



Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ingeniería

Departamento de Estabilidad

INGENIERÍA CIVIL

ESTABILIDAD II – 84.03

SOLICITACIÓN POR TORSIÓN EN RÉGIMEN ELÁSTICO – ST - 01

“Introducción – Teoría de Coulomb”



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

02 – DEFINICIONES

03 – CLASIFICACIÓN

04 – CAMPO DE APLICACIÓN – ALCANCE

05 – LIMITACIONES AL ALCANCE

06 – ECUACIONES DE EQUIVALENCIA

07 – EJEMPLOS DE ESTRUCTURAS SOLICITADAS A TORSIÓN

08 – EXPLICACIÓN DEL FENÓMENO – TEORÍA DE COULOMB

09 – EXPRESIONES Y VARIABLES - DESARROLLO

00 – INTRODUCCIÓN:

En esta presentación se continuará con la sollicitación denominada **“Solicitud por Torsión”**, la cual posee las siguientes dos particularidades que desean destacarse:

- Como consecuencia de esta sollicitación, en cada uno de los puntos de una sección transversal sollicitada a torsión, aparecerán **“Tensiones Tangenciales – τ –”**; constituyendo ésta la primera en estudio en que aparecen este tipo de tensiones;
- El vector que caracteriza a esta sollicitación, será uno perpendicular al plano de la sección, al igual que en **“Solicitud Axil”**.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

01 – OBJETO:

El objeto de este tema será el de:

- Estudiar y analizar los conceptos físicos, matemáticos e ingenieriles;
- Estudiar y analizar los principios y fundamentos de funcionamiento estructural;
- Aprender a dimensionar y a verificar;
- Introducirnos en las bases preliminares del diseño y el proyecto;

de elementos estructurales o sistemas de elementos estructurales o parte de ellos que están solicitados exclusiva y preponderantemente a **“Esfuerzos de Torsión o a Sollicitación por Torsión”**.

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

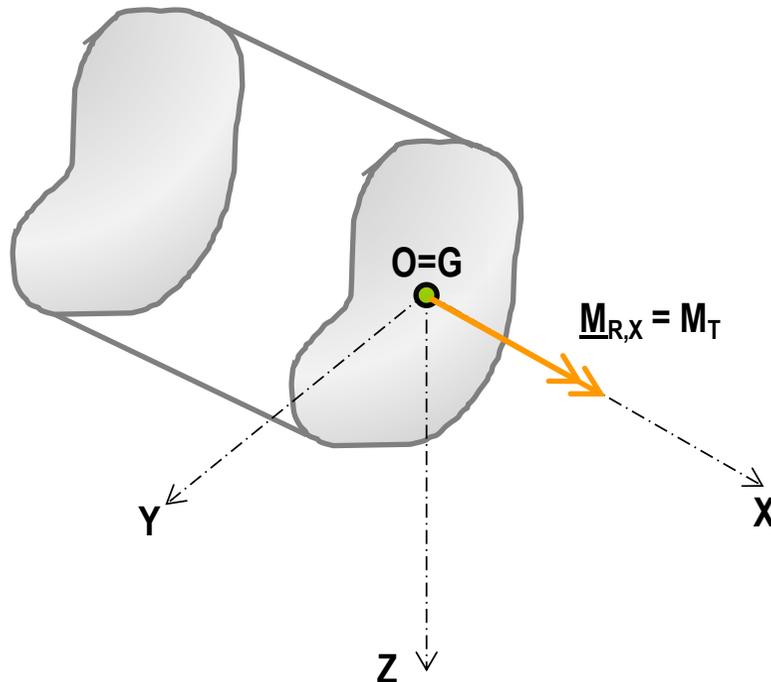
00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

02 – DEFINICIONES:

Una sección está solicitada exclusivamente a un **esfuerzo de torsión** cuando al reducir las fuerzas al baricentro de la misma para poder equilibrar las fuerzas exteriores actuantes sobre la parte de la estructura a la que pertenece tal sección, solamente existe o se presenta la componente del vector momento resultante de reducción que es perpendicular al plano de la sección. La figura a continuación muestra lo expresado:



El elemento estructural considerado es una pieza prismática, a la cual se le ha asociado una terna de ejes coordenados cartesianos (O; X; Y; Z), para lo cual:

- El origen de la terna coincide con el baricentro de la sección, $O = G$;
- Eje “X” coincide con el eje de la pieza;
- Los ejes “Y” y “Z” se ubican en el plano de la sección, y coincidentes con los EPI.

