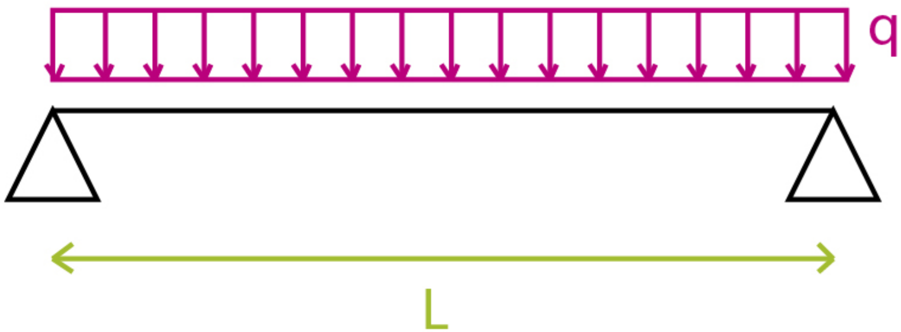
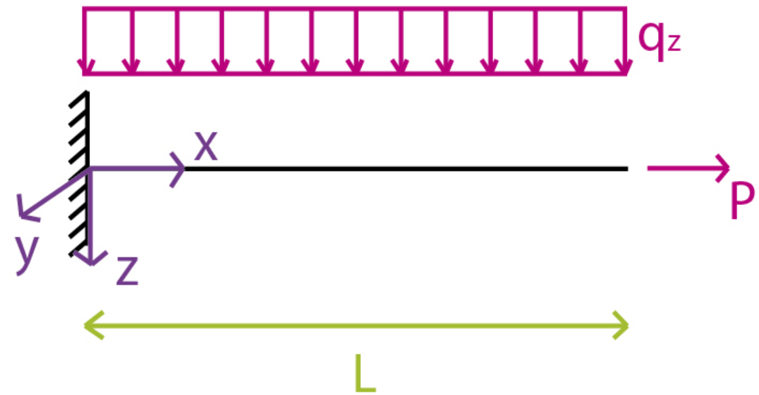
Solicitación por Flexión en Régimen Elástico

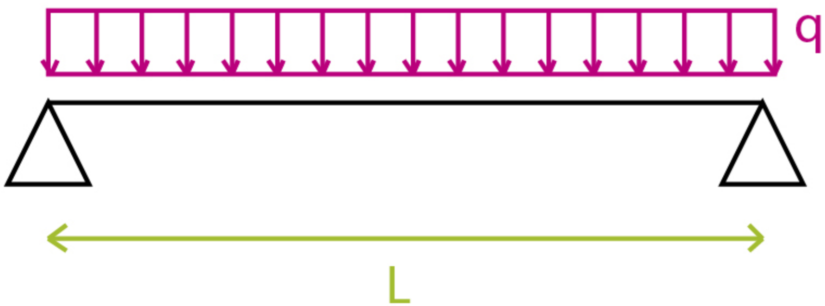


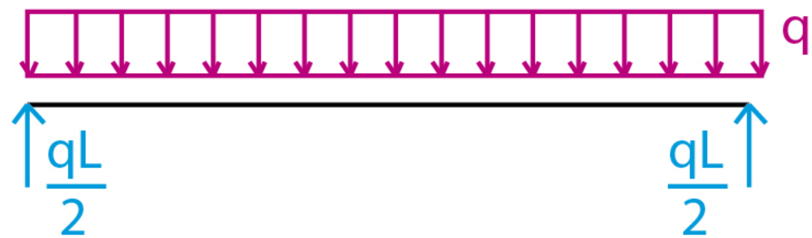


Catalina Urteneche - Clara Zaccaria
Raúl Mendez – Marcos Spinella

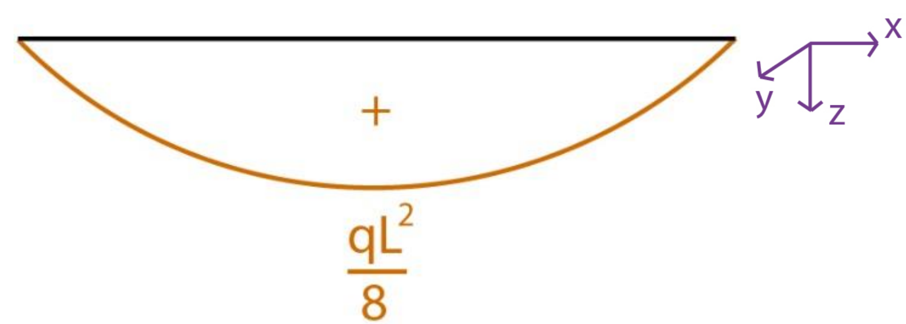
Flexión simple

Ejemplo: Viga simplemente apoyada



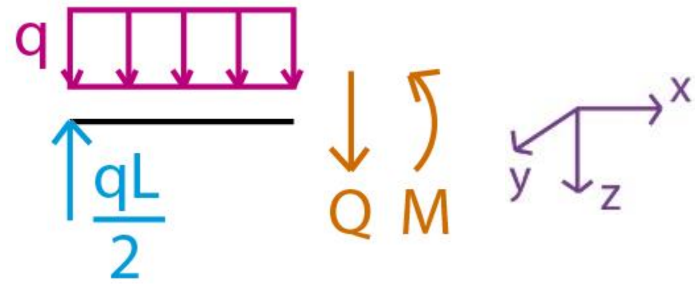


Realizamos el diagrama de momentos para conocer la sección más solicitada de la viga:

