

$\bar{R}_x \rightarrow \alpha$
 $\bar{R}_y \rightarrow \alpha_y$
 $\bar{R}_z \rightarrow \alpha_z$
 $\bar{M}_x \rightarrow M_x$
 $\bar{M}_y \rightarrow M_y$
 $\bar{M}_z \rightarrow M_z$

PF: PLANO DE FUERZAS

PF \cap PS = LF

LF: LÍNEA DE FUERZAS

$\bar{M}_F \perp LF$

PS: PLANO DE SECCIÓN

1) DEFINICION DE SF.

2) ELEMENTOS : $\left. \begin{array}{l} \text{VECTOR NORMAL. } \vec{M}_F \\ \text{PAR DE FUERZAS } \vec{P} \text{ y } (-\vec{P}) \\ \text{MOMENTO } \vec{M} \end{array} \right\}$

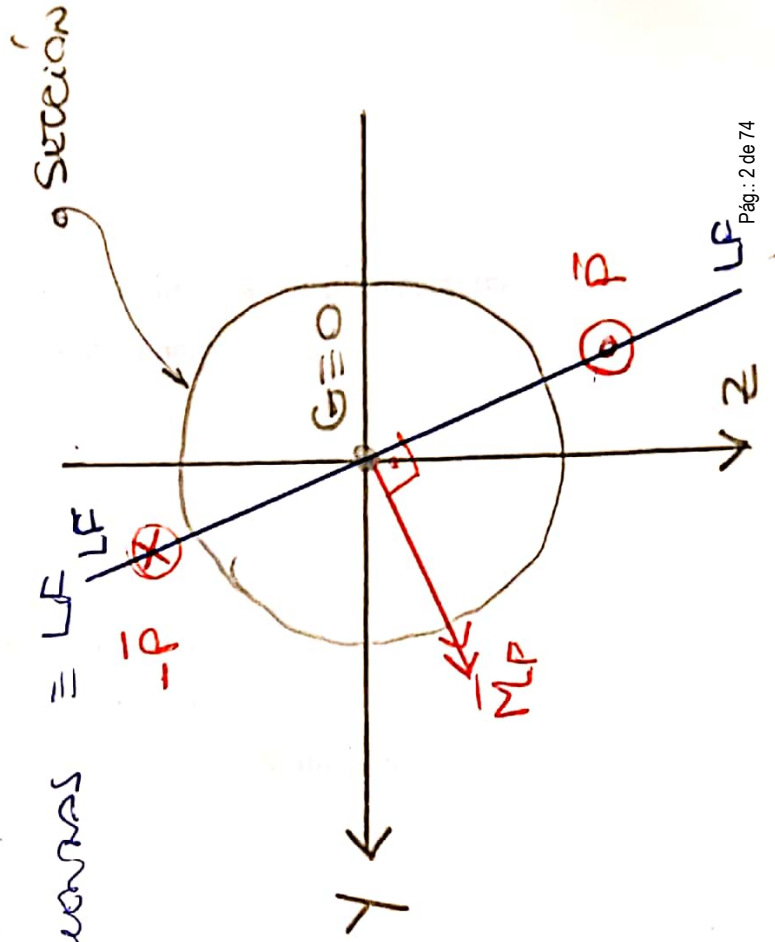
PLANO DE FUERZAS \equiv PF.

" " LA SECCION \equiv PS.

LINEA DE FUERZAS \equiv LF

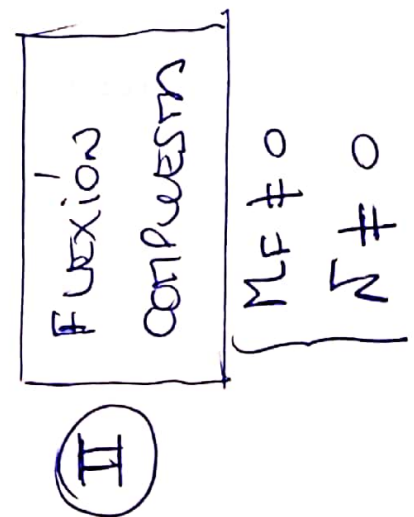
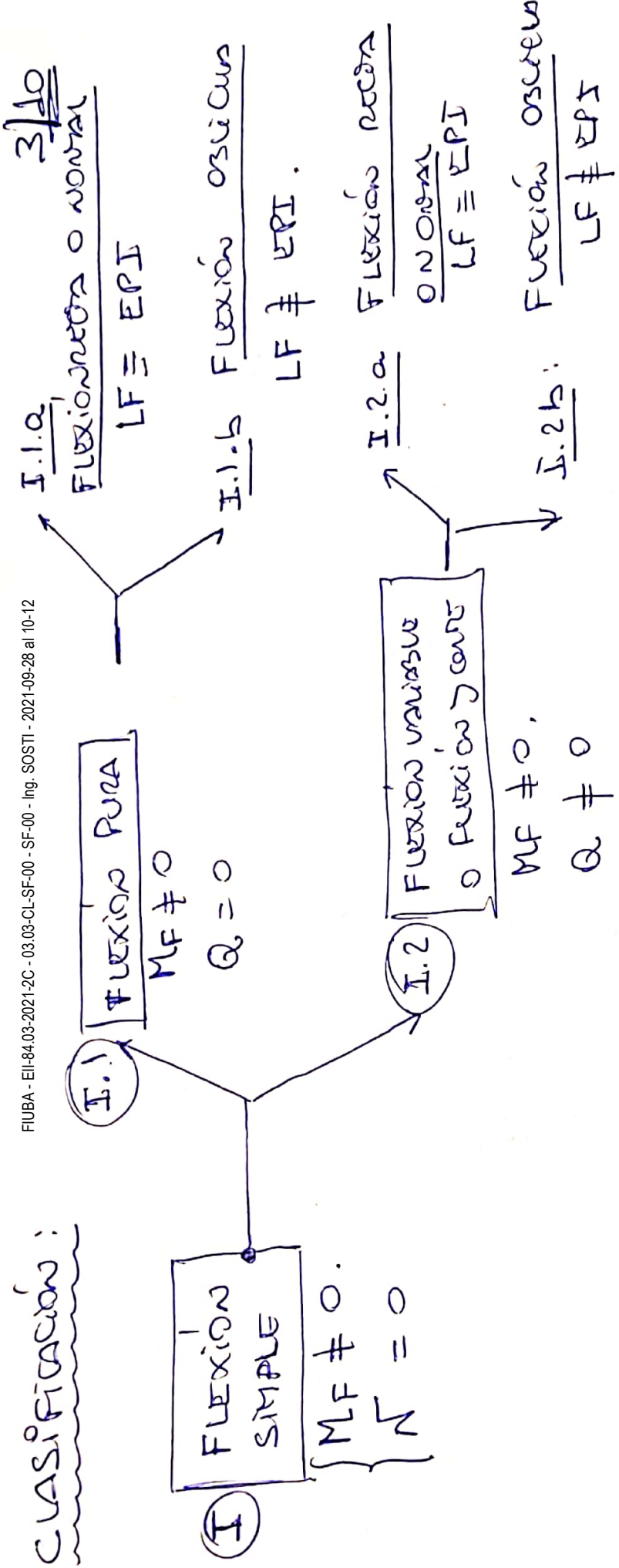
\rightarrow LF \equiv PF \cap PS.

\rightarrow LF \perp \vec{M}_F

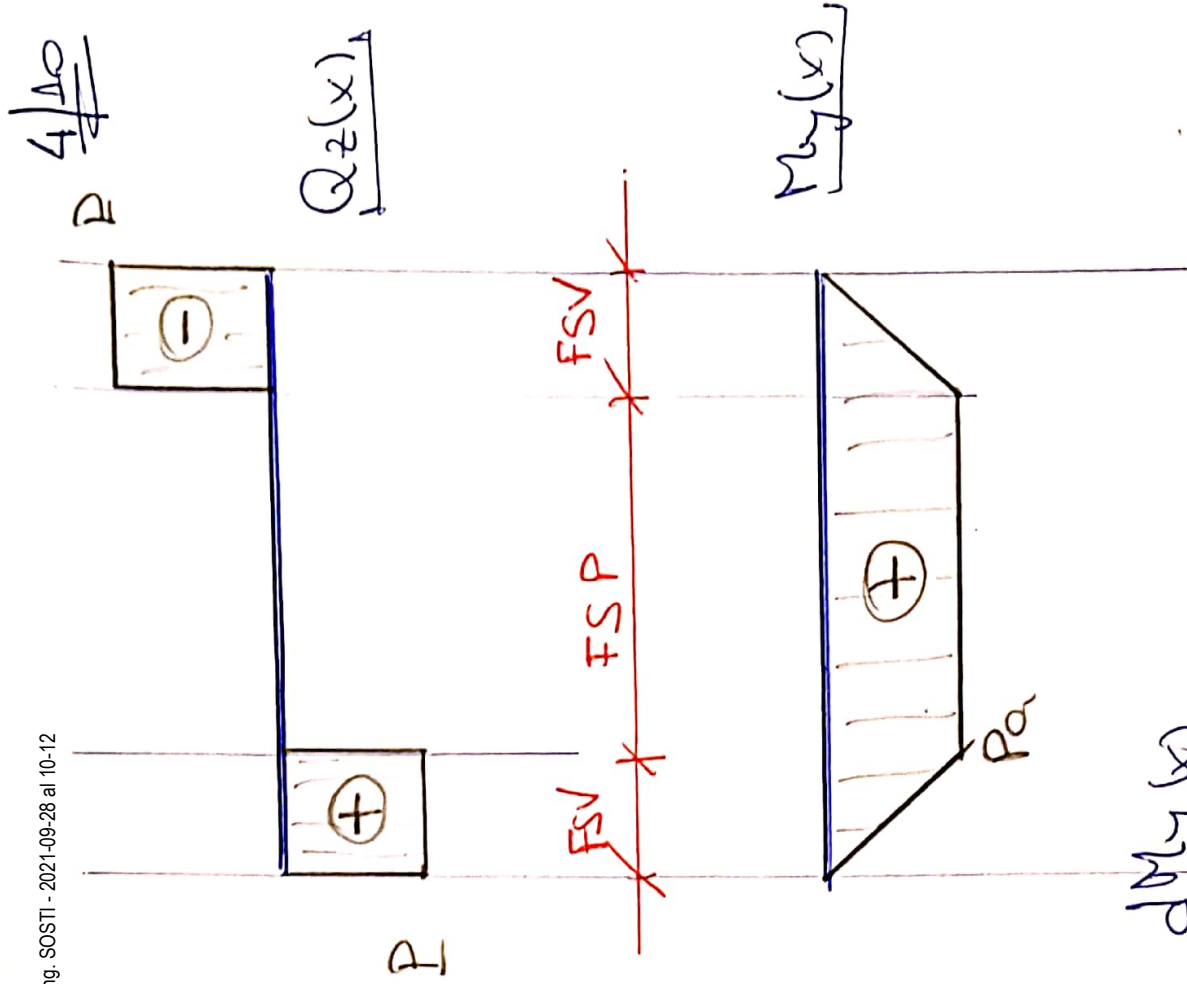
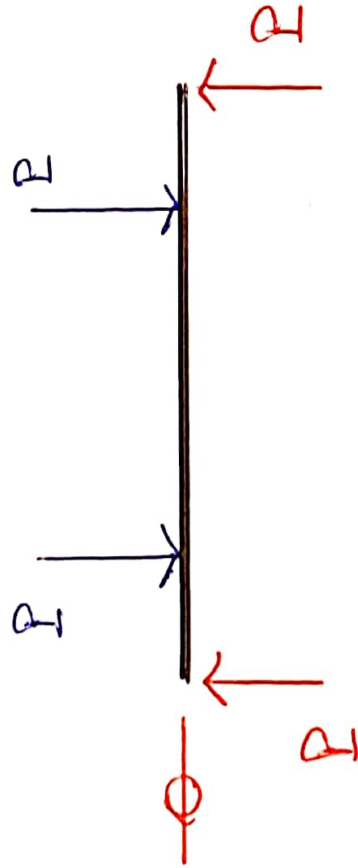
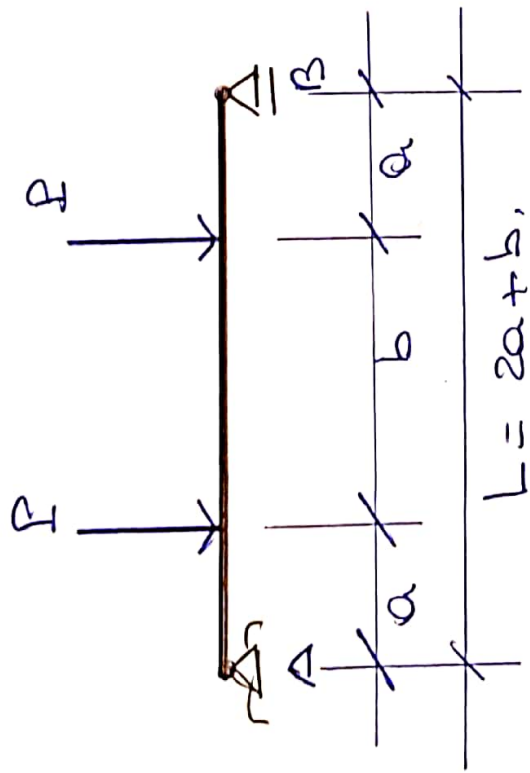


3) CLASIFICACION:

FIUBA - EII-84.03-2021-2C - 03.03-CL-SF-00 - SF-00 - Ing. SOSTI - 2021-09-28 al 10-12



EPI: EJE PRINCIPAL DE INGENIERIA MECÁNICA.



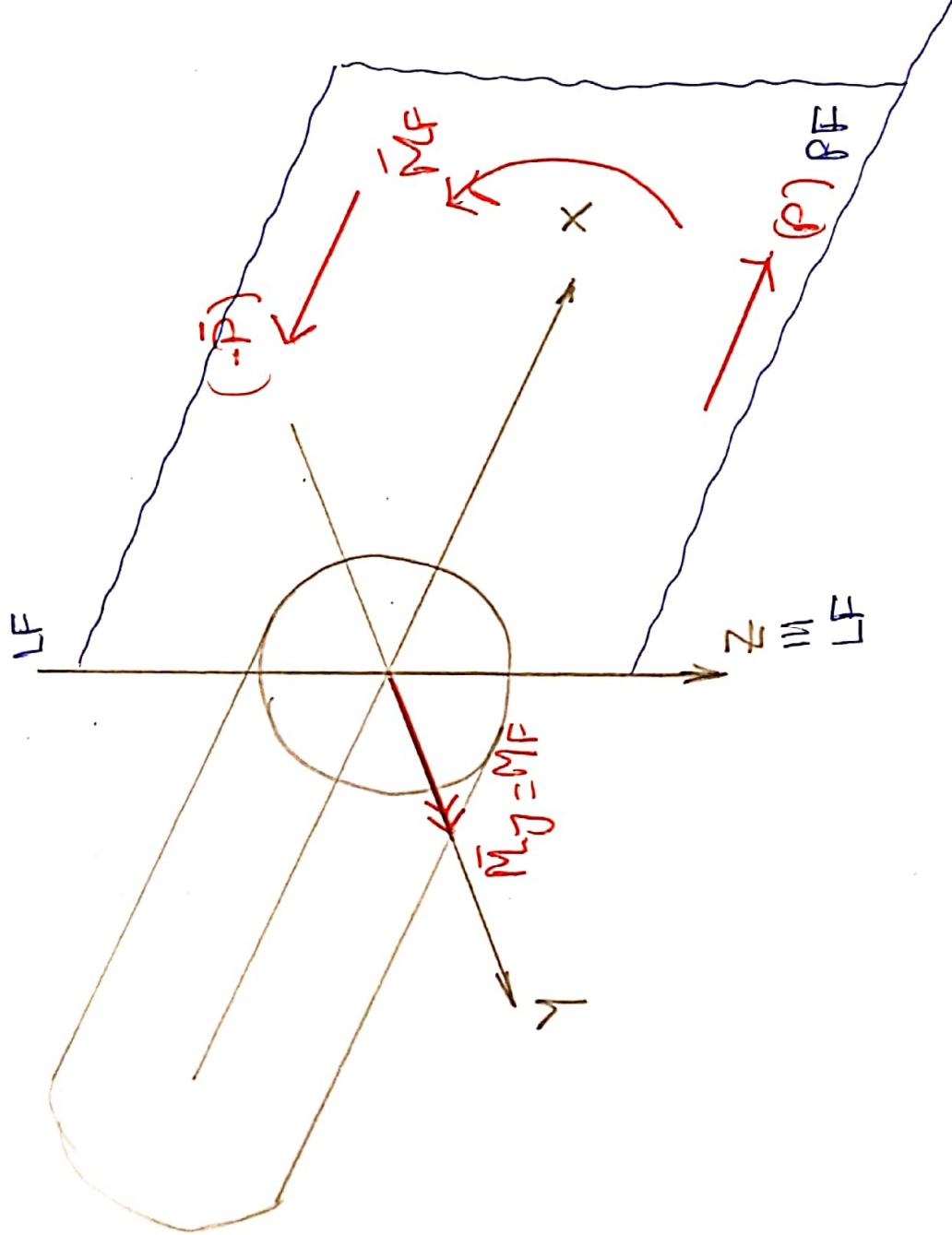
$$Q_z(x) = \frac{dM_y(x)}{dx}$$

4) FLEXION SIMPLE

FIUBA - EII-84.03-2021-20 - 03.03-CL-SF-00 - SF-00 - Ing. SOSTI - 2021-09-28 al 10-12

S/10

y y z son EPI.
 $LF \equiv z \rightarrow$ FSPR
 $Q_y = Q_z = 0$



4.1) - ECS DE EQUIVALENCIA:

1) $N = 0 = \int_A \sigma_x \cdot dA$

2) $Q_y = 0 = \int_A \sigma_{xy} \cdot dA$

3) $Q_z = 0 = \int_A \sigma_{xz} \cdot dA$

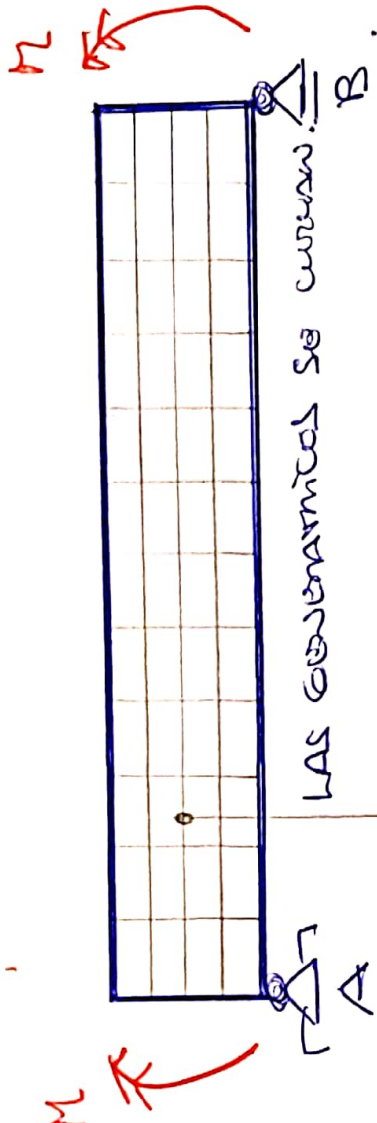
4) $M_x = 0 = \int_A (-\sigma_{xy} \cdot z + \sigma_{xz} \cdot y) dA$

5) $M_y = \int_A \underbrace{\sigma_x \cdot z}_{dM} \cdot dA$

6) $M_z = 0 = \int_A \sigma_x \cdot y \cdot dA$

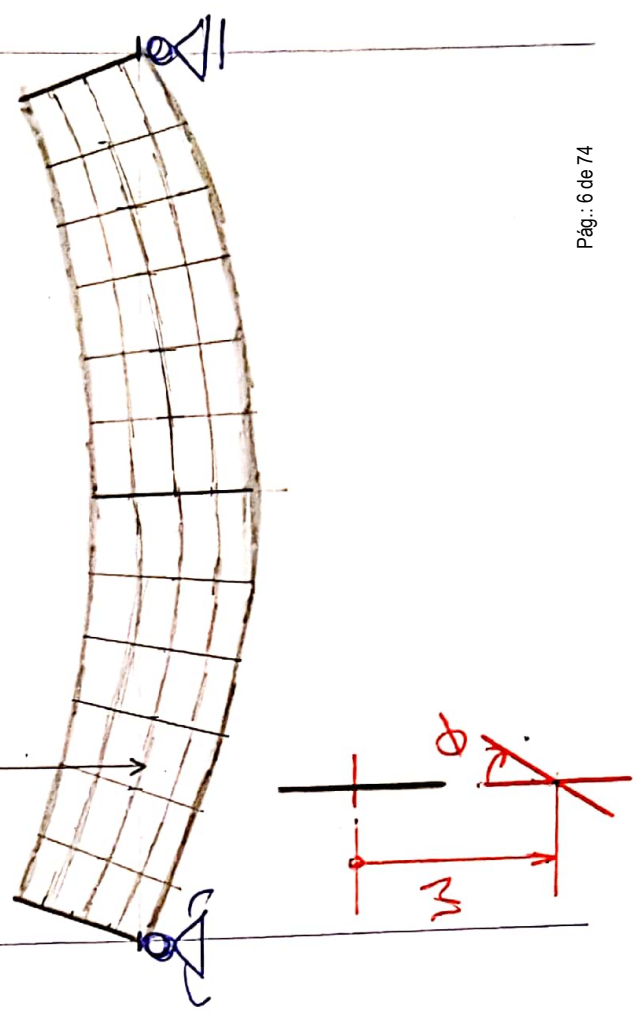
4.2) - EXPLICACIÓN DE FENÓMENOS:

$t = 0$; $t = 0^+ \rightarrow$ CARGAS



LAS GEOMETRÍAS SE CURVAN. B.

• LAS SECCIONES SE MANTIENEN PLANAS.



4.3) - Hipótesis de Bernoulli - Navier:

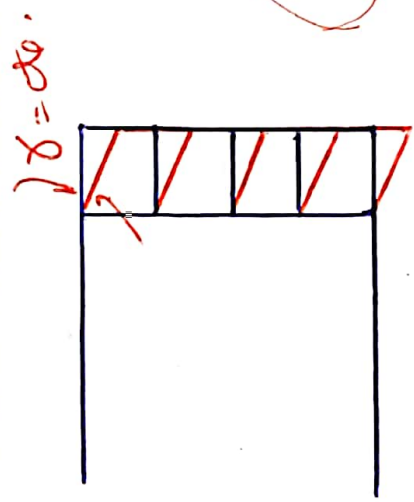
• enunciado.

• EJE NEUTRO \equiv EN
LÍNEA NEUTRA \equiv LN

4.4) - Resolución de las ECS de equivalencia:

f) Si las secciones se mantienen planas \rightarrow No se alargan \rightarrow

\rightarrow se distorsionan ???



• Si $\delta = cte.$ \rightarrow la sección se distorsiona pero no se alargan.

• Si $\delta = 0 \rightarrow$ la sección no se distorsiona \rightarrow no se alargan.

• Si $\delta \neq cte \rightarrow$ la sección se distorsiona y alargan.

8/10

I caso I: si $\gamma = 0 \rightarrow$ ley de Hooker $\rightarrow \tau = G \cdot \gamma = 0 \rightarrow$ no hay
 res de equiu. (2) y (3) se traza: $0 = \int_{z=0}^{\tau_{xy}} dA = \int_{z=0}^{\tau_{xy}} dA = 0$ ✓
 $0 = \int_{z=0}^{\tau_{xz}} dA = 0$ ✓

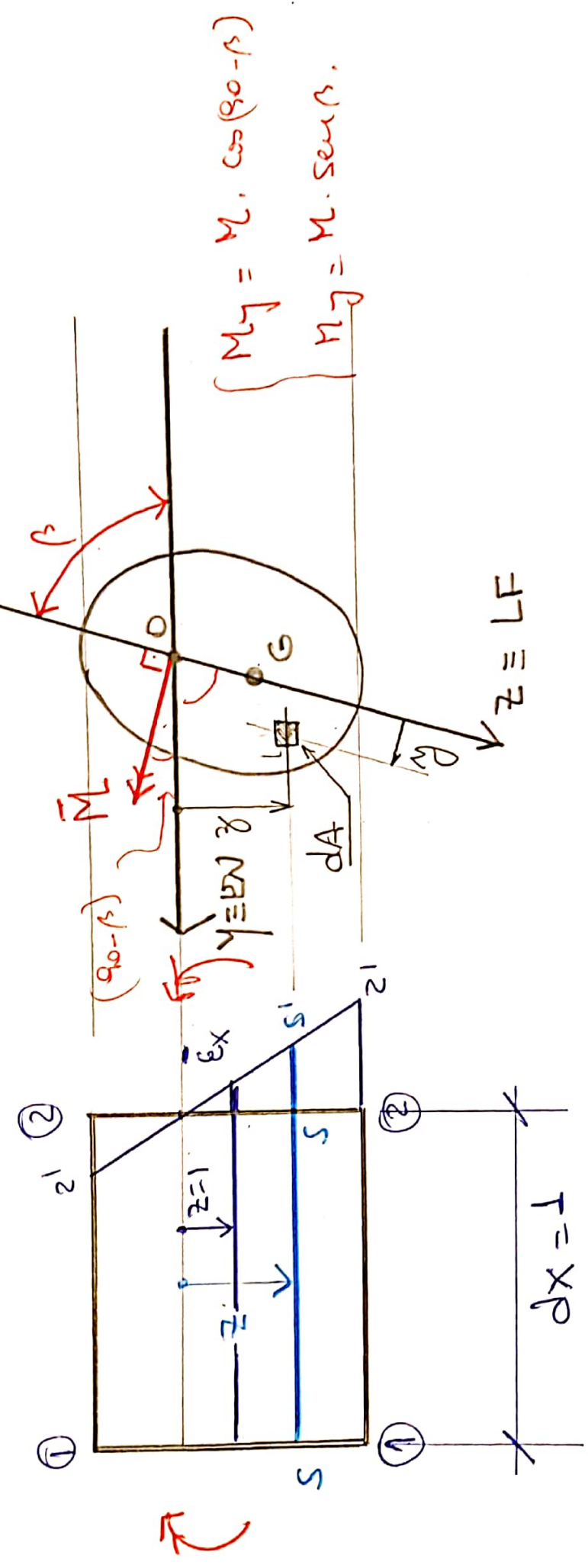
II caso II: si $\gamma = cte \rightarrow$ ley de Hooker $\rightarrow \tau = G \cdot \gamma = cte \rightarrow$

no hay res de equiu. (2) y (3) \rightarrow $\int_A dA \cdot$ momentos
 $0 = \int_A \tau_{xy} dA = \tau_{xy} \int_A dA = \int_A dA \cdot$
 $0 = \int_A \tau_{xz} dA = \tau_{xz} \int_A dA = \int_A dA \cdot$

$\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau = 0$

(2) res de equiu. \rightarrow se verifican
 (3)
 (4)

ECS DE EQUIVALENCIA ① ② y ③ :



$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{S}S \equiv dx = l_0 \\ \bar{S}S' = \Delta dx \\ = l_f - l_0 \end{array} \right\} \frac{\Delta dx}{dx} = \epsilon_{x,z} \text{ como } dx = 1 \rightarrow \Delta dx = \epsilon_{x,z}$$

$$\frac{\epsilon_{x,z}}{z} = \frac{\bar{\epsilon}_x}{l} \rightarrow \epsilon_{x,z} = \bar{\epsilon}_x \cdot z$$

LA RELACION ENTRE LAS DERIVADAS LINEALES

• Por ley de hooks.

