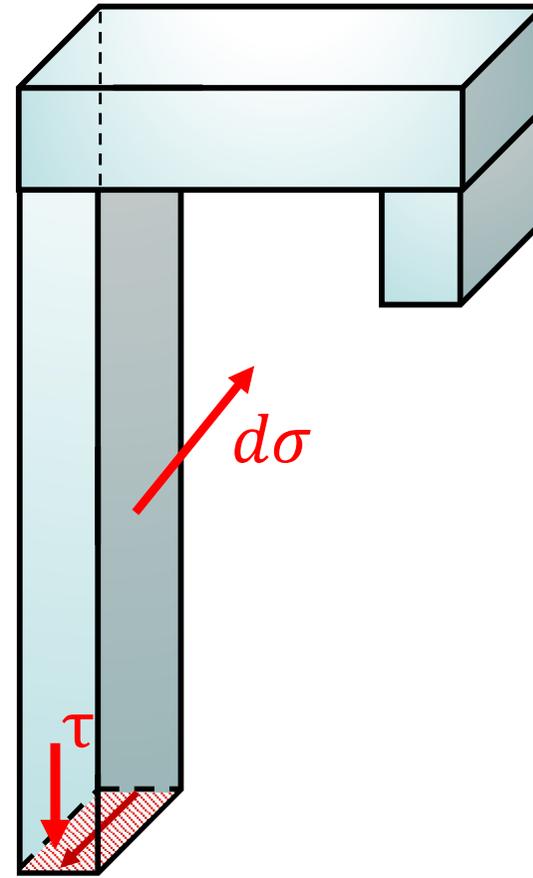
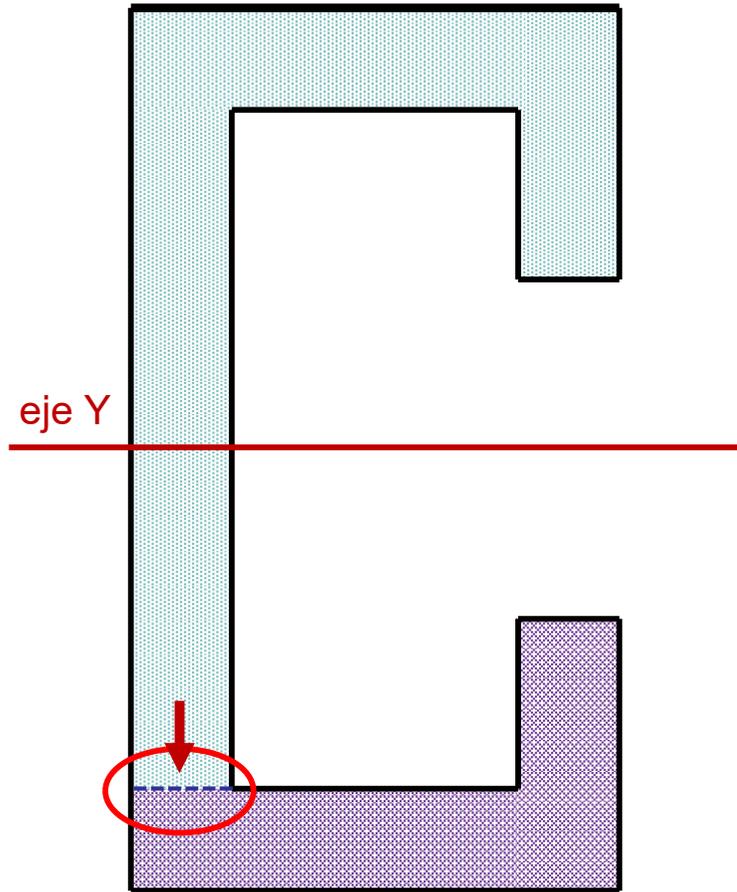
Orden de variación:

Parabólica con
pendiente decreciente

Aumenta el área y disminuye la
distancia hacia la Línea Neutra.