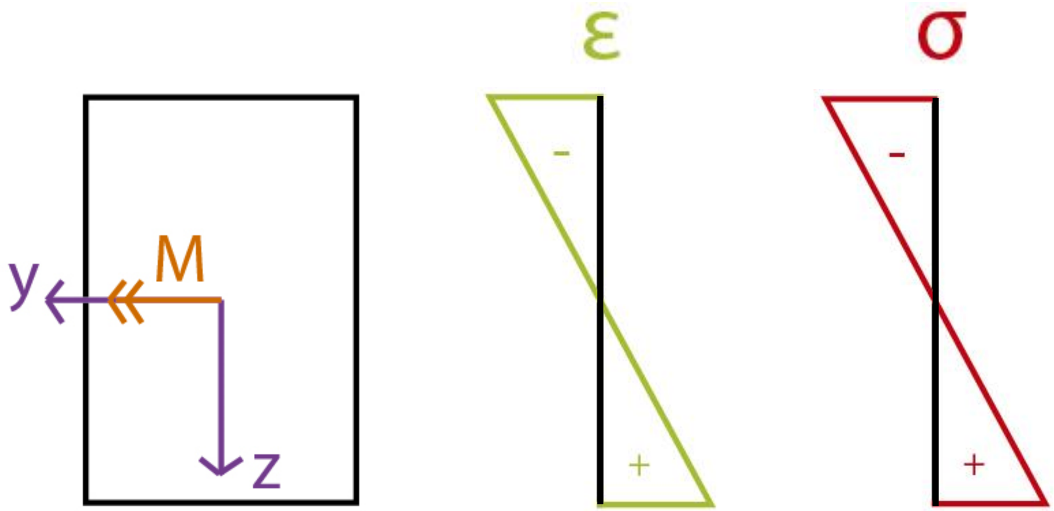


Flexión simple recta

Tomando una sección cualquiera de la viga, ponemos en evidencia las solicitaciones:



Trazamos los diagramas de tensiones y deformaciones de la sección analizada:

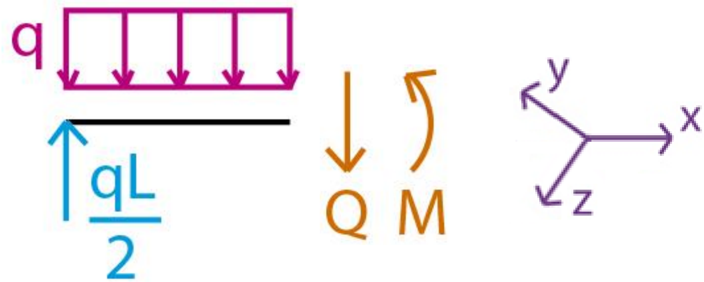


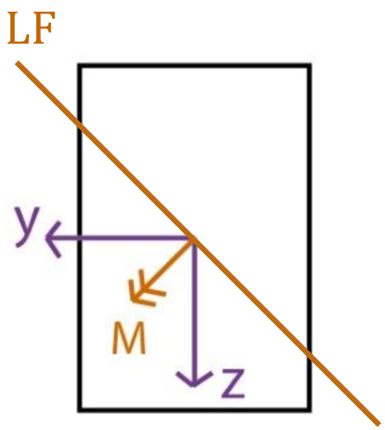
Hipótesis de flexión: Bernoulli – Navier

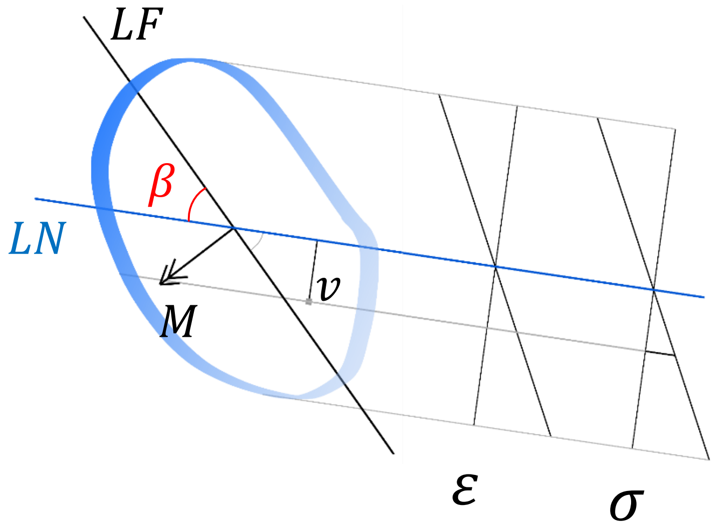
“Las secciones planas y normales al eje de la pieza se mantienen planas y normales al eje de la pieza, girando en torno a un eje denominado eje neutro”

Flexión simple oblicua

Lo que nos cambia es que M
ya no es sobre un eje principal







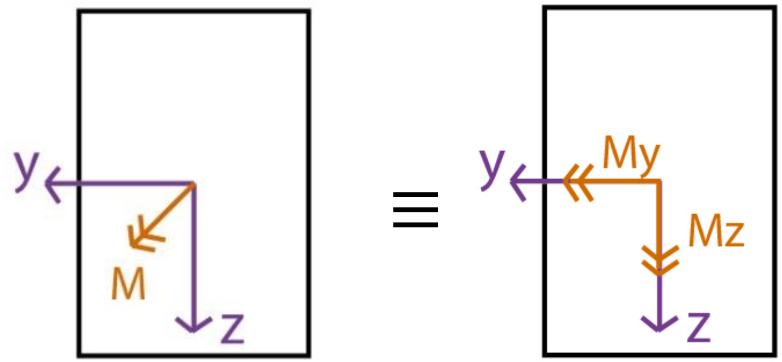
LN y LF son ejes
conjugados de inercia

$$\sigma = \frac{M \cdot sen(\beta)}{J_{LN}} \cdot v$$

Al trabajar con una flexión oblicua, es conveniente descomponer en dos flexiones rectas