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{x,z} &= E \cdot \epsilon_{x,z} \\ \bar{\sigma}_x &= E \cdot \bar{\epsilon}_x \end{aligned} \right.$$

$$\frac{\sigma_{x,z}}{\bar{\sigma}_x} = \frac{\epsilon_{x,z}}{\bar{\epsilon}_x} = \frac{\cancel{\epsilon_x} \cdot z}{\cancel{\bar{\epsilon}_x}}$$

$$\boxed{\sigma_{x,z} = \bar{\sigma}_x \cdot z}$$

LAS TENSIONES NORMALES TIENEN UNA DISTRIBUCIÓN LINEAL ENTRE ELAS.

DE LA EC DE EQUIVALENCIA (1):

$$N = 0 = \int_A \sigma_x \cdot dA \quad \Rightarrow \quad 0 = \int_A \bar{\sigma}_x \cdot z \cdot dA \quad \rightarrow$$

$$\boxed{0 = \int_A z \cdot dA}$$

$$0 = \cancel{\bar{\sigma}_x} \int_A z \cdot dA \quad \rightarrow$$

EL MOMENTO ESTÁTICO DEL ÁREA DE LA SECCIÓN RESPETO AL 'EN' ES CERO \rightarrow CUANDO ESTE ES EL BARICENTRO.

$$S_{A,EN} = 0 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{EN \text{ ES BARICENTRO}}}$$

DE (6) EC. DE EQUIVALENCIA:

$$M_z = 0 = \int_A -\sigma_{x,z} \cdot y \cdot dA = \int \sigma_{x,z} \cdot y \cdot z \cdot dA$$

$\sigma_{x,z} = \bar{\sigma}_x \cdot z$

$$0 = \bar{\sigma}_x \int_A yz \, dA = \int_A yz \, dA$$

$$\int_A y \cdot z \, dA = I_{LF, BU}^A = I_{y,z}^A = 0$$

EL 'BU' Y LA 'LF' SON CONJUGADOS DE

INERCIAS.

LUETOS:

↳ LF ≡ EPI BANCÓNICO.

↳ BU ES BANCÓNICO.

↳ LF, BU SON CI.



EL 'BU' ES EPI BANCÓNICO
BANCÓNICO

DE (S) ET. DE EQUIVALENCIA:

$$M_y = M \cdot \sin \beta = \int_A \sigma_{x,z} \cdot z \, dA$$

como $\beta = 90^\circ \rightarrow \sin \beta = 1$

$$M_y = M = \int_A \sigma_{x,z} \cdot z \cdot dA =$$

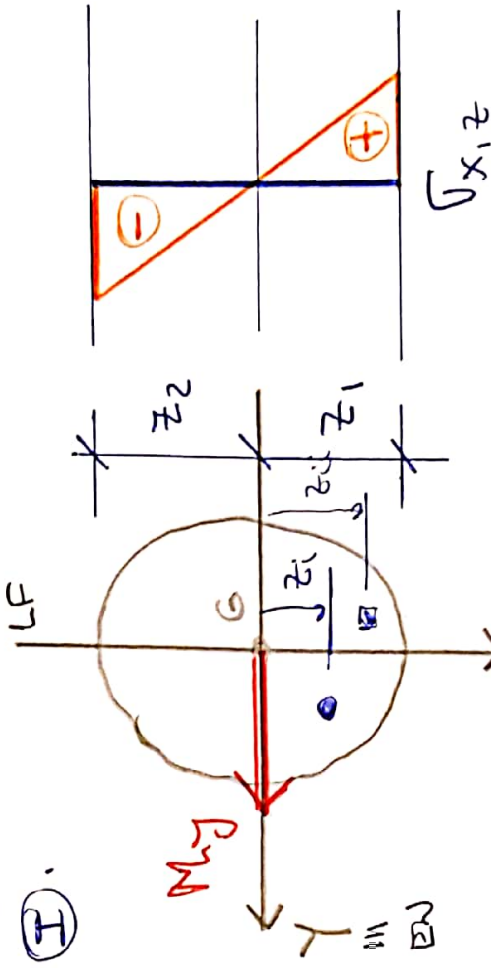
$$= \int_A \bar{\sigma}_x \cdot z \cdot z \, dA = \bar{\sigma}_x \int_A z^2 \, dA =$$

$$I_{\text{EN}}^A = I_y^A$$

$$M_y = \bar{\sigma}_x \cdot I_{\text{EN}}^A = \frac{\sigma_{x,z}}{z} \cdot I_{\text{EN}}^A$$

$$\sigma_{x,z} = \frac{M_y \cdot z}{I_{\text{EN}}^A}$$

4.5 - CONSIDERACIONES:



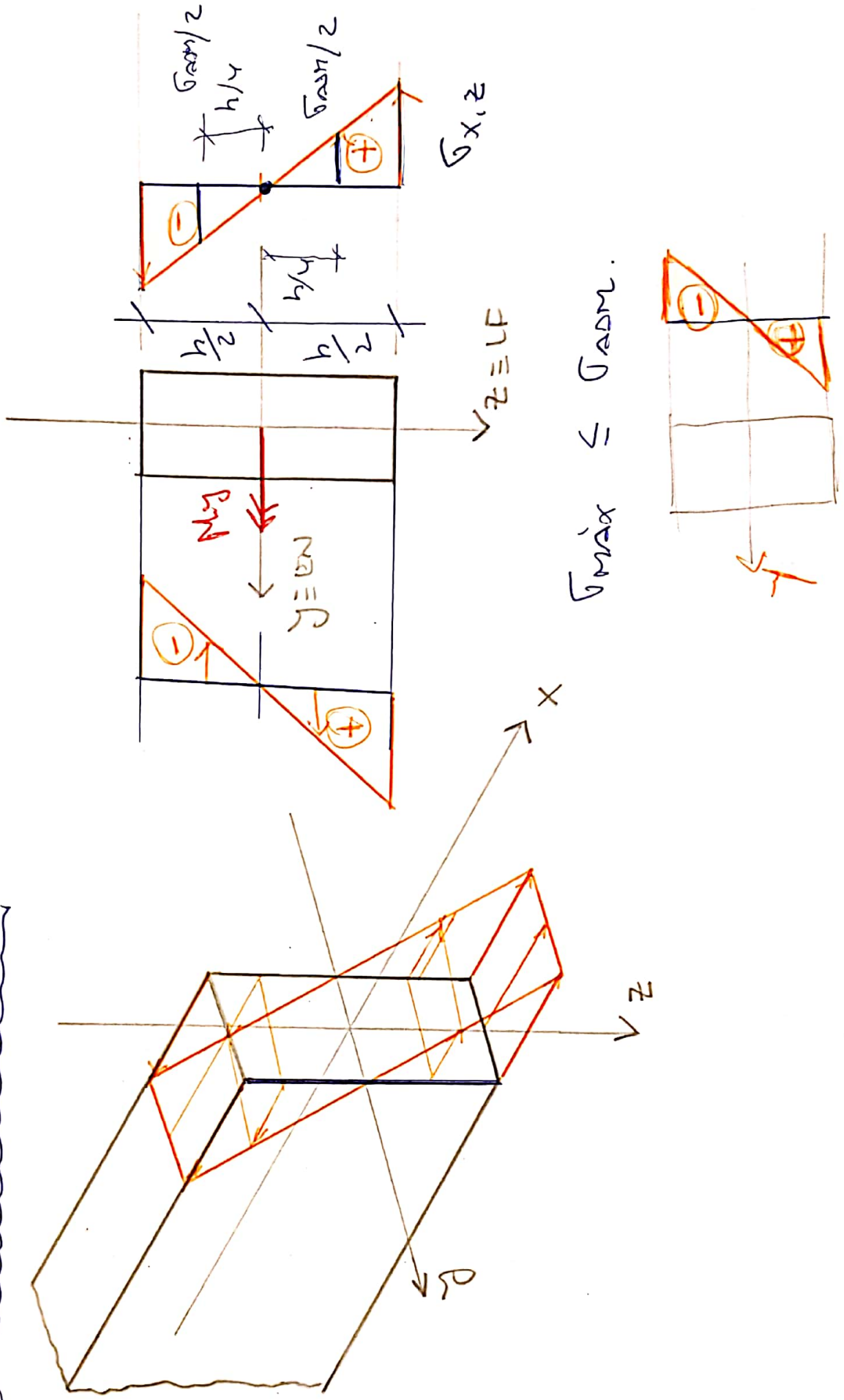
$$\sigma_{x, \text{max}}^{(+)} = \frac{M_y \cdot z_1}{I_{\text{EN}}}$$

$$\sigma_{x, \text{min}}^{(-)} = \frac{M_y \cdot z_2}{I_{\text{EN}}}$$

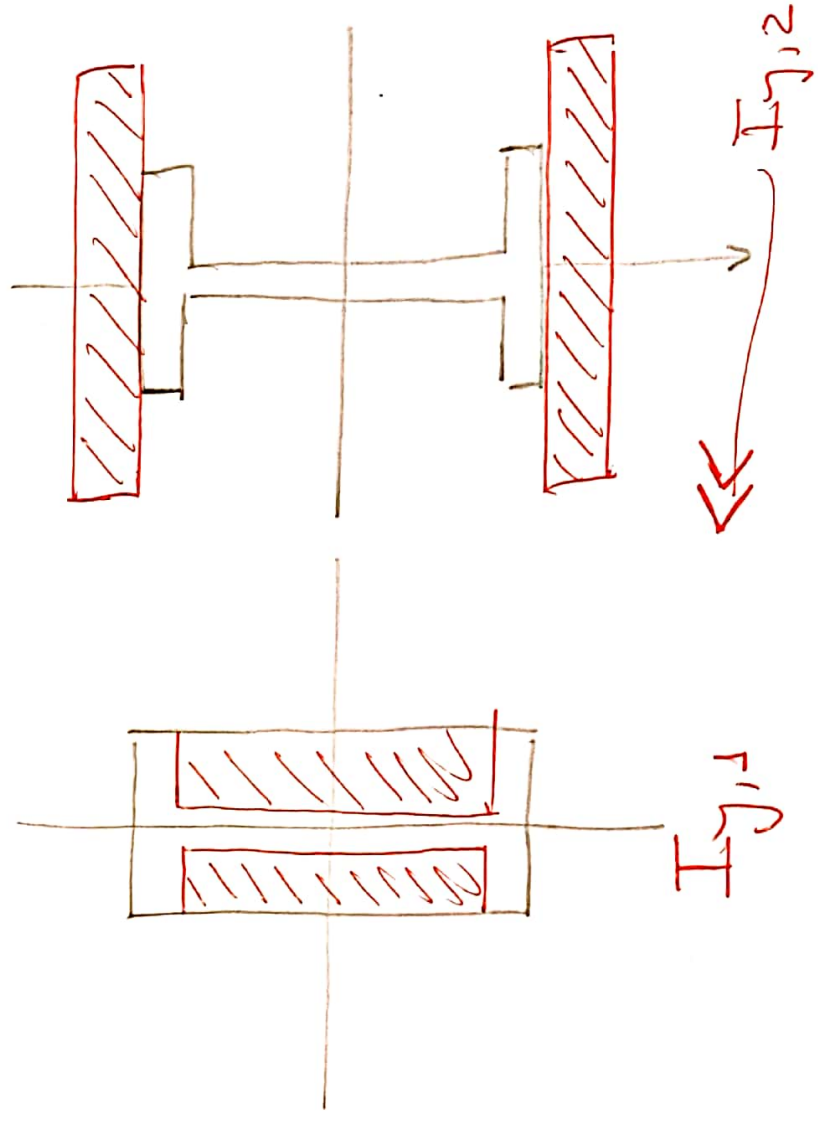
II Hay fibras tensionadas y otras comprimidas \rightarrow fibras por ser blancas y fibras por ser oscuras

3/15

III VOLUMEN DE TENSIONES:



IV Afinamiento de la sección:



$$\sigma_{x,z} = \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

si $I_y \uparrow \rightarrow \sigma_{y,adm} \uparrow$

4.6) - PROBLEMAS DE LA FLEXIÓN :

I DE VERIFICACIÓN :
$$\frac{M_{j, \text{Zmax}}}{I_j} \leq \sigma_{x, \text{max}} \leq \sigma_{adm}$$

SECCIÓN
CARGAS MAT

ACÁ SE SUBORDINA PUES ES MATERIAL TRAZADA
IGUAL A TRAZADA PUES A COMPRESIÓN.

II DIMENSIONAMIENTO :
$$\frac{M_{j, \text{Zmax}}}{I_j} ?$$

CARGAS
MATERIALES

$$\sigma_{adm} > \frac{M_{j, \text{Zmax}}}{I_j} \rightarrow$$

$$\frac{I_j}{Z_{\text{max}}} > \frac{M_j}{\sigma_{adm}}$$

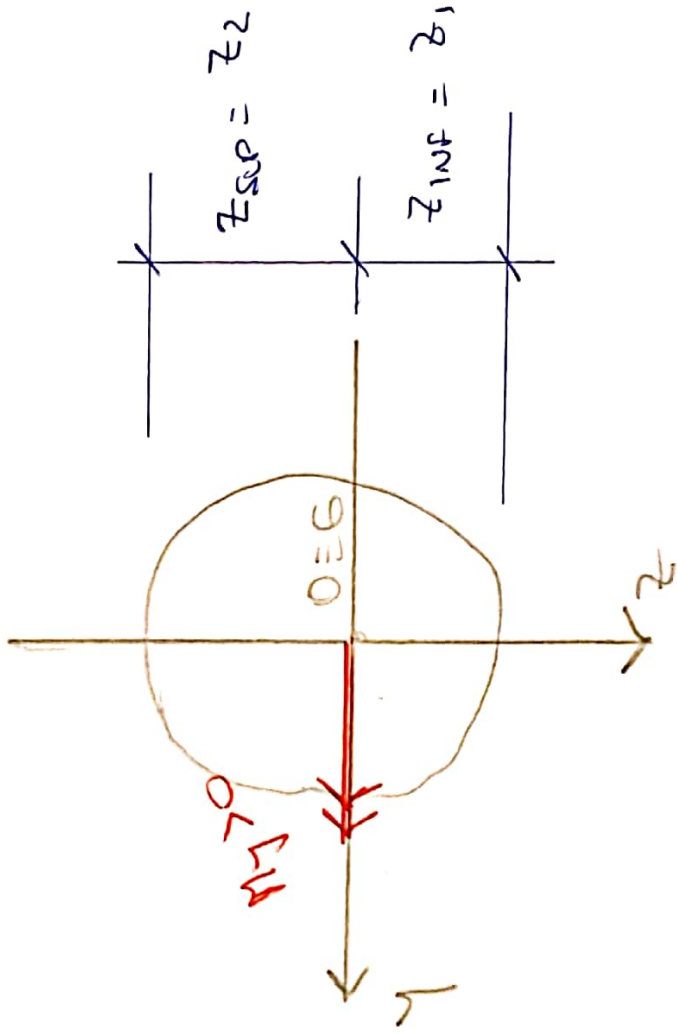
$\rightarrow S_j > \frac{M_j}{\sigma_{adm}}$

III CAPACIDAD PORTANTE :

SECCIÓN : $M_{j, \text{ADM}} = ??$
CARGAS

$$M_{j, \text{ADM}} = \sigma_{ADM} \cdot \frac{I_j}{Z_{\text{max}}}$$

4.7) - MÓDULO O MOMENTO RESISTENTE:



$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{x,z_1} &= \frac{M \cdot z_1}{I_y} \\ \sigma_{x,z_2} &= \frac{M \cdot z_2}{I_y} \end{aligned} \right.$$

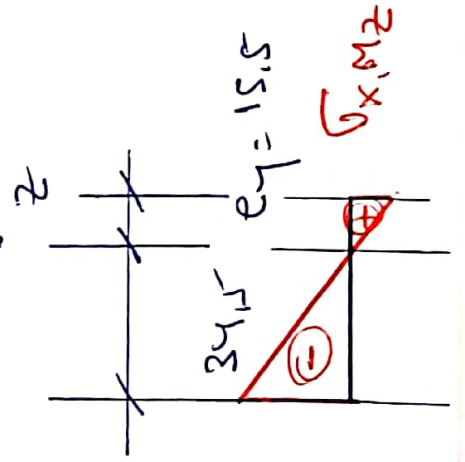
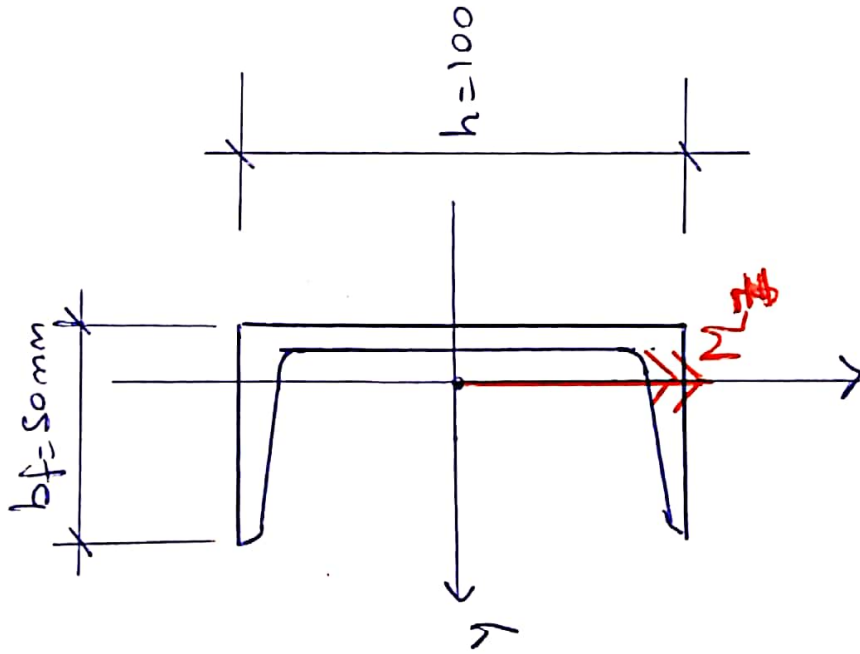
$$\sigma_{x,z_1} = \frac{M \cdot z_1}{I_y / z_1} = s_{y,1}$$

$$\sigma_{x,z_2} = \frac{M \cdot z_2}{I_y / z_2} = s_{y,2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} s_{y,1} &= s_{y,sup} = w_{y,inf} \\ s_{y,2} &= s_{y,inf} = w_{y,sup} \end{aligned} \right.$$

$$s_{y,2} = s_{y,sup} = w_{y,inf}$$

SOSTI



$$I_z = 29,3 \text{ cm}^4.$$

$$S_y = 8,49 \text{ cm}^3.$$

$$S_{y, I_{zq}} = \frac{I_z}{y_{12q}} = \frac{29,3}{3,45} = 8,49 \text{ cm}^3$$

$$S_{y, \text{don}} = \frac{I_z}{y_{\text{don}}} = \frac{29,3}{1,17} = 18,90 \text{ cm}^2$$

5) FLEXIÓN SIMPLE OBLICUA:

S.1 - ESQUERAS.

- LAS DEFLEXIONES Y LAS TORSIONES SIEMPRE VAN ACOMPAÑADAS.

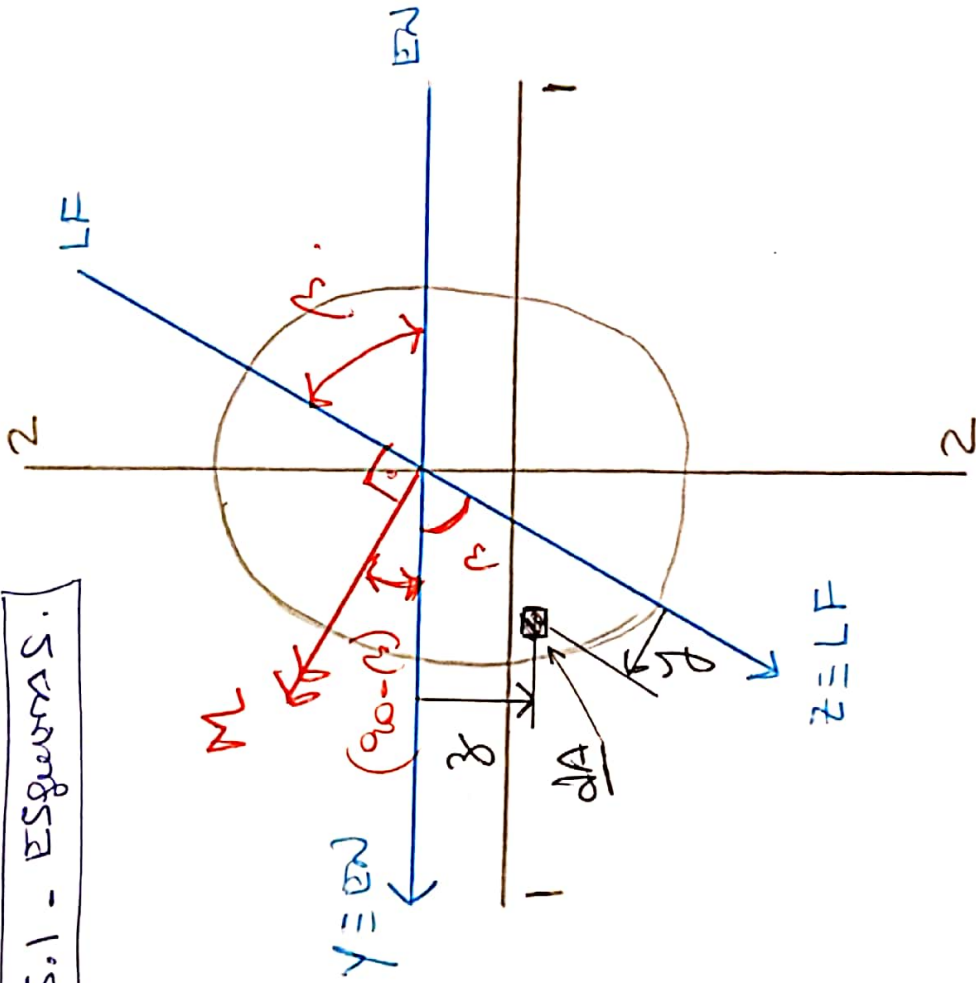
S.2 - ECS DE EQUIVALENCIAS

(1) $\rightarrow N = 0 = \int_A \sigma_x \cdot dA =$

$= \int_A \bar{\sigma}_x \cdot z \cdot dA$

$0 = \bar{\sigma}_x \int_A z \cdot dA \rightarrow 0 = \int_A z \cdot dA$

$S_{EN}^A = 0 \rightarrow$ EN ES BARRICHO -
MUCHO



- SE IDENTIFICA LA HIPOTESIS DE BERNOLLI-MONTE.

(5) SE TOMA MOMENTOS RESPECTO DEL EJE Y: $M_y = \frac{M \cdot \text{sen } \beta}{M \cdot \cos(\theta_0 - \beta)} = \int_A \sigma_{x,z} \cdot z \cdot dA = \int_A \bar{\sigma}_x \cdot z^2 dA =$

$$M_y = \frac{M \cdot \text{sen } \beta}{M \cdot \cos(\theta_0 - \beta)} = \int_A \sigma_{x,z} \cdot z \cdot dA = \int_A \bar{\sigma}_x \cdot z^2 dA =$$

$$M \cdot \cos(\theta_0 - \beta)$$

$$M \cdot \text{sen } \beta = \bar{\sigma}_x \int_A z^2 dA = \bar{\sigma}_x \cdot I_{yy} = \frac{\sigma_{x,z}}{z} \cdot I_{yy}$$

$$\sigma_{x,z} = \frac{M \cdot \text{sen } \beta}{I_{yy}} \cdot z$$

(6) SE TOMA MOMENTOS RESPECTO DEL EJE X: $M_x = \int_A \sigma_{x,z} \cdot y \cdot dA = \int_A \bar{\sigma}_x \cdot z \cdot y \cdot dA = \int_A y \cdot z \cdot dA =$

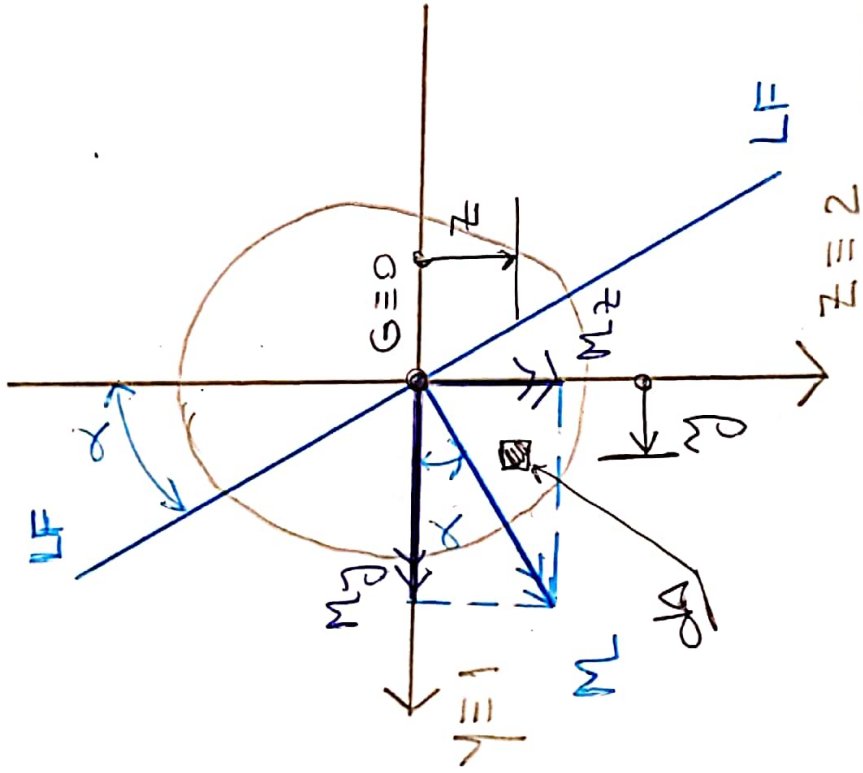
$$0 = \int_A \sigma_{x,z} \cdot y \cdot dA = \int_A \bar{\sigma}_x \cdot z \cdot y \cdot dA = \int_A y \cdot z \cdot dA =$$

$$0 = \int_A y \cdot z \cdot dA \rightarrow I_{yy,xf} = 0$$

→ 'EN' 'LF' SON CONSTANTES DE INTERIA.



