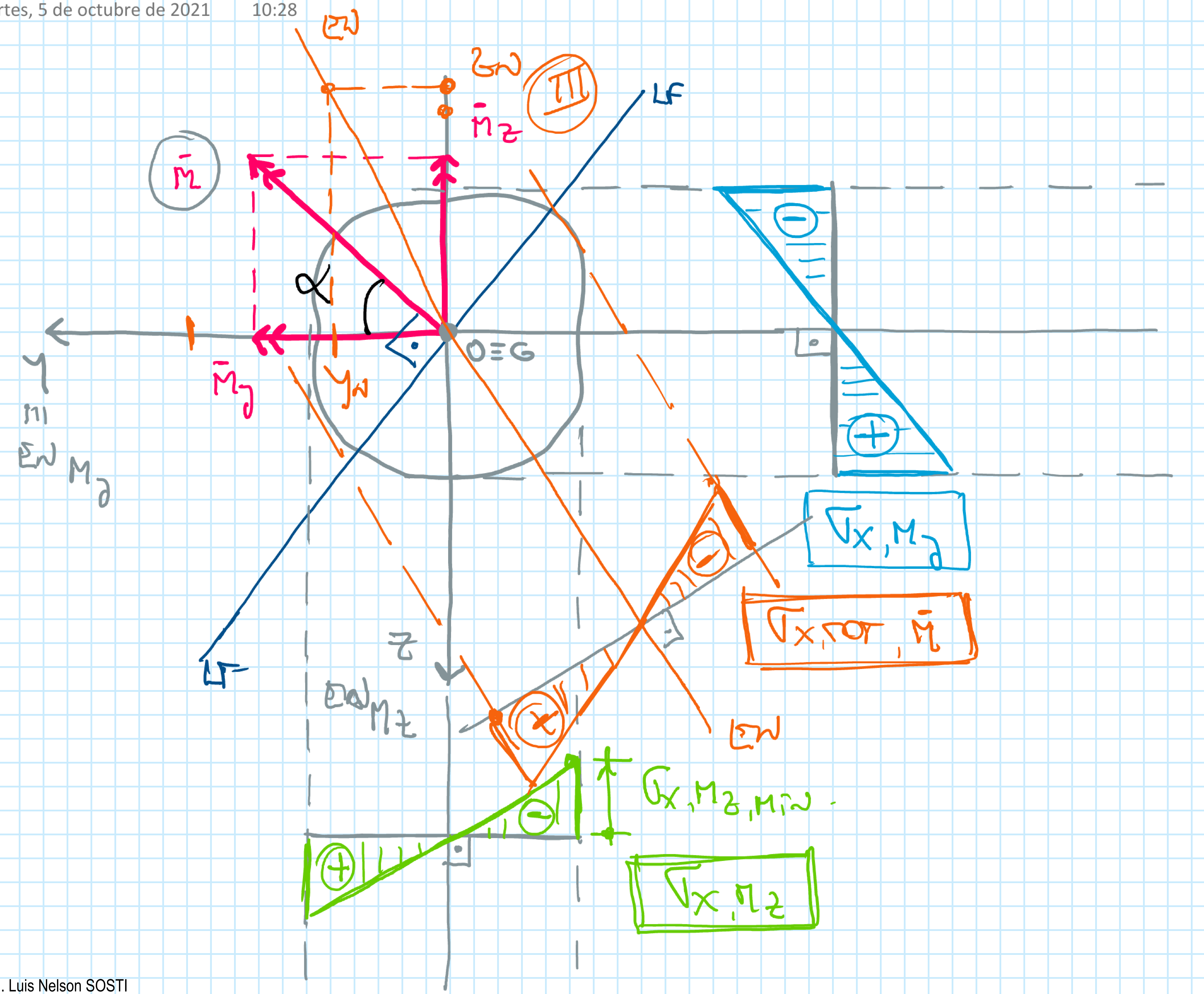
02.05.04 - EJEMPLO DE APLICACIÓN:

martes, 5 de octubre de 2021 10:28



$M_y \rightarrow \sigma_{x,M_y}$

$M_z \rightarrow \sigma_{x,M_z}$

A, B, C ..., n →

El diagrama suma de ambos diagramas.

Diagramas parciales o individuales de tensiones

$$z_n = \frac{I_y}{I_z} \cdot \tan\alpha \cdot y_n$$

$y_n > 0 \rightarrow z_n > 0$

02.05.05 - UBICACIÓN DEL EJE NEUTRO:

martes, 5 de octubre de 2021 10:42

$$\bar{M} \longrightarrow \begin{cases} M_y = M \cdot \cos\alpha \\ M_z = M \cdot \operatorname{sen}\alpha \end{cases}$$

$$\sigma_{x,TOT}^{EN} = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_N - \frac{M_z}{I_z} \cdot y_N = 0$$

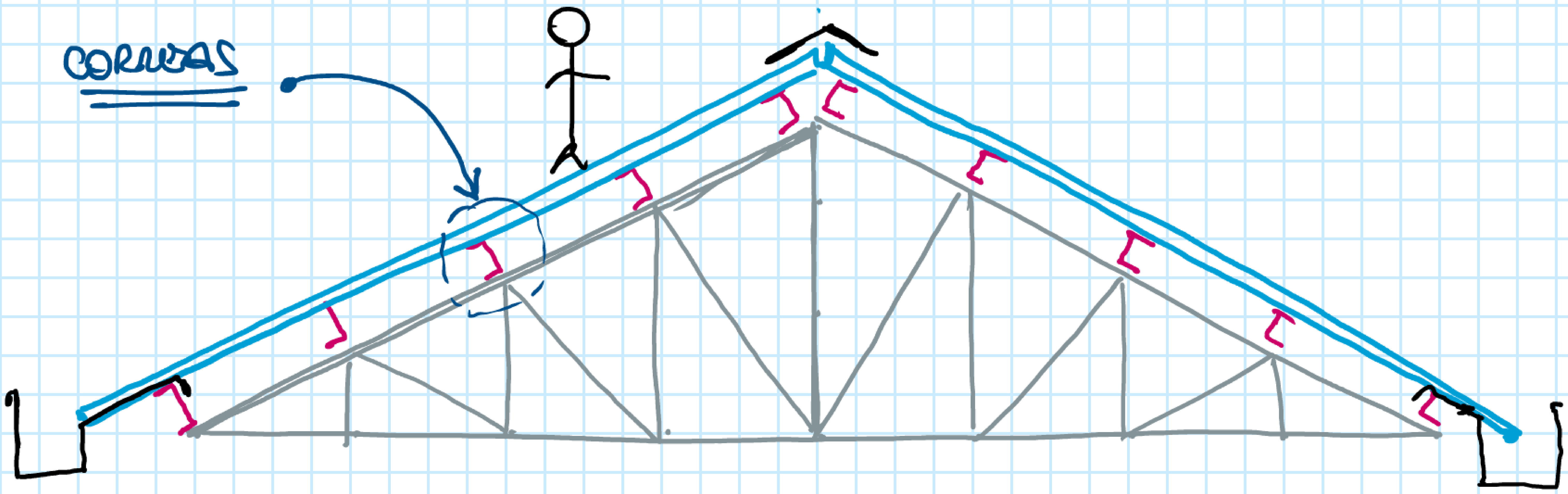
$$\frac{M_y}{I_y} \cdot z_N - \frac{M_z}{I_z} \cdot y_N = 0 .$$

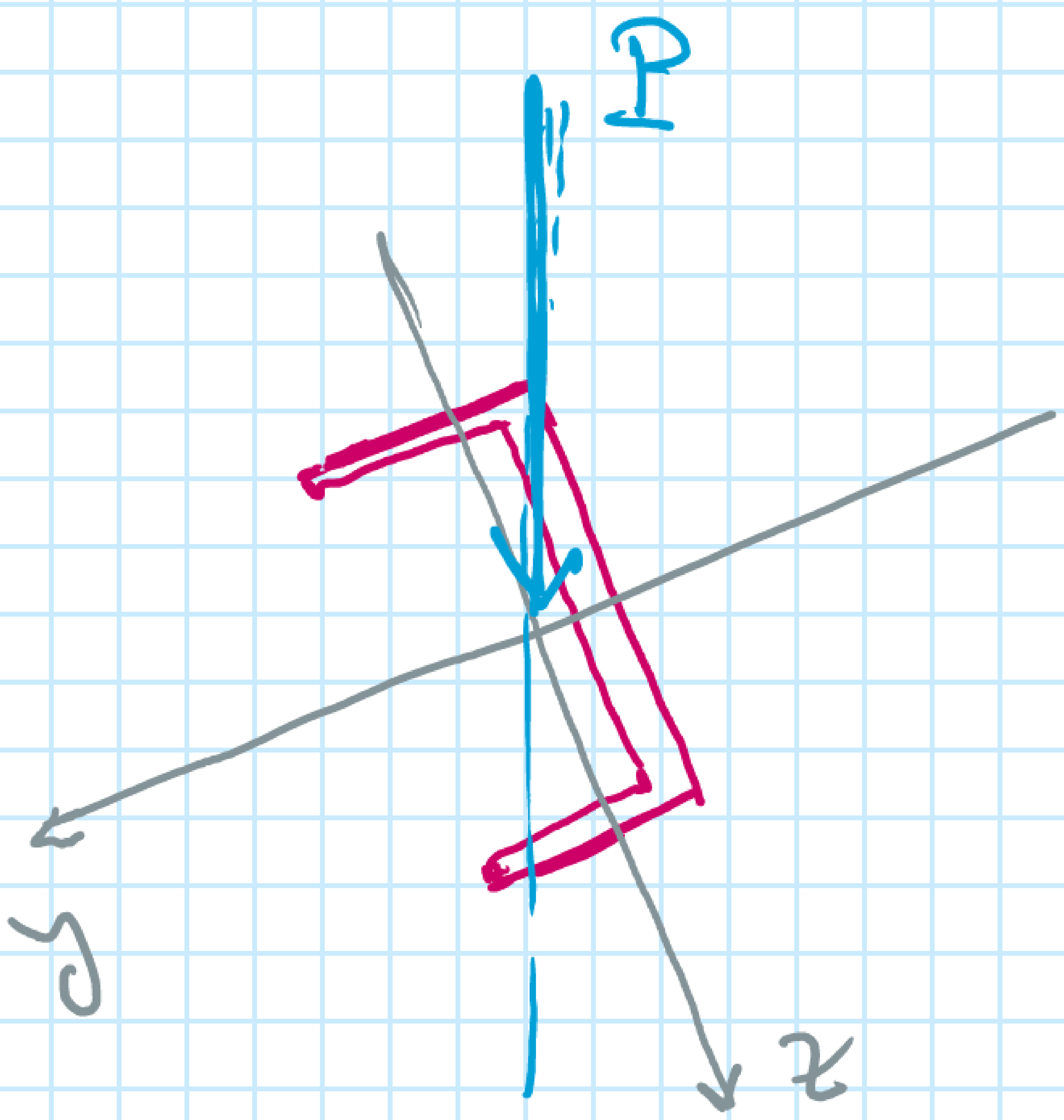
$$z_N = \frac{M_z}{I_z} \cdot \frac{I_y}{M_y} \cdot y_N = \frac{\cancel{M} \cdot \operatorname{sen}\alpha}{\cancel{M} \cdot \cos\alpha} \cdot \frac{I_y}{I_z} \cdot y_N = \frac{I_y}{I_z} \cdot \tan\alpha \cdot y_N$$