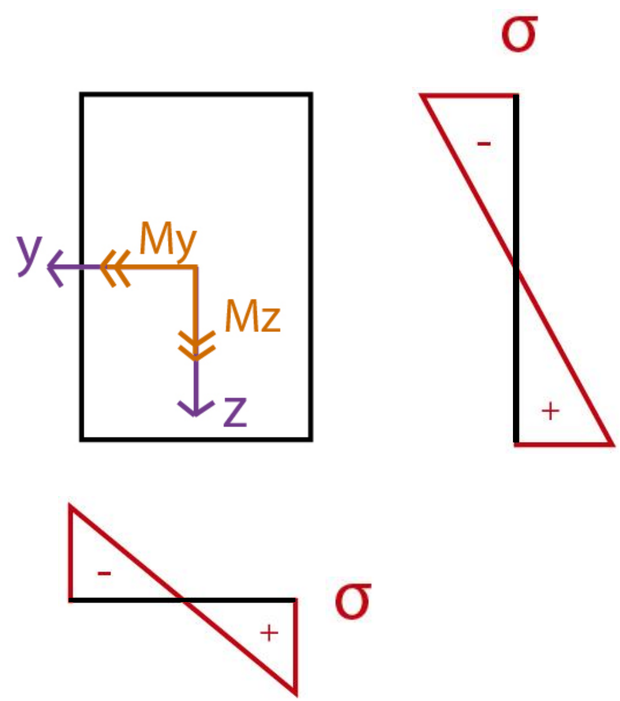
Flexión simple oblicua

Al trabajar con una flexión oblicua, la descomponemos en dos flexiones rectas:



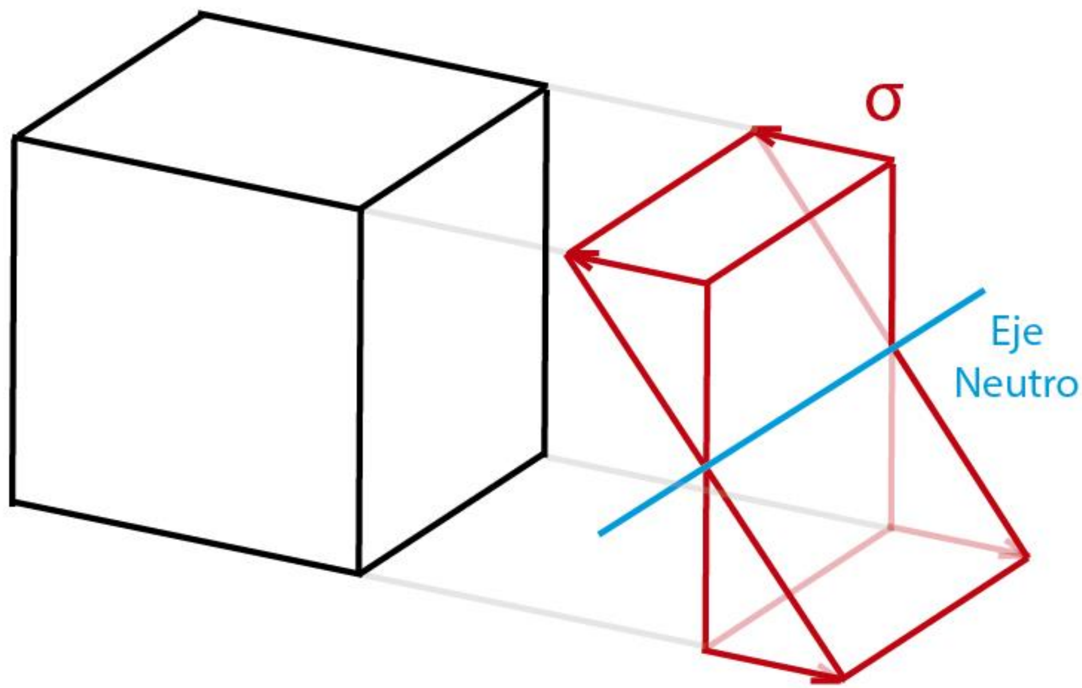
Las tensiones totales las calculamos con la ecuación:

$$\sigma = \frac{M_y \cdot z}{J_y} - \frac{M_z \cdot y}{J_z}$$

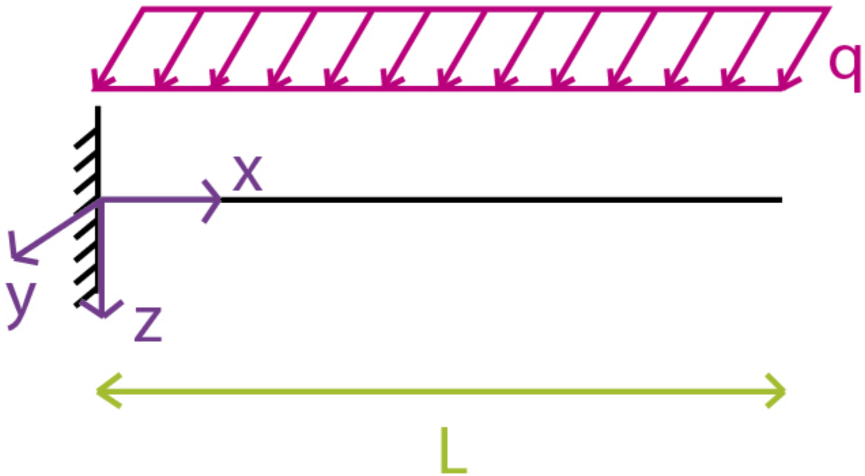


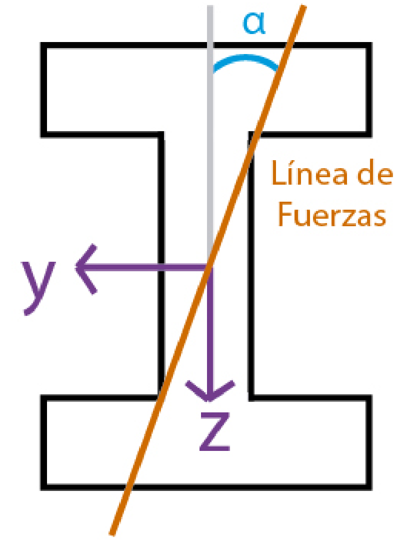
Eje neutro

El eje neutro es la recta respecto de la cual gira la sección. Allí las tensiones son nulas