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

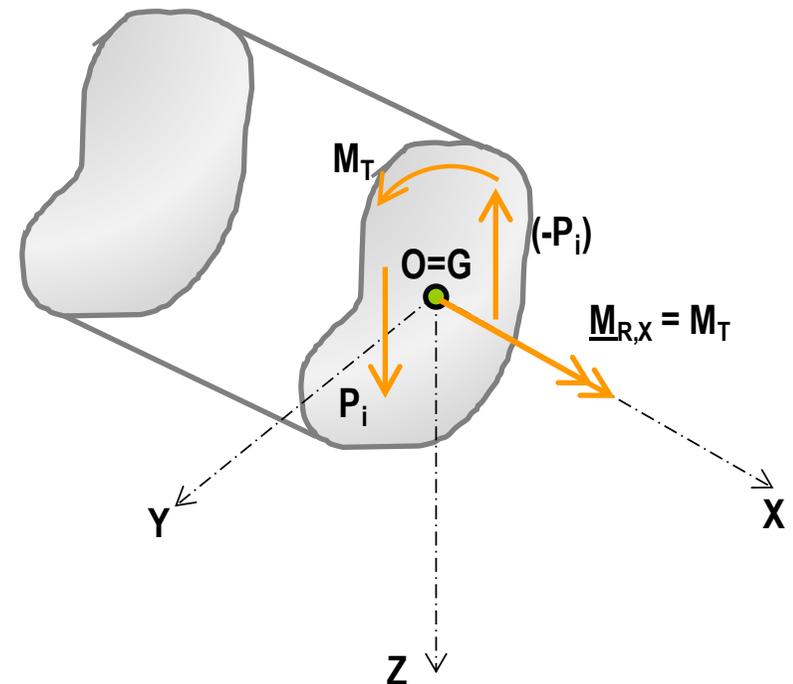
00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

En la siguiente figura se amplían los elementos correspondientes a la sollicitación, indicando:

- El par de fuerzas [P_i y $(-P_i)$] que genera al vector momento torsor, los cuales yacen en el plano de la sección;
- La representación del momento, que acompaña al par de fuerzas;
- Los 3 elementos, (vector, par de fuerzas y momento), no es necesario que se los haga coexistir simultáneamente; alcanza con que se utilice a uno de ellos para representar a la sollicitación;





ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

TORSIÓN SIMPLE:

Se define que un elemento estructural está solicitado a **“Torsión Simple”** cuando sobre todas sus secciones actúa únicamente un momento resultante de reducción que solamente tiene componente sobre el eje “X”. Asimismo, a dicho momento se lo denomina **“Momento Torsor”**.

TORSIÓN PURA:

Si el momento torsor actuante es constante para cada una de las infinitas secciones que conforman al elemento estructural, a dicha sollicitación se la denominará **“Torsión Pura”**,

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

Es decir:

si $\underline{M} \equiv \underline{M}_x$ y $\underline{M}_y = 0$ y $\underline{M}_z = 0$ \longrightarrow

SOLICITACIÓN POR TORSIÓN

si $\underline{M}_x \equiv \underline{M}_x(X) \neq \text{cte}$ \longrightarrow

TORSIÓN SIMPLE

si $\underline{M}_x \equiv \underline{M}_x(X) = \text{cte}$ \longrightarrow

TORSIÓN PURA

A la Torsión Pura se la puede entender como un caso particular de la Torsión Simple.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

CONSIDERACIONES:

- La definición anterior de Solicitación por Torsión es válida cuando el Baricentro de la sección coincide con el “**Centro de Corte**”, $G = C_C$;
- El “Centro de Corte” es otro punto característico de las secciones transversales. La definición y estudio del mismo se realizará en el próximo tema “Flexión Variable”;
- Si lo anterior no fuera así, es decir, que el baricentro de la sección no coincide con el centro de corte (no son el mismo punto); las definiciones anteriores tendrán validez cuando la reducción de las fuerzas se realice al “**Centro de Corte**” - C_C ;
- Si la reducción se realiza al centro de corte, al momento torsor se lo denominará “Momento Torsor Real”;



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

- En todo el desarrollo que a continuación se realizará, se trabajará con el “momento torsor real, lo cual implica que:
 - O bien el baricentro y el centro de corte coinciden, es decir, son el mismo punto;
 - O bien la reducción ha sido realizada al centro de corte y por lo tanto, el \underline{M}_X actúa sobre este punto, para lo cual el eje “X” y la terna tienen su origen en dicho centro de corte, $O=C_C$;
- En lo que sigue, se denominará a la sollicitación, y simplemente por cuestiones de simplicidad como “Momento Torsor” en vez de “Momento Torsor Real”.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

03 – CLASIFICACIÓN:

El estudio general de elementos o piezas prismáticos solicitados a momento torsor es un tema, en general, bastante complejo, que en muchos casos no cumple con las hipótesis básicas en las que se basa la Resistencia de Materiales.

En este sentido, el estudio relativo a la sollicitación por torsión pierde el carácter elemental de los resultados obtenidos para las otras sollicitaciones como SA, SF y FV.

El estudio riguroso conduce en ocasiones al planteamiento de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, resolubles únicamente mediante técnicas numéricas.

La complejidad fundamental y principal radica en que las secciones solicitadas a torsión NO permanecen planas. Si esto no ocurre, es porque sufrirán o experimentarán deformaciones fuera del plano. A este tipo de deformaciones o de fenómenos se lo conoce como **“alabeo”**.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

En base a lo anterior, se clasifica a la Sollicitación por Torsión en:





ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

TORSIÓN UNIFORME - TU:

Este tipo de sollicitación se caracteriza a través de las siguientes premisas:

- El alabeo de las distintas secciones de la pieza prismática **NO** está impedido;
- Las secciones se pueden alabear, y el alabeo que ellas experimentan es el mismo o muy parecido. Esto será lo mismo que decir el alabeo relativo entre las distintas secciones es despreciable; y de hecho se lo considerará como nulo. En este sentido, se considerará que todas las secciones sufren el mismo alabeo.