S.3 - FLEXIÓN OBLICUA EN BARRAS DE 2 FLEXIONES NO NULAS



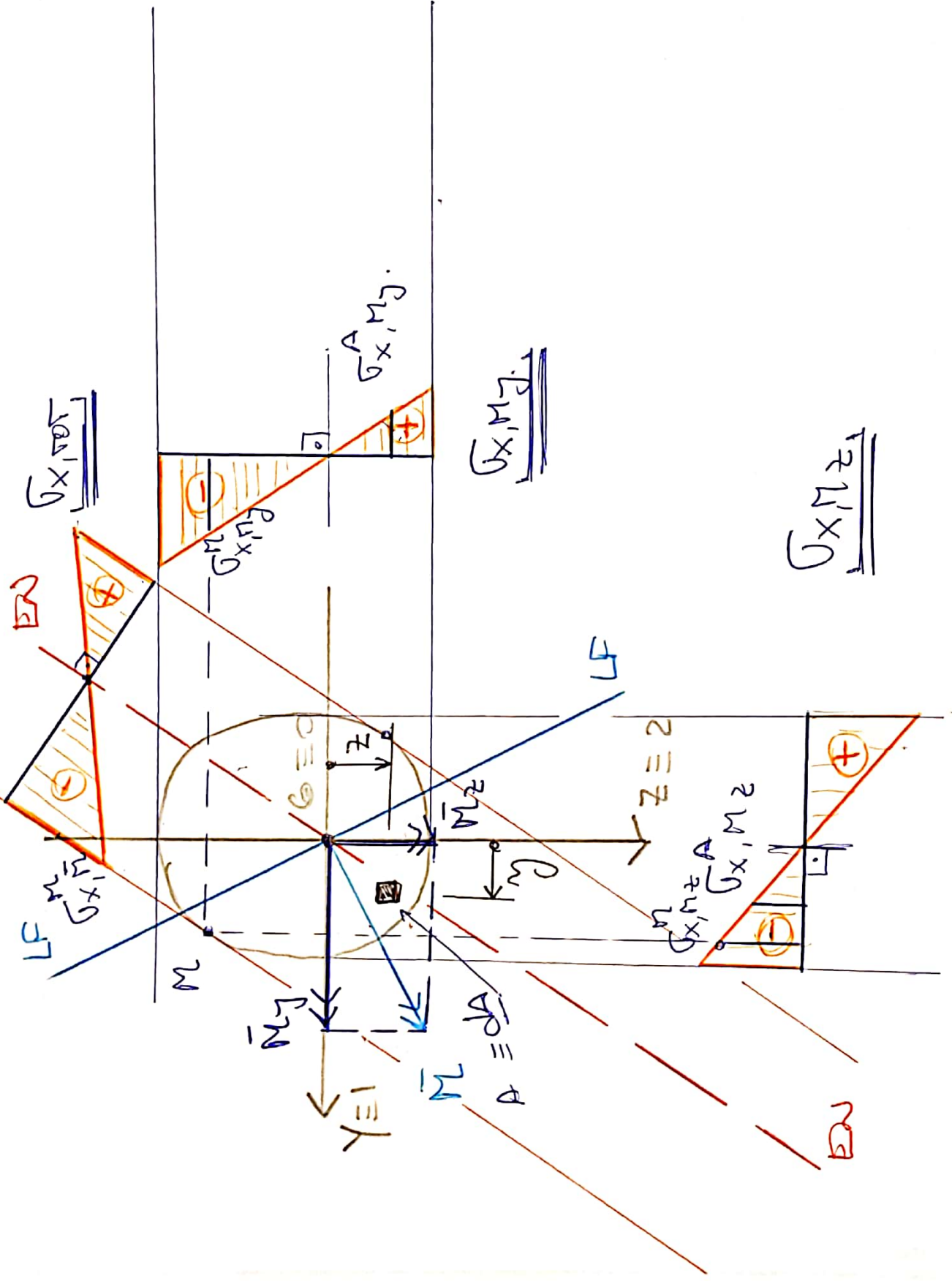
INTEGRACIONES: $\left\{ \begin{array}{l} LF \\ M \end{array} \right.$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{M}_y \equiv \bar{M}_1 \rightarrow LF \equiv z \equiv z \rightarrow \sigma \equiv \gamma \equiv 1 \\ \bar{M}_z \equiv \bar{M}_2 \rightarrow LF \equiv y \equiv 1 \rightarrow \sigma \equiv z \equiv z \end{array} \right.$$

$$\sigma_{x, tot} = \sigma_{x, \bar{M}} = \sigma_{x, M_y} + \sigma_{x, M_z}$$

$$\sigma_{x, tot} = \underbrace{\left(\frac{M_y}{I_y} \cdot z \right)}_{(+)} + \underbrace{\left(\frac{M_z}{I_z} \cdot y \right)}_{(+)}$$

$$\sigma_{x, tot} = + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$



12/15

SU - UBICACIÓN DEL EJE DE BUELOS:

$$\bar{M} \rightarrow \begin{cases} M_{\gamma} = M \cdot \cos \alpha \\ M_z = M \cdot \text{sen} \alpha \end{cases} \quad \sigma_{x, \text{TOT}} = \frac{M_{\gamma}}{I_{\gamma}} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y = 0$$

$$M_z = M \cdot \text{sen} \alpha$$

$$\frac{M \cdot \cos \alpha}{I_{\gamma}} \cdot z_{\omega} - \frac{M \cdot \text{sen} \alpha}{I_z} \cdot y_{\omega} = 0$$

$$z_{\omega} = \frac{M \cdot \text{sen} \alpha}{M \cdot \cos \alpha} \cdot \frac{I_{\gamma}}{I_z} \cdot y_{\omega} = \frac{I_{\gamma}}{I_z} \cdot \tan \alpha \cdot y_{\omega}$$

$$z_{\omega} = \frac{M_z}{M_{\gamma}} \cdot \frac{I_{\gamma}}{I_z} \cdot y_{\omega}$$

$$z_{\omega} = c \cdot y_{\omega}$$

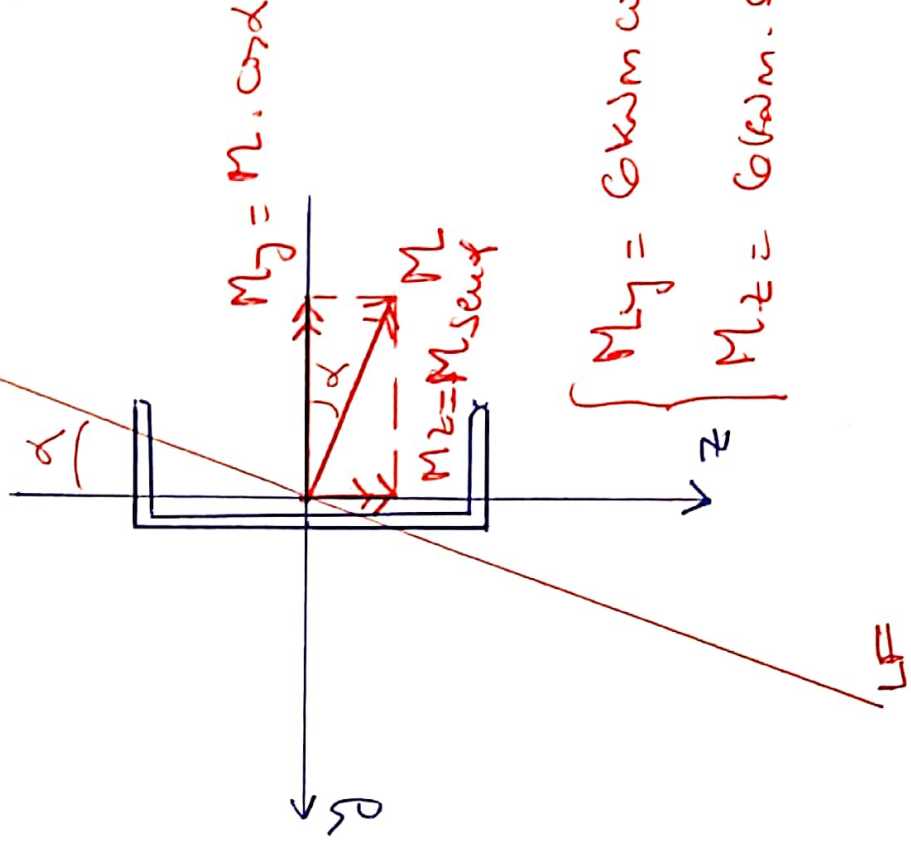
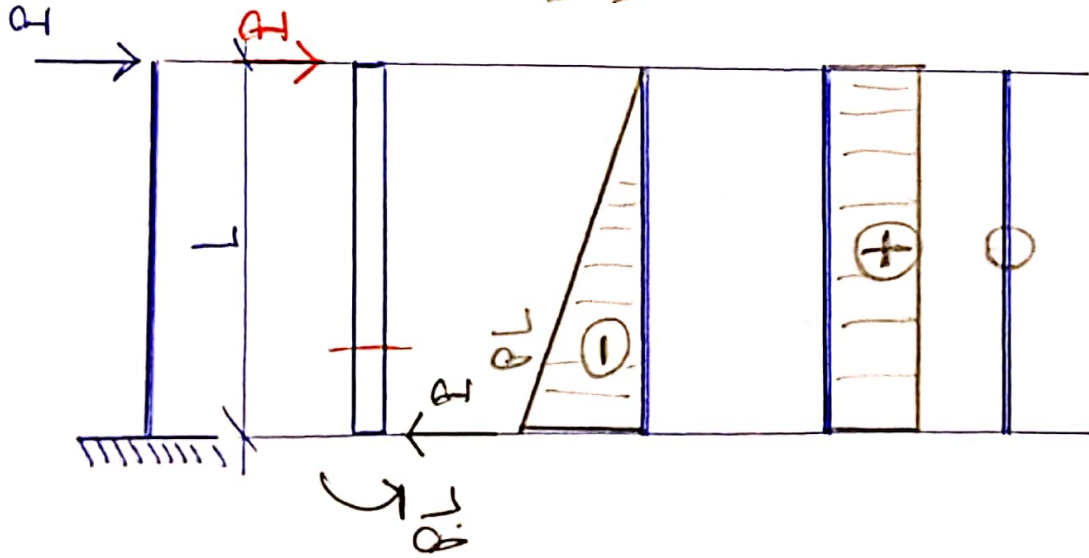
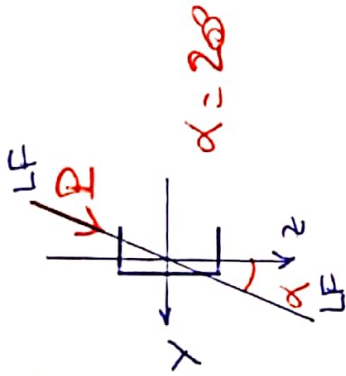
• Si $y_{\omega} = 0 \rightarrow z_{\omega} = 0$

13/15

Ejemplo:

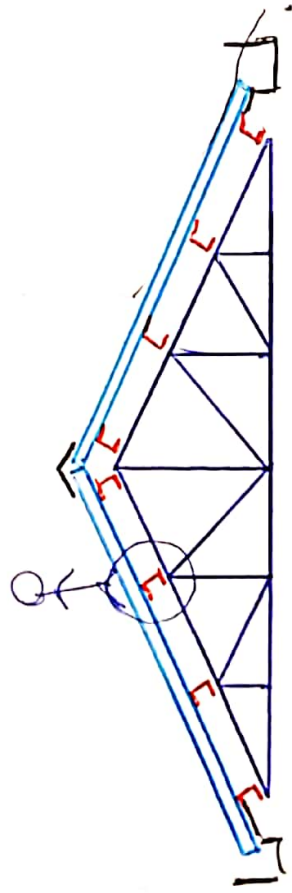
$L = 1,20m.$ $P = 5\text{ kN}$

$M_{max} = P \cdot L = 5 \cdot 1,20 = 6,00\text{ kNm.}$



$M_y = 6\text{ kNm} \cdot \cos 20^\circ = 5,64$
 $M_z = 6\text{ kNm} \cdot \sin 20^\circ = 2,05$

14/15



$$I_y = 3600 \text{ cm}^4$$

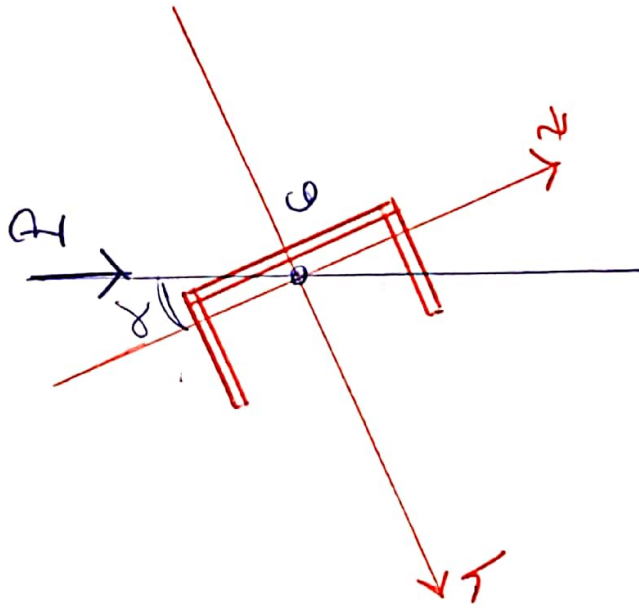
$$S_y = 300 \text{ cm}^3$$

$$I_z = 248 \text{ cm}^4$$

$$S_z = 39,6 \text{ cm}^3$$

$$e_y = 2,23 \text{ cm}$$

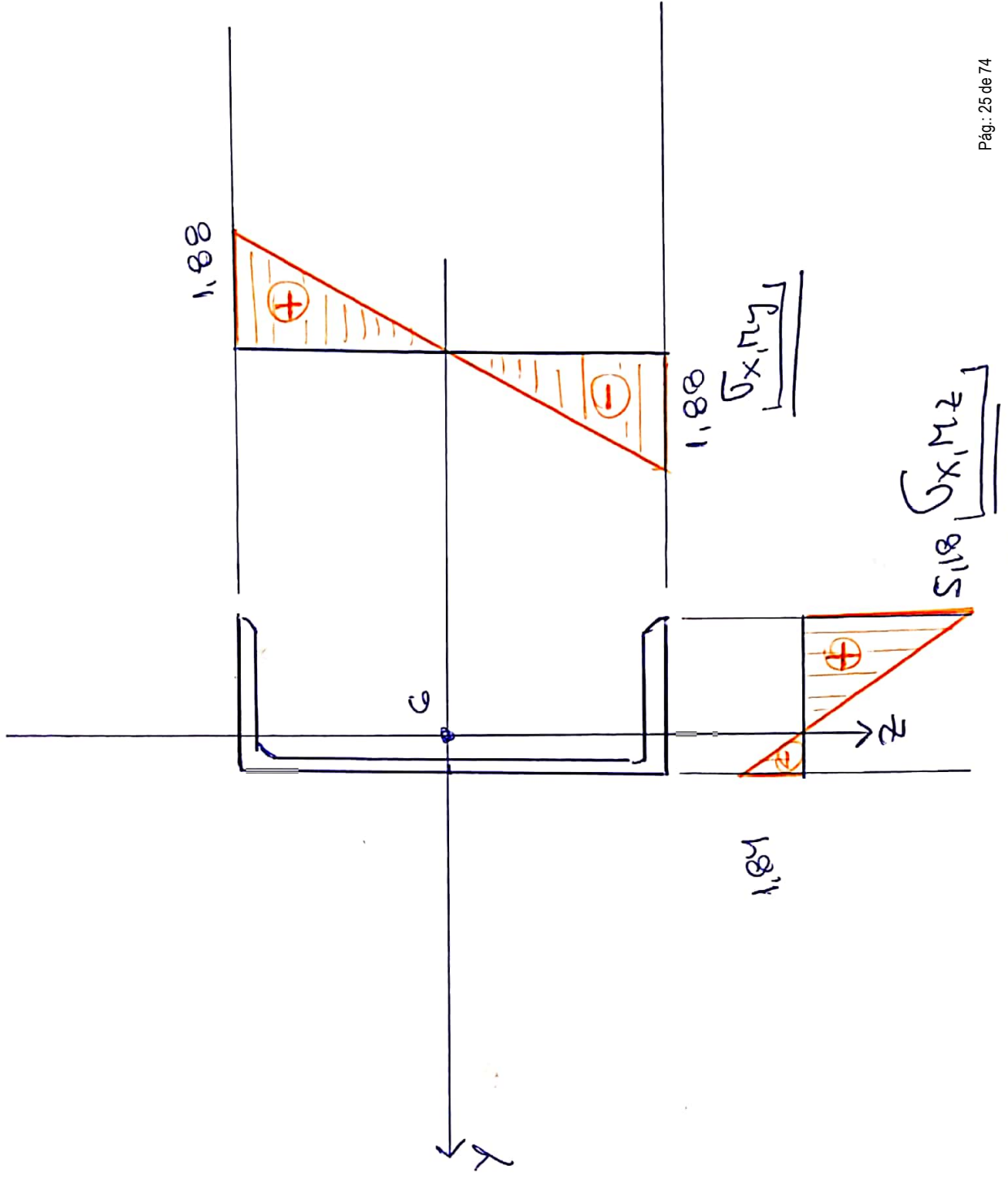
$$S_{z, \text{max}} = \frac{248}{2,23} = 111,2 \text{ cm}^3$$



$$\sigma_{x, \text{m}y} = \frac{564 \text{ kNcm}}{300 \text{ cm}^3} = 1,88 \text{ kN/cm}^2$$

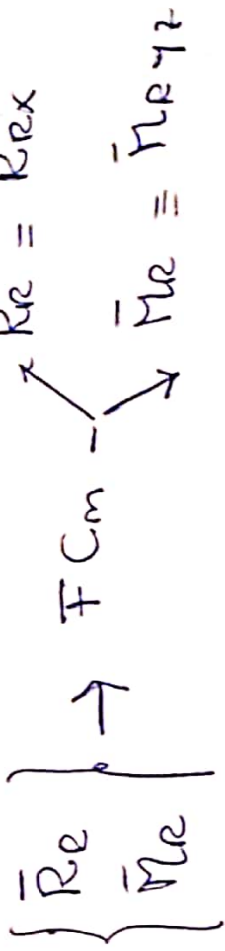
$$\sigma_{x, \text{M}z}^{\text{max}} = \frac{20,7 \text{ kNcm}}{39,6} = 5,18 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{x, \text{P}z}^{\text{min}} = \frac{20,5 \text{ kNcm}}{111,2 \text{ cm}^3} = 1,84 \text{ kN/cm}^2$$

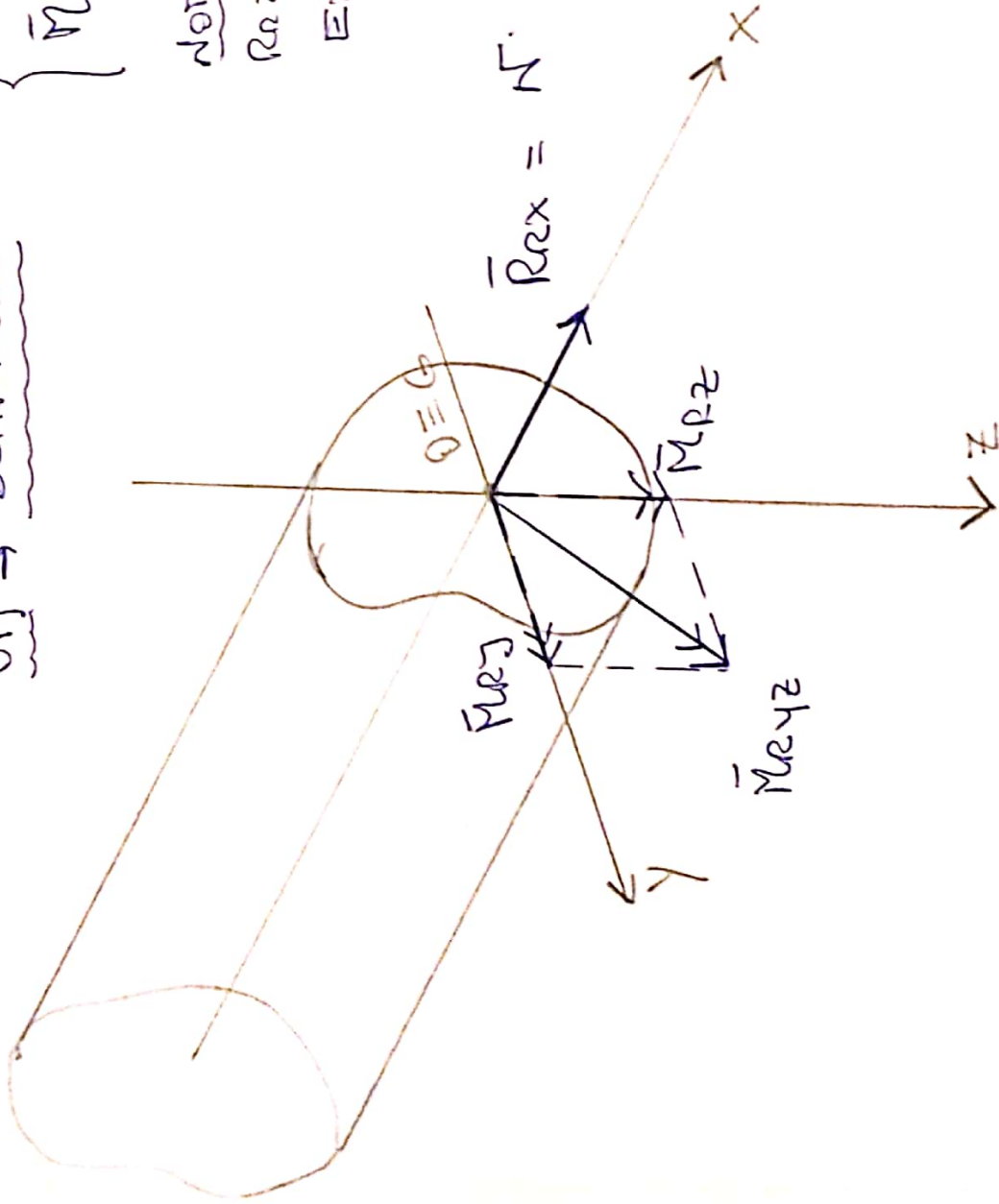
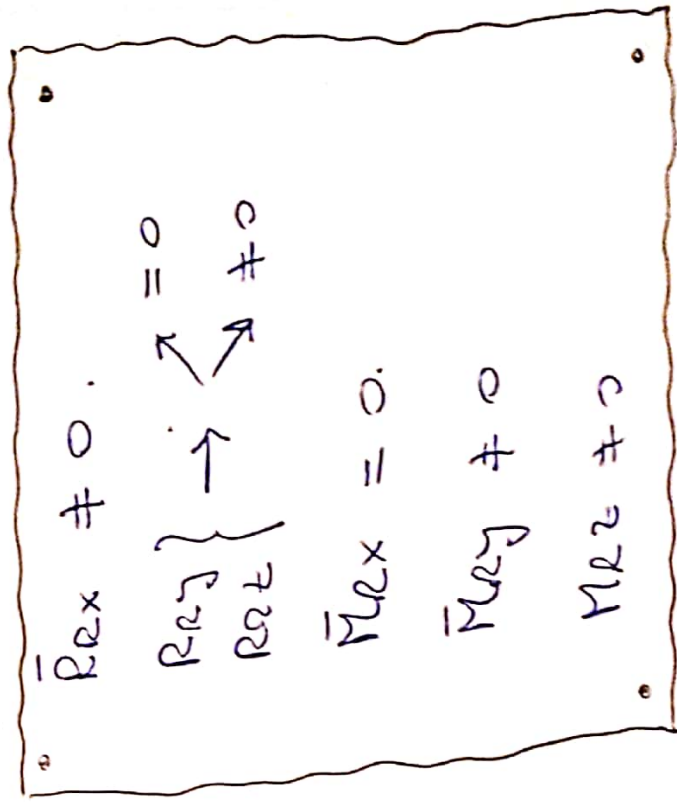


FLEXIÓN COMPUESTA:

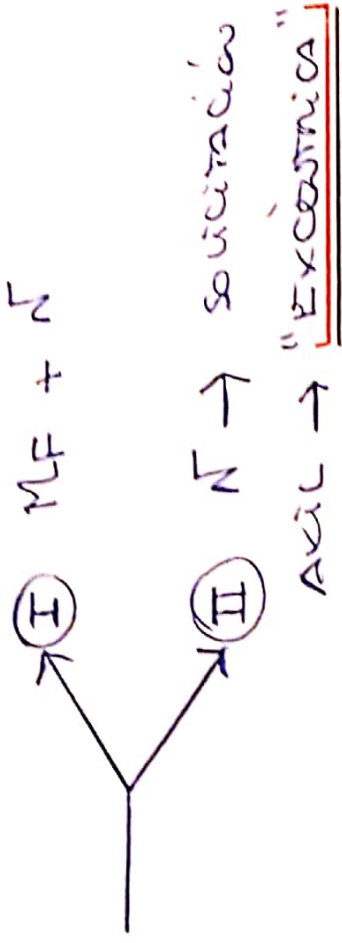
01) → DEFINICIÓN:



NOTA: LA EXISTENCIA DE R_{Ry} Y R_{Rz} (Q_y ; Q_z) PODRÁ O NO EXISTIR.