Ejercicio 1: Dimensionar el perfil IPN





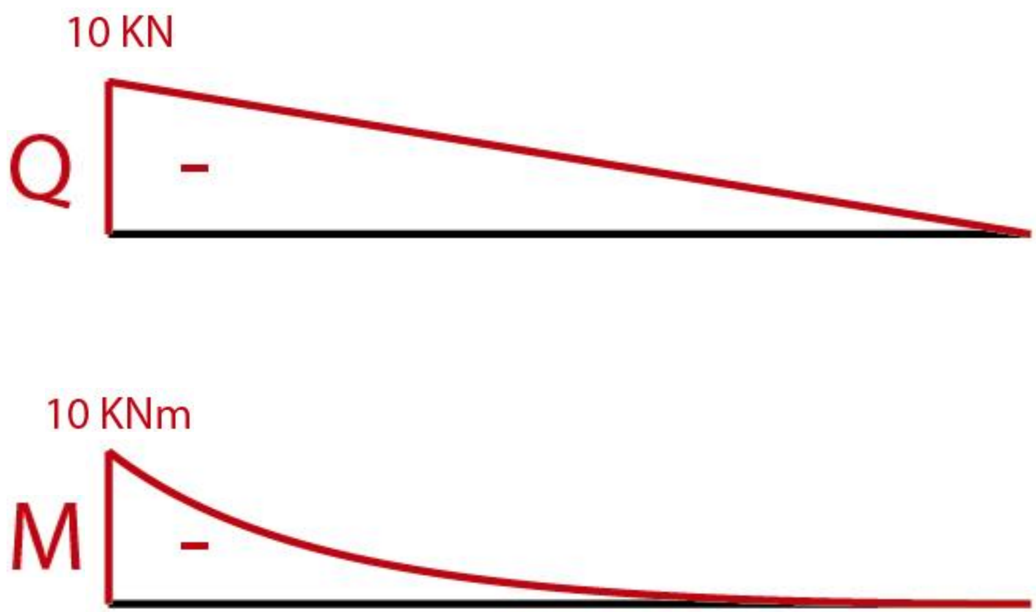
Datos:

- $\alpha = 30°$
- $q = 5 \ \frac{kN}{m}$
- $\sigma_{adm} = 24 \ \frac{kN}{cm^2}$

$$\left\{ S_y = W_y = \frac{J_y}{z_{máx}} \right\}$$

Resolución:

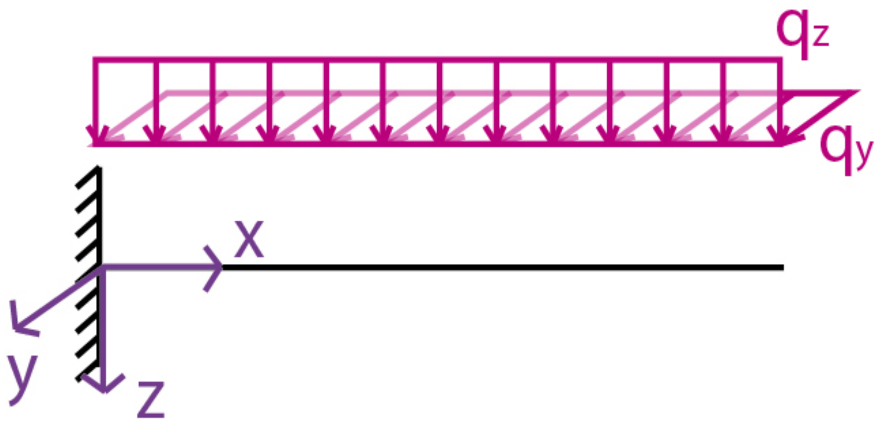
Trazamos los diagramas de características, donde el diagrama Q es en la dirección de la carga distribuida y M en la perpendicular a la misma.

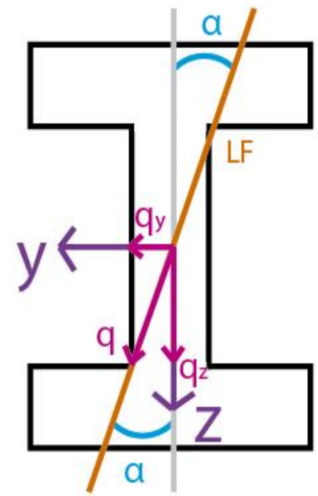


Sección más solicitada: Empotramiento

Dimensionamos para la sección más solicitada descomponiendo la **1)** fuerza y el **2)** momento:

1) Descomponiendo la fuerza





$$q_y = q \cdot \sin\alpha = 2{,}5\ \frac{kN}{m}$$

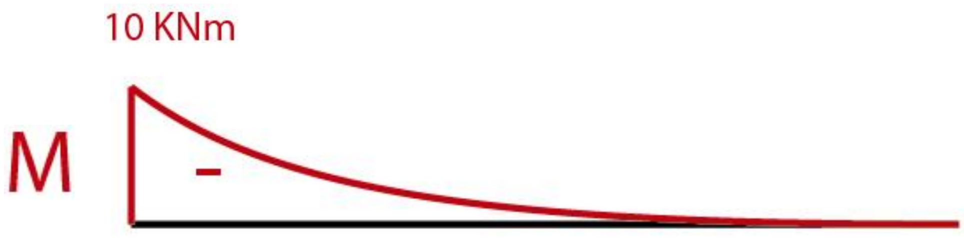
$$q_z = q \cdot \cos\alpha = 4{,}33\ \frac{kN}{m}$$