La torsión uniforme se estudiará a través de las siguientes 2 teorías:

1. TEORÍA DE COULOMB:

- Es válida para secciones en las que no se produce el alabeo;
- Sólo aplica a secciones circulares.

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

2. TEORÍA DE SAINT VENANT:

- Es una teoría más general;
- Existe alabeo en las secciones, y éste es el mismo en todas las secciones, es decir, es constante o prácticamente constante. De esto se desprende que el alabeo relativo es despreciable y será considerado nulo;
- Se presenta para piezas prismáticas en general;
- Las deformaciones son uniformes para todas las secciones, con lo cual:
 - Las secciones rotan rígidamente;
 - Las secciones se alabean fuera de su plano;
- Consecuencia de lo anterior es que las deformaciones al ser uniformes, el alabeo también será uniforme:

$$\varepsilon_x = 0$$



$$\sigma_x = 0$$



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

- En la Torsión Uniforme, ambas teorías son compatibles con el planteamiento general de la Resistencia de Materiales;
- Las tensiones en una sección dependerán exclusivamente del momento torsor;
- Precisamente a este tipo de torsión se lo denomina “Uniforme” porque si las secciones se alabean, éste es muy parecido entre las secciones y se considera en el sentido más genérico que es el mismo para todas las secciones. Esto implica decir que es uniforme. El alabeo de las distintas secciones de la pieza prismática **NO** está impedido;
- La Teoría de Coulomb incluso, podrá considerarse como un caso particular de la Teoría de Saint Venant, pero con sus propias particularidades y limitaciones, entre ellas es que sólo está referida a secciones circulares.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

TORSIÓN “NO” UNIFORME - TNU:

Este tipo de sollicitación se caracteriza a través de las siguientes premisas:

- El alabeo de las distintas secciones de la pieza prismática está impedido total o parcialmente, con lo cual presenta algún tipo de coacción;
- Las secciones se pueden alabean, y el alabeo que ellas experimentan **NO** es constante. El alabeo relativo no es despreciable; por el contrario, el mismo es relevante y debe ser considerado;
- Si el alabeo relativo no es constante;
- No se cumple la Teoría de Saint Venant, con lo cual, las tensiones en una sección no dependerán exclusivamente del momento torsor. Esto implica que dependerá, también, de otras sollicitaciones;
- Esta particularidad hace que la Torsión No Uniforme – TNU – quede fuera del campo de aplicación de la Resistencia de Materiales.

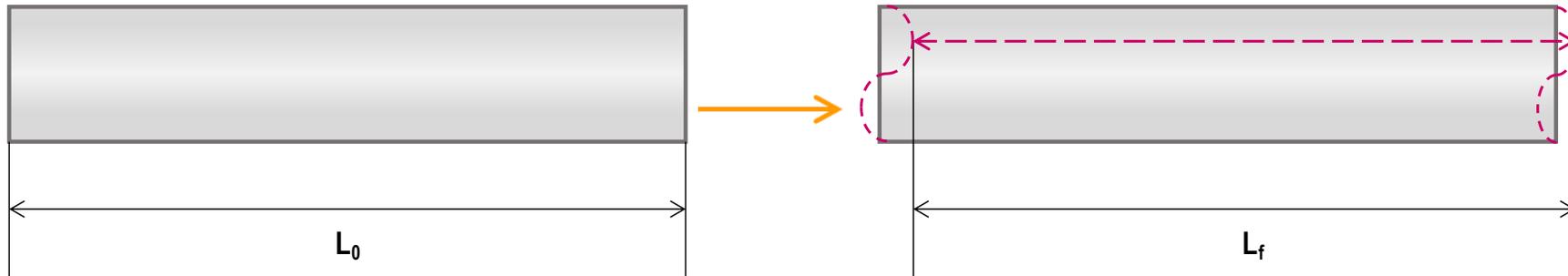
ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

Los siguientes esquemas y expresiones caracterizan y distinguen a ambos tipos de torsiones:



TORSIÓN UNIFORME - TU

$$\longrightarrow L_0 = L_f \longrightarrow \frac{L_f - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} = \varepsilon_x = 0 \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \sigma_x = 0$$

TORSIÓN "NO" UNIFORME - TNU

$$\longrightarrow L_0 \neq L_f \longrightarrow \frac{L_f - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} = \varepsilon_x \neq 0 \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \sigma_x \neq 0$$



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

En consecuencia, la pregunta es: cómo se resuelve el problema de la “Torsión No Uniforme?”

La respuesta es que se resuelve de la siguiente manera:

- Planteo “Ad Hoc”, conocidos como resoluciones especiales y particulares para cada caso. En el caso más general se los conoce como **“Teoría de la Torsión No Uniforme”**;
- Planteamiento general de la **“Teoría de la Elasticidad”**.

Finalmente, todo problema de torsión podrá ser descompuesto en la suma de una parte considerada como uniforme más otra como no uniforme.