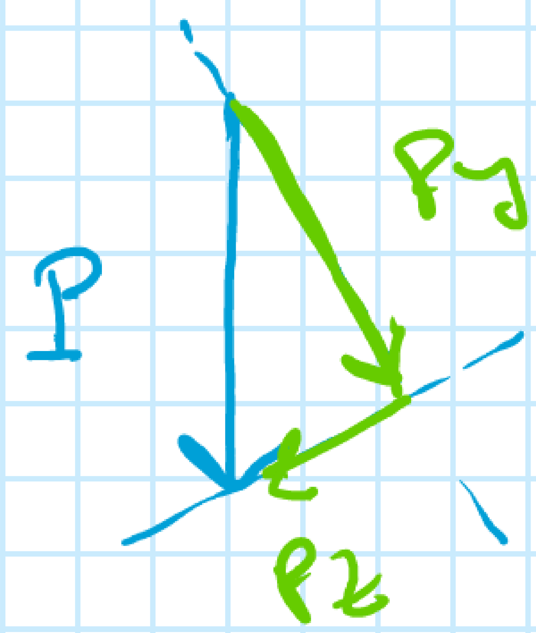
$$\boxed{z_N = \frac{I_y}{I_z} \cdot \tan\alpha \cdot y_N} \longrightarrow z_N = C \cdot y_N$$

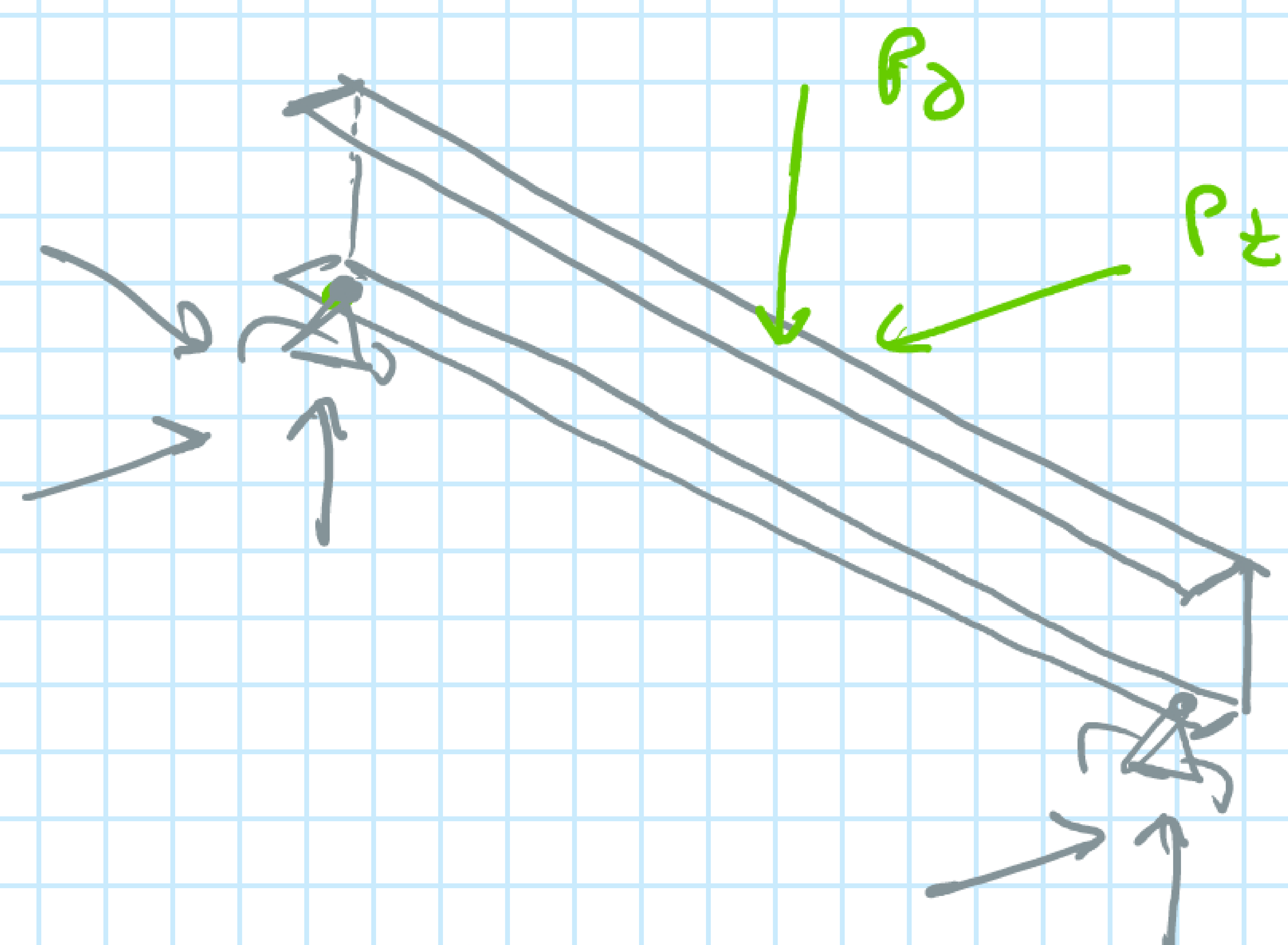
02.05.06 - EJEMPLOS PRÁCTICOS:

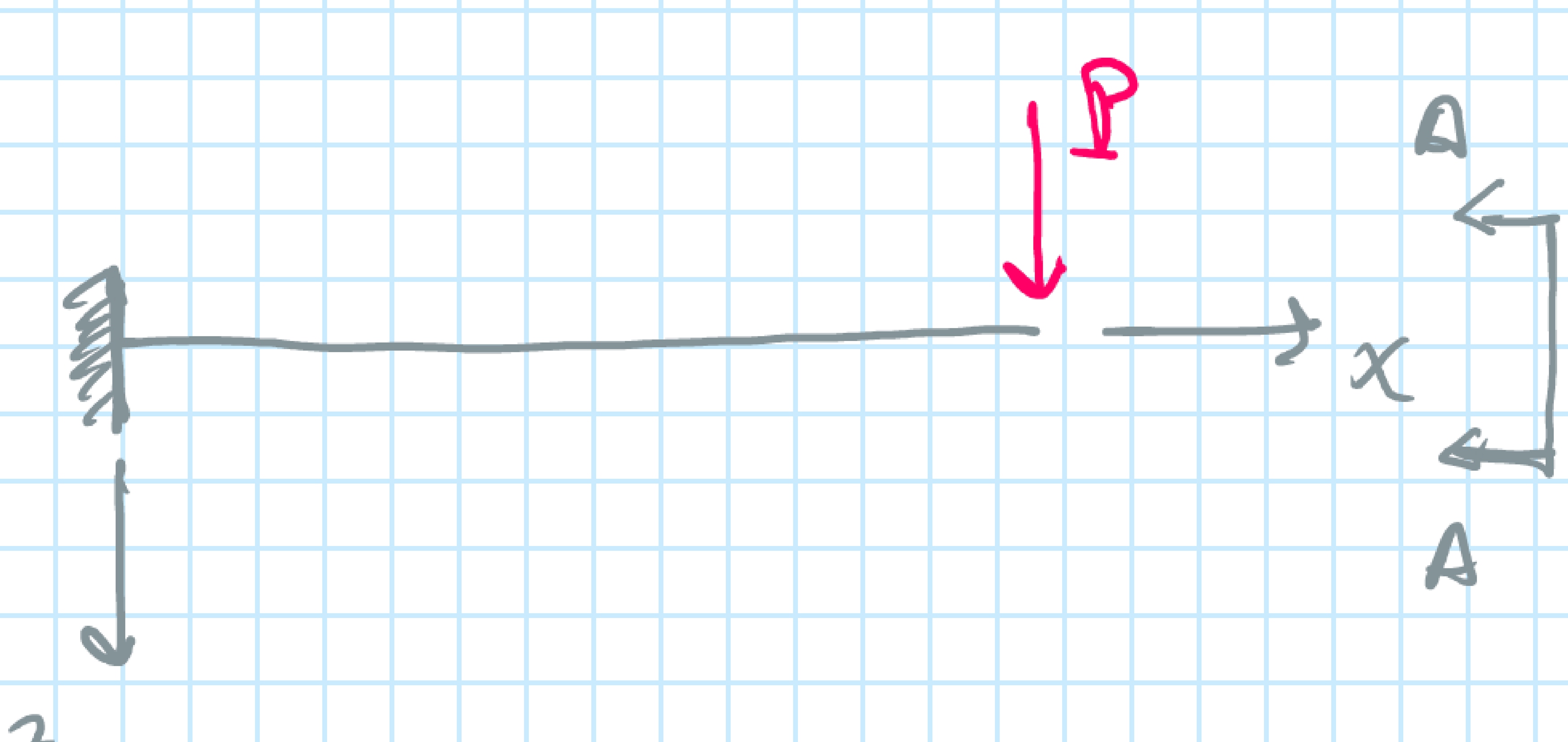
martes, 5 de octubre de 2021 10:54

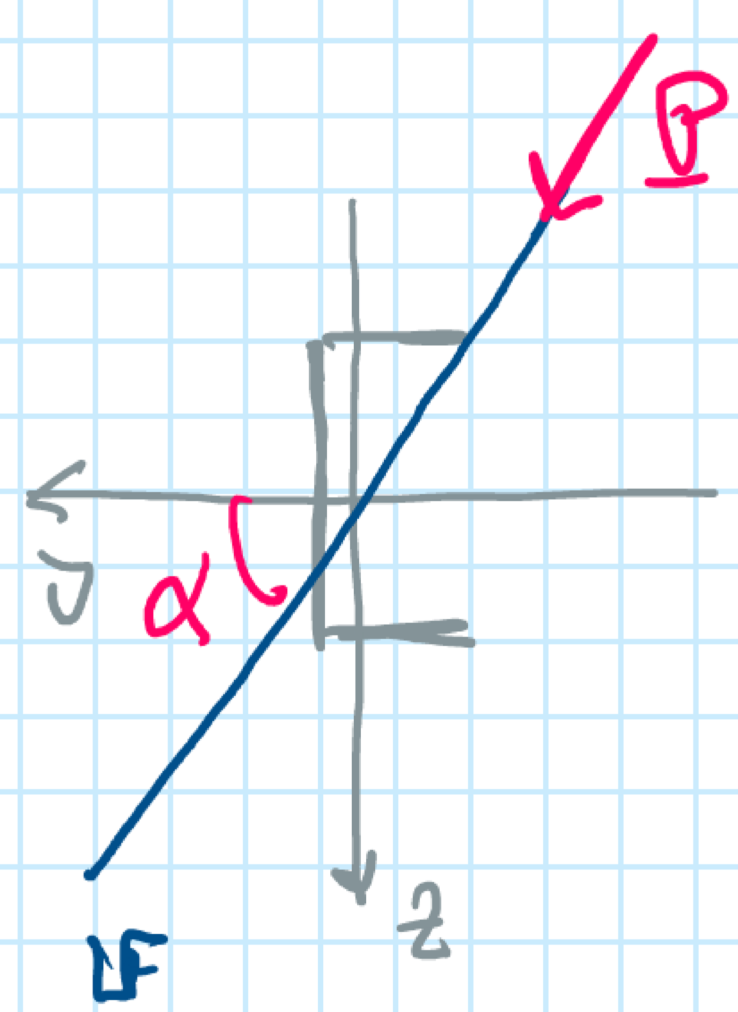










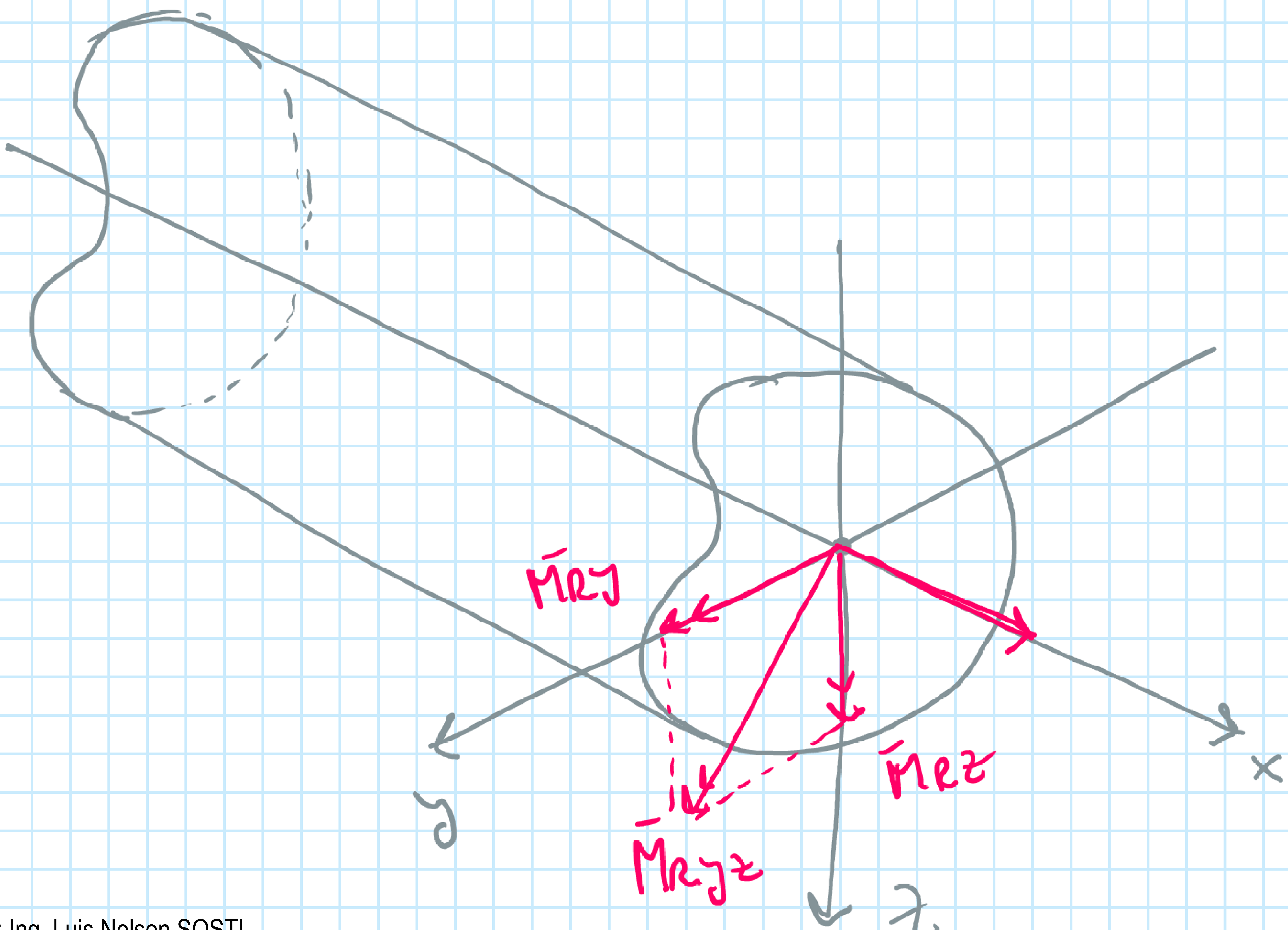


02.06: FLEXIÓN COMPUESTA - 02.06.01 - DEFINICIÓN:

martes, 5 de octubre de 2021 11:20

$$\left.\begin{array}{l}\bar{R}_R \\ \bar{M}_R\end{array}\right\} \longrightarrow FC_m \begin{cases} \bar{R}_R = \bar{R}_{Rx} \\ \bar{M}_R = \bar{M}_{Ryz} \end{cases}$$

NOTA: $\left.\begin{array}{l}R_{Ry} \\ R_{Rz}\end{array}\right\} \longrightarrow$ podrán o no existir. $\begin{cases} R_{Ry} = Q_y \\ R_{Rz} = Q_z \end{cases}$



$\bar{R}_{Rx} \neq 0$

$\left.\begin{array}{l}R_{Ry} \\ R_{Rz}\end{array}\right\} \begin{cases} = 0 \\ \neq 0 \end{cases}$

$M_{Rx} = 0$

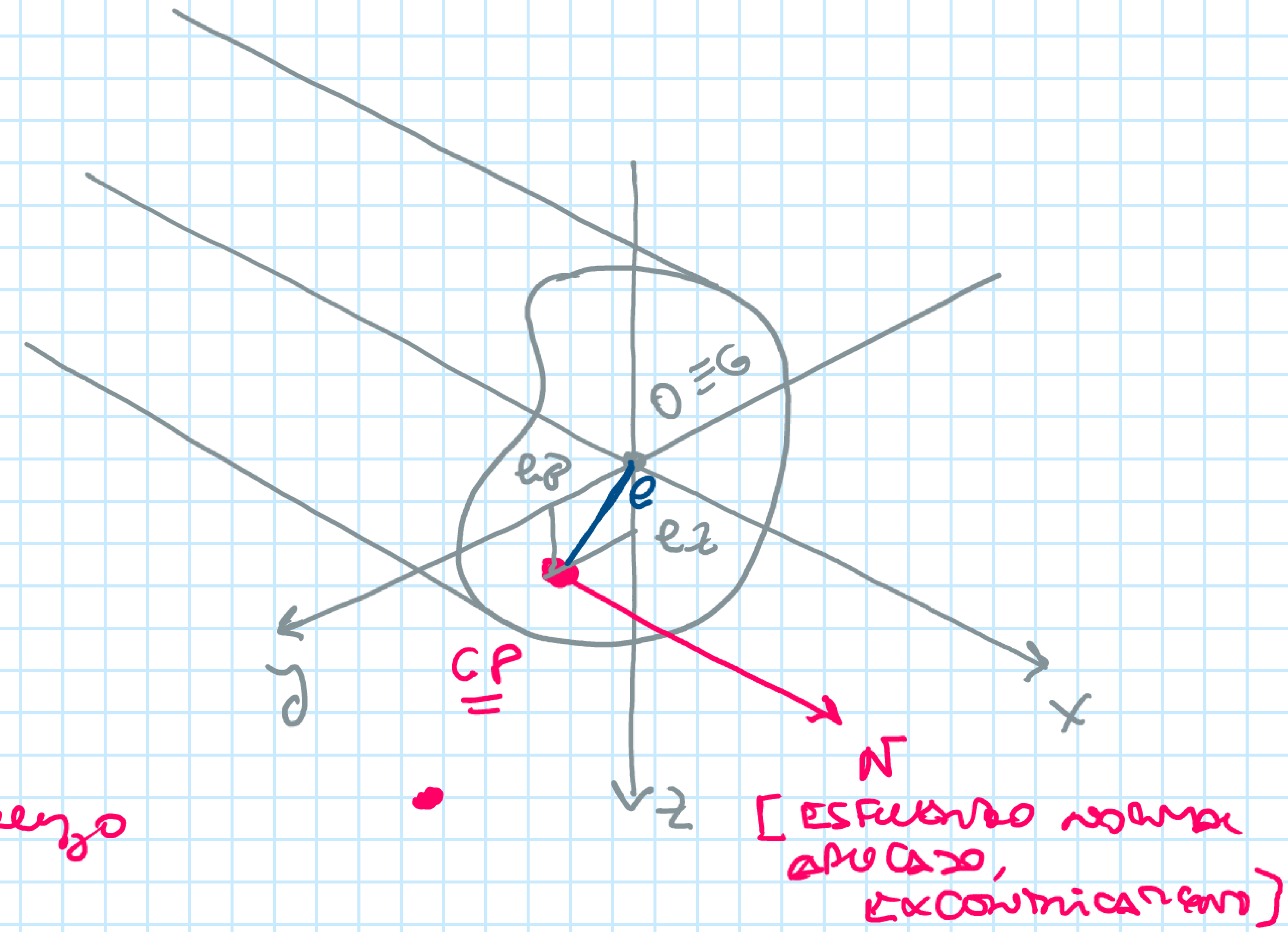
$\left.\begin{array}{l}M_{Ry} \neq 0 \\ M_{Rz} \neq 0\end{array}\right\}$ 1 de los 2 tiene que $\neq 0$.