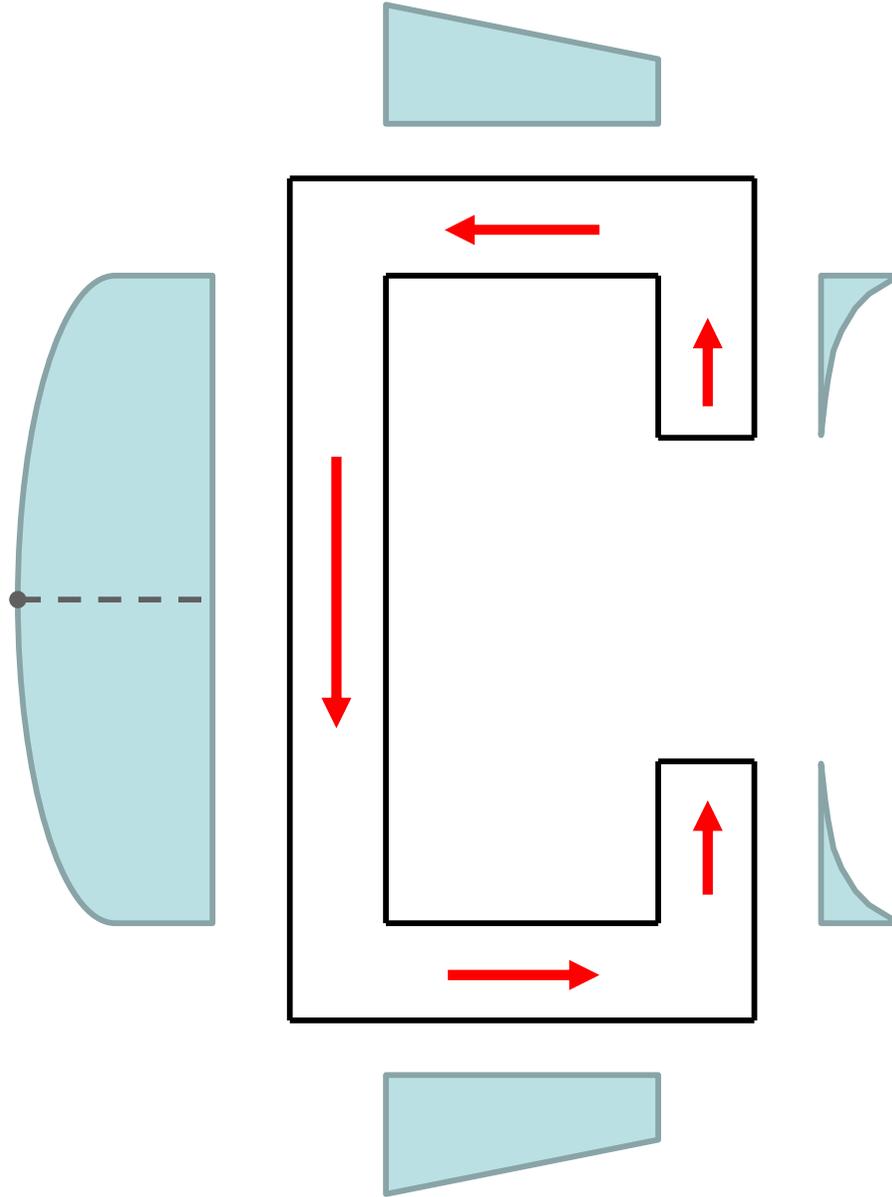
2) Flujo de Tensiones:





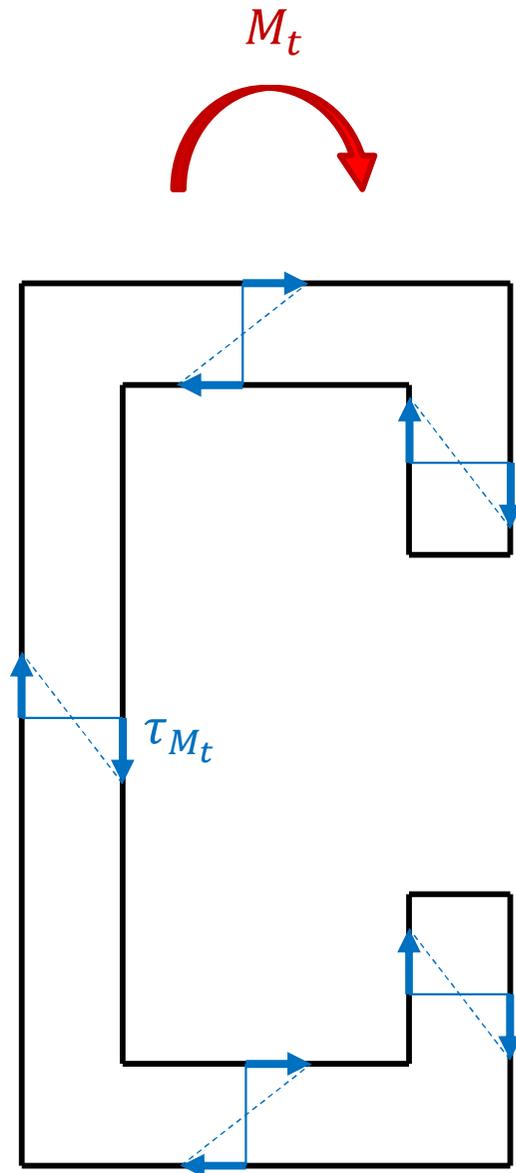
2) Flujo de Tensiones:

Solicitación por Corte – Flexión variable



$$\tau_{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

3) Tensión por torsión:



Datos: $M_t = 35,19 \text{ kN cm}$

$$J_t = 1,54 \text{ cm}^4$$

$$e = 0,475 \text{ cm}$$

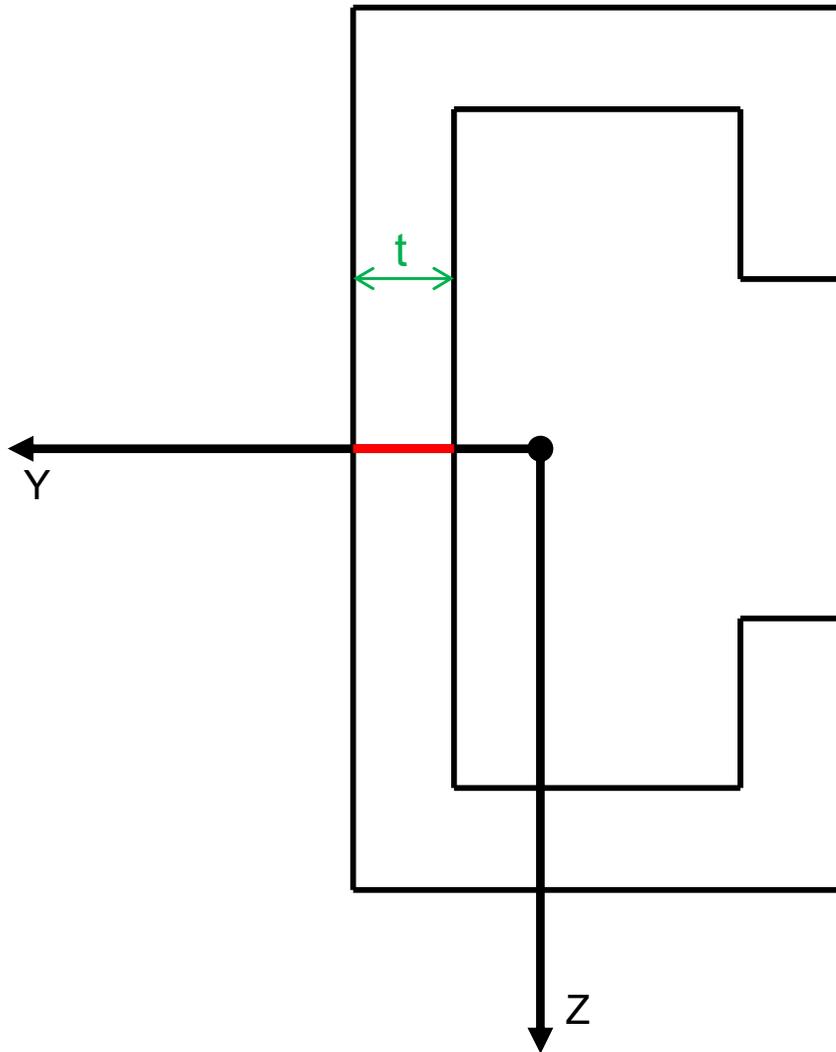
Por ser una sección abierta, calculo el τ_{M_t} con **Saint Venant**.