En nuestra asignatura, se estudiará solamente la torsión uniforme o la parte uniforme de un problema general.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

04 – CAMPO DE APLICACIÓN - ALCANCE:

La siguiente constituye una clasificación lo más completa posible de la “Solicitación por Flexión” y de sus distintos componentes:

I. TIPOS DE ESTRUCTURAS:

- I. Sistemas Isostáticos;
- II. Sistemas Hiperestáticos;

II. TIPOS DE SECCIONES TRANSVERSALES:

- I. Secciones Circulares:
 - I.1 – Macizas o Llenas;
 - I.2 – Huecas o Anulares o Tubulares;



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

II. Secciones No Circulares:

II.1 – Tubulares de Paredes Delgadas Simplemente Conexas;

II.2 – Rectangulares;

II.3 – Abiertas de Paredes Delgadas;

III. CAUSAS O ACCIONES:

i. Causa Fuerza “F” o “P”;

ii. Causa ΔT ;

IV. CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES DE LAS ESTRUCTURAS:

I. Homogéneos;

II. Heterogéneos;

III. Compuestos de 2 o más materiales con distintas propiedades y características.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

V. PERÍODO DE TRABAJO DEL MATERIAL EN CUANTO A SU COMPORTAMIENTO MECÁNICO:

- i. Período o Comportamiento Elástico;
- ii. NOTA: En las últimas unidades de la asignatura se verá el comportamiento de estructuras solicitadas a esfuerzos axiales trabajando en el período anelástico o plástico.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

05 – LIMITACIONES AL ALCANCE:

Los siguientes temas, en principio, el estudio y análisis de los mismos no serán abordados:

- I. Sistemas Estructurales “Hipoestáticos”;
- II. Causa “Cedimiento de Vínculo – CV”;
- III. Secciones Tubulares Múltiplemente Conexas;
- IV. Concentración de Tensiones;
- V. Torsión No Uniforme – TNU.

El tratamiento de ellos dependerá del desarrollo del curso y de los tiempos involucrados.

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

06 – ECUACIONES DE EQUIVALENCIA:

Las ecuaciones de equivalencia ya vistas pero ahora aplicadas exclusivamente a una por **“SOLICITACIÓN POR TORSIÓN”** son las siguientes:

$$N = 0 = \int_A \sigma_X \cdot dA \quad \boxed{1}$$

$$M_X = \int_A (-\tau_{XY} \cdot z + \tau_{XZ} \cdot y) \cdot dA \quad \boxed{4}$$

$$Q_Y = 0 = \int_A \tau_{XY} \cdot dA \quad \boxed{2}$$

$$M_Y = 0 = \int_A \sigma_X \cdot z \cdot dA \quad \boxed{5}$$

$$Q_Z = 0 = \int_A \tau_{XZ} \cdot dA \quad \boxed{3}$$

$$M_Z = 0 = \int_A -\sigma_X \cdot y \cdot dA \quad \boxed{6}$$



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

07 – EJEMPLOS DE ESTRUCTURAS SOLICITADAS A TORSIÓN:

A continuación se proporcionan una serie de fotografías que muestran estructuras o partes de ellas o algunos de sus elementos componentes trabajando fundamentalmente a **“Solicitud por Torsión”**:



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

08 – EXPLICACIÓN DEL FENÓMENO – “TEORÍA DE COULOMB”:

Esta primera teoría que se explicará, aplica a barras prismáticas cilíndricas, de sección circular maciza o llena, o hueca o anular o tubular.

Se empezará explicando esta teoría a través de un ensayo muy simple. Para ello:

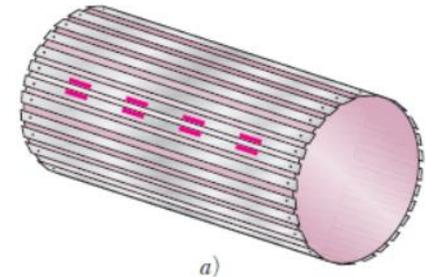
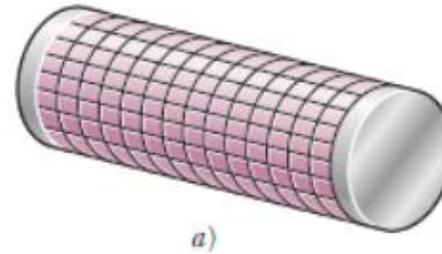
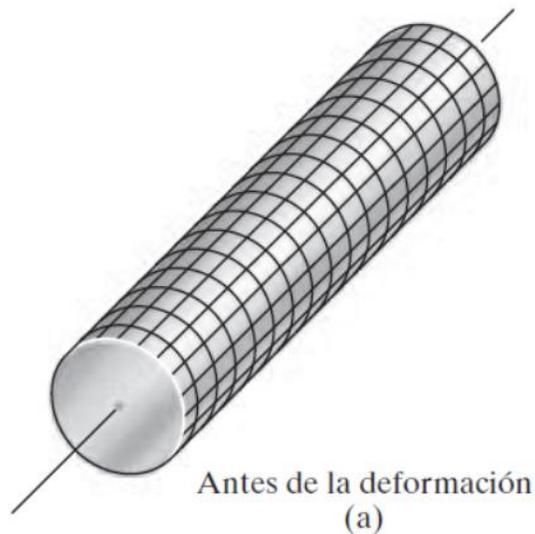
- Considérese una barra de eje recto y de sección transversal circular constante, en principio maciza o llena, con las siguientes dimensiones:
 - Longitud “L”;
 - Sección de diámetro “D”;
- En toda la superficie lateral de la barra se ha dibujado una cuadrícula que representa a las secciones transversales y a las generatrices de la misma;
- Asimismo, se dispuso de una terna coordenada cartesiana (O; X; Y; Z) con origen en uno de los extremos de la barra, y en donde: el eje “X” coincide con el de la barra, y los ejes “Y” y “Z” contenidos en el plano del dibujo.