➡

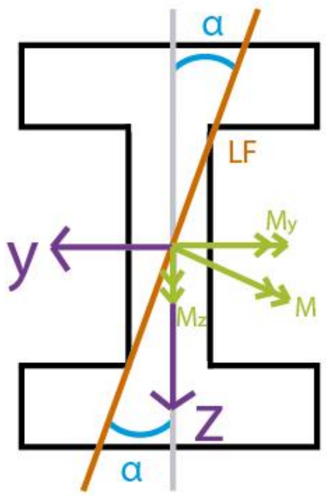
$$M_y = -q_z \cdot \frac{L^2}{2} = -8{,}66\ kN\ m$$

$$M_z = q_y \cdot \frac{L^2}{2} = 5\ kN\ m$$

2) Descomponiendo el momento:



Del diagrama de momento total, obtenemos el momento del empotramiento
$M = 10\ kN\ m$

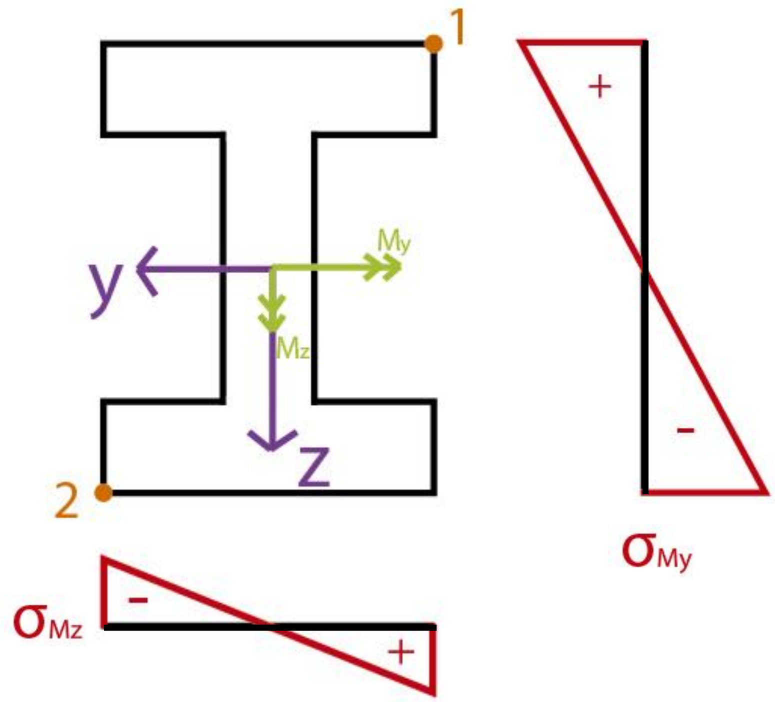


$$M_y = -M \cdot \cos\alpha = -8{,}66\ kN\ m$$

$$M_z = M \cdot \sin\alpha = 5\ kN\ m$$

Como era de esperar, por ambos caminos llegamos al mismo resultado

Trazamos los diagramas de tensiones:



Podemos notar que los puntos 1 y 2 son los más solicitados ya que allí, tanto las tensiones debido a My como las debido a Mz, presentan sus valores máximos y de igual signo.

⬇

Dimensionamos en base al punto 1

Calculamos las tensiones del punto 1:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{M_y} &= \frac{M_y \cdot z}{J_y} = \frac{M_y}{W_y} \\ \sigma_{M_z} &= \frac{M_z \cdot y}{J_z} = \frac{M_z}{W_z} \end{aligned}\right\} \sigma_1 = \frac{M_y \cdot z_1}{J_y} - \frac{M_z \cdot y_1}{J_z} = \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z}$$

¡Observación!

Las variables involucradas en esta ecuación van siempre acompañadas con su signo ➡

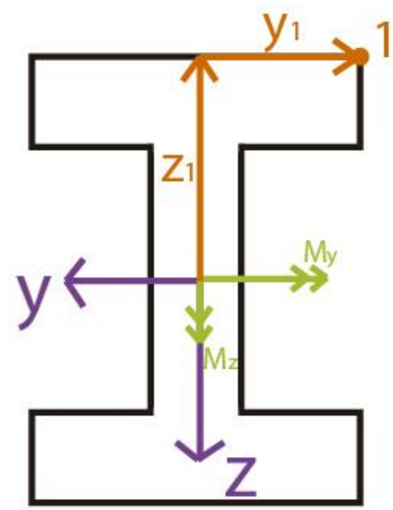
En este caso:

M_y $-$

z_1 $-$

M_z $+$

y_1 $-$



Para cumplir el criterio de resistencia: $$\sigma_1 = \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z} \leq \sigma_{adm}$$

Como $W_y \gg W_z \Rightarrow \frac{M_y}{W_y} \ll \frac{M_z}{W_z}$ ➡ $\frac{M_y}{W_y}$ es mucho menor que $\frac{M_z}{W_z}$ en la ecuación, y para un iteración inicial lo despreciamos

Buscamos qué W_z cumple con la ecuación: $$\frac{5\ kN\ m}{W_z} \leq 24\ \frac{kN}{cm^2}$$

$$\frac{5\ kN\ m}{24\ \frac{kN}{cm^2}} \cdot \frac{100\ cm}{1\ m} \leq W_z$$

$$20{,}83\ cm^3 \leq W_z$$

El menor IPN que cumple con $W_z \geq 20{,}83\ cm^3$ es:

$$IPN200 \Rightarrow \begin{cases} W_z = S_z = 26\ cm^3 \\ W_y = S_y = 214\ cm^3 \end{cases}$$