02.06.02 - INTERPRETACIÓN:

martes, 5 de octubre de 2021 11:28

I) → $\bar{M}_F + N$

II) → N → EXCÉNTRICAMENTE.
(no pasa por el G)



CP: CENTRO DE PRESIÓN.

es el punto de aplicación del esfuerzo normal en forma excéntrica.

CP ∈ AL PLANO DE LA SECCIÓN.
CP podrá ser o no un punto material

e_y, e_z → son las coordenadas del CP

$\overline{G, CP} = e$ = EXCENTRICIDAD.

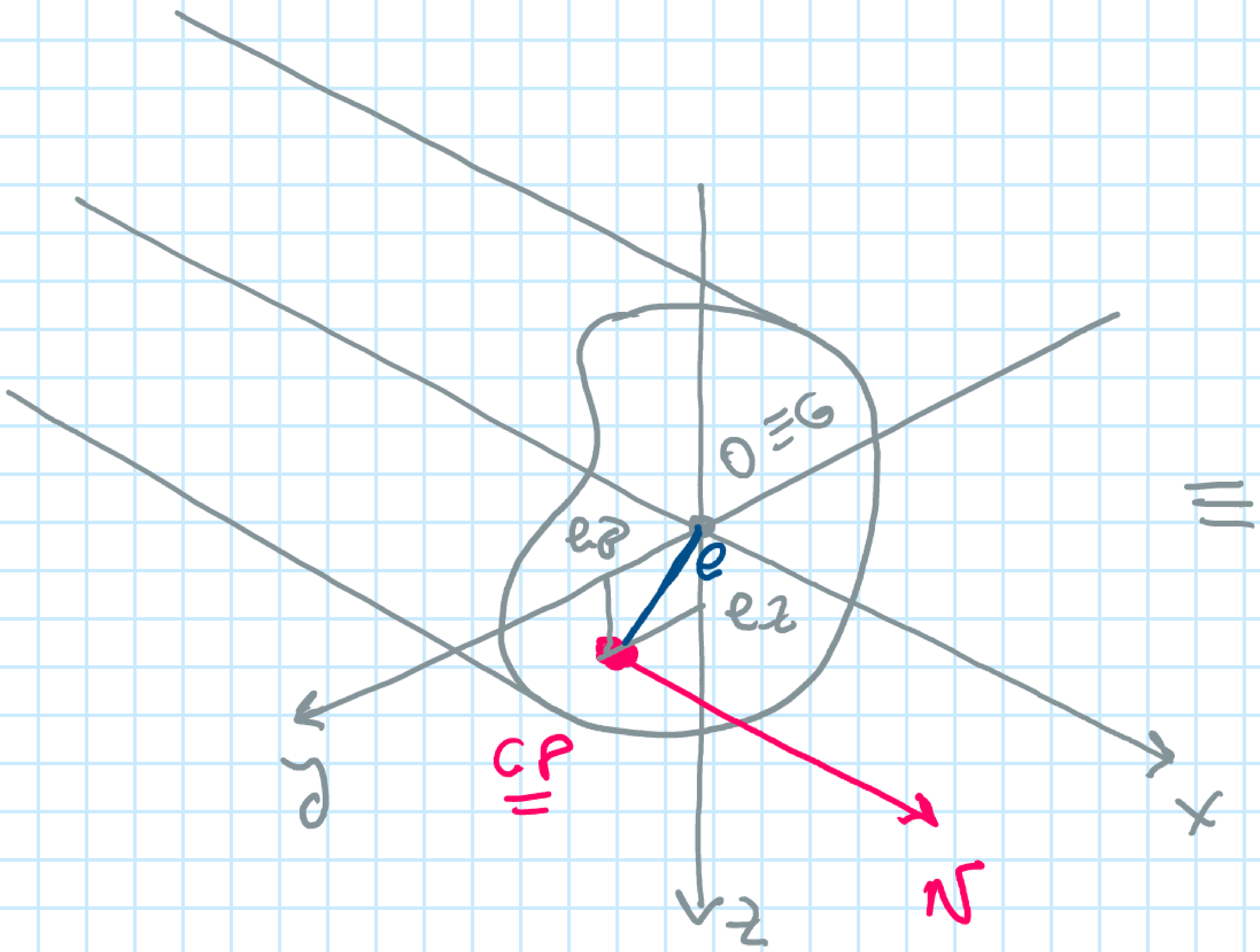
e_y : excentricidad respecto al eje 'z' = componente 'z' de 'e'

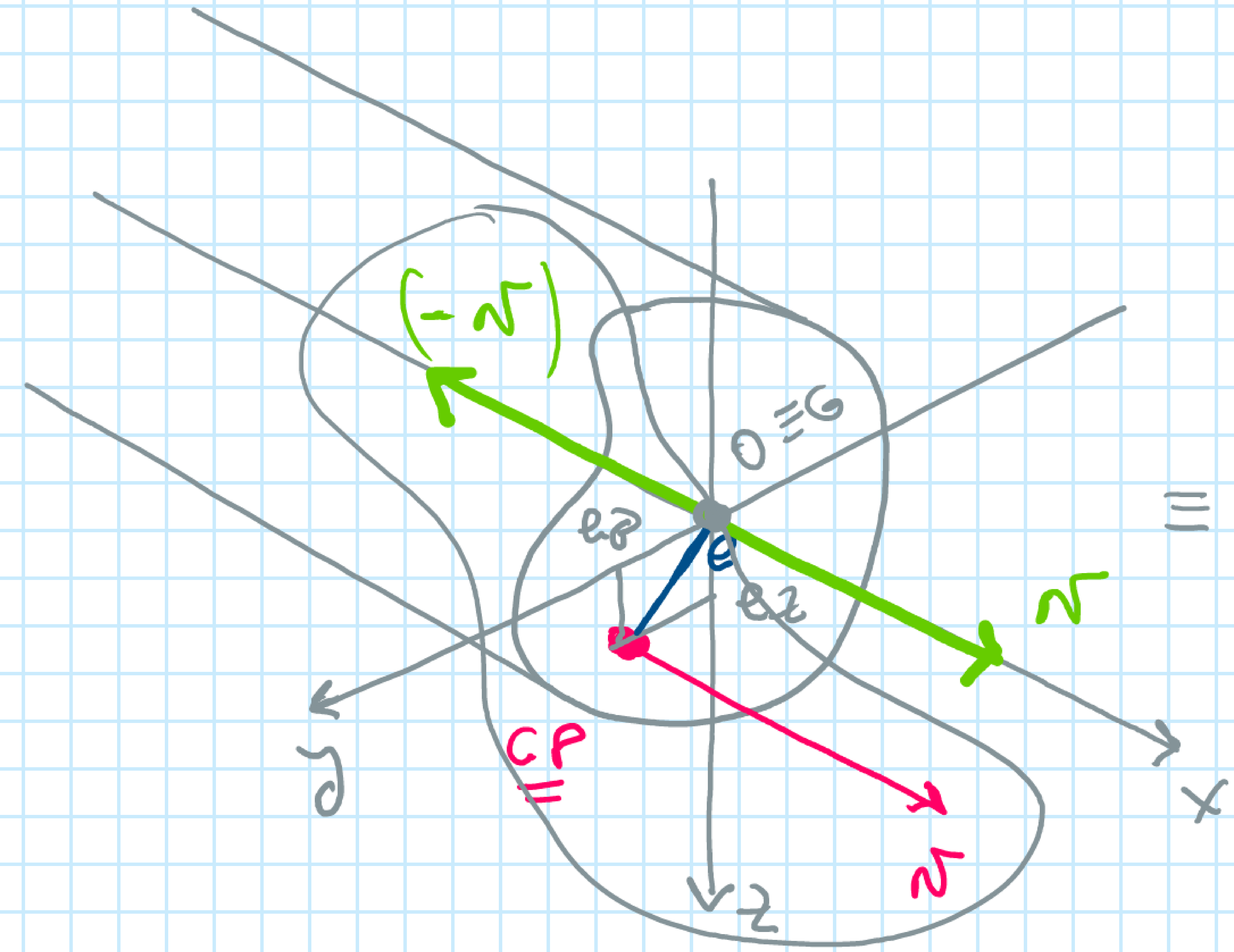
e_z : " " " 'y' = " 'y' de 'e'