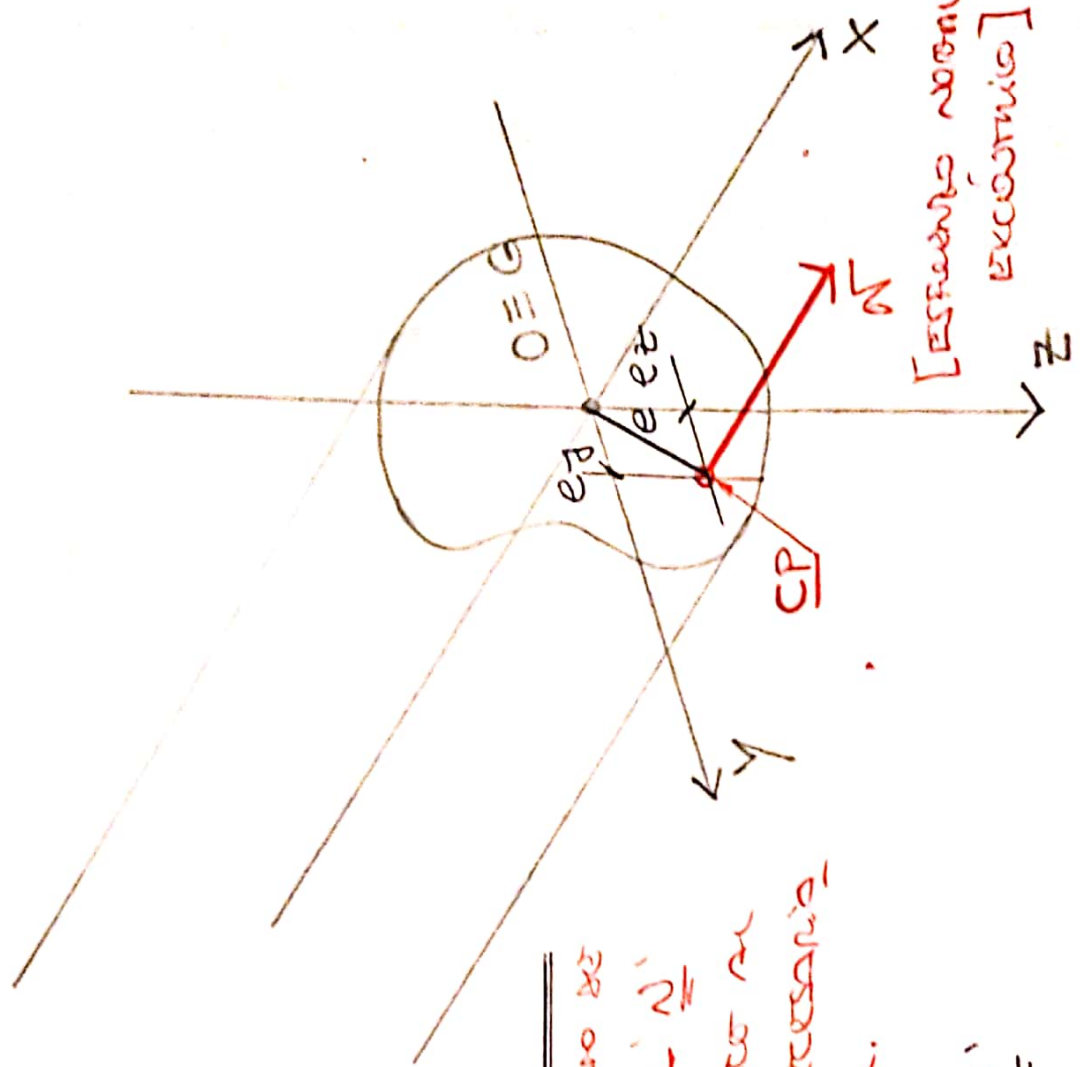
02) → INTERPRETACIÓN:



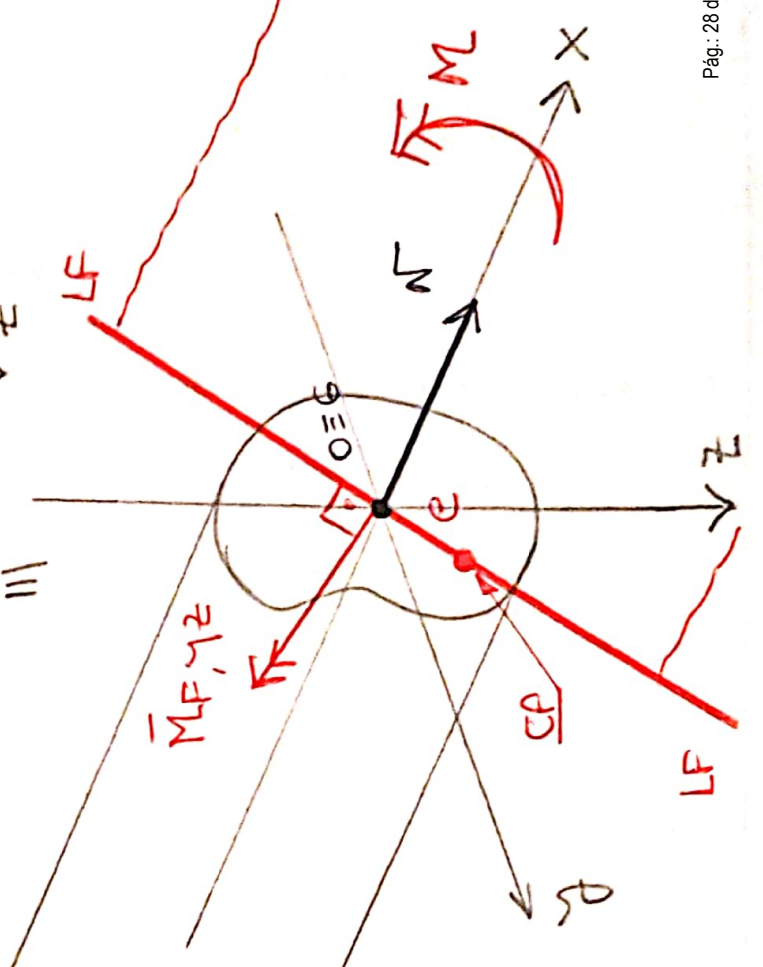
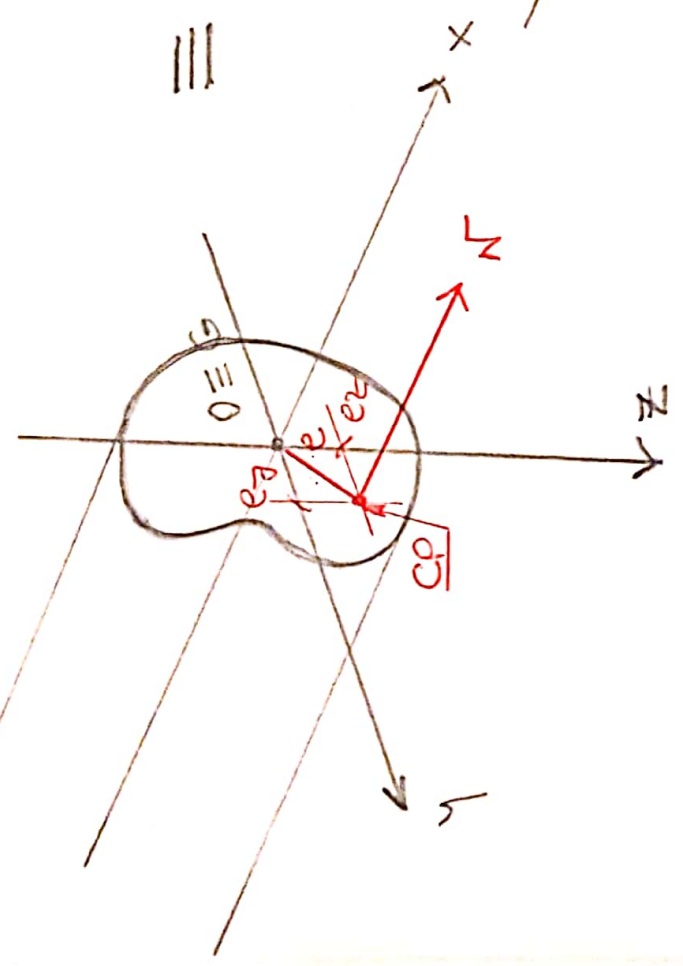
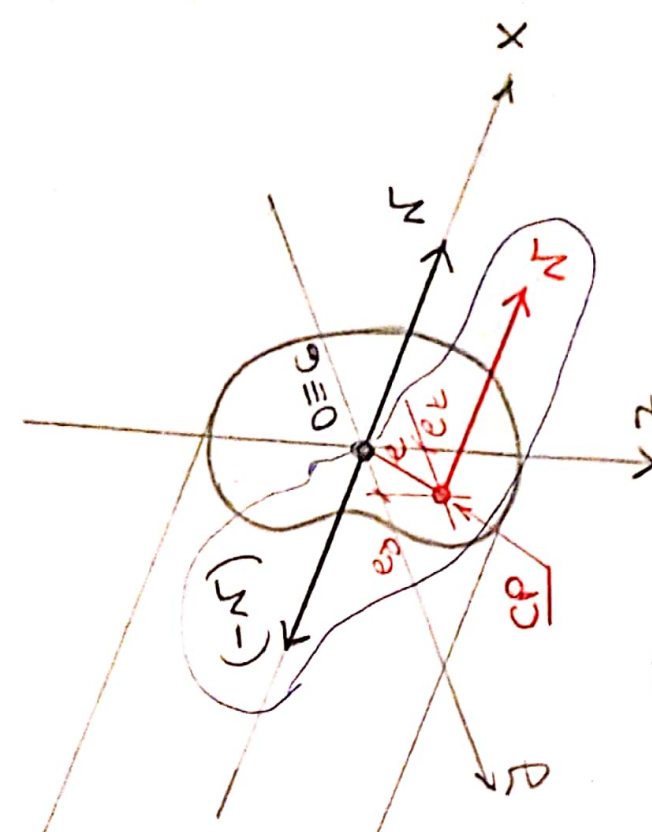
CP: CENTRO DE PRESIÓN ES EL PUNTO DE APLICACIÓN DEL ESFUERZO NORMAL N' EN FORMA EXCÉNTRICA. PERTENECE AL PLANO DE LA SECCIÓN. NO NECESARIAMENTE ES UN PUNTO MATERIAL.

e_y
 e_z } SON LAS COORDENADAS DEL 'CP'

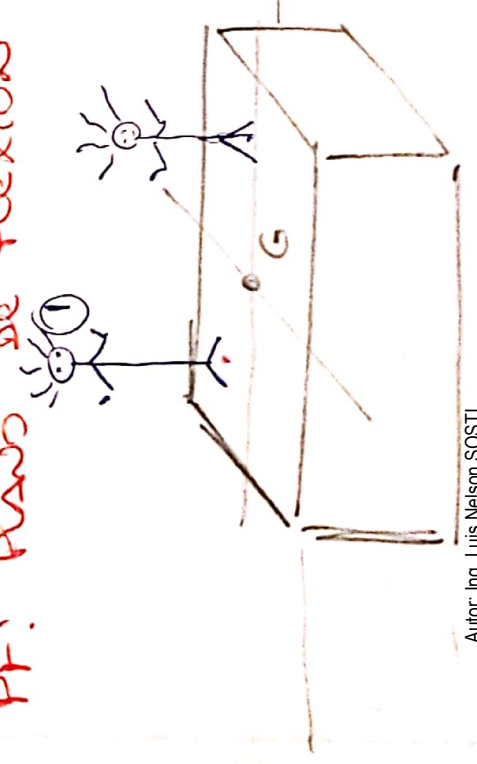
- $G_{CP} = e$: EXCENTRICIDAD.
- e_y : EXCENTRICIDAD RESPECTO AL EJE 'Z'
- e_z : " " " " 'Y'



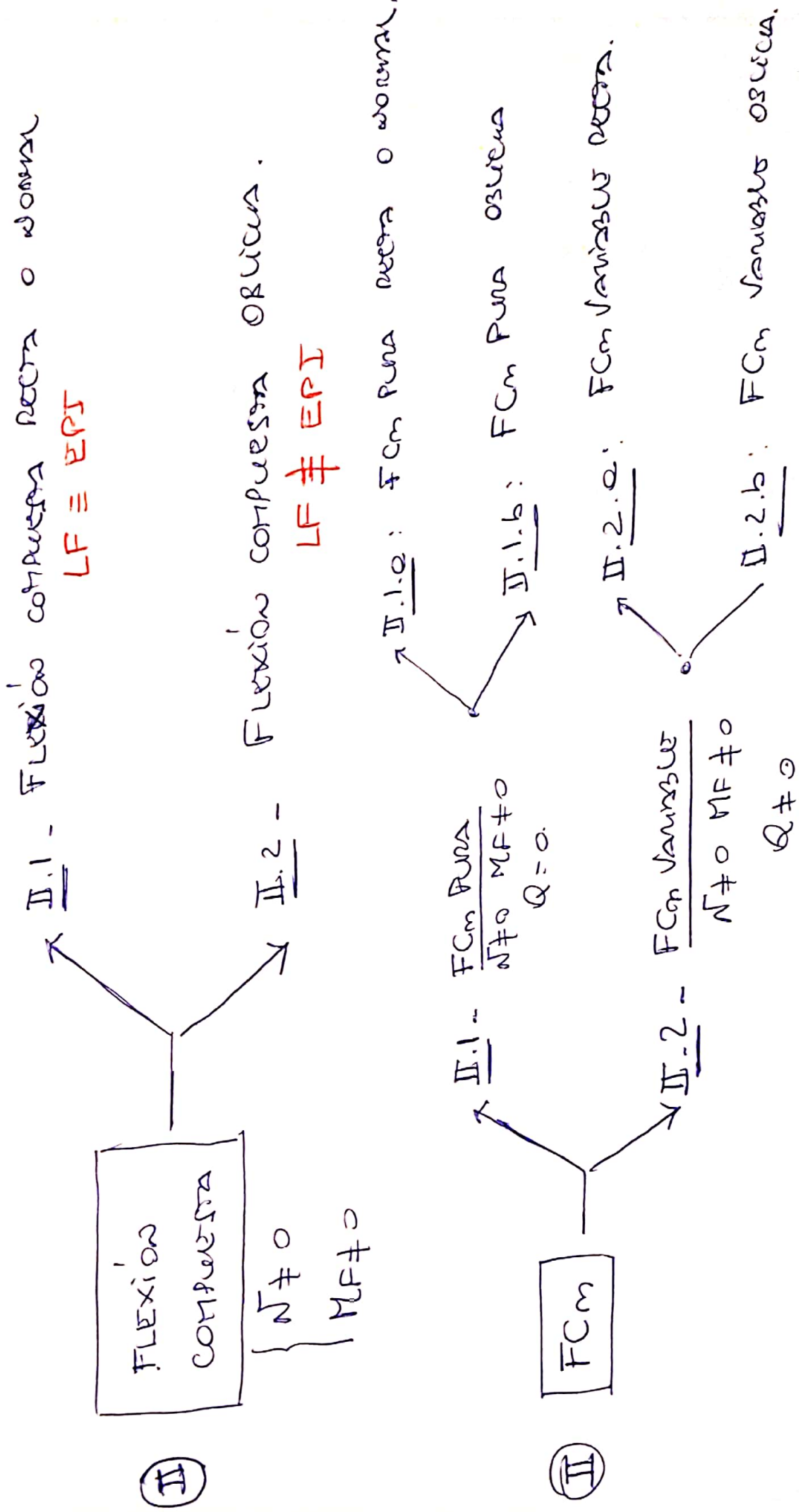
$$\rightarrow e = \sqrt{e_y^2 + e_z^2}$$



PF: PUNTO DE FLEXION



03) → Clasificación FCm:



- n' ; ~~condición~~ ~~convención~~ de un da a gen
- EN FLEXIÓN COMPUESTA \rightarrow LA SECCIÓN SIGUE SIEMPRE \rightarrow
- \rightarrow SE CUMPLE "LA HIPÓTESIS DE BERNOLLI-NAVIERE"

• si HAY DE CURVAS $\rightarrow E_x = E_x(z) \rightarrow$ ES LINEAL. POR LO QUE NO HAY

\rightarrow $E E_x = E E(z) \rightarrow E_x = E_x(z) \rightarrow$ ES

LINEAL.

RELACION INICIAL:

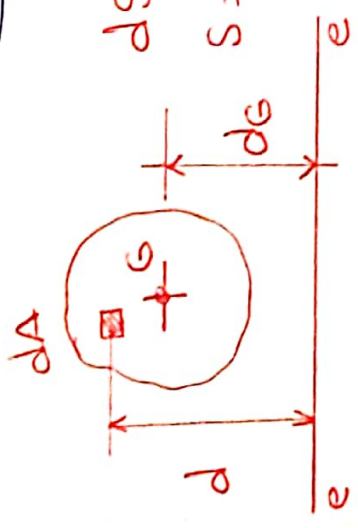
$$\left[\frac{\sigma}{n} = \frac{\sigma_0}{s_1} \right] \quad ; \quad n = s_1 + n' \quad ; \quad \left[\frac{\sigma}{n' + s_1} = \frac{\sigma_0}{s_1} \right] \quad \text{Ib.}$$

1º EC. DE EQUIVALENCIA:

$$N = \int_A \sigma_x \cdot dA \quad ; \quad \frac{\sigma_x}{N} = \frac{\sigma_{x,0}}{N} \rightarrow \sigma_x = \sigma_{x,0} \cdot \frac{N}{N}$$

$$N = \int_A \sigma_{x,0} \cdot \frac{N}{N} \cdot dA = \frac{\sigma_{x,0}}{N} \int_A N \cdot dA \quad ; \quad \int_A N \cdot dA = A \cdot N$$

MOMENTO ESTÁTICO DE LA SECCIÓN RESPECTO DEL E_N



$$dS = d \cdot dA$$

$$S = \int_A dS = \int_A d \cdot dA$$

$$N = \frac{\sigma_{x,0}}{N} \cdot A \cdot N$$

$$\sigma_{x,0} = \frac{N}{A} \quad \text{II}$$

$$S = \int_A d \cdot dA = A \cdot dg$$

2º EC. DE EQUIVALENCIA: • SE TOMA MOMENTOS DEL PUNTO DEL EJE NEUTRO.

SI = TENSIONES

$$N \cdot (e' + s') = \int_A (\underbrace{\sigma_x \cdot da}_{dF}) \cdot r = \int_A \sigma_x \cdot r \cdot da$$

~~$\sigma_x = \frac{\sigma_{x,0} \cdot s'}{r}$~~

$\sigma_x = \frac{\sigma_{x,0} \cdot s'}{s'}$

$$N \cdot (e' + s') = \int_A \left(\frac{\sigma_{x,0}}{s'} \right) \cdot r^2 \cdot da = \frac{\sigma_{x,0}}{s'} \int_A r^2 \cdot da = \frac{\sigma_{x,0}}{s'} \cdot I_{EN}$$

$$N(e' + s') = \frac{\sigma_{x,0}}{s'} \cdot I_{EN}$$

si A PUNTO NEUTRO:

$$I_{EN} = I_{G0} + A \cdot (s')^2$$

si considero II:

$$\sigma_{x,0} = \frac{N}{A}$$

$$N(e' + s') = \frac{N}{A} \cdot [I_{G0} + A(s')^2]$$

$$e' \cdot s' + s'^2 = \frac{I_{G0}}{A} + (s')^2$$

$$\frac{I_e}{A} = i_e^2 = r_e^2 \rightarrow i_e = \sqrt{\frac{I_e}{A}} = r_e$$

$$e' \cdot s' + \cancel{(s')^2} = i_{G0}^2 + \cancel{(s')^2}$$

$$i_{G0}^2 = \ominus e' \cdot s' < 0$$

9/13

3ª EC. DE EQUIVALENCIA • SE TOTA MOMENTOS RESPECTO DE LA LÍNEA DE FUERZAS.



$$0 = \int_A \frac{\sigma_x \cdot da}{S'} \cdot u = \int_A \left(\frac{\sigma_{x,0}}{S'} \right) \cdot u \cdot da$$

$$0 = \frac{\sigma_{x,0}}{S'} \int_A u \cdot \tau \cdot da = \int_A u \cdot \tau \cdot da$$

MOMENTO CONTRIBUCIONES DE LA ÁREA DE LA SECCIÓN RESPECTO DE LA 'LF' y del 'EN'

$$I_{LF, EN} = \int_A u \cdot \tau \cdot da = 0 \quad \text{IVa}$$

LF y EN SON CONJUGADOS DE LA INERCIA.

Autor: Ing. Luis Nelson SOSTI

$$\int_A u \cdot \tau \cdot da = \int_A u \cdot (\tau' + s') \cdot da =$$

$$= \int_A u \cdot \tau' \cdot da + \int_A u \cdot s' \cdot da =$$

$I_{LF, gen}$

$$= I_{LF, gen} + s' \int_A u \cdot da$$

$S'_{LF} = 0$, LF ES BARICÉNTRICA

$$I_{LF, gen} = 0 \quad (IVb)$$

LF y gen son "CJ"

05) - FORMA DE RESOLUCION:

→ Como DETERMINAR LA TENSION TOTAL ACUANTIZ EN CADA PUNTO DE LA SECCION LF

$$\sigma_{x, tot} = \sigma_{x, N} + \sigma_{x, M}$$

$$\sigma_{x, tot} = \sigma_{x, N} + \sigma_{x, My} + \sigma_{x, Mz}$$

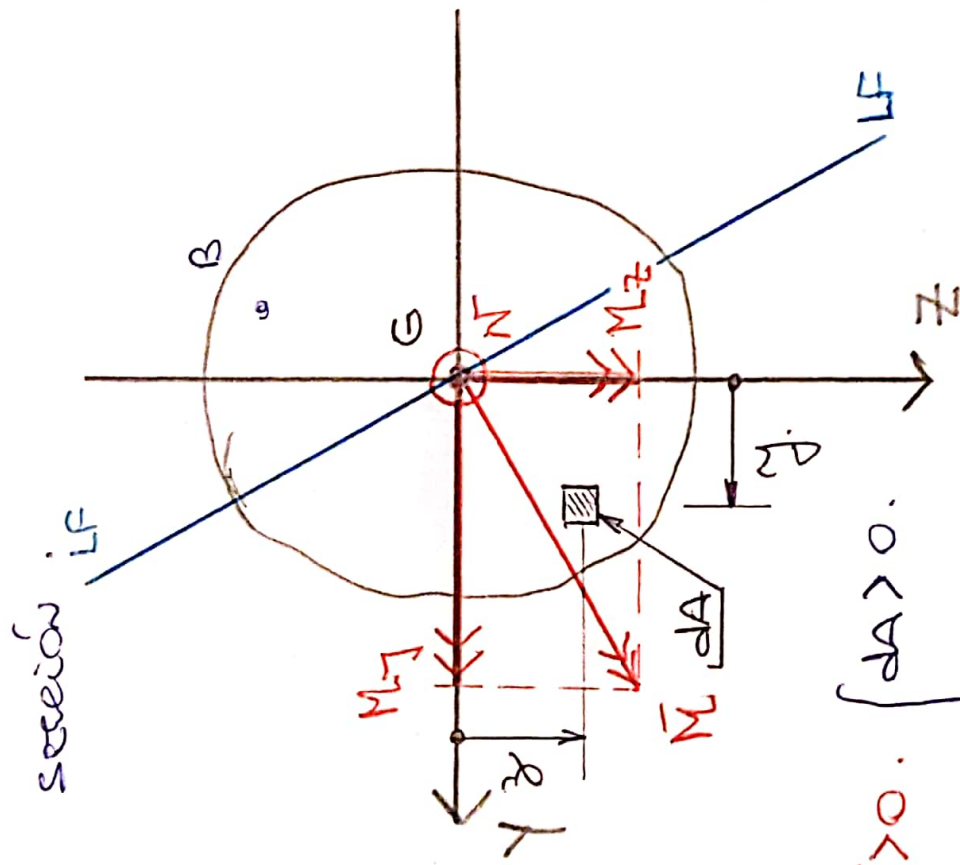
$$\sigma_{x, tot} = \underbrace{\frac{N}{A}}_{(+)} + \underbrace{\frac{My}{Iy}}_{(+)} \cdot y + \underbrace{\frac{Mz}{Iz}}_{(+)} \cdot z$$

$$\sigma_{x, tot} = \frac{N}{A} + \frac{My}{Iy} \cdot y - \frac{Mz}{Iz} \cdot z$$

$$\sigma_{x, N} > 0$$

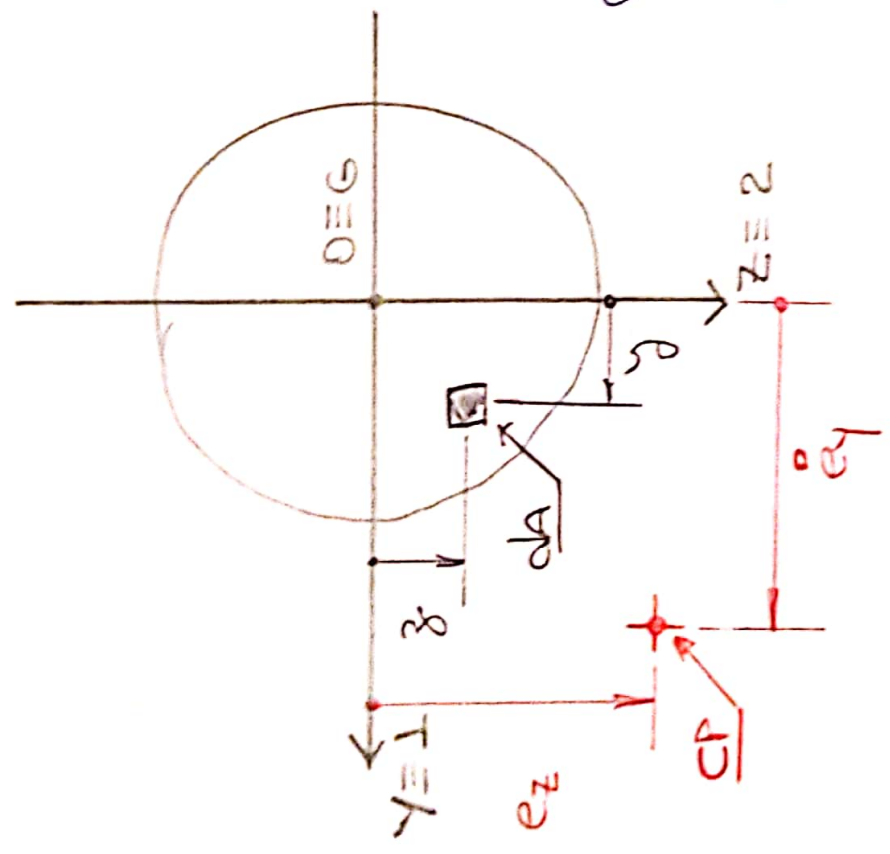
$$\sigma_{x, My} < 0$$

$$\sigma_{x, Mz} > 0$$



$$\left\{ \begin{array}{l} N > 0 \\ My > 0 \\ Mz > 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} dA > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{array} \right.$$