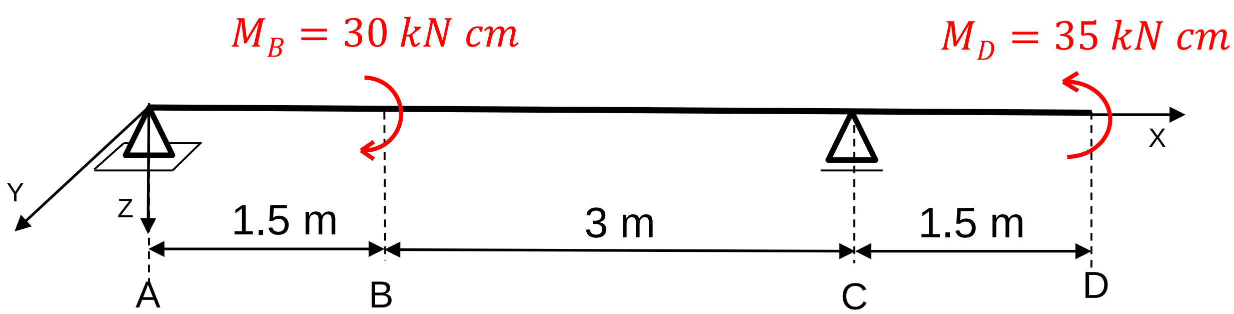
Verifico que este perfil cumpla con la ecuación completa:

$$\sigma_1 = \frac{8{,}66\ kN\ m}{214\ cm^3} \cdot \frac{100\ cm}{1\ m} + \frac{5\ kN\ m}{26\ cm^3} \cdot \frac{100\ cm}{1\ m} = 23{,}28\ \frac{kN}{cm^2} < \sigma_{adm}$$

Respuesta:

$$\boxed{\text{IPN 200}}$$

Ejercicio 2: Dimensionar la sección mas comprometida a flexión adoptando un perfil T normalizado (Perfiles STAHL)



Resolveremos el ejercicio para dos materiales

Material A:

$$\sigma c_{Adm} = \sigma t_{Adm} = 16\,\frac{kN}{cm^2}$$

Material B:

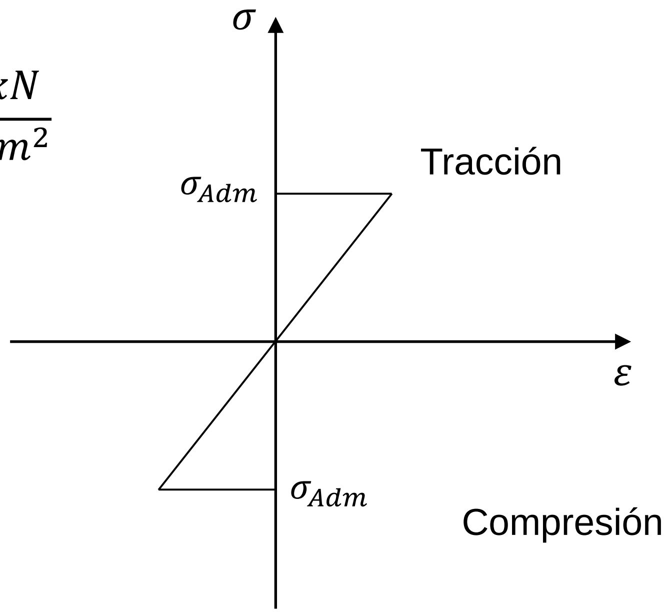
$$\sigma c_{Adm} = 16\,\frac{kN}{cm^2} \qquad \sigma t_{Adm} = 7\,\frac{kN}{cm^2}$$

Flexión

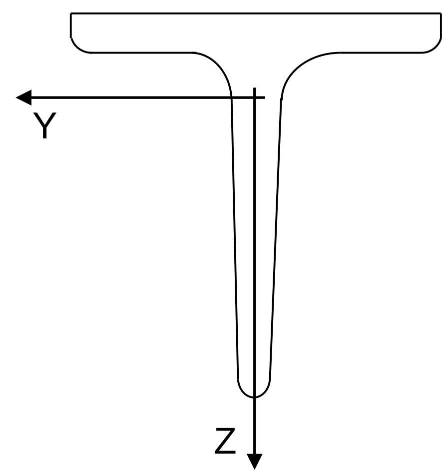
- **Simple** → N=0 — Eje Neutro baricéntrico y conjugado de inercia de la línea de fuerza (perpendicular la momento)
- **Recta** → Momento contenido en un eje principal de inercia

Material A:

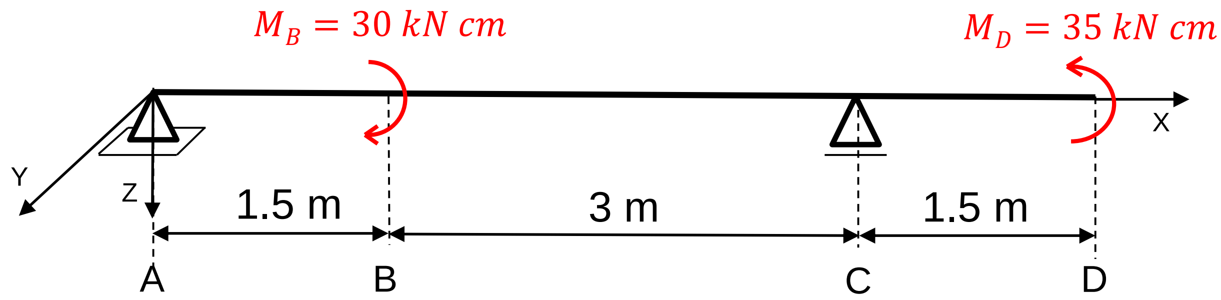
$$\sigma_{Adm} = 16\frac{kN}{cm^2}$$

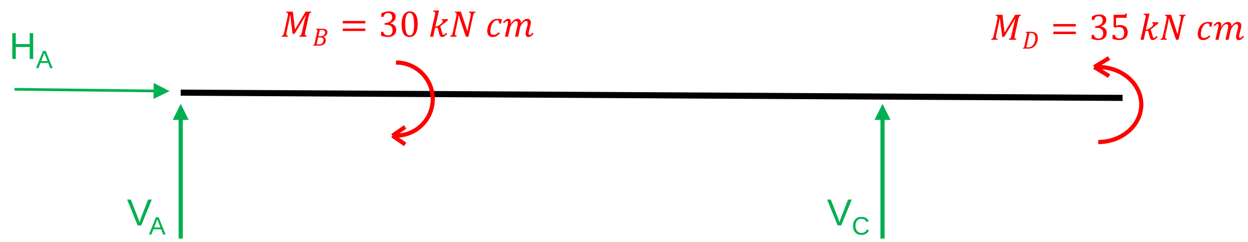


Sección T: ¿Posición más conveniente?