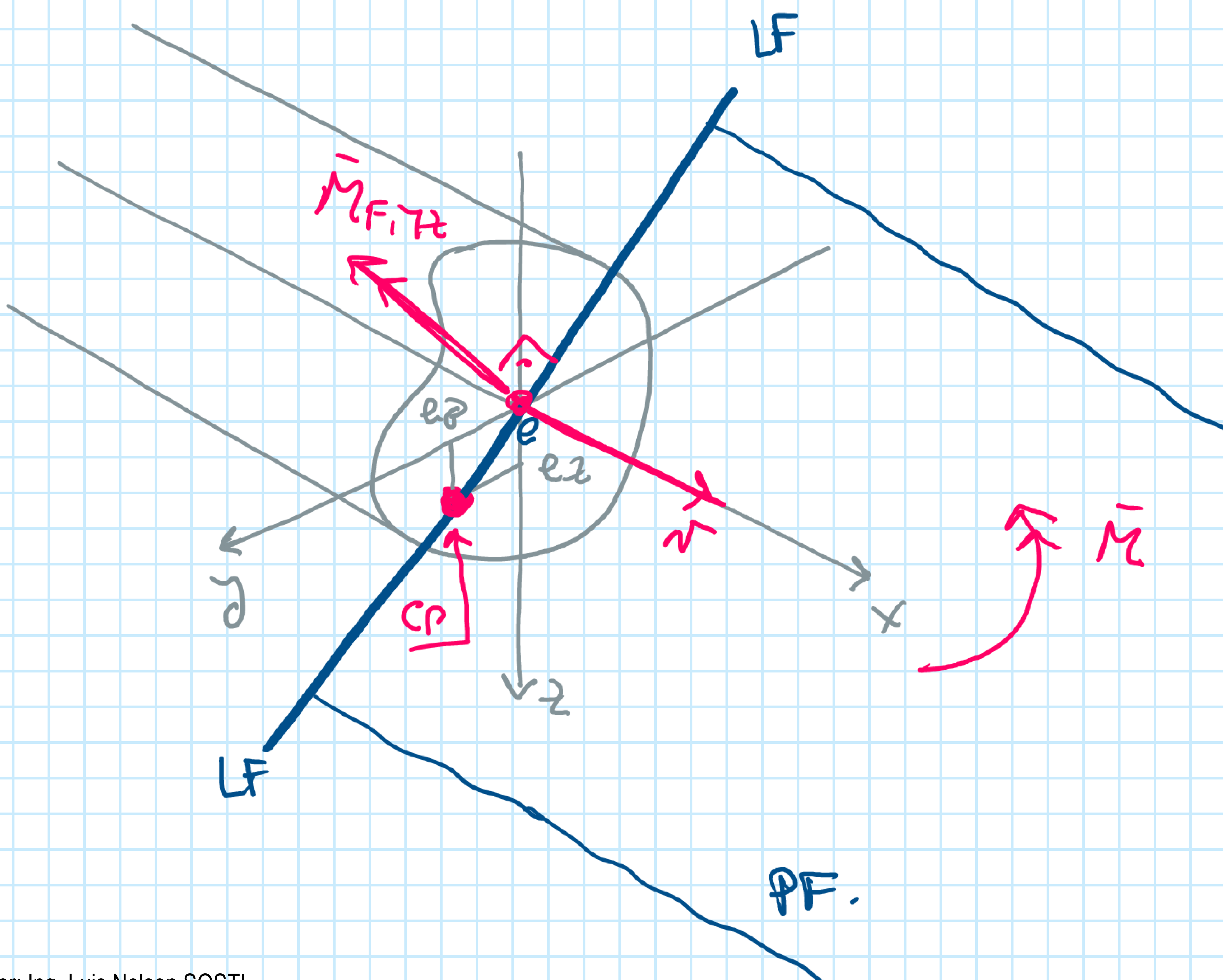
$$\boxed{e = \sqrt{e_y^2 + e_z^2}}$$

02.06.02 - INTERPRETACIÓN:

martes, 5 de octubre de 2021 11:28







- $\overline{G, CP}$ = LF.
- PF ⊥ PS y contiene a la LF.
- $e \in$ LF
- $\bar{M}_{F_{yz}} \perp$ LF

02.06.03 - CLASIFICACIÓN:

martes, 5 de octubre de 2021 11:44

II $\boxed{\text{FCm}}$

- $N \neq 0$
- $MF \neq 0$

II.1 - FCm Pura

$N \neq 0 \quad MF \neq 0$

$Q = 0$

- **II.1.a - FCm Pura Recta o Normal**

  $LF \equiv EPI_G$

- **II.1.b - FCm Pura Oblicua.**

  $LF \not\equiv EPI_G$

II.2 - FCm Variable

$N \neq 0 \quad MF \neq 0$

$Q \neq 0$.

- **II.2.a - FCm Variable Recta o Normal**

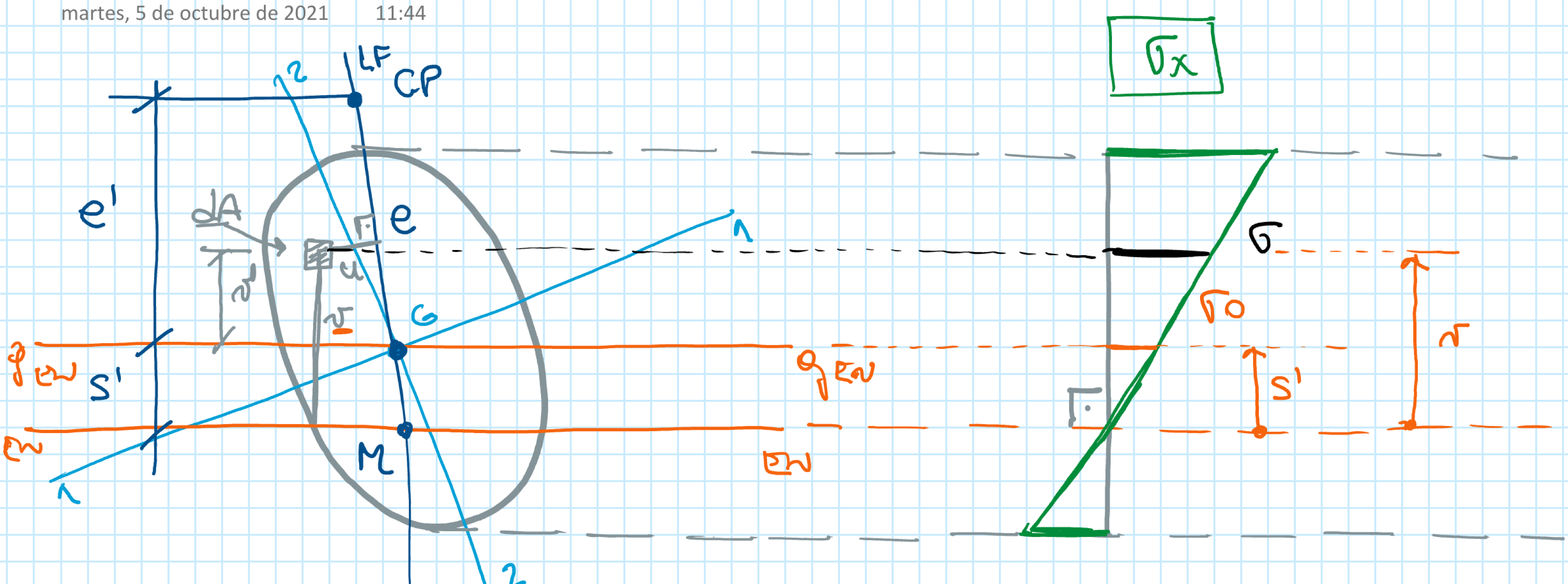
  $LF \equiv EPI_G$

- **II.2.b - FCm Variable Oblicua.**

  $LF \not\equiv EPI_G$

02.06.04 - DESARROLLO:

martes, 5 de octubre de 2021 11:44



$$\boxed{v = v' + s'}$$

- EN // g EN
- g EN es baricéntrico
- $\overline{G,CP} = e$; $\overline{G,M} = s$
- e' : distancia del CP al eje g EN.
- s' : distancia entre los ejes EN y g EN
- dA : diferencial de área → pto material de coordenadas
  - u : distancia del 'dA' a la LF.
  - v : " " 'dA' al eje EN.
  - v' : " " 'dA' al eje g EN

02.06.05 - HIPÓTESIS DE BERNOULLI- NAVIER:

EN FCm → sigue valiendo la HBN

- Si HBN se cumple ⟶ $\varepsilon_x = \varepsilon_x(z)$ → Lineal.

↓

Si aplico Hooke.

↓

$E \cdot \varepsilon_x = E\,\varepsilon_x(z) = \sigma_x$ → Lineal.

Relación inicial:

$$\boxed{\frac{\sigma}{v} = \frac{\sigma_0}{s'}} \quad \text{(Ia)} \quad ; \quad v = s' + v' \longrightarrow \boxed{\frac{\sigma}{s' + v'} = \frac{\sigma_0}{s'}} \quad \text{(Ib)}$$