$\bar{N} > 0$



$M_y = +N \cdot e_z$; $M_z = -N \cdot e_y$
 (+) (+) (+) (-) (+) (+)

Conclusion:

$M_y = N \cdot e_z \rightarrow e_z = \frac{M_y}{N}$
 $M_z = -N \cdot e_y \rightarrow e_y = -\frac{M_z}{N}$

$\sigma_{x',rot} = \sigma_{x',s} + \sigma_{x',M} = \sigma_{x',s} + \sigma_{x',M} + \sigma_{x',M}$

$\sigma_{x',rot} = \frac{\sigma}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$

$\sigma_{x',rot} = \frac{\sigma}{A} + \frac{N \cdot e_z}{I_y} \cdot z + \frac{N \cdot e_y}{I_z} \cdot y$

CP: centro de presiones

$e_y > 0$

$e_z > 0$

$y > 0$ } dA

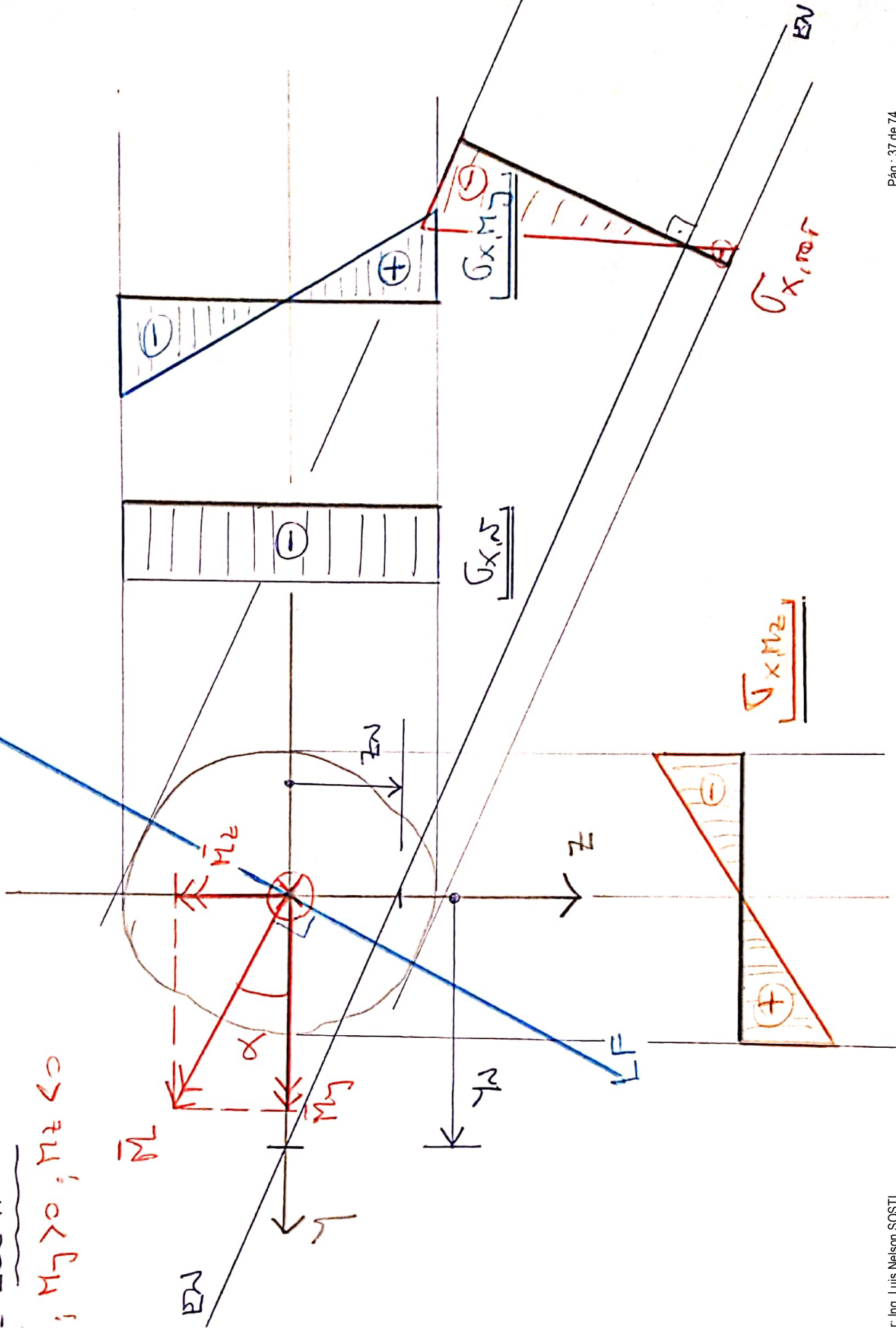
$\sigma_{x',rot} = \frac{\sigma}{A} \left[1 + \frac{N \cdot A \cdot e_z}{I_y} \cdot z + \frac{N \cdot e_y}{I_z} \cdot y \right] =$
 $= \frac{\sigma}{A} \left[1 + \frac{e_z}{I_y/A} \cdot z + \frac{e_y}{I_z/A} \cdot y \right]$

06- EJEMPLO:

$N < 0; M_y > 0; M_z < 0$

LF

LF



EDU NEUTRO: $\rightarrow \sigma_x = 0 ; \epsilon_x = 0.$

$$\sigma_{x, tot} = \frac{N}{A} + \frac{M_I}{I_I} \cdot z_N - \frac{M_2}{I_2} \cdot \gamma_N = 0.$$

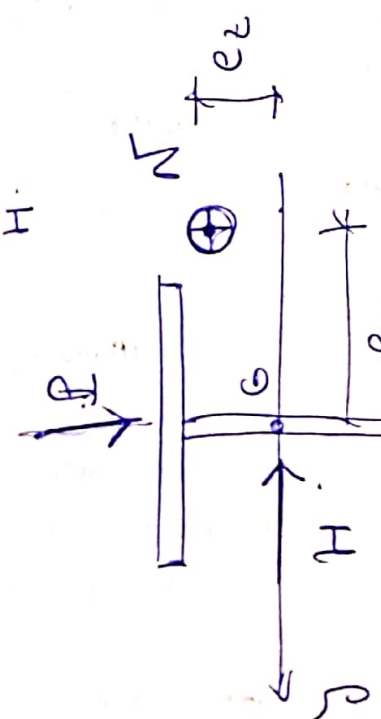
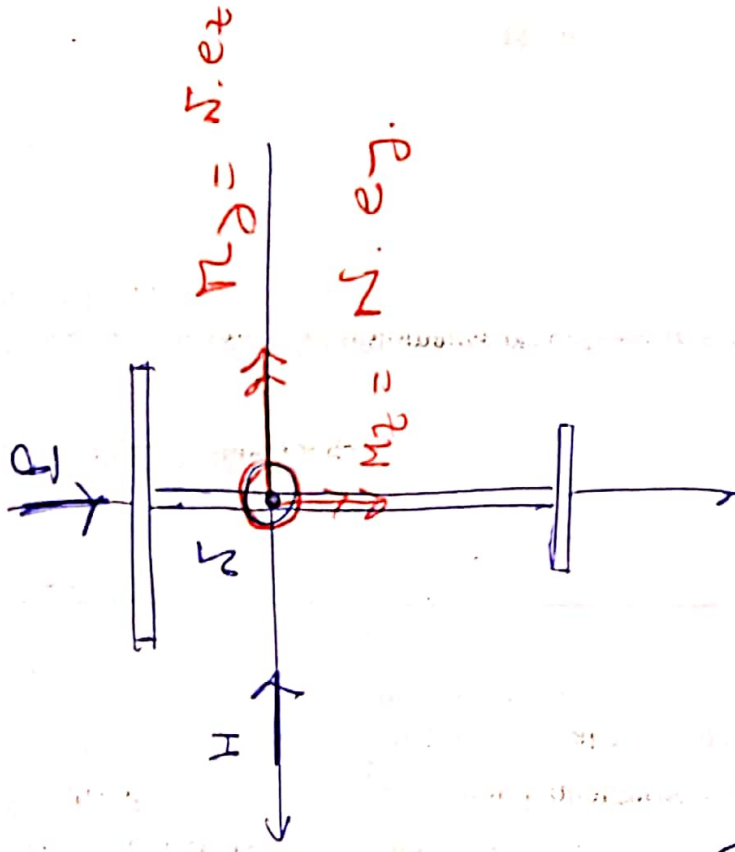
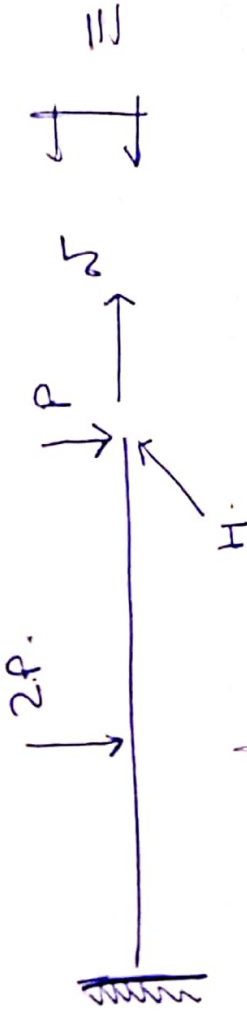
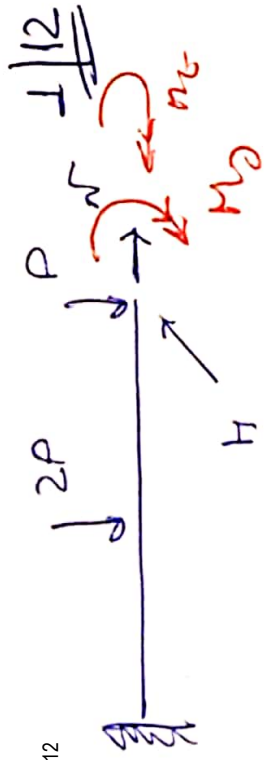
$$z_N = -\frac{N}{A} \cdot \frac{I_I}{M_I} + \frac{M_2}{I_2} \cdot \frac{I_I}{M_I} \cdot \gamma_N$$

I donde conta al eje 'Z' $\rightarrow \gamma_N = 0.$

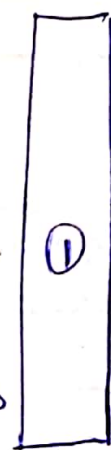
$$z_N = -\frac{N}{A} \cdot \frac{I_I}{M_I} > 0$$

II donde conta al eje 'Y' $\rightarrow z_N = 0.$

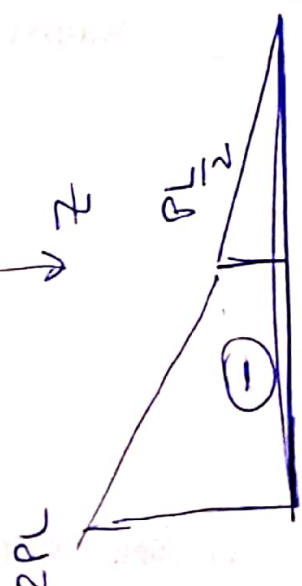
$$\gamma_N = \frac{N}{A} \cdot \frac{I_I}{M_I} > 0$$



$M_y = N \cdot e_y$



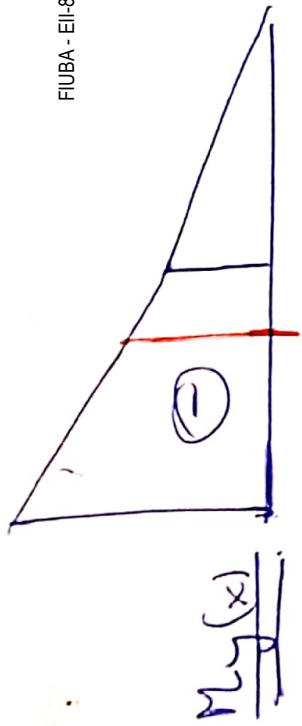
$M_z = N \cdot e_z$



M_y

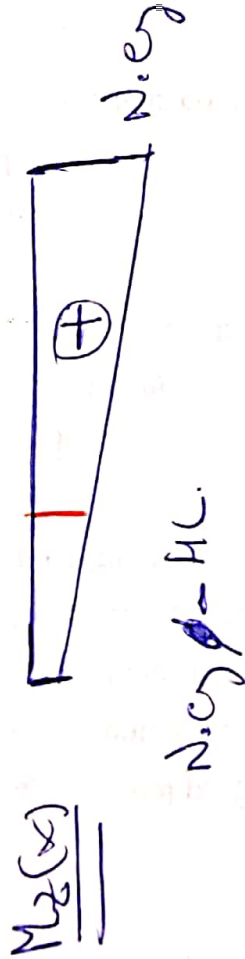


M_z

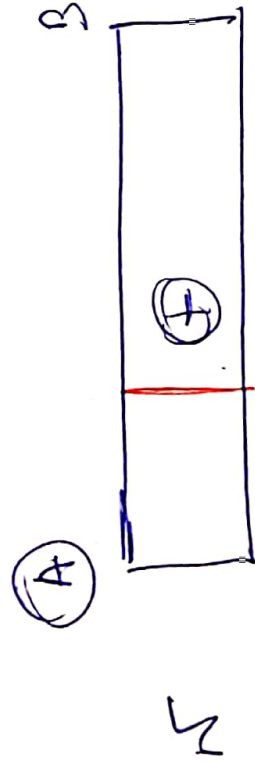


$$M_y = N \cdot e_z$$

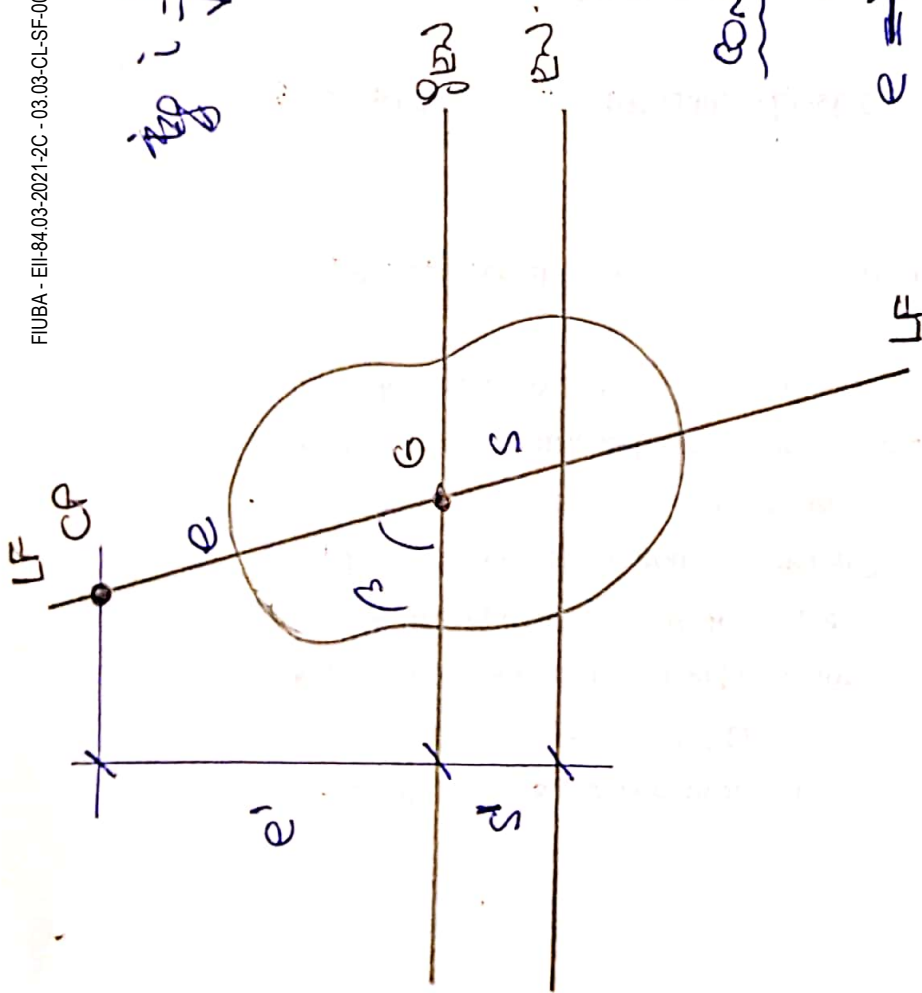
$$M_z = -N \cdot e_y$$



- P/UNA BARRA SE USAN LOS SIGUIENTES TIPOS DE SECCIONES A SECCIONES:
 - EL CP PUEDE USARSE EN SECCIONES A SECCIONES
 - PARA P/ UNA SECCION DE FIJO.



3/12



$i = \sqrt{\frac{D}{A}} \rightarrow i^2 = \frac{D}{A}$

$i_{gen}^2 = -e \cdot \text{sen } \alpha \cdot S \cdot \text{sen } \alpha$

$i_{gen}^2 = -e \cdot S \cdot \text{sen}^2 \alpha$

Conclusiones: $eS = -\frac{i_{gen}^2}{\text{sen}^2 \alpha}$

$e \rightarrow \infty \quad S \rightarrow 0 \rightarrow$ Pertenencia Superior

$e \rightarrow 0 \quad S \rightarrow \infty \rightarrow$ Superf. axial (trayectoria)

$i_{gen}^2 = -e' \cdot S'$

$\begin{cases} e' = e \cdot \text{sen } \alpha \\ S' = S \cdot \text{sen } \alpha \end{cases}$

B.1) Reciprocidad entre CP y ED.

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e_z}{I_y} \cdot z + \frac{N \cdot e_y}{I_z} \cdot y \rightarrow \sigma = \frac{N}{A} \left[1 + \frac{e_z z}{I_y} + \frac{e_y y}{I_z} \right]$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \left[1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y \right]$$

• Si estamos sobre el eje y' → $\sigma_x = 0$.

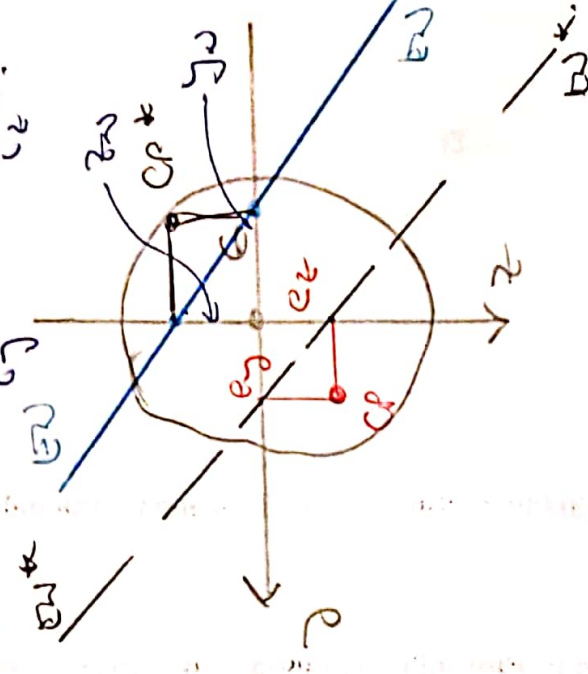
$$1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y = 0$$

$$y_N = - \frac{i_z^2}{e_y}$$

• Si $z_N = 0$ →

$$z_N = - \frac{i_y^2}{e_z}$$

• Si $y_N = 0$ →



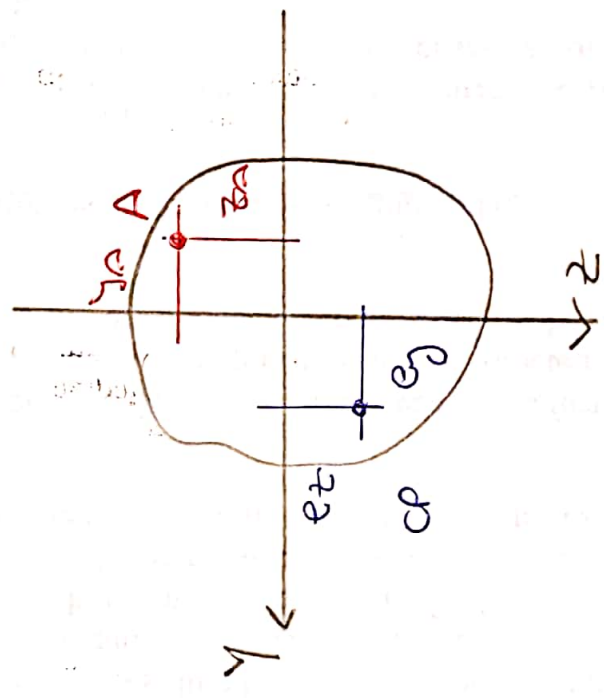
B.2) - Períodos FIGA-EI-873-2012C-03-03-CE-SF-SF-00 - Ing. SOSTI 2012-09-20 a 10-12

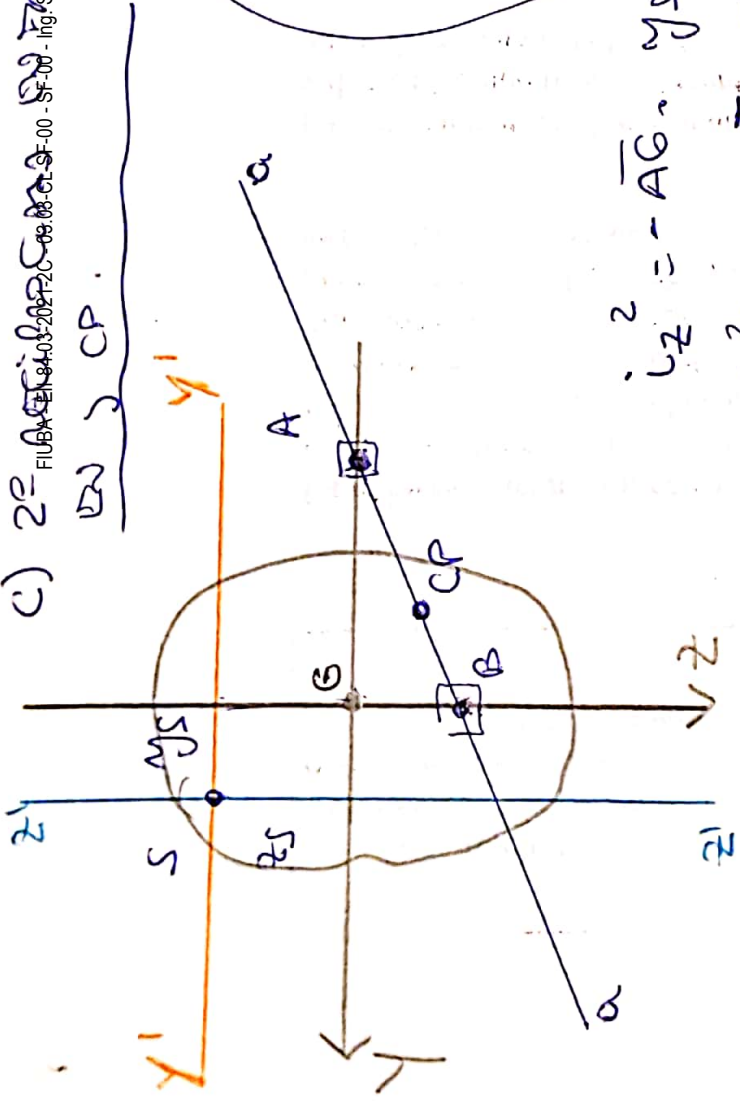
$$I_A = \frac{I_y}{A} + \frac{\sum e_z^2 \cdot A}{I_y} \cdot z_A + \frac{\sum e_y^2 \cdot A}{I_z} \cdot y_A$$

$$CP \equiv (z_A ; y_A)$$

$$I_{A}^{CP} \equiv I_{CP}^A$$

son las coordenadas de un punto para el cual deseo calcular su torsión.





$$N_{CP} = \sqrt{A + \sqrt{B}}$$

$$GS = 0$$

$$G = \frac{\sqrt{A}}{A} \left[1 + \frac{e_z}{i_2} \cdot z_0 + \frac{e_y}{i_2} \cdot y_0 \right] = 0$$

$$1 + \frac{e_z}{i_2} \cdot z_0 + \frac{e_y}{i_2} \cdot y_0 = 0$$

si $e_z = 0$ y $e_y = 0 \rightarrow z_0 = z_s$

si $e_z = 0$ y $e_y > 0 \rightarrow y_0 = y_s$

$$i_2^z = -AG \cdot y_s$$

$$i_2^y = -BG \cdot z_s$$

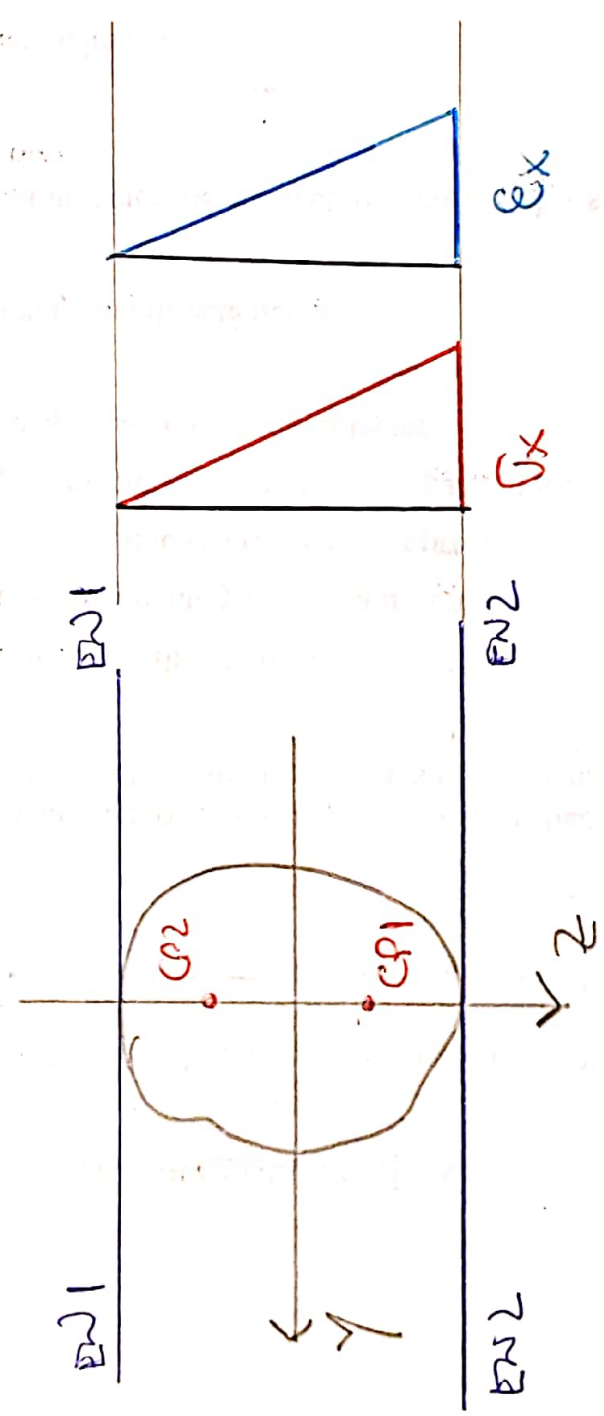
$$\left\{ \begin{aligned} z'_1 - z'_2 &\equiv EN \iff \text{Punto } A \equiv CP \\ y'_1 - y'_2 &\equiv EN \iff \text{Punto } B \equiv CP \end{aligned} \right.$$