Ec. de equilibrio:



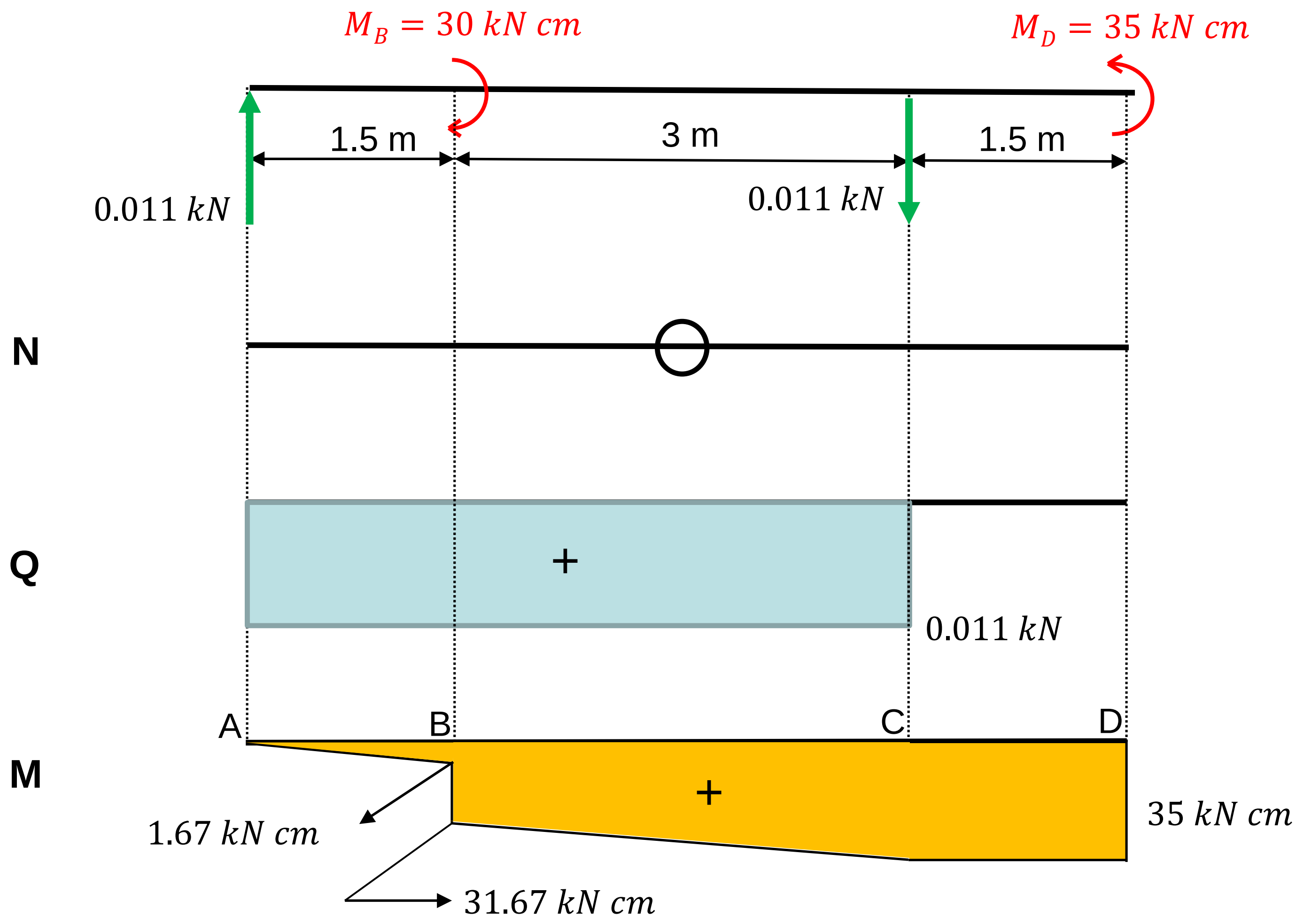


$$\sum M_Y^A = 0 = 35\ kN\ cm + V_C \cdot 450\ cm - 30\ kN\ cm \longrightarrow V_C = -0.011\ kN$$

$$\sum F_Y = 0 = V_A + V_C \longrightarrow V_A = 0.011\ kN$$

$$\sum F_X = 0 \longrightarrow H_A = 0$$

Diagramas de Características

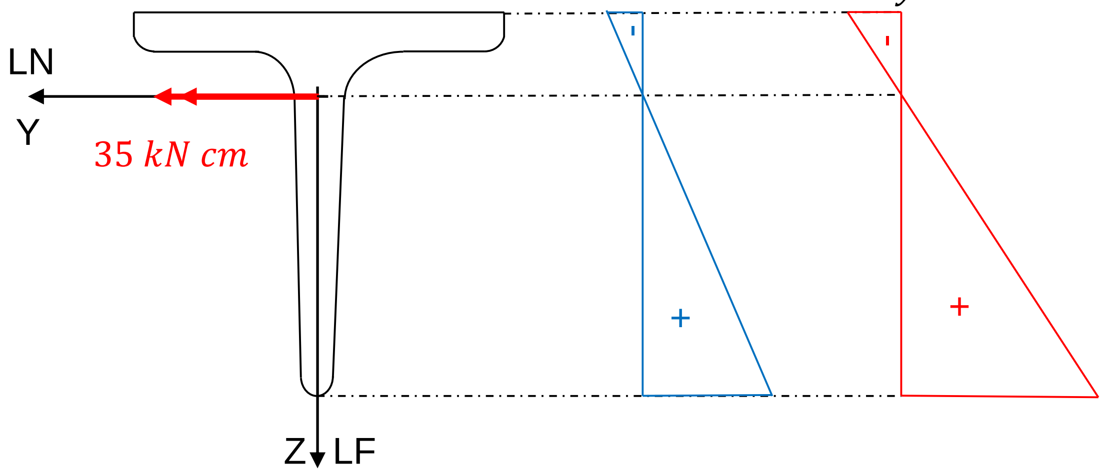


Sección más solicitada

La sección mas solicitada es se encuentra en el tramo C-D con un momento de $35\ kN\ cm$