02.06.06 - ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES DE EQUIVALENCIA:

martes, 5 de octubre de 2021 12:04

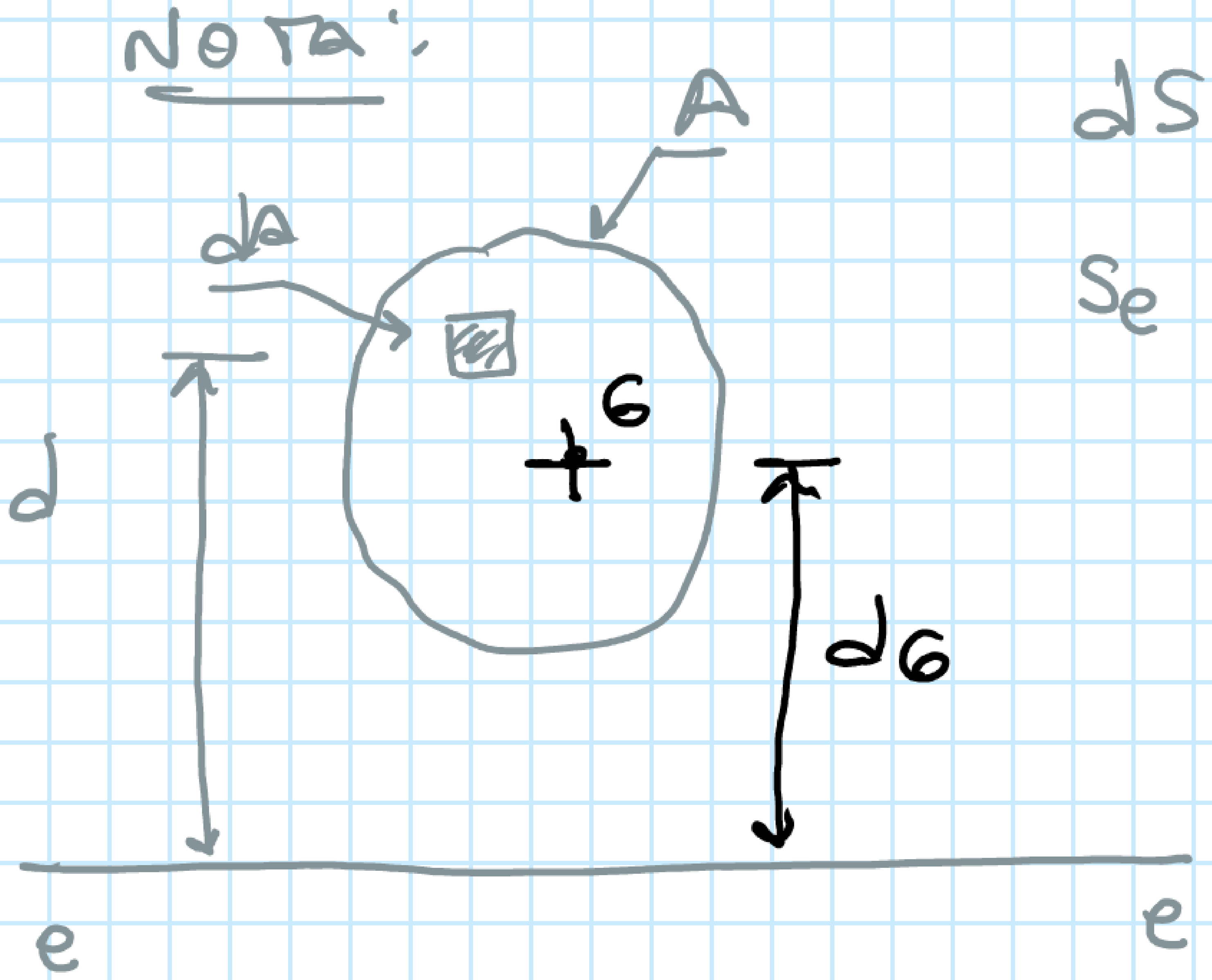
I) → 2), 3), 4) → SE SIGUE EL MISMO ANÁLISIS QUE P/ FLEXIÓN SIMPLE. BASADO EN LA HBN.

II) 1° EC. DE EQUIVALENCIA:

$$N = \int_A \sigma_x \cdot dA \; ; \quad \frac{\sigma_x}{r} = \frac{\sigma_0}{s'} \rightarrow \sigma_x = \frac{\sigma_0}{s'} \cdot r$$

$$\underbrace{N = \int_A \underbrace{\frac{\sigma_0}{s'}}_{\text{CTE.}} \cdot r \cdot dA}\; = \frac{\sigma_0}{s'} \cdot \underbrace{\int_A r \cdot dA}_{\text{MOMENTO ESTÁTICO RESPECTO DEL EN}} \; ; \quad \int_A r \cdot dA = S_{A,EN} = A \cdot s'$$

NOTA:



$$dS = d \cdot dA.$$

$$S_e = \int dS = \int_A d \cdot dA = A \cdot d_G$$

$$\overline{EN, G\,EN} = s'$$

$$N = \frac{\sigma_0}{s'} \cdot \int_A r \cdot dA = \frac{\sigma_0}{\cancel{s'}} \cdot A \cdot \cancel{s'} \rightarrow N = \sigma_0 A \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\sigma_0 = \frac{N}{A}} \quad \text{II}$$

02.06.06 - ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES DE EQUIVALENCIA:

martes, 5 de octubre de 2021 12:04

III) → 3ª EC. DE EQUIVALENCIA:

SE TOMARÁ MOMENTOS RESPECTO DEL EJE NEUTRO. $(EN \equiv y)$.

SI ≡ TENSIONES.

$$\underbrace{N.(e'+s')}_{SI} \equiv \int_A \underbrace{[\sigma_x . dA]}_{dF} . v = \int_A \sigma_x . v . dA$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_0}{s'} . v$$

$$\underbrace{N(e'+s')} = \int_A \underbrace{\frac{\sigma_0}{s'}}_{cte.} . v^2 \, dA = \frac{\sigma_0}{s'} \underbrace{\int_A v^2 \, dA}_{I_{A,EN}} = \frac{\sigma_0}{s'} . I_{EN} \leftarrow$$

SI APLICAMOS T. DE STEINER:

$$I_{EN} = I_{g,EN} + A.(s')^2$$

SI SE CONSIDERA:

$$\sigma_{x,0} = \frac{N}{A}$$

$$\cancel{N}.(e'+s') = \frac{\cancel{N}}{A.s'} . \left[I_{g,EN} + A(s')^2 \right]$$

$$e'+s' = \frac{I_{g,EN}}{A.s'} + \frac{\cancel{A}.(s')^{\cancel{2}}}{\cancel{A}.\cancel{s'}}$$

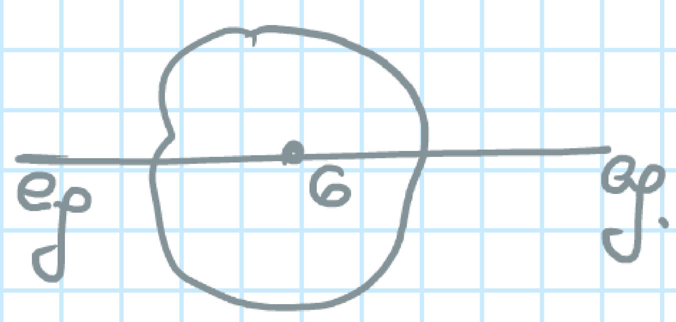
$\leftarrow r^2_{g,EN}$

$$e' + \cancel{s'} = \frac{r^2_{g,EN}}{s'} + \cancel{s'}$$

$$\underset{\oplus}{r^2_{g,EN}} = \ominus \underbrace{e'.s'}_{\ominus} \longrightarrow \boxed{r^2_{g,EN} = - e'.s'} \quad \text{(III)}.$$

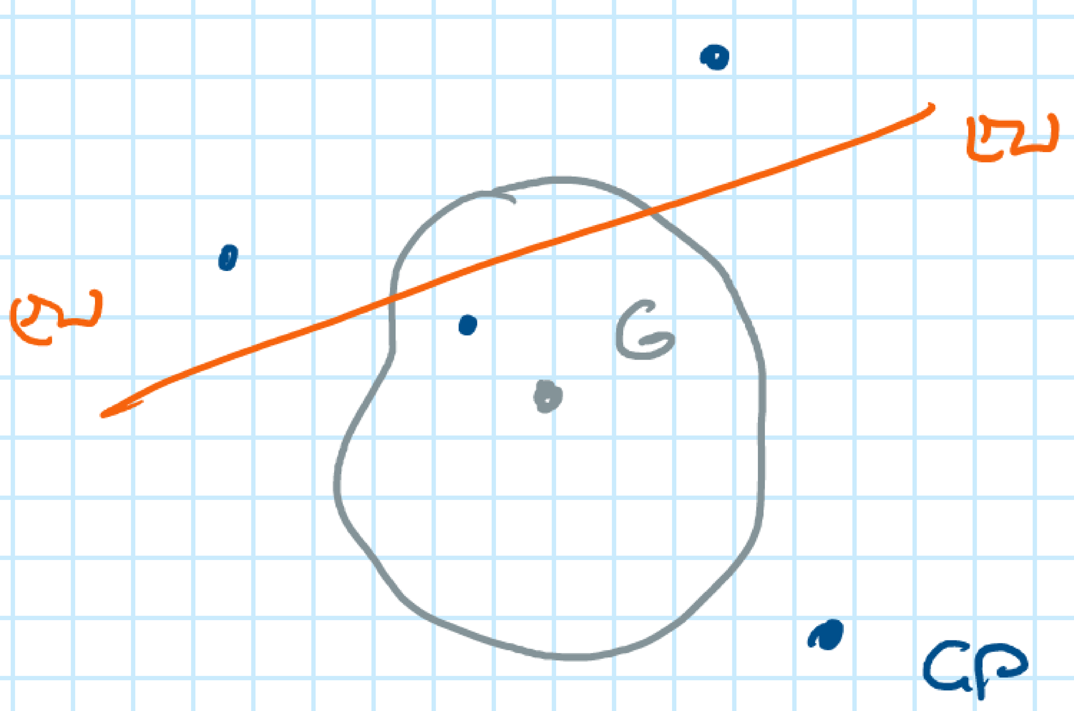
NOTA:

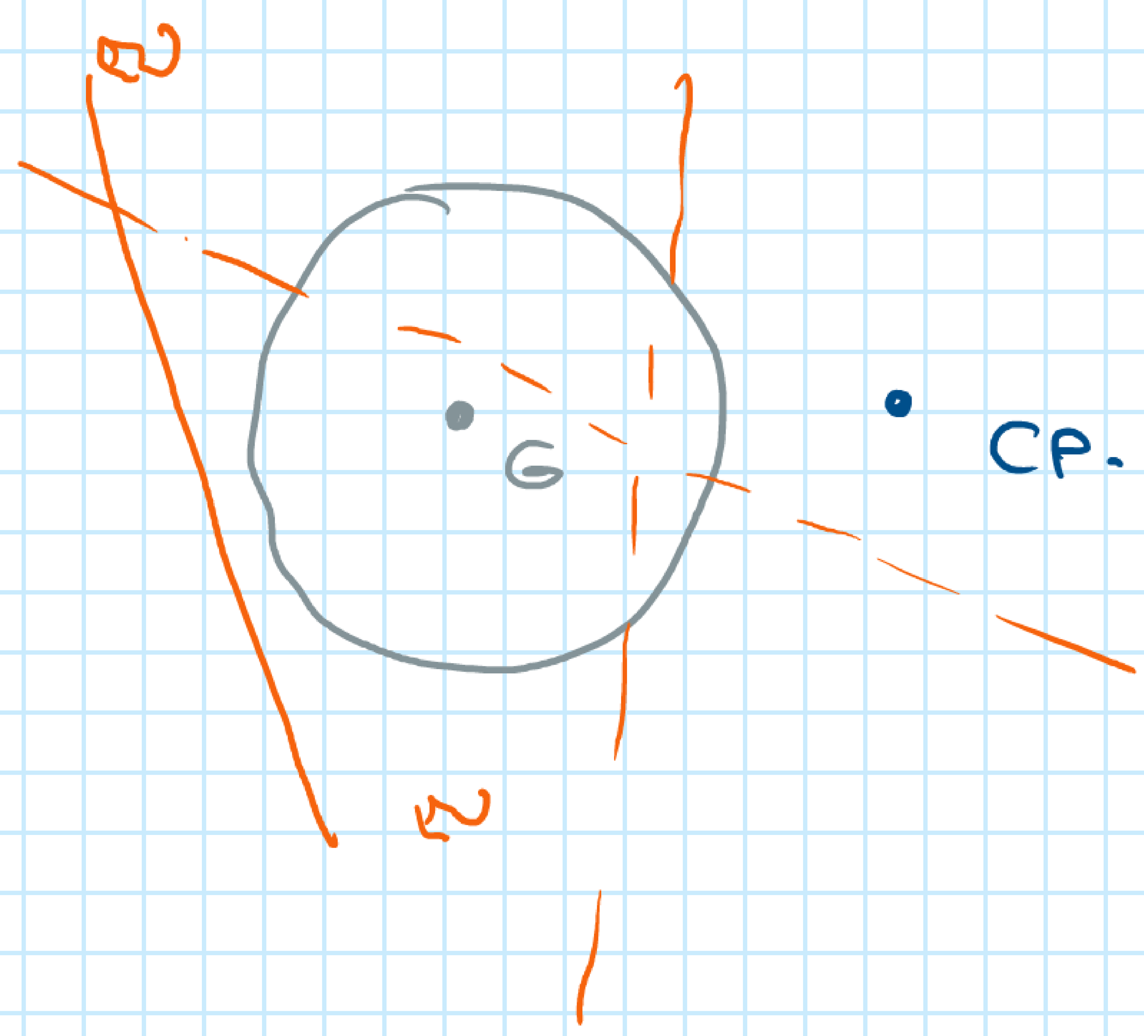
A ; I_{eg}



$$\sqrt{\frac{I_{eg}}{A}} = r_{eg} = i_{eg}.$$

$$\frac{I_{eg}}{A} = r^2_{eg} = i^2_{eg}$$





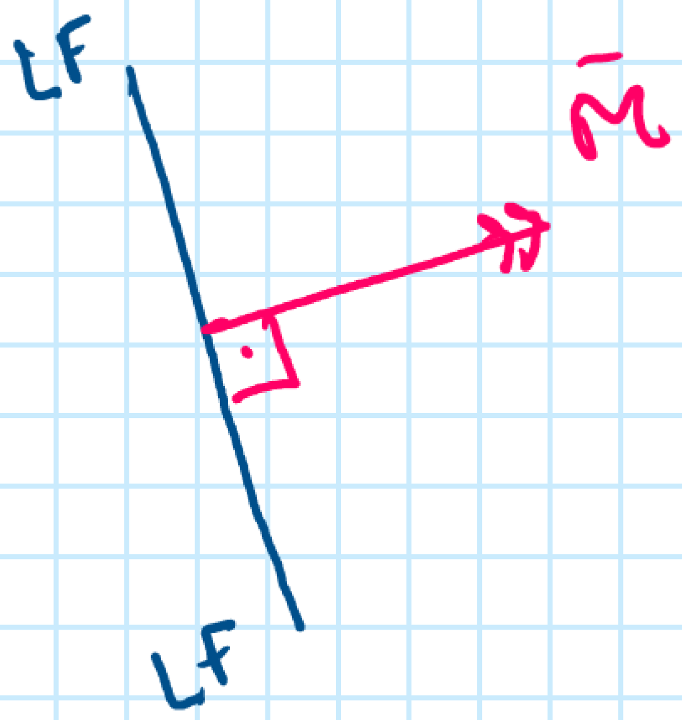
02.06.06 - ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES DE EQUIVALENCIA:

martes, 5 de octubre de 2021 12:04

IV) → 6ª EC. DE EQUIVALENCIA:

SE TOMARÁ MOMENTOS RESPECTO DE LA LÍNEA DE FUERZAS $(LF \equiv z)$

SI ≡ TENSIONES.



$$0 = \int_A \underbrace{\sigma_x . da}_{dF} . u = \int_A \sigma_x \, u \, da.$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_{x0}}{s'} . v$$

$$0 = \int_A \underbrace{\frac{\sigma_{x0}}{s'}}_{cte} . v . u \, da = \cancel{\frac{\sigma_{x0}}{s'}} \int_A v . u . da$$

$$\boxed{0 = \int_A u . v \, da. = I^A_{LF,EN}} \quad \text{IVa}$$

LF y EN SON CONJUGADOS DE INERCIA.

$$v = v' + s'$$

$$0 = \int_A u . (v' + s') \, da = \underbrace{\int_A u . v' da}_{I_{gEN,LF}} + \int_A u \overset{cte}{s'} da. =$$

$$= I_{LF,gEN} + s' \underbrace{\int u \, da}_{S^A_{LF}}.$$

LF es baricéntrico. $= 0.$

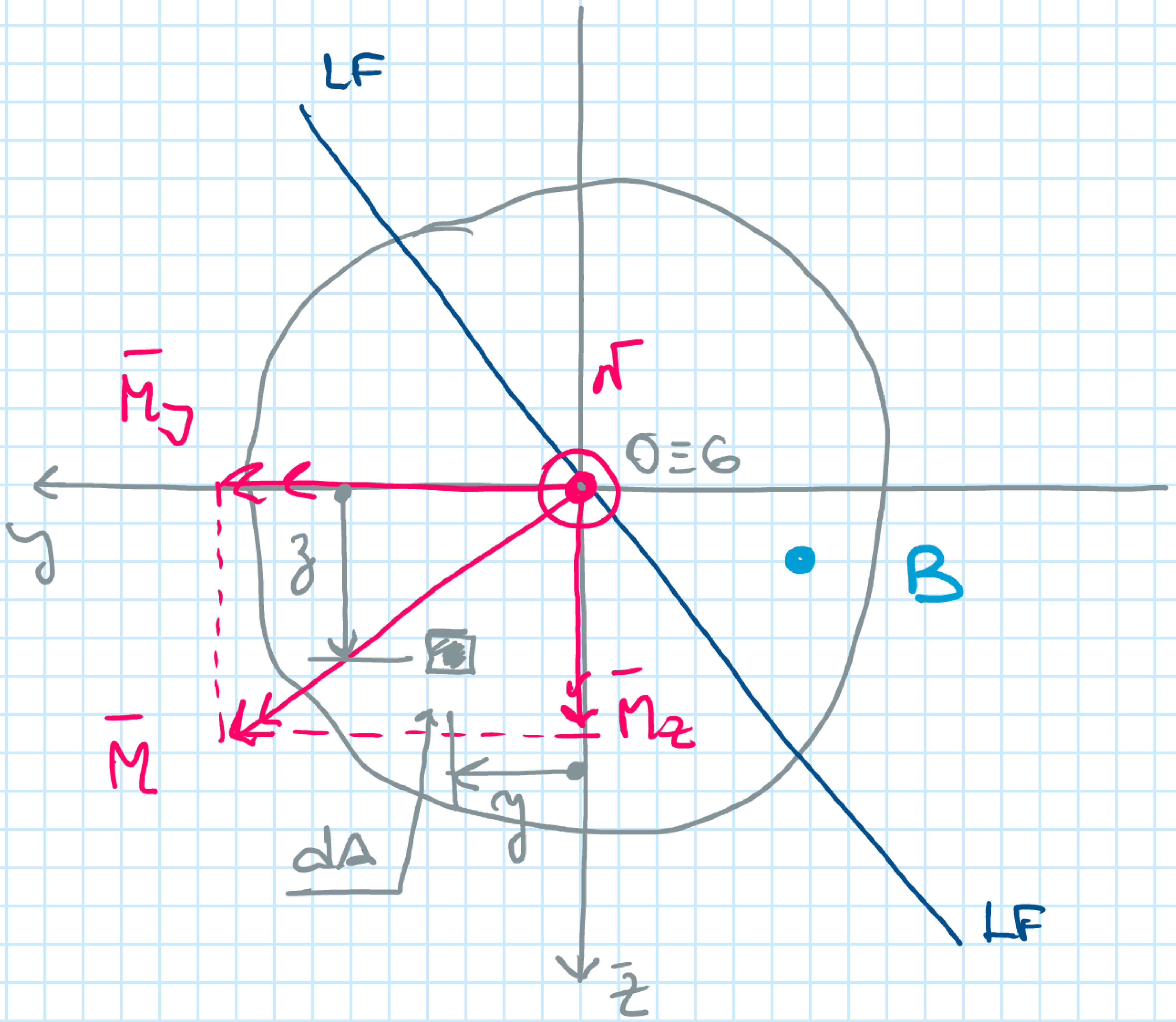
$$\boxed{I_{LF,gEN} = 0 = \int_A u . v' da}$$

LA LF y EL EJE gEN SON CONJUGADOS DE INERCIA.

02.06.06 - FORMA DE RESOLUCIÓN:

martes, 5 de octubre de 2021 12:39

→ OBJETIVO → ES DETERMINAR LAS TENSIONES EN UN PUNTO. → EN TODOS LOS PTOS DE LA SECCIÓN.