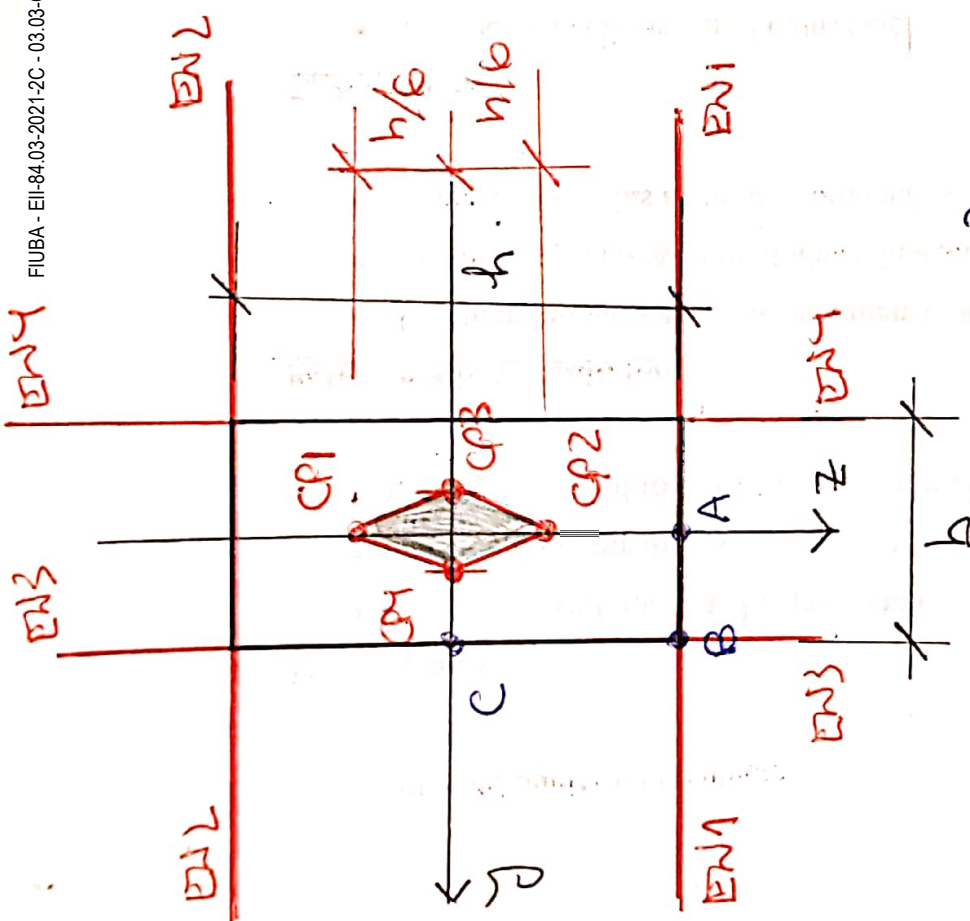
EL ESFUERZO NORMAL 'N' APUNTA
 EN EL 'CP' LO DESCOMPONO COMO
 LA SUMA DE 2 N APUNTES EN 'A'
 EN 'B'

NÚCLEO CENTRAL:

↳ def ① ✓ → FORMAL

↳ def ② ✓ → MÁS CONCEPTUAL





$$\boxed{EN1} \quad 1 + \frac{e_z}{I_y/A} \cdot z_1 + \frac{e_y}{I_z/A} \cdot y_1 = 0$$

$$A \equiv (0; +h/2)$$

$$1 + \frac{e_z}{I_y/A} \cdot (h/2) + \frac{e_y}{I_z/A} \cdot 0 = 0$$

$$e_z = - \frac{1 \cdot I_y}{(h/2)A} = - \frac{bh^3}{12 \cdot \frac{h}{2} A} = - \frac{bh^2}{6}$$

$$\boxed{e_z = -\frac{h}{6}}$$

$$B \equiv (+\frac{b}{2}; +\frac{h}{2})$$

$$1 + \frac{(-h/6)(h/2)}{h^2/12} + \frac{e_y (b/2)}{(b^2/12)} = 0$$

$$1 + \frac{-h^2}{12 \cdot \frac{h^2}{12}} + e_y \frac{\frac{b}{2} \cdot \frac{b^2}{12}}{\frac{b^2}{12}} = 0$$

$$0 + \frac{6e_y}{b} = 0 \rightarrow \boxed{e_y = 0}$$

$$I_y = \frac{bh^3}{12} \quad \frac{I_y}{A} = \frac{bh^3}{12bh} = \frac{h^2}{12}$$

$$I_z = \frac{hb^3}{12} \quad \frac{I_z}{A} = \frac{hb^3}{12bh} = \frac{b^2}{12}$$

$$A = bh$$

9/12

$$1 + \frac{e_z}{I_7/A} + \frac{e_z}{I_7/A}$$

[EN3]

$$C \equiv \left(+\frac{b}{2}, 0 \right)$$

$$1 + \frac{e_z \cdot 0}{I_7/A} + \frac{e_z}{b^2/12} = 0 \rightarrow [e_z] = -\frac{b^2}{12} \cdot \frac{2}{b} = -\frac{b}{6}$$

$$B \equiv \left(+\frac{b}{2}, +\frac{b}{2} \right)$$

$$1 + \frac{e_z}{b^2/12} \left(+\frac{b}{2} \right) + \frac{e_z}{b^2/12} \left(+\frac{b}{2} \right) = 0 \rightarrow$$

$$\frac{(-b/6)}{(b^2/12)} \left(\frac{b}{2} \right) + \frac{(-b/6)}{(b^2/12)} \left(\frac{b}{2} \right) = 0 \rightarrow$$

$$\frac{e_z \cdot b}{h} = 0 \rightarrow$$

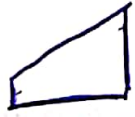
$e_z = 0$

10/12

• Si CP \equiv Contorno del núcleo central \rightarrow el diagrama de tensiones es triangular



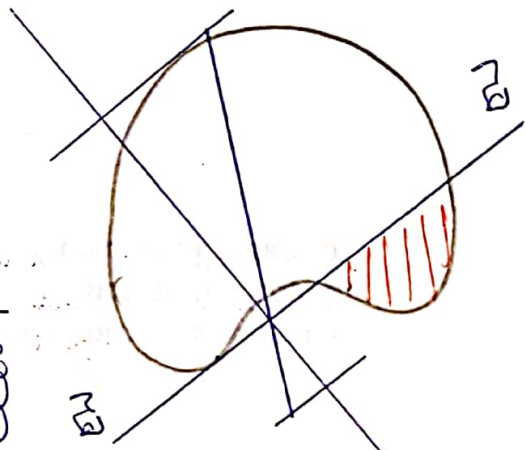
• Si CP e al interior del núcleo central \rightarrow el diagrama de tensiones es trapezoidal



• El comportamiento siempre pertenece al núcleo central.

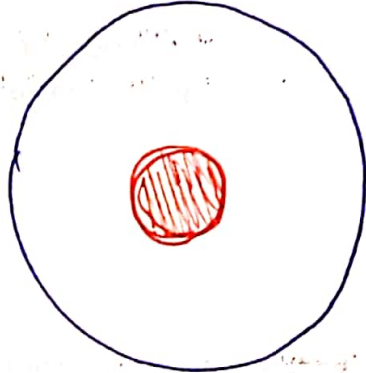
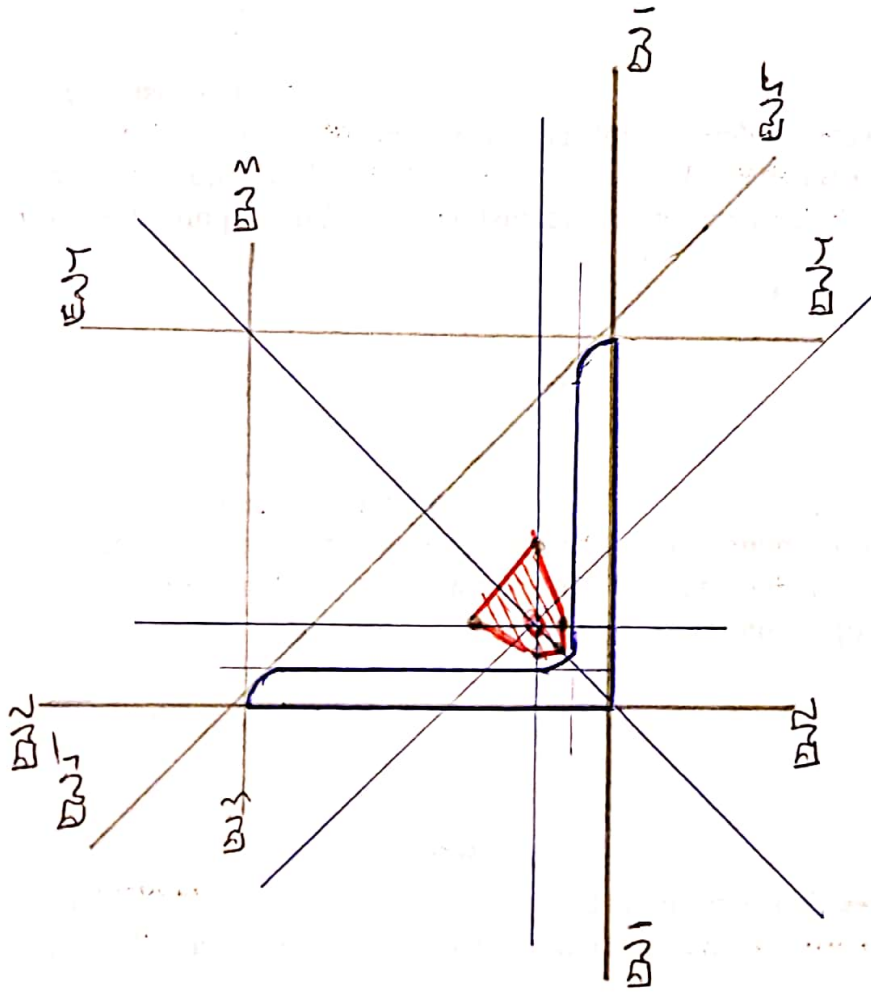
• El núcleo central es una característica geométrica de la sección.

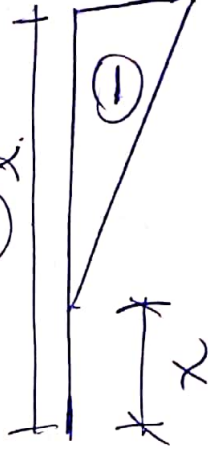
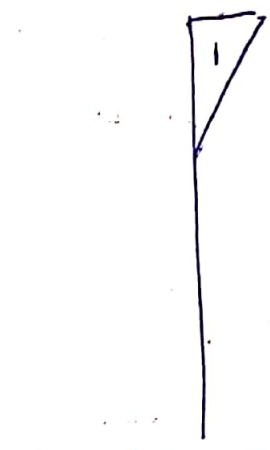
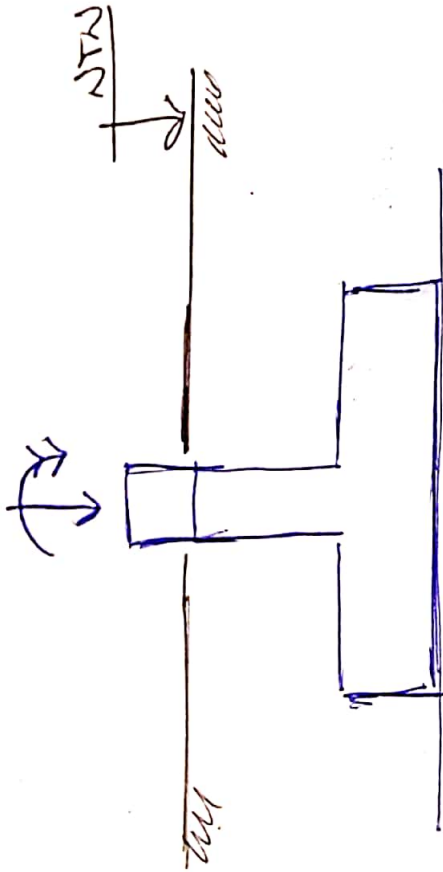
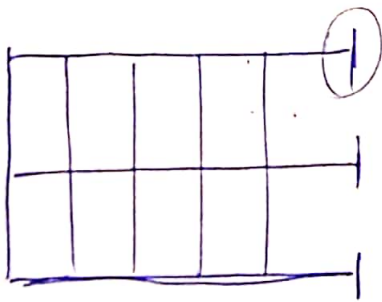
• Ejemplo:



11/12

EL N° DE LAS ZONAS DEL NUCLEO CENTRAL COINCIDE CON EL N° DE ESTAS ZONAS MANEJADAS AL CORTARLO A LA SECCION:





$x \leq 0,25l.$

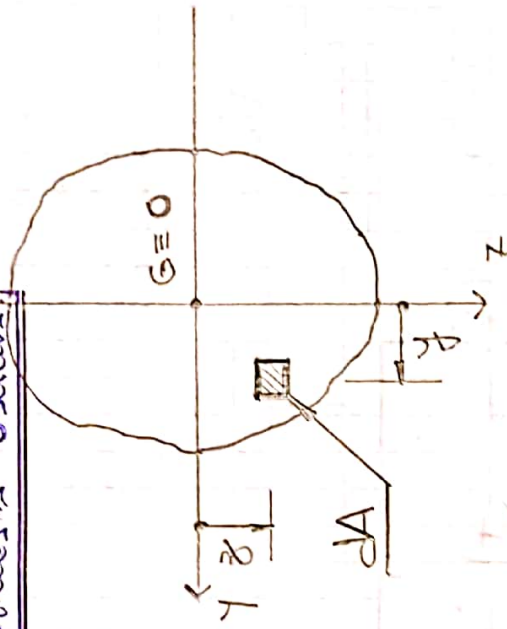
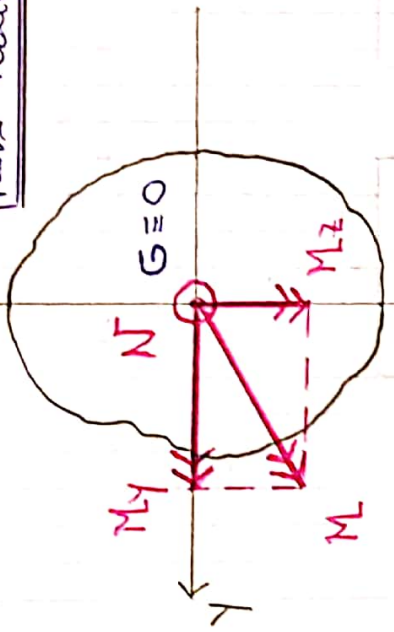
(I)

(II)

(III)

EXPRESIONES PARA EL CÁLCULO DE TENSIONES NORMALES EN

PARA FUNCIÓN CATEDRATA ORGÁNICA



PUNTO DE LA FUECCHA \odot ; $N < 0$; $N > 0$ \otimes COLA DE LA FUECCHA

$N > 0$
 $M_y > 0$
 $M_z > 0$

SOLICITACIONES INTERNAS EN LA SECCIÓN.

$DA > 0$
 $y > 0$
 $z > 0$

$\rightarrow DA'$: PUNTO BAJO ANÁLISIS.
 y', z' : COORDENADAS DEL PUNTO BAJO ANÁLISIS DA' .

M_y \rightarrow $LF \equiv z$
 $EN \equiv y$

M_z \rightarrow $LF \equiv y$
 $EN \equiv z$

ESTA TEMA ES 'DIFÍCIL'

$G=0$: ORIGEN DE UNA TERNIA COORDINADA CARTESIANA
 EJE 'X': PERPENDICULAR A LA SECCIÓN.
 EJE 'Y' 'Z': EPI.
 $y \equiv EPI$
 $z \equiv EPI$

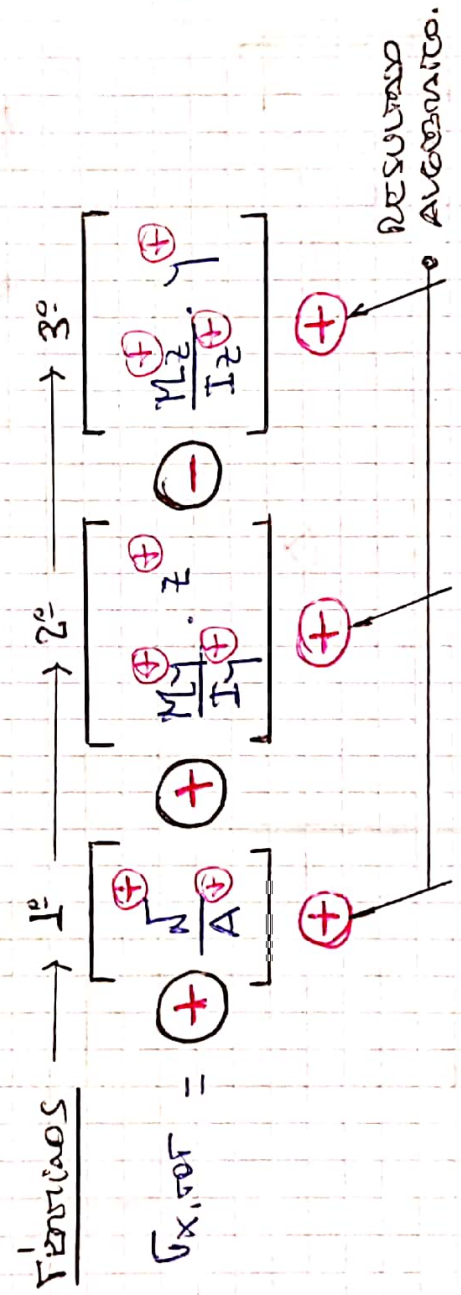
(TD)

EPI: EJE PRINCIPAL DE INERCIA. EN ESTE CASO BASTARÍA CO.

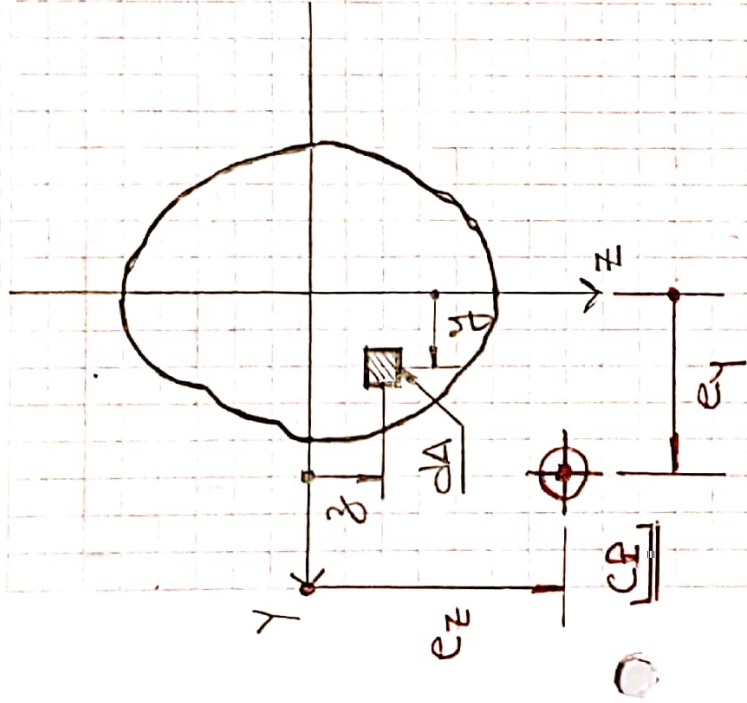
$$\sigma_{x, tot} = \sigma_{x, N} + \sigma_{x, M}$$

$\sigma_{x, N}$: IDEM PERO SOLAMENTE DEBIDO AL ESF. NORMAL
 $\sigma_{x, M}$: IDEM PERO SOLAMENTE DEBIDO AL MOMENTO FLEXOR.

$$\sigma_{x, tot} = \sigma_{x, N} + \sigma_{x, My} + \sigma_{x, Mz}$$



- 1º CONVENCIÓN O CONVENCION 'MADRE' O 'CEPA' O 'ORIGEN':
 TENSIONES NORMALES DE TRACCION SON (+)
 TENSIONES NORMALES DE COMPRESION SON (-).
- EL RESULTADO ALGEBRAICO (VALOR Y SIGNO) SURTIRAN DE REEMPLAZAR CADA VARIABLE O PARAMETRO CON SU VALOR Y SIGNO.
- 1º TÉRMINO: AL SER $N > 0 \rightarrow \sigma_x > 0$ PARA TODOS LOS PUNTOS
- 2º TÉRMINO: AL SER $M_y > 0 \rightarrow \sigma_x > 0$ SI $z > 0$
 $\hookrightarrow \sigma_x < 0$ SI $z < 0$.
- 3º TÉRMINO: AL SER $M_z > 0 \rightarrow \sigma_x > 0$ SI $y < 0$
 $\hookrightarrow \sigma_x < 0$ SI $y > 0$



PUNTO BADO ANÁLISIS:

$$\begin{cases} dA > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{cases}$$

SOLICITACION:

$$\begin{aligned} N > 0 &\rightarrow \odot \quad \checkmark \\ N < 0 &\rightarrow \otimes \end{aligned}$$

CP: CENTRO DE PRESIONES.

$$\begin{aligned} e_y > 0 \\ e_z > 0 \end{aligned}$$

RELACION ENTRE ESFUERZO NORMAL Y COMPONENTES DEL

MOMENTO FLECTOR:

$$\text{I) } \rightarrow \oplus N \cdot e_z = M_y \oplus$$

$$\text{II) } \rightarrow \ominus N \cdot e_y = M_z \ominus$$

Resumen:

$$\left. \begin{aligned} M_y &= N \cdot e_z \\ M_z &= -N \cdot e_y \end{aligned} \right\}$$

EL ESF. NORMAL DE TRACCIÓN
O POSITIVO USUARIOS EN UN 'CP'
CON $e_z > 0$, PRODUCE UN $M_y > 0$

EL ESF. NORMAL DE COMPRESIÓN
O POSITIVO USUARIOS EN UN
'CP' CON $e_y > 0$, PRODUCE UN
 $M_z < 0$.

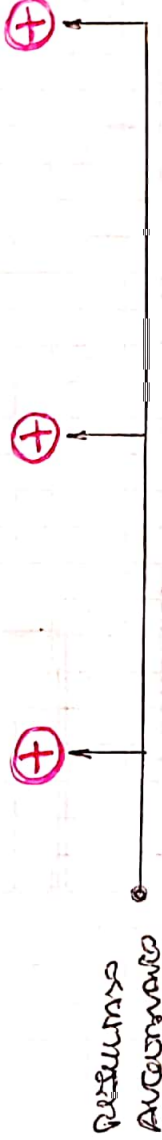
NOTA

$$\sigma_x, \tau_{xy} = \sigma_x, n_x + \sigma_x, n_x \cdot e_z + \sigma_x, n_x \cdot e_y.$$

TÉRMINOS

$$\xrightarrow{1^\circ} \xrightarrow{2^\circ} \xrightarrow{3^\circ}$$

$$\sigma_x, \tau_{xy} = \left[\begin{matrix} \oplus \\ \oplus \\ \oplus \end{matrix} \right] \frac{N}{A} \oplus \left[\begin{matrix} \oplus \\ \oplus \\ \oplus \end{matrix} \right] \frac{N \cdot e_z \cdot z}{I_y} \oplus \left[\begin{matrix} \oplus \\ \oplus \\ \oplus \end{matrix} \right] \frac{N \cdot e_z \cdot y}{I_z}$$



• 1º CONVENCIÓN: SUMA AUTÓNOMA

• los resultados surcen de igual manera por lo visto
PUEDE DIFERENCIAR.

• 1º TÉRMINO: AL SER $N > 0 \rightarrow \sigma_x > 0$ P/ROSOS LOS CIRCULOS

• 2º TÉRMINO: AL SER $N > 0$ y $e_z > 0 \rightarrow N \cdot e_z > 0 \rightarrow$
 $\rightarrow M_y > 0 \rightarrow \sigma_x > 0$ si $z > 0$
 $\hookrightarrow \sigma_x < 0$ si $z < 0$

• 3º TÉRMINO: AL SER $N > 0$ y $e_y > 0 \rightarrow N \cdot e_z < 0 \rightarrow$
 \rightarrow ~~RESUMIDO~~ $M_z < 0 \rightarrow \sigma_x > 0$ si $y > 0$
 $\hookrightarrow \sigma_x < 0$ si $y < 0$.