$$\tau_{M_t} = \frac{M_t}{J_t} \cdot e = \frac{35,19 \text{ kN cm}}{1,54 \text{ cm}^4} \cdot 0,475 \text{ cm}$$

$$\tau_{M_t} = 10,85 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$



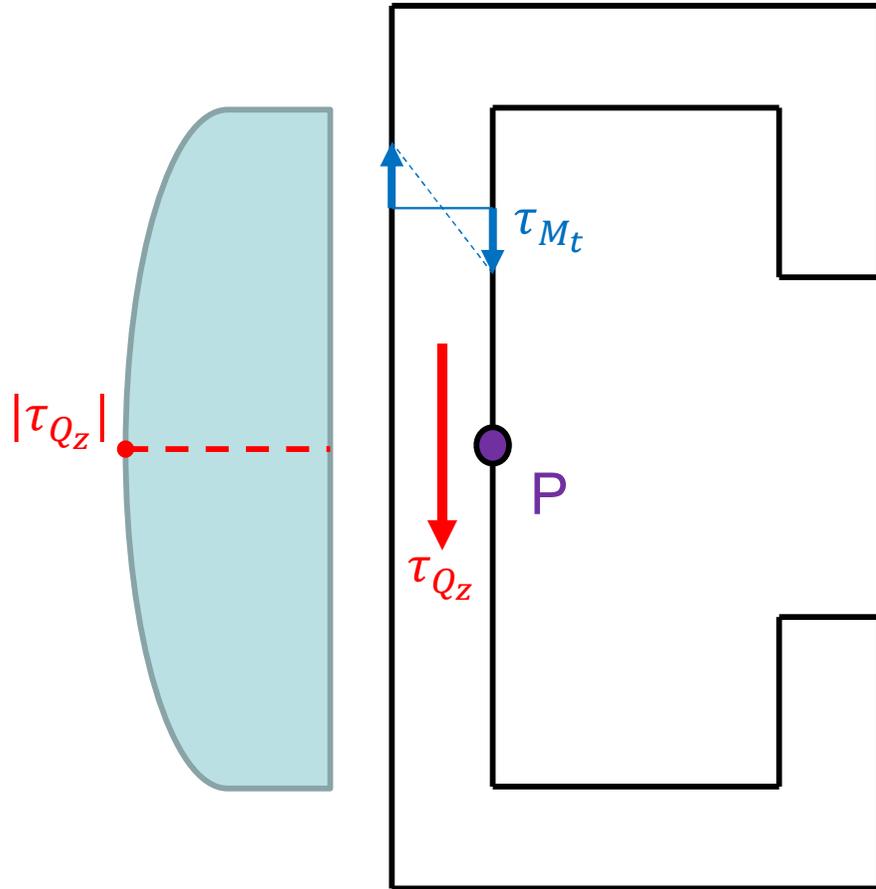
3) Máxima tensión tangencial:



- τ_{M_t} será la misma en todo el contorno de la sección por tener un **espesor constante**.
- $\tau_{Q_z MAX}$ por Jouravsky **se dará sobre el eje Y** porque en el mismo se maximiza el momento estático.



3) Máxima tensión tangencial:



La máxima tensión tangencial se da en el punto P.

Es el punto en el que se superponen las tensiones máximas del Corte y del M_t con el mismo sentido.

$$\text{Por lo tanto: } \tau_P = \tau_{M_t} + \tau_{Q_z}$$

3) Máxima tensión tangencial:



Datos:

$$Q_z = 4,25 \text{ kN}$$

$$J_y = 1290,87 \text{ cm}^4$$

$$b = 0,475 \text{ cm}$$

Calculo el τ_{Q_z} con
Jouravski-Colignon

$$\tau_{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

$$S^* = S^a + S^b + S^c$$

$$S^a = 0,475 \cdot (3 - 0,475) \cdot \left(10 - 0,475 - \frac{3 - 0,475}{2}\right)$$