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS



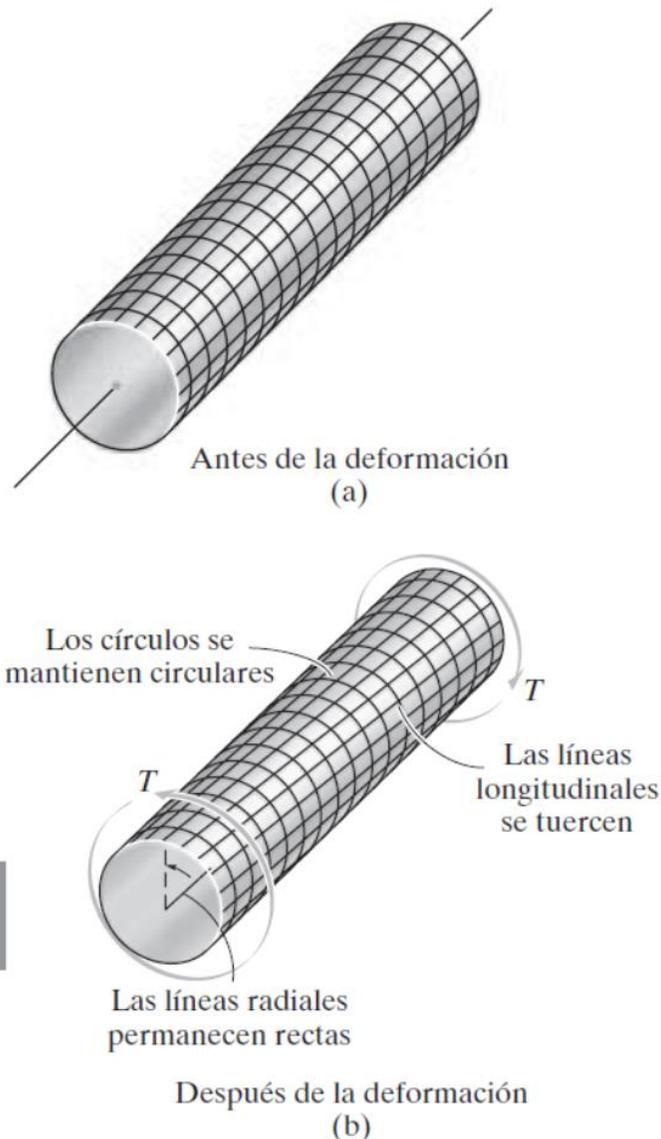
- Ahora bien, en los extremos de las barras se aplicarán 2 momentos torsores iguales y opuestos de manera que la misma se encuentre en equilibrio;
- Y se verá a continuación cómo es la deformada de las barras indicadas en la figuras precedentes;
- En la 3º figura, las generatrices están indicadas como pequeñas chapas que se vinculan a la barra en sus extremos mediante clavos o pequeños tornillos, de manera que permitan girar a las chapitas;

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS



Del ensayo realizado se observa los siguientes 3 aspectos o particularidades:

- I. Las secciones normales al eje de la pieza permanecen planas y paralelas a sí mismas, luego de la deformación por torsión;
- II. Luego de la deformación, las secciones mantienen su forma;
- III. Las secciones giran alrededor del eje de la pieza, y se observan giros relativos de una sección respecto de las otras, o entre las secciones.

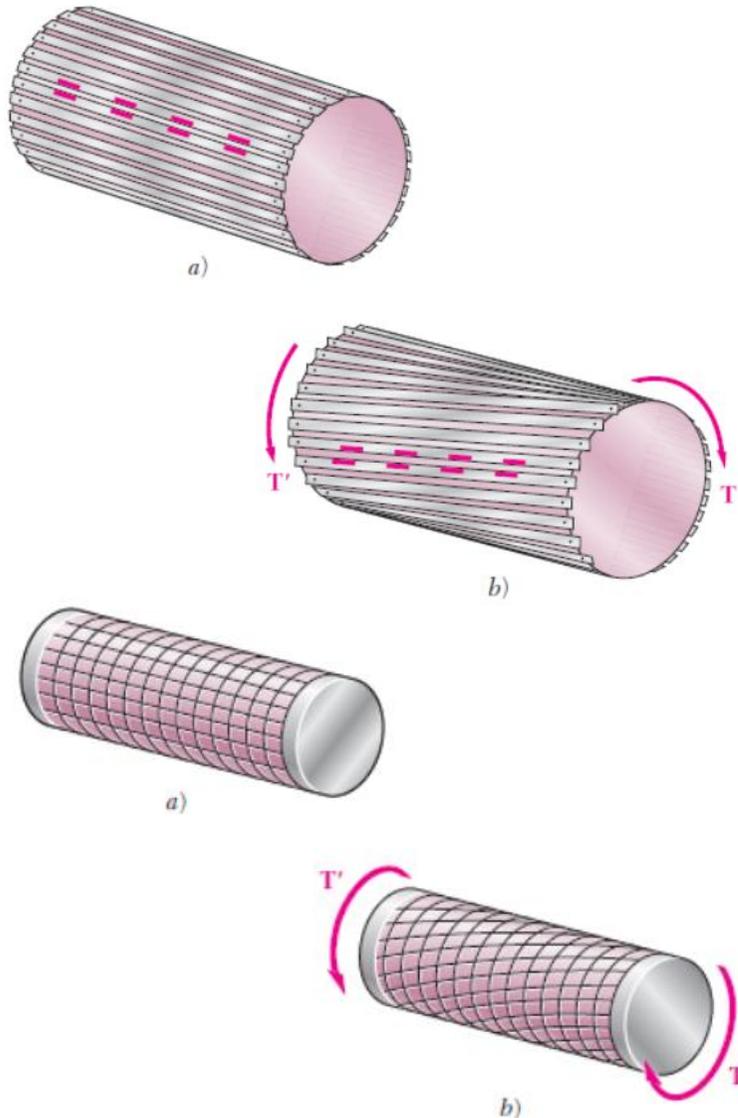
FUENTE: "Mecánica de Materiales" – Russell C. HIBBELER – Ed.
Pearson – 8° Ed. – Cap. 5