1. UBICACIÓN DEL EJE NEUTRO:

→ 1ª EXPRESIÓN:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z_N - \frac{M_z}{I_z} = 0$$

$$z_N = \frac{M_z}{I_z} \cdot \frac{I_y}{M_y} \cdot \gamma_N - \frac{N}{A} \cdot \frac{I_y}{M_y}$$

→ 2ª EXPRESIÓN:

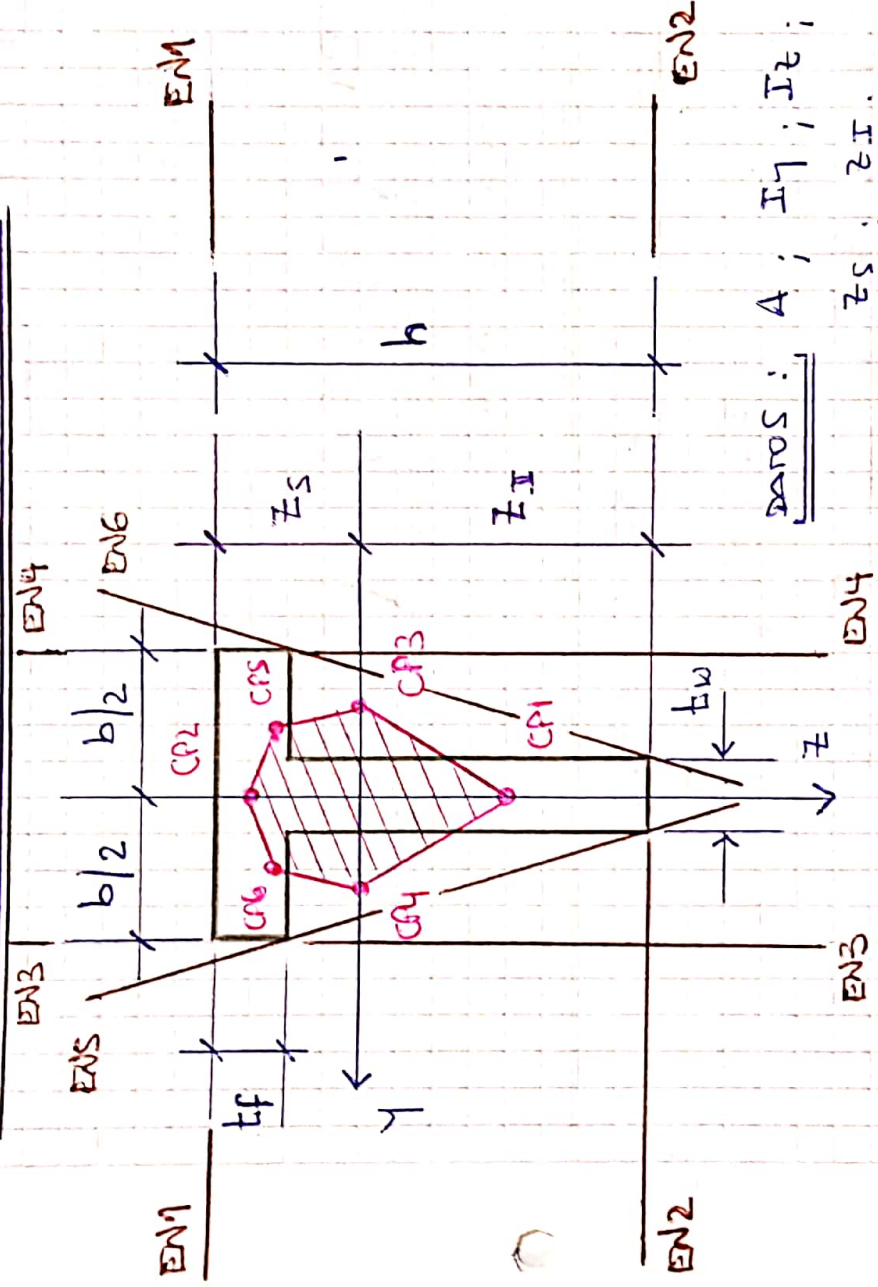
$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e_z}{I_y} \cdot z_N + \frac{N \cdot e_y}{I_z} \cdot \gamma_N = 0$$

$$\frac{N}{A} \left(1 + \frac{e_z}{\frac{I_y}{A}} \cdot z_N + \frac{e_y}{\frac{I_z}{A}} \cdot \gamma_N \right) = 0$$

$$1 + e_z \cdot \frac{z_N}{I_y} + e_y \cdot \frac{\gamma_N}{I_z} = 0$$

$$z_N = - \frac{I_y^2}{e_z} - \frac{e_y}{I_z} \cdot \frac{I_y^2}{e_z} \cdot \gamma_N$$

NÚCLEO CENTRAL PARA UN PERFILES 'T':



DATOS: $A; I_y; I_z; \bar{y}; \bar{z}$
 $Z_S; Z_I.$

1) \rightarrow EDE NEUTRO EN1: $Z_N = Z_S.$

$$1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot Z_N + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot \gamma_N = 0$$

1º PUNTO: $Z_N = Z_S \wedge \gamma_N = 0.$

$$1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot Z_S + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot 0 = 0.$$

$$e_z = - \frac{i_y^2}{Z_S} > 0 \rightarrow e_z > 0.$$

2º PUNTO: $Z_N = Z_S \wedge \gamma_N = +b/2$

$$1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot Z_S + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right) = 0$$

NOTA

$$1 + \left(-\frac{i\sqrt{7}}{z_I}\right) \cdot \frac{z_I}{i\sqrt{2}} + \frac{e_I}{i\sqrt{2}} \left(+\frac{t\omega}{2}\right) = 0.$$

$$1 - 1 + \frac{e_I}{i\sqrt{2}} \cdot \left(+\frac{t\omega}{2}\right) = 0$$

$$\underline{e_I = 0}$$

$$\underline{CP1 \equiv (e_I; e_2) \equiv \left(0; -\frac{i\sqrt{7}}{z_I}\right)}$$

→ SE UBICA EN LA RREUSA.

2) → ESTE PUNTO ENZ ~~2~~ ENZ $z_N \equiv z_I$.

1º PUNTO: $z_N = z_I \wedge \gamma_N = 0$

$$1 + \frac{e_2}{i\sqrt{2}} \cdot z_I + \frac{e_I}{i\sqrt{2}} \cdot 0 = 0.$$

$$e_2 = -\frac{i\sqrt{2}}{z_I} < 0 \rightarrow e_2 < 0 \quad e_2 = -\frac{i\sqrt{2}}{z_I}$$

2º PUNTO: $z_N = z_I \wedge \gamma_N = t\omega/2$

$$1 + \frac{e_2}{i\sqrt{2}} \cdot z_I + \frac{e_I}{i\sqrt{2}} \cdot \left(+\frac{t\omega}{2}\right) = 0$$

$$1 + \left(-\frac{i\sqrt{2}}{z_I}\right) \cdot \frac{z_I}{i\sqrt{2}} + \frac{e_I}{i\sqrt{2}} \left(+\frac{t\omega}{2}\right) = 0$$

$$1 - 1 + \frac{e_I}{i\sqrt{2}} \left(+\frac{t\omega}{2}\right) = 0 \rightarrow \underline{e_I = 0}$$

$$\underline{CP2 \equiv \left(0; -\frac{i\sqrt{7}}{z_I}\right)}$$

3) → ESTE PUNTO EN3: $y_N = + b/2$

1º PUNTO: $y_N = + b/2 \wedge z_N = 0.$

$$1 + \frac{e_z}{i^2} \cdot 0 + e_j \cdot (+b/2) = 0$$

$$e_j = - \frac{i^2 \oplus}{(+b/2) \oplus} < 0 \rightarrow e_j < 0 \quad e_j = \underbrace{- \frac{i^2}{(+b/2)}}_{> 0}$$

2º PUNTO: $y_N = + b/2 \wedge z_N = z_I.$

$$1 + \frac{e_z}{i^2} \cdot z_I + e_j (+b/2) = 0$$

$$1 + \frac{e_z}{i^2} \cdot z_I + \frac{-i^2 z}{(+b/2)} \cdot \frac{i^2 z}{i^2 z} = 0$$

$$1 + \frac{e_z}{i^2} \cdot z_I - 1 = 0 \rightarrow e_z = 0$$

LO

$$CP3 \equiv \left(- \frac{i^2}{(+b/2)} ; 0 \right)$$

4) → ESTE PUNTO EN4: $y_N = - b/2$

• AL SER LA FIGURA SIMÉTRICA RESPECTO DEL EJE 'Z', ALIGUAL QUIS EN3 Y EN4, EL CAS ESTARÁ DADO SU.

$$CP4 \equiv \left(- \frac{i^2}{(-b/2)} ; 0 \right) > 0$$

S → ECU NARNO ENS :

1º Punto: $z_2 = z_I \wedge \gamma_N = + t\omega/2$

2º Punto: $z_2 = (z_s - t_f) \wedge \gamma_N = + b/2$

$$1 + \frac{e_z}{i^2} \cdot z_I + \frac{e_f}{i^2} \cdot (+ t\omega/2) = 0 \quad \text{I}$$

$$1 + \frac{e_z}{i^2} (z_s - t_f) + \frac{e_f}{i^2} (+ b/2) = 0 \quad \text{II}$$

$$e_z = - \frac{i^2}{z_I} - \frac{i^2}{i^2} \cdot \frac{e_f}{z_I} (+ t\omega/2) \quad \text{A}$$

$$- \frac{i^2}{z_I} - \frac{i^2}{i^2} (z_s - t_f) \cdot \frac{e_f}{z_I} \cdot \frac{e_f}{z_I} (+ t\omega/2) + \frac{e_f}{i^2} (+ b/2) = 0$$

$$- \frac{i^2}{z_I} - \frac{(z_s - t_f) (t\omega/2)}{i^2} \cdot \frac{e_f}{z_I} + \frac{(b/2)}{i^2} e_f = 0$$

$$\frac{e_f}{z_I} = \frac{t\omega/2 + t_f}{z_I}$$

$$\frac{z_I - z_s + t_f}{z_I} \cdot \frac{e_f}{z_I} + \frac{t\omega/2}{z_I} - \frac{t\omega/2}{z_I} = 0$$

$$e_f = \frac{z_I - z_s - t_f}{z_I} \cdot \frac{t\omega/2}{z_I} + \frac{t\omega/2}{z_I} \left[\frac{b}{2} - \frac{z_s t\omega}{2 z_I} + \frac{t_f t\omega}{2 z_I} \right] \quad \text{B}$$

- LAS EXPRESIONES (I) y (II) PERMITEN ESTABLECER LAS RELACIONES DE LAS INCOGNITAS e_y y e_z ; LAS CUALES ESTÁN DADAS POR LA CONDICIÓN DE (A) y (B).

(6) → EDE VENTRO ENO:

- POR LAS MISMAS CONDICIONES DE SIMETRÍA; EL CPG SERÁ SIMÉTRICO CON CPS ALTERNOS POR EDE 'Y'.
- EL CPS SE VISTO EN EL 3º CUADRANTE CON $e_y < 0$ y EL 4º CUADRANTE PUES EL CPG SE VISTO EN EL 4º CUADRANTE CON $e_y > 0$ y $e_z < 0$.

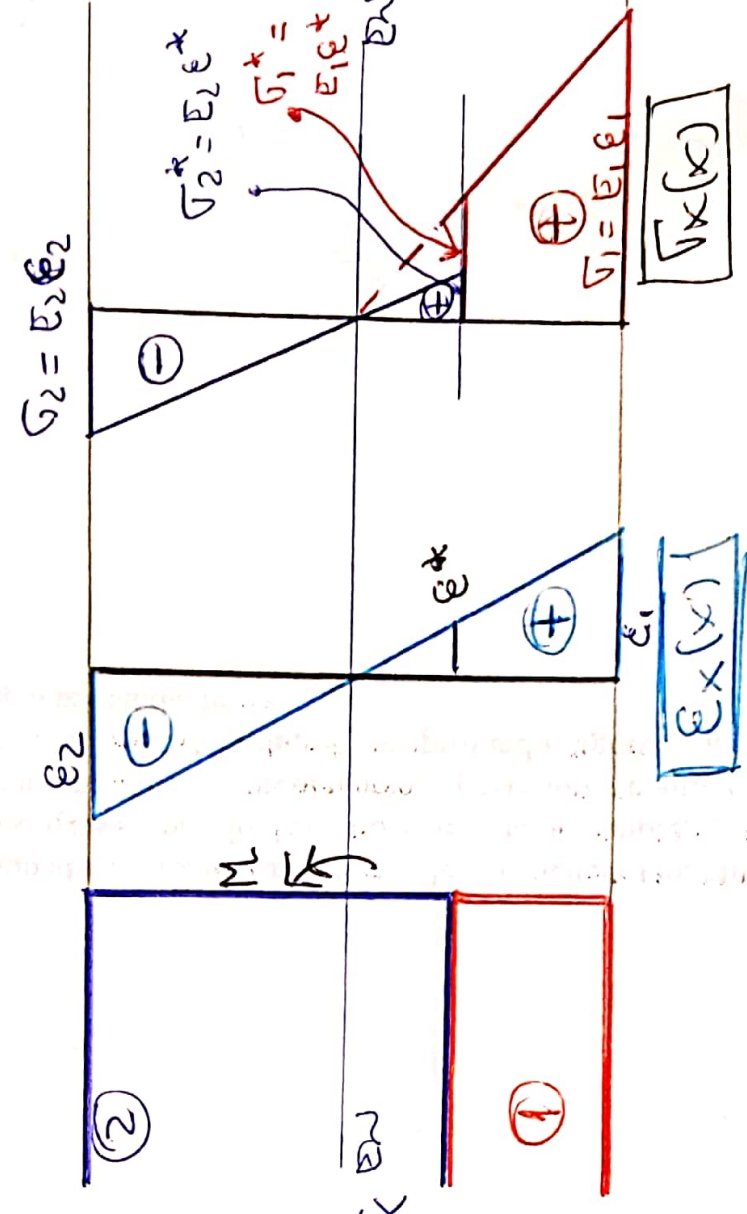
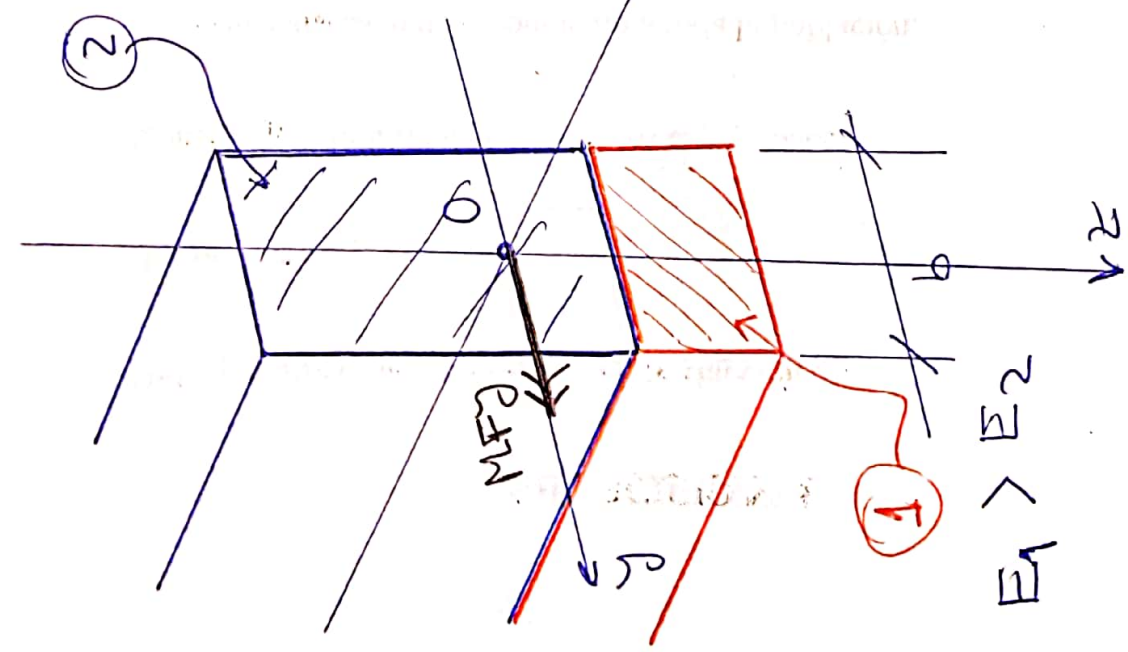
• CADA MATERIAL ES HETEROGÉNEO.

• SOLICITACIÓN DE FLEXIÓN SIMPLE SOBRE

• $E_1 > E_2$,

• VALE HIPÓTESIS DE BERNOLLI - NAUÏER.

• HLM \rightarrow LEY DE HOOK



$E_1 > E_2$
 $E_1 \cdot \epsilon_1$
 $E_2 \cdot \epsilon_2$

MÉTODOS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

da1 = dy1 * dz1

da2 = dy2 * dz2

df1 = sigma1 * da1

df2 = sigma2 * da2

df1 = df2 = df

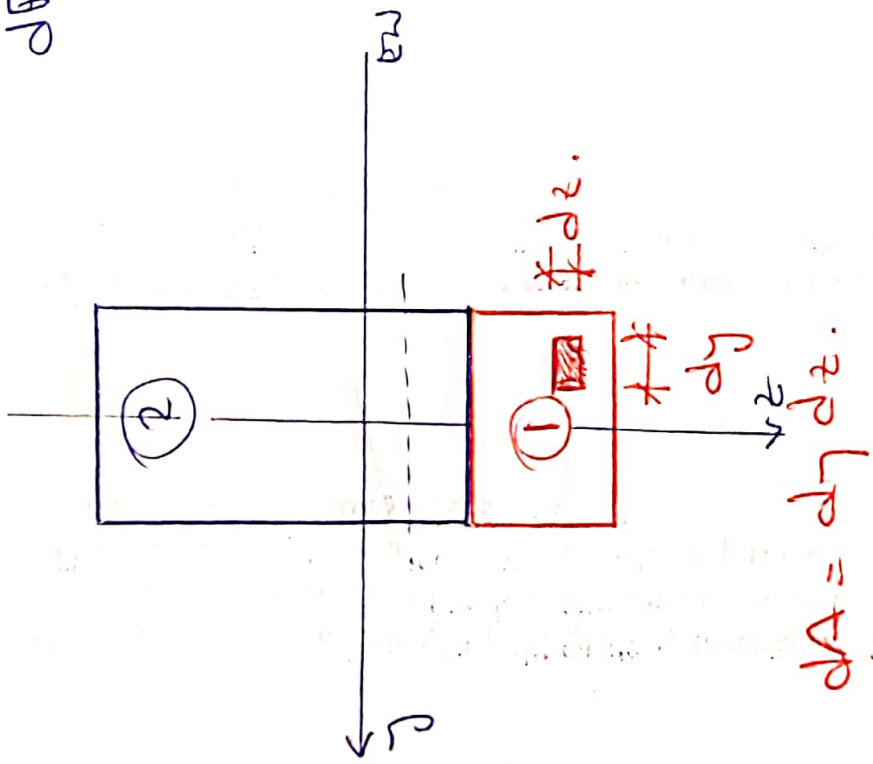
sigma1 = E1 * epsilon1 = E1 * epsilon

E1 * epsilon * da1 = E2 * epsilon * da2

E1 * da1 = E2 * da2

da2 = (E1/E2) * da1 = n * da1

da1 = (E2/E1) * da2 = n' * da2



n: COEFICIENTE DE AMPLIFICACIÓN

n': COEFICIENTE DE REDUCCIÓN

$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z \rightarrow$ valores material es homogéneos.

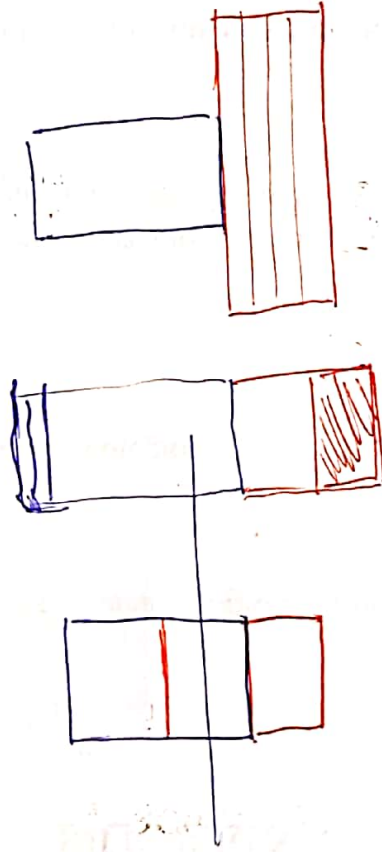
3/4

$$dA_2 = \frac{E_1}{E_2} \cdot dA_1 = n \cdot dA_1$$

$$dy_2 \cdot d\tilde{z}_2 = n \cdot dy_1 \cdot d\tilde{z}_1 \rightarrow$$

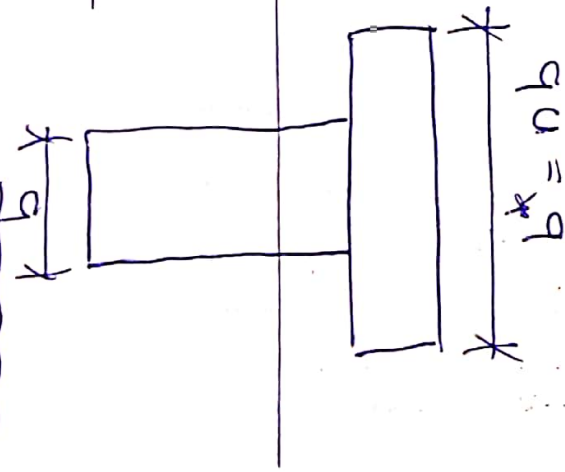
$$dy_2 \cdot d\tilde{z}_2 = n \cdot dy_1 \cdot d\tilde{z}_1$$

$$\boxed{dy_2 = n \cdot dy_1}$$



Opción 1

LLENO TODO AL MATERIAL 2



$\sigma_1 = n \sigma_2 = n \sigma^*$
 $\sigma^* \equiv \sigma_2$

o OSTROCO 6*

o I_y^* DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

DA

o OSTROCO LAS TENSIONES σ^*

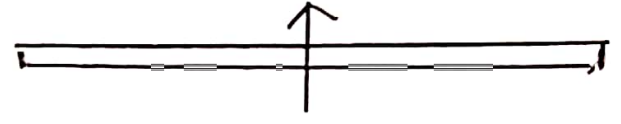
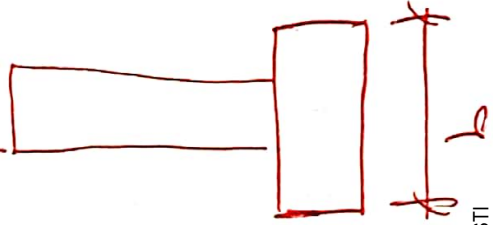
EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL

$d\gamma_2 = n d\gamma_1$

$d\epsilon d\gamma_2 = n d\gamma_1 d\epsilon$

Opción 2 : LLENO TODO AL MATERIAL 1

$b^* = n \cdot b$



$dF_2 = dF_1$

$\sigma_2 = \frac{dF_2}{dA_2} = \frac{dF_1}{n dA_1} = \frac{\sigma_1}{n}$

$\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{n}$

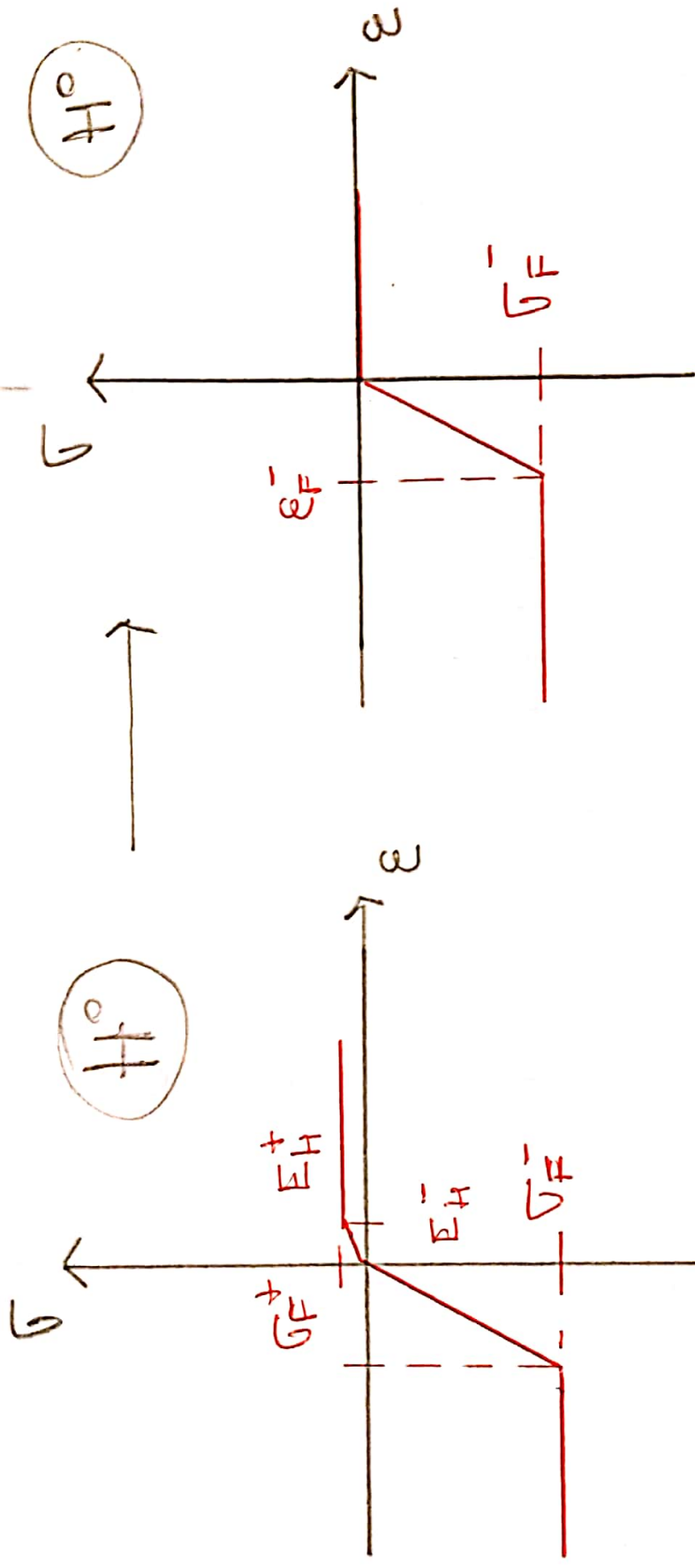
$\sigma_1 = n \sigma_2$

VIGAS DE H^oA^o

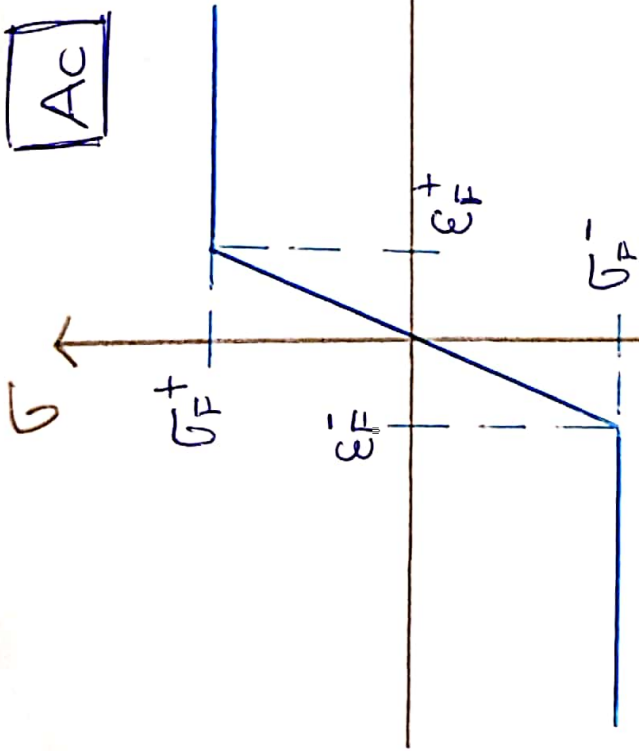
HORICON: CEMENTO + AGRUADO GRUESO (PIEDRA PARI-
DA O CANTO ROMADO + AGRUADO FINO (ARENA) + AGUA.
+ ADITIVOS.