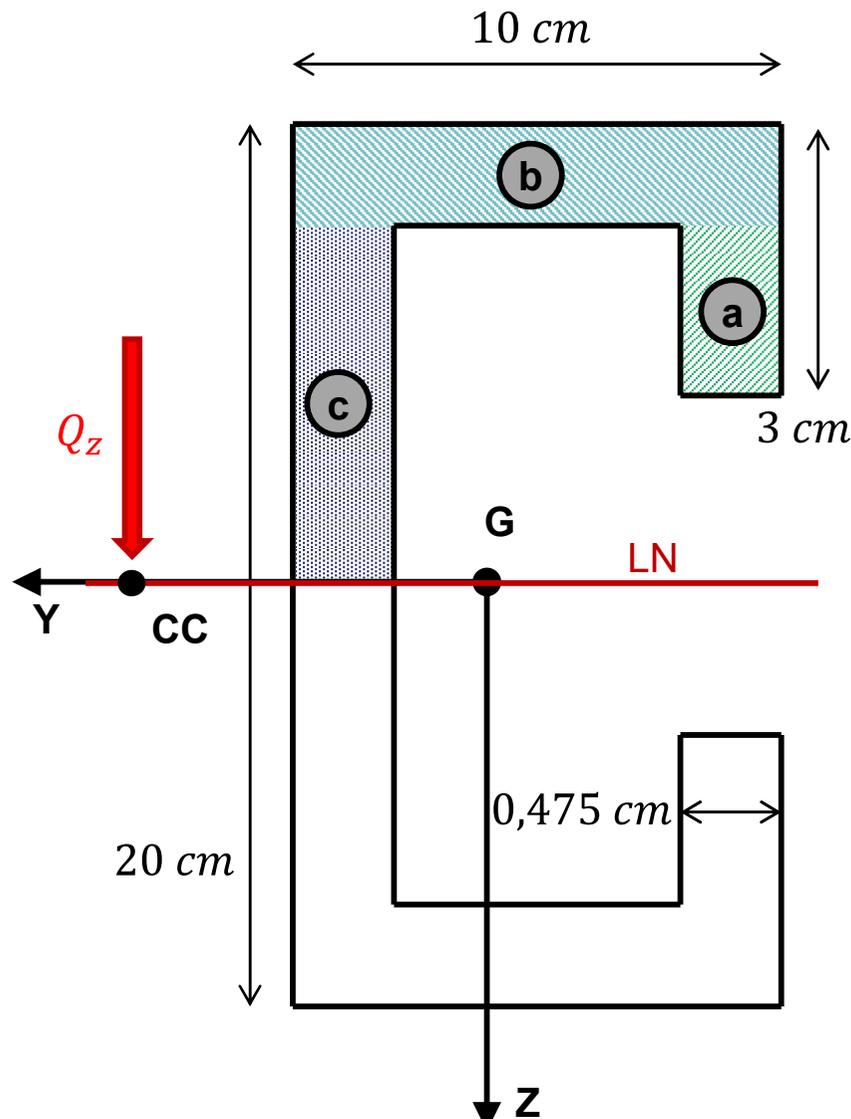
$$S^a = 9,91 \text{ cm}^3$$

$$S^b = 0,475 \cdot 10 \cdot \left(10 - \frac{0,475}{2}\right)$$

$$S^b = 46,37 \text{ cm}^3$$

$$S^c = (10 - 0,475) \cdot 0,475 \cdot \left(\frac{10 - 0,475}{2}\right)$$

$$S^c = 21,55 \text{ cm}^3$$



3) Máxima tensión tangencial:



Entonces: $S^* = S^a + S^b + S^c = 77,829 \text{ cm}^3$

$$\tau_{Q_z} = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b} = 0,5395 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_P = 10,85 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + 0,5395 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_P = 11,39 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

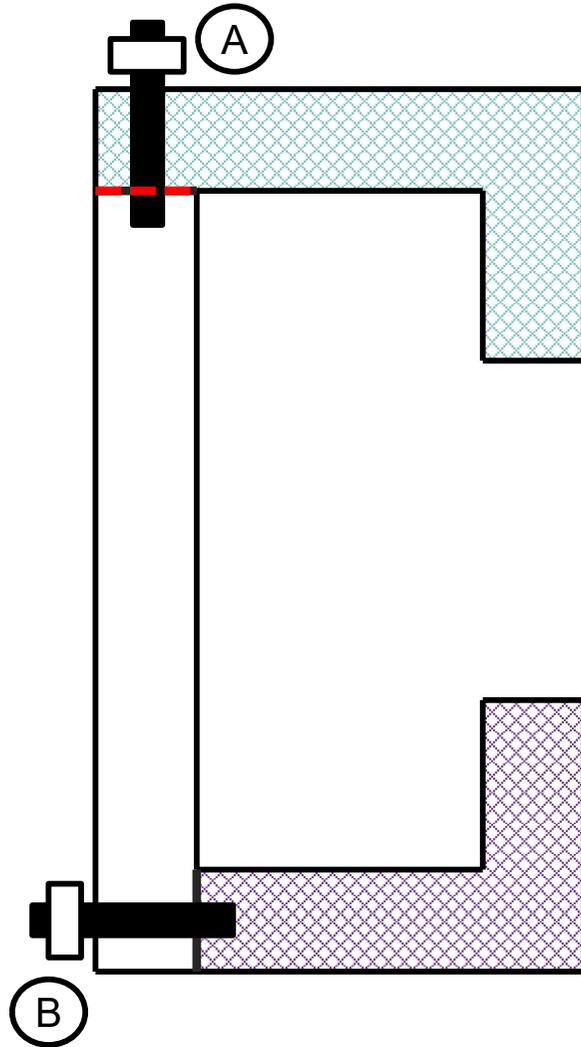
$$\tau_P < \tau_{Adm} \quad \tau_{Adm} = 14 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verifica