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS



Como consecuencia de las observaciones o particularidades mencionadas precedentemente, se destaca que:

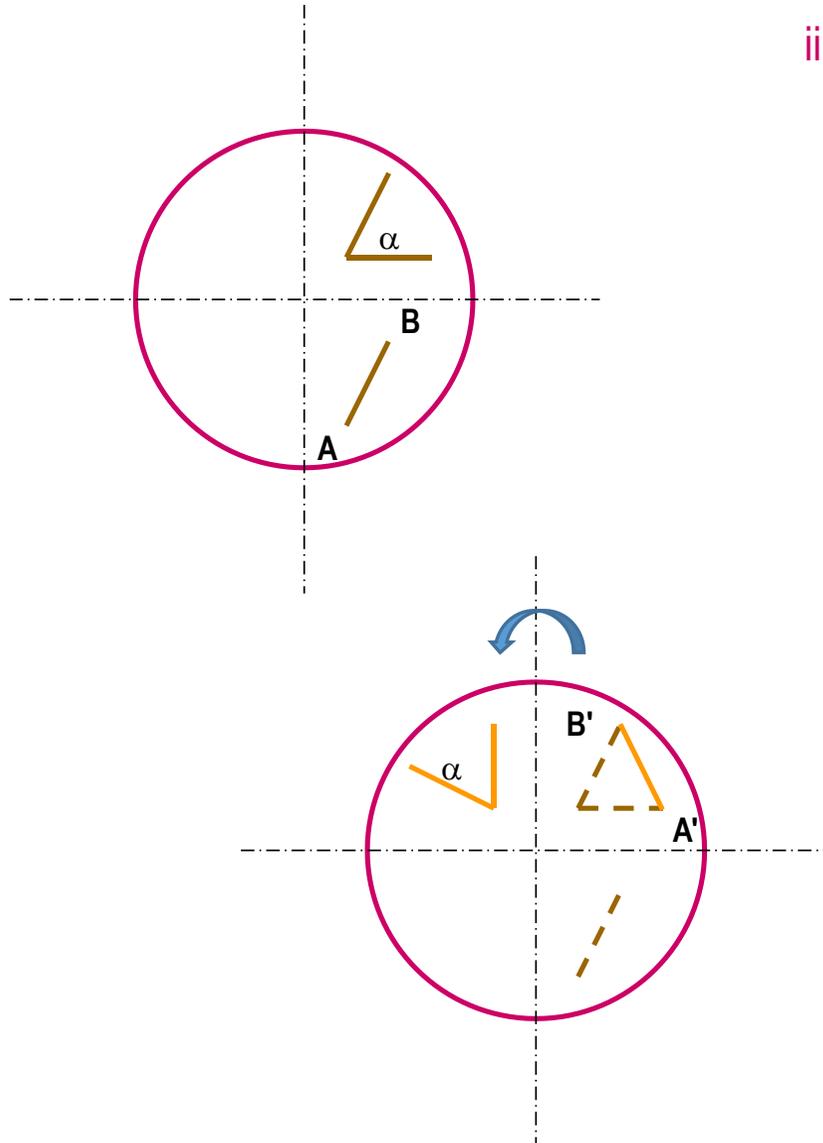
- i. De la 1° (“I”), se tiene que al mantenerse planas las secciones, implica que las mismas no se alabean. Esto se verifica para todas las secciones, inclusive para las extremas;
- ii. De la 1° (“II”), se tiene que al mantener su forma las secciones; implica que los círculos siguen siendo círculos, es decir, no cambian su forma. Por lo tanto, cualquier figura que de manera abstracta podamos asumir como dibujada en una sección cualquiera, también mantendrá su forma. Esto implica que los ángulos mantienen su medida al igual que los segmentos;

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS



- iii. Al girar las secciones, las figuras del punto precedente supuestas dibujadas sobre las secciones, giran con la propia sección alrededor del eje de la pieza;

Además, las generatrices se transforman en hélices, y como se está trabajando con pequeños desplazamientos; éstas hélices serán de paso muy grande y que intersectará a los círculos de las secciones con ángulos iguales.