BARNAS DE ACERO:

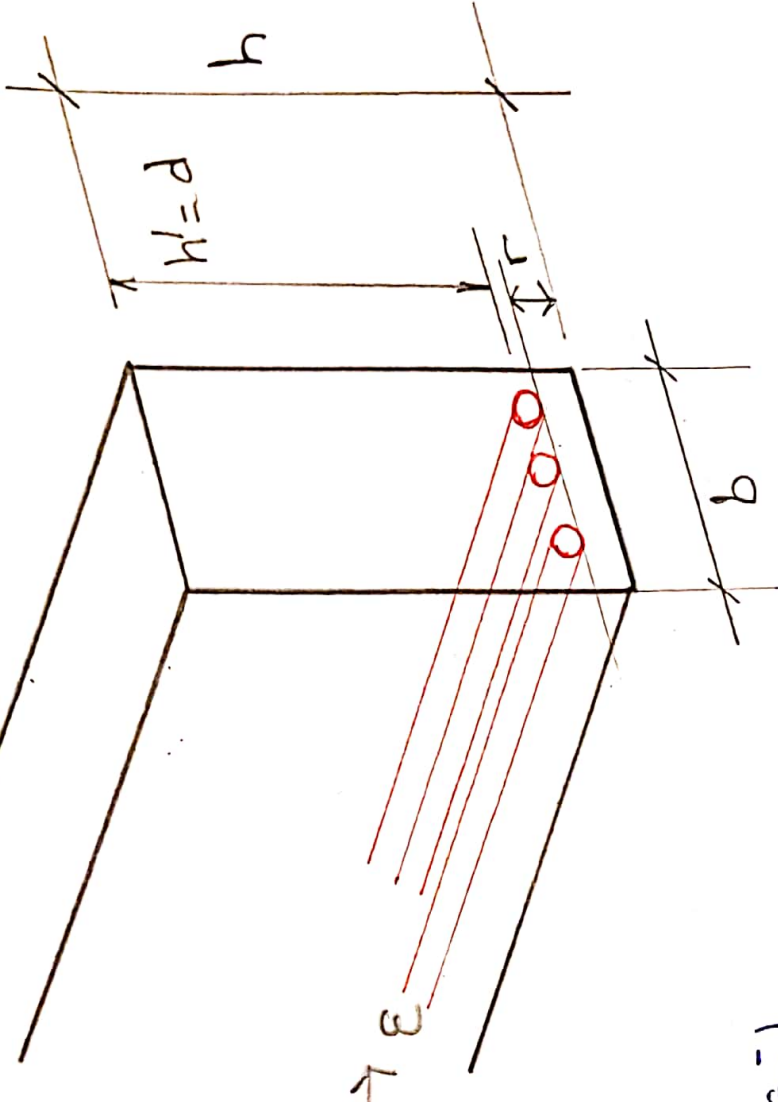
2 MATRIENSALES



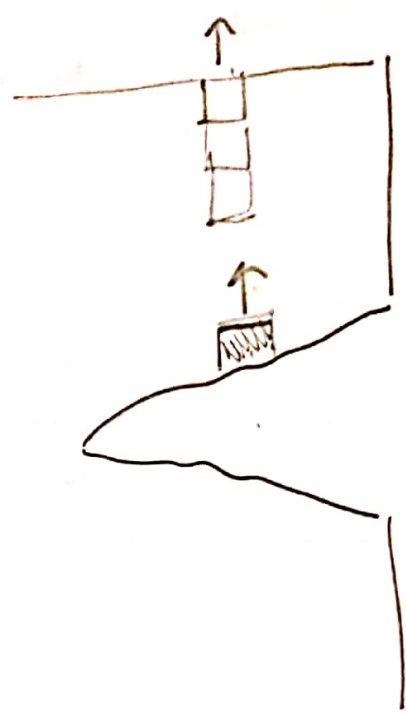
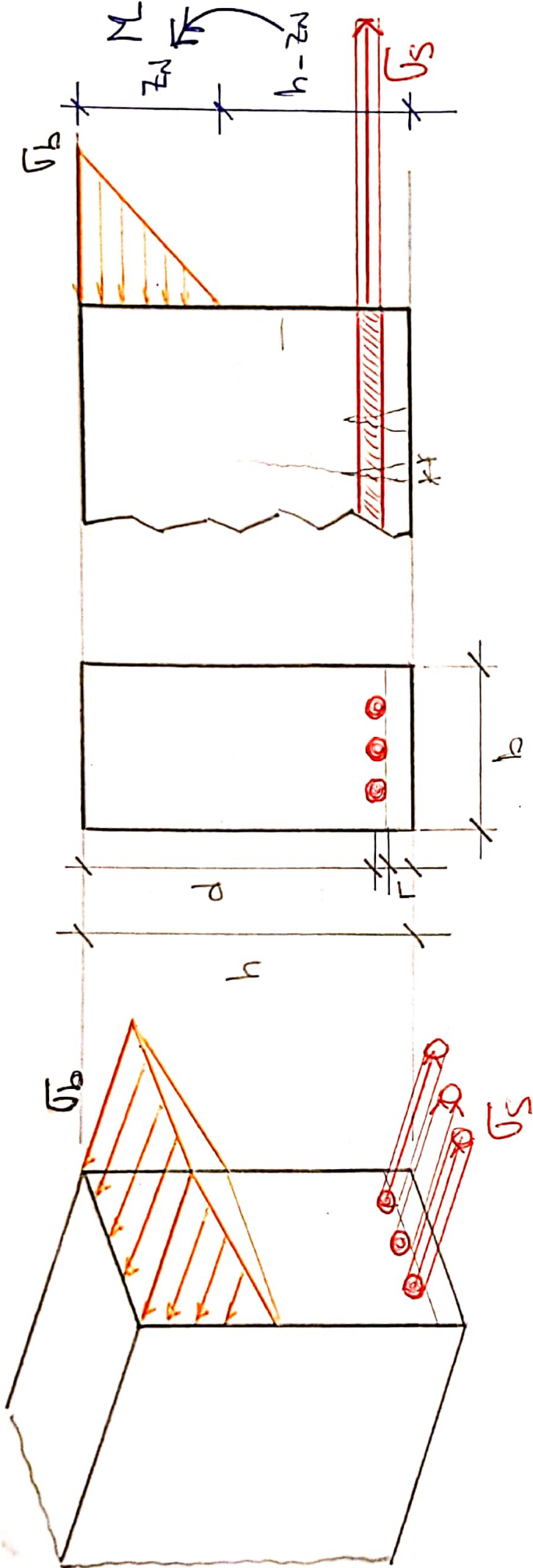
AC



$$|\sigma_F^+| = |\sigma_F^-| ; |\epsilon_F^+| = |\epsilon_F^-|$$



3/10



- SE VERIFICA LA HIPOTESIS DE B-N.
- SOLO VENTROS

4/10

Método de la Sección

1º) SE UNIFORMIZA TODO EL MATERIAL
A "HORIZIGÓN"

2º) SE TRANSFORMA EL ÁREA DE
ACCESO EN ÁREA EQUIVALENTE
DE H^2 .

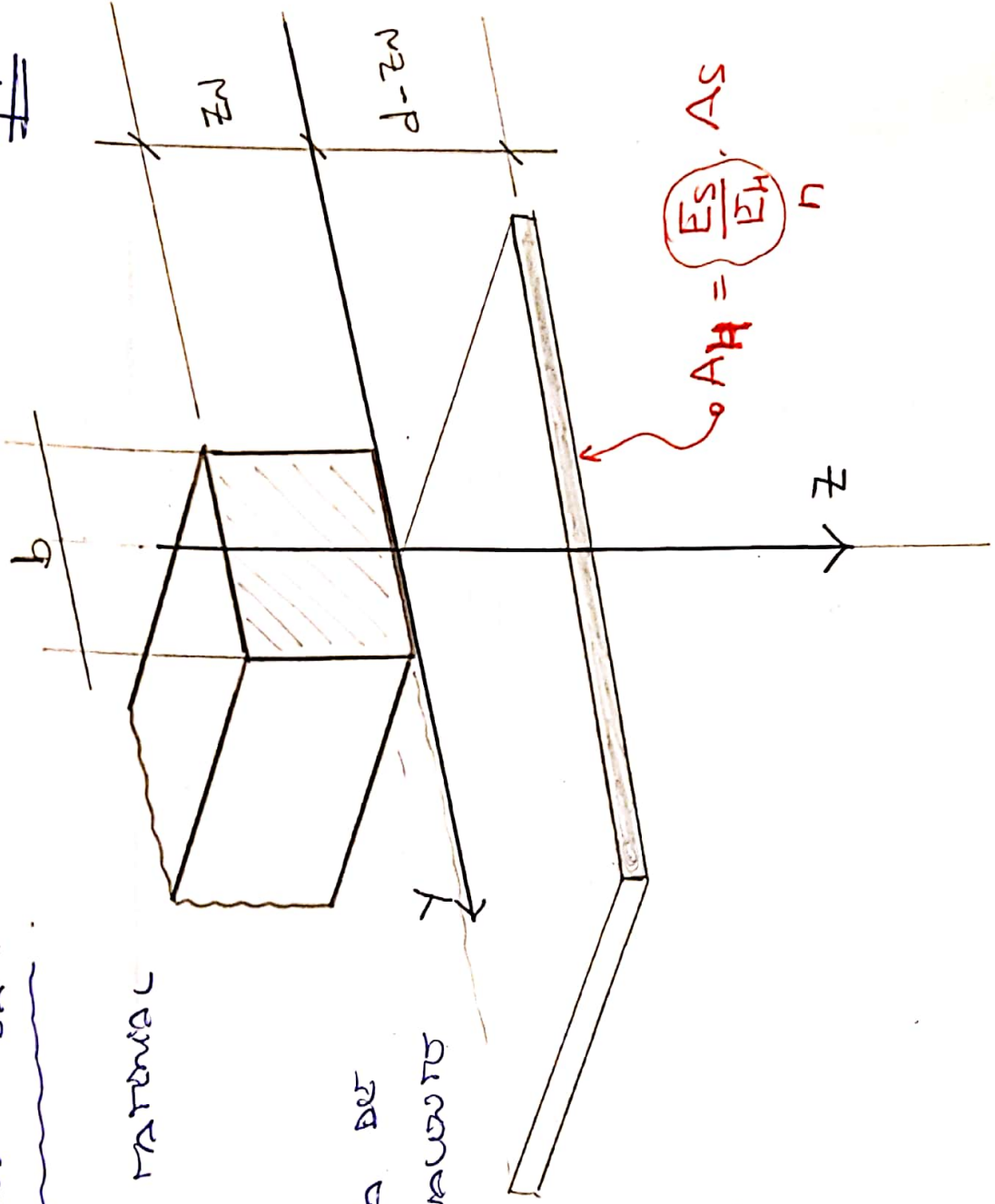
$$A_i \cdot E_i = A_j \cdot E_j$$

$$A_i = \frac{E_j}{E_i} \cdot A_j$$

$$i = H \quad ; \quad j = S$$

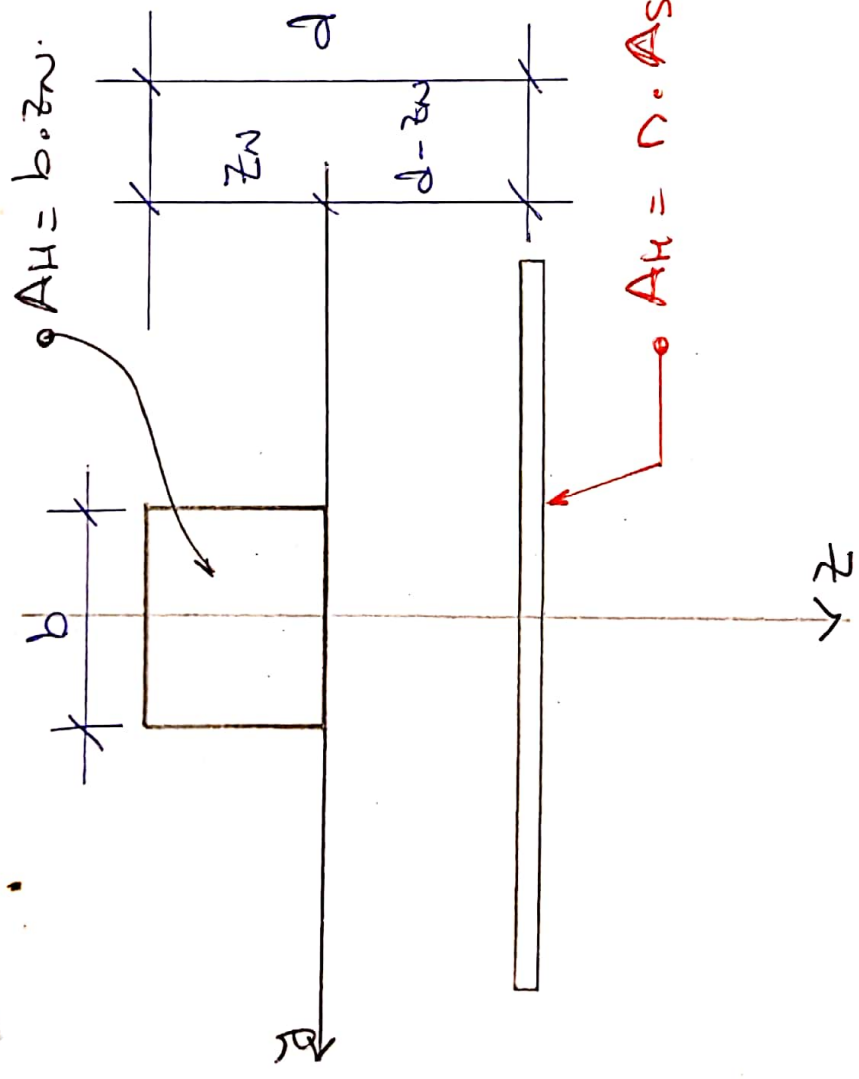
$$A_H = \frac{E_S}{E_H} \cdot A_S$$

$$n > 1 \rightarrow ES > EH$$



$$A_H = \frac{E_S}{E_H} \cdot A_S$$

2e) DE TERMINACION DE LA UBICACION DEL EJE



• SE TOMA MOMENTO ESTÁTICO RESPECTO DEL EJE 'Y' EN

$$S_A^{EN=Y} = \sum S_{Ai}^{EN=Y} = 0$$

Porque estamos en 'FS' → el 'eje' es baricéntrico.

$$n \cdot A_S \cdot (d - z_n) - \underbrace{b \cdot z_n \cdot \frac{z_n}{2}}_{S_{AH}^{EN}} = 0$$

$$n \cdot A_S \cdot d - n \cdot A_S \cdot z_n - b \frac{z_n^2}{2} = 0$$

$$\frac{b}{2} \cdot z_n^2 + n \cdot A_S \cdot z_n - n \cdot A_S \cdot d = 0$$

EC 2º grado que permite obtener el valor de z_n.

4º) DETERMINACION DE LAS TENSIONES.

4.1 → DETERMINO $I_N = J_N \equiv J_y$.4.2 → APLICO LA FÓRMULA DE FLEXIÓN DE FLECCIÓN $\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z$.4.3 → TRAZO EL DIAGRAMA DE TENSIONES 'VARIAS' VARIAS 'SÓLO P/EL H^o '.4.4 → SE TRANSFORMAN LAS TENSIONES DEL H^o , INICIALMENTE ~~TRANSFORMAN~~ QUE EN ACERO, P/ OBTENER LAS TENSIONES DEL ACERO:

$$\frac{\sigma_i}{E_i} = \frac{\sigma_j}{E_j} \rightarrow \sigma_i = \frac{E_i}{E_j} \cdot \sigma_j$$

si $i = S$ y $j = H$.

$$\sigma_s = \frac{E_s}{E_H} \cdot \sigma_H$$

Exercicio:

DATOS

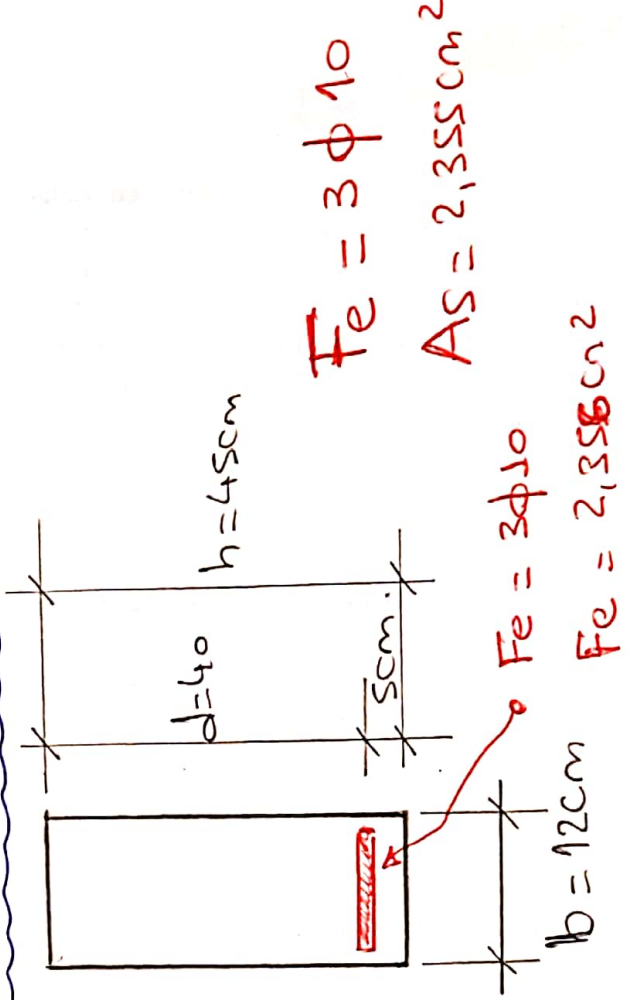
CAUDAL $Q = 21$
 $\sigma_{H,ADM,T} = 0,00$
 $\sigma_{H,ADM,C} = 100 \text{ kg/cm}^2$
 $E_H = 340.000 \text{ kg/cm}^2$

CAUDAL: $ADM = 420$
 $\sigma_F = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_{S,ADM} = 2400$ "
 $E_S = 2.100.000$ "

Qué nos pide el problema?

- I) Determinar el Máx
- II) Indicar si la rotura es la viga será Fúcil o difícil

DATOS DE LA SECCION:



$$1^o) N = \frac{ES}{E_b} = \frac{2.100.000}{340.000} = 6,176.$$

$$2^o) A_H = n \cdot A_S = \frac{ES}{E_b} \cdot A_S$$

$$A_H = 6,176 \cdot 2,355 \text{ cm}^2.$$

$$A_H = 14,55 \text{ cm}^2$$

3^o) UBICACION DEL "BU"

$$\frac{b}{2} \cdot z_1^2 + n \cdot A_S \cdot z_1 - n A_S d = 0.$$

$$\frac{12}{2} \cdot z_1^2 + 14,55 z_1 - 14,55 \cdot 40 = 0$$

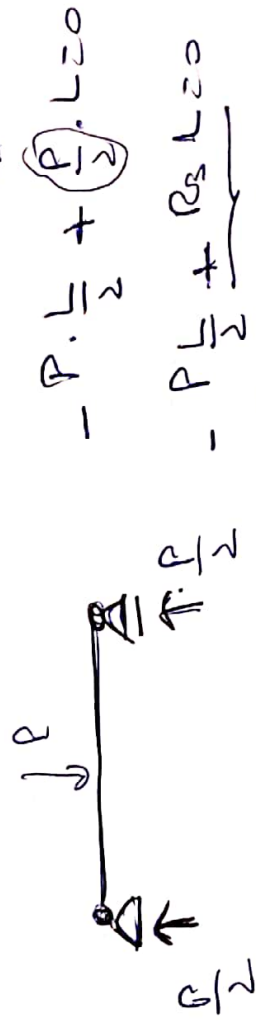
$$6 z_1^2 + 14,55 z_1 - 582 = 0.$$

$$z_{w1,2} = \frac{-14,55 \pm \sqrt{14,55^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-582)}}{2 \cdot 6} =$$

$$z_{w1,2} = \frac{-14,55 \pm 119,08}{12}.$$

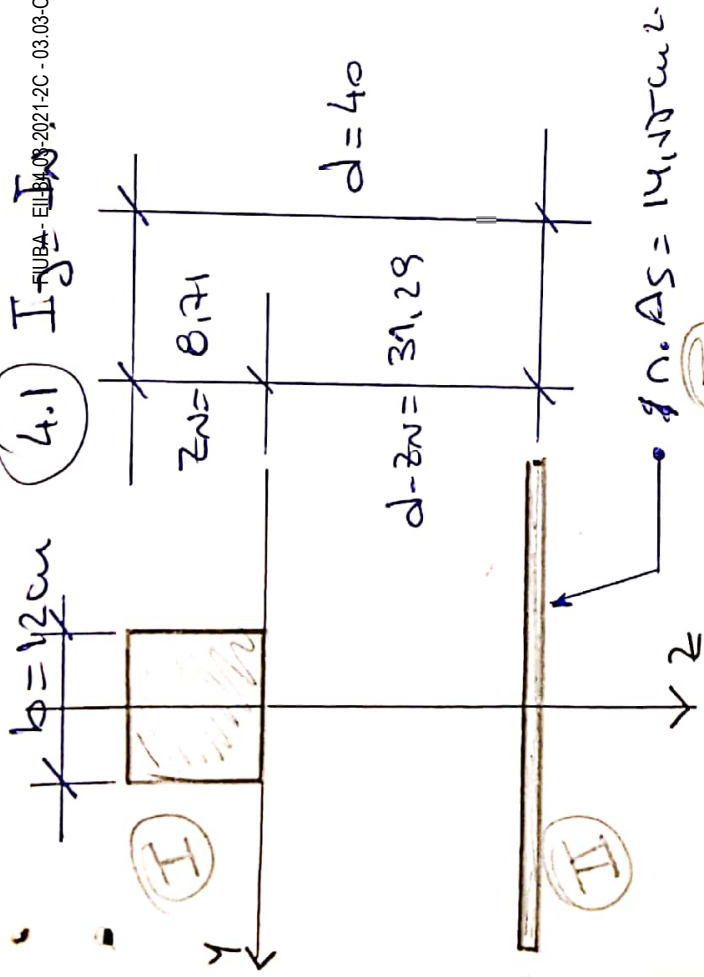
$$z_{w1} = \frac{-14,55 + 119,08}{12} = 8,71 \text{ cm}$$

$$z_{w2} = \frac{-14,55 - 119,08}{12} = -11,14 \text{ cm}.$$



$$R_3 = \frac{P}{2}$$

9/10



$$I_y = I_N = \frac{b \cdot z_N^3}{12} + b \cdot z_N \left(\frac{z_N}{2}\right)^2 +$$

$$+ n \cdot A_S \cdot (d - z_N)^2$$

SÓLO SE CONSIDERA EL 2º TÉRMINO DE STEINER.

$$14,15 \cdot 2 = 10 \cdot 14,15$$

$$14,15 \cdot \frac{1^3}{12}$$

$$I_y = I_N = \frac{12 \cdot (8,71)^3}{12} + 12 \cdot 8,71 \cdot \frac{8,71^2}{4} +$$

$$+ 14,15 \cdot 31,29^2 =$$

$$= 660,78 + 1982,33 + 14245,38$$

$$I_y = I_N = 16888,5 \text{ cm}^4$$

$$\frac{4.2}{4.3 / 4.4}$$

1º) SUPONGO QUE EL Hº ALCANZA 12

su tensión admisible:

→ NOS USITAMOS EN LA FIBRA SUPERIOR.

$$\sigma_{b,ADM}^S = \frac{M_{y,ADM} \cdot 1}{I_y} \cdot z_N$$

$$M_{y,ADM} = \frac{\sigma_{b,ADM}^S \cdot I_y}{z_N}$$

$$M_{y,ADM,1} = \frac{100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{8,7194} \cdot 16888,5 \text{ cm}^4$$

$$M_{y,ADM,1} = 193.897^{70} = \text{kg} \cdot \text{cm}.$$

$$= 19388^{98} = \text{kg} \cdot \text{m} = 1,939 \text{ tm}$$

2º) supero que el acero usa
 Je a su tension adm.

$$\sigma_{s,ADM} = \frac{M_{y,ADM,2}}{I_y} \cdot (d - z_n) \cdot n$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\sigma_{H,I}}$

$$M_{y,ADM,2} = \frac{\sigma_{s,ADM} \cdot I_y}{n \cdot (d - z_n)}$$

10/10

$$M_{y,ADM,2} = \frac{2400 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 16888,5 \text{ cm}^4}{6,176 \cdot (40 - 8,71) \text{ cm}}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{31,28 \text{ cm}}$

$$M_{y,ADM,2} = 209743^{oxo} = \text{kg} \cdot \text{cm}.$$

$$= 2097^{44} \text{ kg} \cdot \text{m} = 2,097 \text{ tm}$$

$$M_{y,ADM} = M_{y,ADM,1} = 1,939 \text{ tm}$$

→ Pienso falla 1º? → Ho.

→ ROTURA → **Frágil**