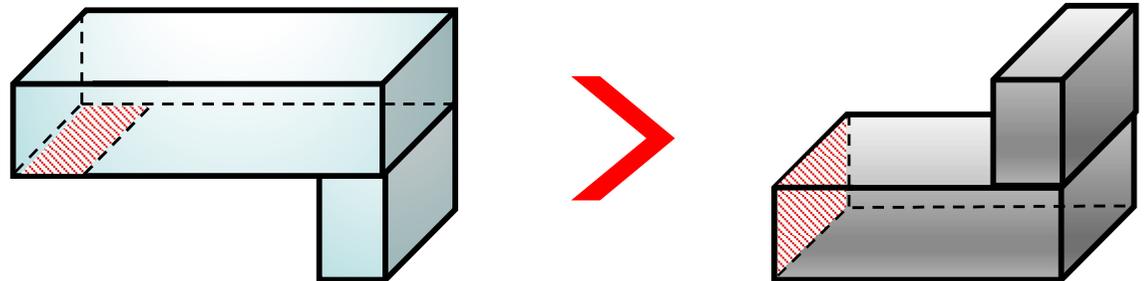
4) Dimensionar el bulón más solicitado:



Dimensionamos el bulón A o B?

El flujo de corte (momento estático) será mayor en A que en B.

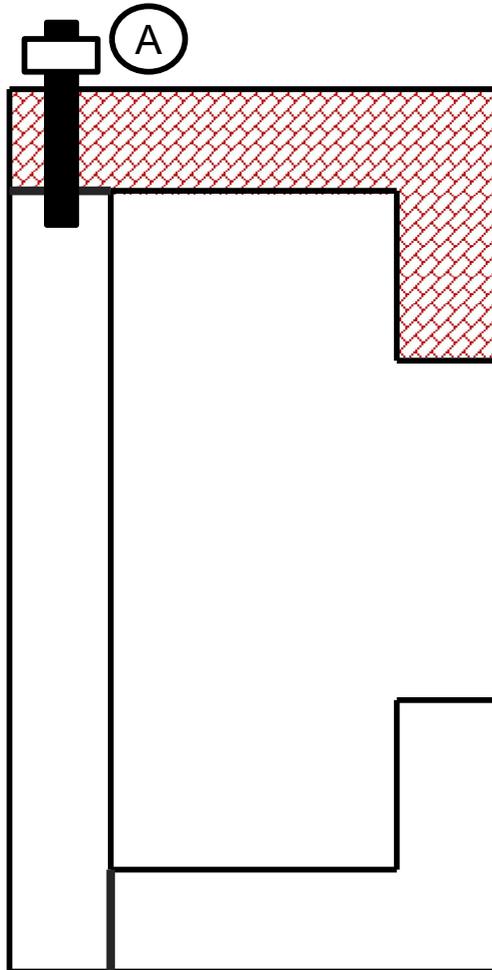
Nos damos cuenta porque el área que resbala cuando sacamos el bulón A es mayor que la que resbala con B.



4) Dimensionar el bulón más solicitado:



Para dimensionar bulones:



$$q \cdot \lambda \leq \tau_{AdmB} \cdot A_B \cdot \eta$$

q: flujo de corte
λ: separación
A_B: área bulón
η: número bulones y/o planos de corte

$$\frac{Q_z \cdot S^{**}}{J_y} \cdot 20 \phi \leq \tau_{AdmB} \cdot \left(\frac{\pi \phi^2}{4} \right)$$

$$Q_z = 4,25 \text{ kN}$$

$$J_y = 1290,87 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{AdmB} = 18 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$S^{**} = S^a + S^b = 56,28 \text{ cm}^3$$

$$\phi = \frac{Q \cdot S^{**} \cdot 20 \cdot 4}{J_y \cdot \tau_{AdmB} \cdot \pi} = \boxed{0,2621 \text{ cm}}$$