Las hélices al ser de paso muy grande, son prácticamente rectas. Esto es así porque se observa que las secciones giran alrededor del eje de la pieza, lo que no implica que todos giren lo mismo.



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

La observación “experimental” anterior sobre las secciones es comprobada en todos los ensayos que se realizan de barras de sección circular solicitadas a torsión.

Esta observación se transforma, entonces, al adoptarse como una suposición de trabajo en una o varias hipótesis de estudio, análisis y trabajo; conocidas como **“Hipótesis de Coulomb”**. La cual dice:

“En la Sollicitación por Torsión de barras prismáticas cilíndricas o de sección circular, se verifica que:

I.- Las secciones normales al eje de la pieza permanecen planas y paralelas a sí mismas luego de la deformación;

II.- Las secciones mantienen su forma;

III.- Las secciones giran alrededor del eje de la pieza, y se observan giros relativos de una sección respecto de las otras”

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

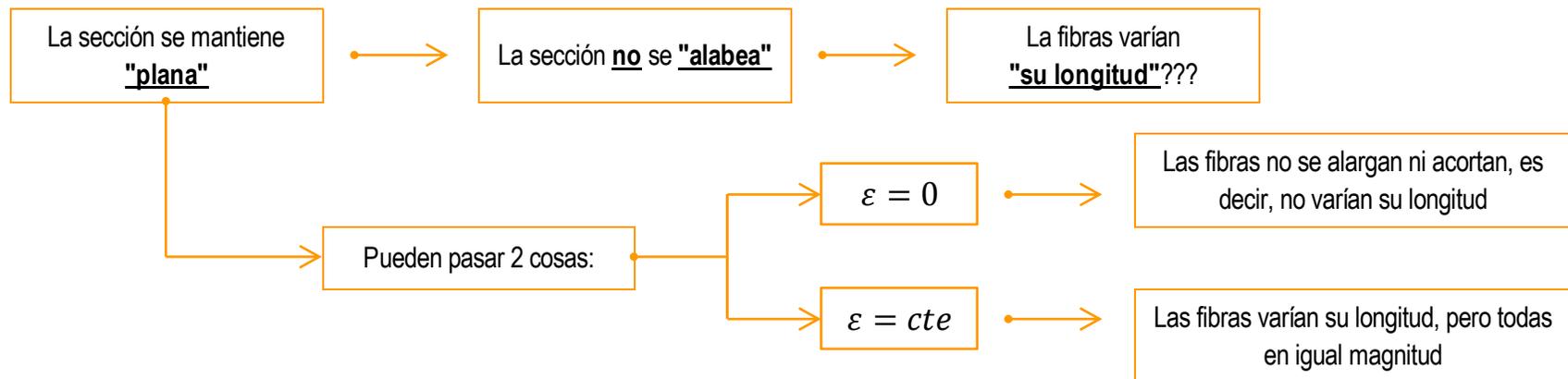
01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

09 – EXPRESIONES Y VARIABLES - DESARROLLO:

A continuación se realizará un desarrollo muy similar al visto en “**Solicitud Axil**” y “**Solicitud por Flexión**”, pero en este caso empezaremos por las:

1º, 5º y 6º Ecuaciones de Equivalencia:



ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

1º CASO: $\varepsilon = 0$:

Por "Ley de Hooke"

$$\varepsilon_x = 0$$



$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$



$$\sigma_x = 0$$



Se satisfacen la 1º, 5º y la 6º
Ecs. de Equivalencia

2º CASO: $\varepsilon = \text{cte}$:

Por "Ley de Hooke"

$$\varepsilon_x = \text{cte}$$



$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$



$$\sigma_x = \text{cte}$$



Las σ_x sale fuera de la integral de la 1º
Ec. De Equivalencia

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

2º CASO: $\varepsilon = \text{cte}$:

$$\mathcal{N} = 0 = \int_A \sigma_X \cdot dA = \sigma_X \cdot \int_A dA = \int_A dA = 0$$

- Que la integral del área de una sección sea nula, constituye una incongruencia matemática en 1º término, y una física en 2º lugar; debido a que se está trabajando con un elemento estructural o cuerpo que tiene un volumen determinado y una sección con un área determinada;
- Por lo tanto, como el área de la sección no puede ser nula, la única posibilidad de que se satisfagan la 1º Ecs. de Equivalencia es que las tensiones normales sean nulas;
- En consecuencia, las tensiones normales son efectivamente nulas en la sollicitación por torsión en piezas prismáticas cilíndricas o de sección circular;
- Asimismo, las secciones se mantienen planas, no se alabean y las fibras no varían su longitud, es decir, no se alargan ni acortan;
- Luego, si las tensiones normales son nulas, esto implica que la 5º y la 6º Ecs. de Equivalencia se verifican.