EJES 'y' y 'z' SON EPIG.
TERNA: (O ; x ; y ; z)
O ≡ G

$$\left\{\begin{matrix} N > 0 \\ M_y > 0 \\ M_z > 0 \end{matrix}\right\} \quad \left\{\begin{matrix} dA > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{matrix}\right.$$

$$\sigma_{x,TOT} = \sigma_{x,N} + \sigma_{x,M}$$

$$\sigma_{x,TOT} = \sigma_{x,N} + \overbrace{\sigma_{x,M_y} + \sigma_{x,M_z}}$$

$$\sigma_{x,TOT} = + \underbrace{\frac{N^{(+)}}{A^{(+)}}}_{(+)} + \underbrace{\frac{M_y^{(+)}}{I_y^{(+)}} \cdot z^{(+)}}_{(+)} - \underbrace{\frac{M_z^{(+)}}{I_z^{(+)}} \cdot y^{(+)}}_{(+)}$$

$$\boxed{\sigma_{x,TOT} = \frac{N}{A} + \underbrace{\frac{M_y}{I_y} \cdot z} - \frac{M_z}{I_z} \cdot y}$$

$y_B < 0$

$z_B > 0$

$y_B < 0$

$z_B > 0$

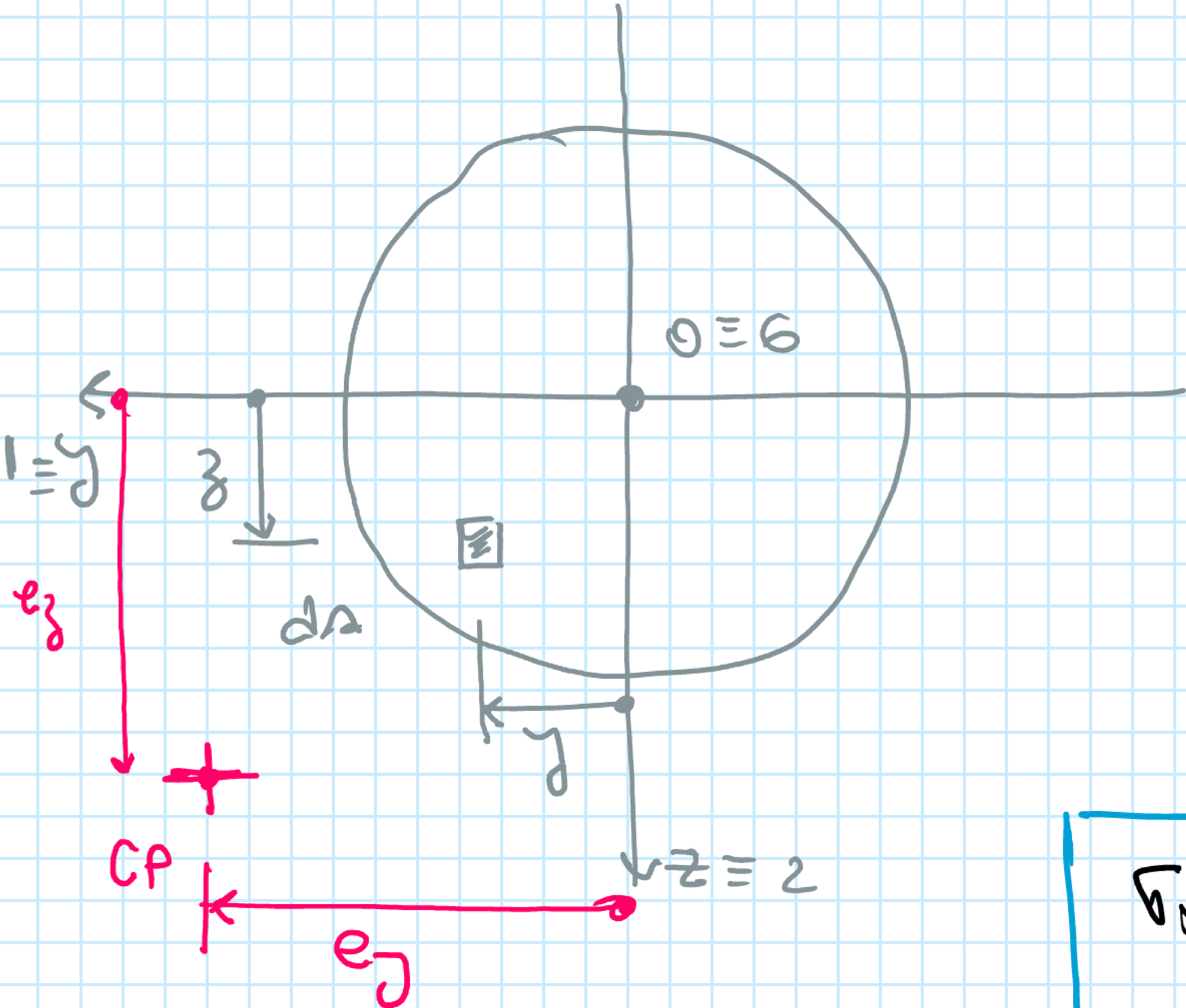
$\sigma^B_{x,N} > 0$

$\sigma^B_{x,M_y} > 0$

$\sigma^B_{x,M_z} > 0$

02.06.07 - FORMA DE RESOLUCIÓN:

martes, 5 de octubre de 2021 12:51



$$\boxed{N > 0}$$

$$\underbrace{M_y}_{(+)} = (+)\,\underbrace{\overset{(+)}{N} \cdot \overset{(+)}{e_z}}_{(+)} \qquad \underbrace{M_z}_{(-)} = (-)\,\underbrace{\overset{(+)}{N} \cdot \overset{(+)}{e_y}}_{(+)}$$

CONCLUSIÓN:

$$\begin{cases} M_y = N \cdot e_z \rightarrow e_z = M_y / N \\ M_z = -N \cdot e_y \rightarrow e_y = -M_z / N \end{cases}$$

$$\boxed{\sigma_{x,tot} = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e_z}{I_y} \cdot z + \frac{N \cdot e_y}{I_z} \cdot y}$$

CP: centro de presiones

$$\begin{cases} e_y > 0 \\ e_z > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ z > 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{x,tot} = \frac{N}{A} \cdot \left[1 + \frac{A \cdot e_z}{I_y} \cdot z + \frac{A \cdot e_y}{I_z} \cdot y \right]$$

$$\boxed{\sigma_{x,tot} = \frac{N}{A} \left[1 + \frac{e_z}{r_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{r_z^2} \cdot y \right]}$$

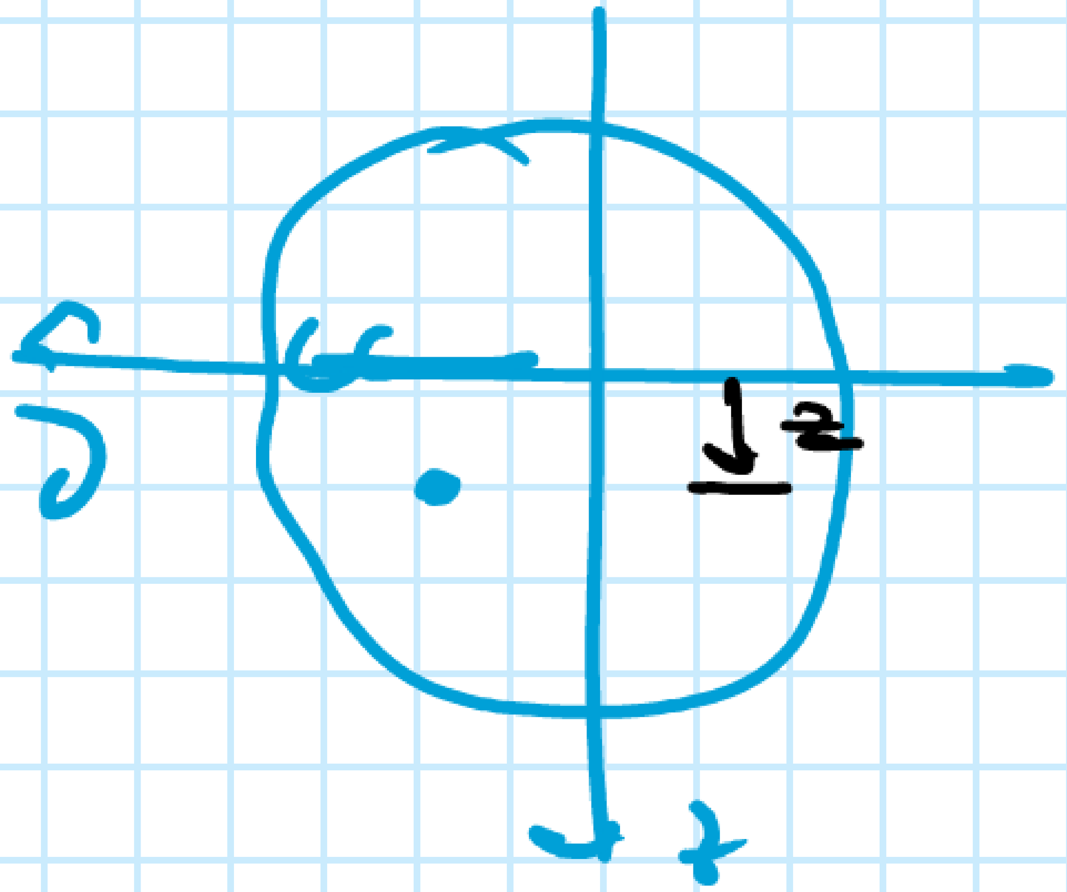
02.06.08 - EJE NEUTRO:

martes, 5 de octubre de 2021 13:00

EN EL EJE NEUTRO → $\boxed{\varepsilon_x = 0 \;;\; \sigma_x = 0}$

$$\sigma_{x,\text{tot},\text{en}} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y}\cdot z_N - \frac{M_z}{I_z}\cdot y_N = 0$$

$$\boxed{z_N = -\frac{N}{A}\cdot\frac{I_y}{M_y} + \frac{M_z}{I_z}\cdot\frac{I_y}{M_y}\cdot y_N}$$



$dF = \sigma_x\, dA.$ → $\sigma_x\, dA \cdot z = dM_y.$

$\sigma_x\, dA \cdot y = dM_z.$

EN FLEXIÓN COMPUESTA → EN NO ES BARICÉNTRICO.

Si $y_{N_1} = 0$ → z_{N_1}

Si $z_{N_2} = 0$ → y_{N_2}