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

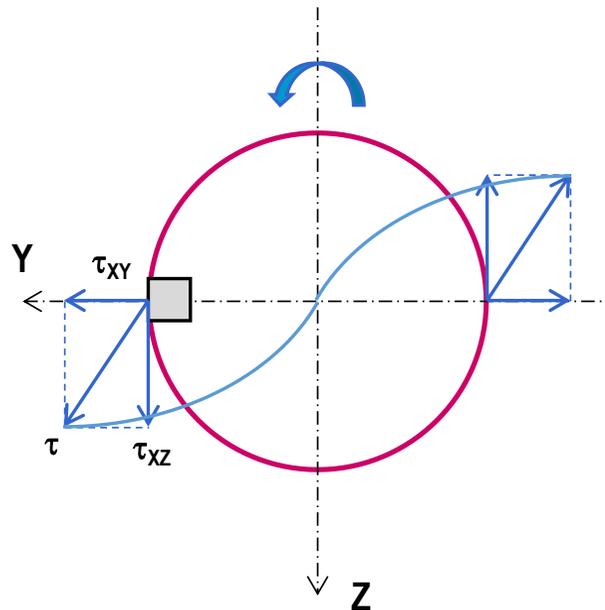
01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS

2º y 3º Ecuaciones de Equivalencia:

$$Q_Y = 0 = \int_A \tau_{XY} \cdot dA$$

$$Q_Z = 0 = \int_A \tau_{XZ} \cdot dA$$



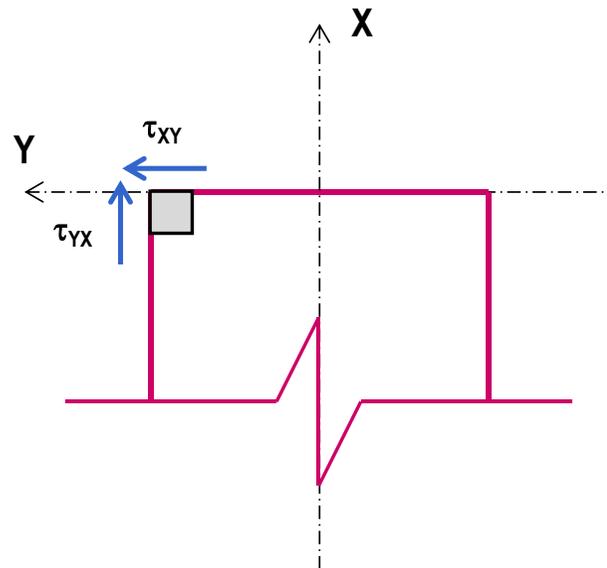
- Para que la 2º y 3º Ecs. de Equivalencia se satisfagan, se deberá cumplir que la distribución de tensiones tangenciales sea “antisimétrica”. De lo contrario no habría posibilidad alguna de estas integrales sean nulas;
- Por otra parte, las tensiones tangenciales no podrían ser nulas, puesto que ya se demostró las normales son nulas y en consecuencia el problema o el tratamiento del mismo no conduciría a solución alguna;
- Una posible distribución es la que se indica en la figura:

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS



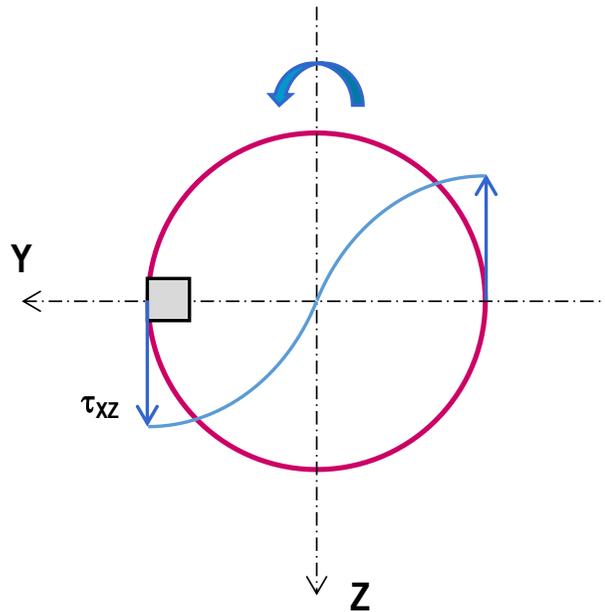
- Veamos esto mismo a través de un corte longitudinal que pase por el eje “Y”, y veamos qué ocurre con el cubo elemental con el que se está trabajando;
- Si actúa τ_{XY} , en la cara lateral externa del cubo elemental, deberá actuar una τ_{YX} para que se cumpla el “Teorema de Cauchy”;
- Pero, la barra solamente tiene aplicados como cargas externas 2 momentos torsores en los extremos de la misma. Con lo cual, la superficie lateral está libre de cargas de cualquier tipo;
- Esto implica que τ_{YX} no existe y por lo tanto tampoco la τ_{XY} ;
- Luego, solamente “existiría” la τ_{XZ} . Pero, qué pasaría si se trabajase con otro diámetro que no sea el que se corresponde con el eje “Y”?

ST-01: INTRODUCCIÓN – TEORÍA DE COULOMB

00 – INTRODUCCIÓN

01 – OBJETO

03 – MÉTODO DE LAS INCÓGNITAS ESTÁTICAS



- Respondiendo a la pregunta anterior, pasaría exactamente algo similar. Es decir, la tensión tangencial en la dirección de los diámetros o en la dirección “radial” tiene que ser nula; y solamente existirían tensiones tangenciales perpendiculares a los diámetros.