ε

$$\sigma_x = \frac{M_y \cdot z}{J_y}$$



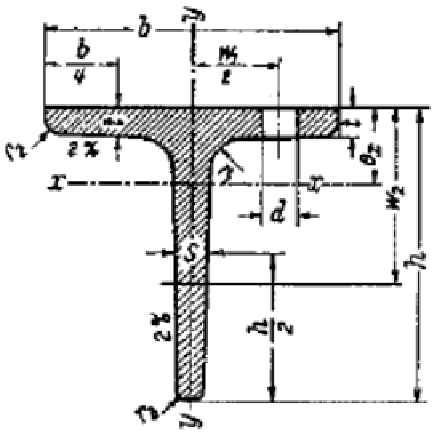
<u>Módulo resistente de la sección</u>

$$W_y = \frac{J_y}{z}$$ Tabulado

Dimensionamos para que la tensión en el punto mas solicitado de la sección sea σ_{Adm}

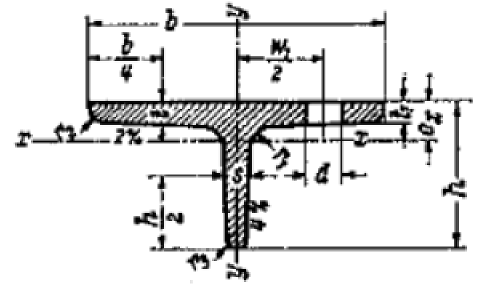
$$\sigma_{Adm} = \frac{M_y}{W_y} \longrightarrow 16\ \frac{kN}{cm^2} = \frac{35\ kN\ cm}{W} \longrightarrow W \geq \frac{35\ kN\ cm}{16\ \frac{kN}{cm^2}} = 2.19\ cm^3$$

Tabla de perfiles laminados (STAHL)



F = Sección
G = Peso
U = Superficie exterior por m de pieza
J = Momento de inercia } referido al eje correspondiente de flexión
W = Momento resistente } referido al eje correspondiente de flexión
$i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ = Radio de giro } referido al eje correspondiente de flexión

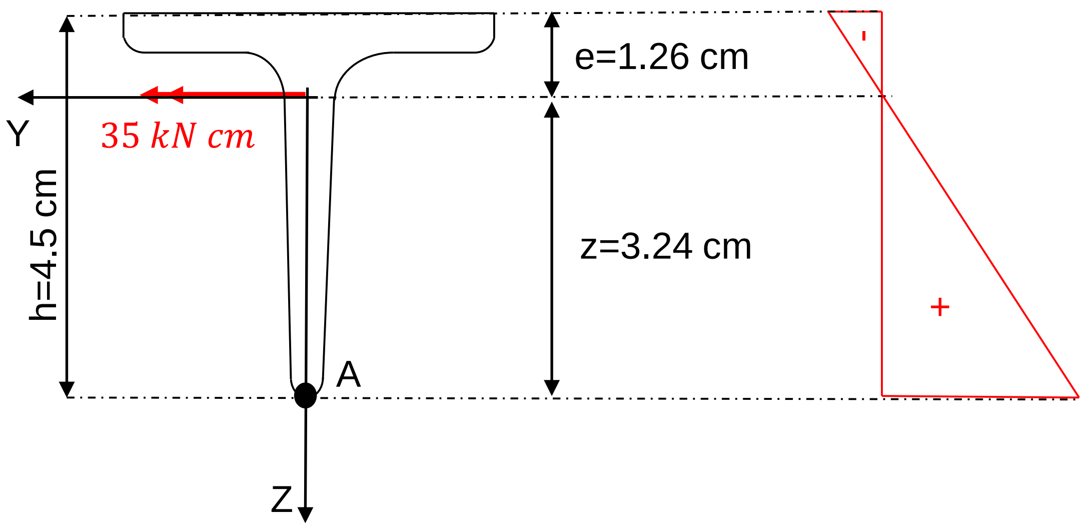
Valores estáticos de 2 TB en función de la distancia de los ejes, *ver 3.3.1.1.*
Tablas de dimensionado para TB :
a tracción *ver 5.2.6.*; a pandeo *ver 5.3.9.1.*
Material: Preferentemente clases de acero según DIN 17 100



Abre-via-tura	Dimensiones en mm					F	G	U	e_x	Para el eje de flexión						Agujeros en las alas según DIN 997 [1]		
										$x-x$			$y-y$					
	h	b	$s=t$ $=r_1$	r_2	r_3	cm²	kg/m	m²/m	cm	J_x cm⁴	W_x cm³	i_x cm	J_y cm⁴	W_y cm³	$i_y=i_1$ cm	d mm	w_1 mm	w_2 mm
T	Perfiles T de alma alargada y canto redondo																	
45	45	45	5,5	3	1,5	4,67	3,67	0,171	1,26	8,13	2,51	1,32	4,01	1,78	0,93	6,4	24	25

Adoptamos el perfil T 45

Verificación (tensiones admisibles)



T 45

$$J_y = 8.13\ cm^4$$

$$W_y = 2.51\ cm^3$$

Verificar la fibra más solicitada "A" (tracción)

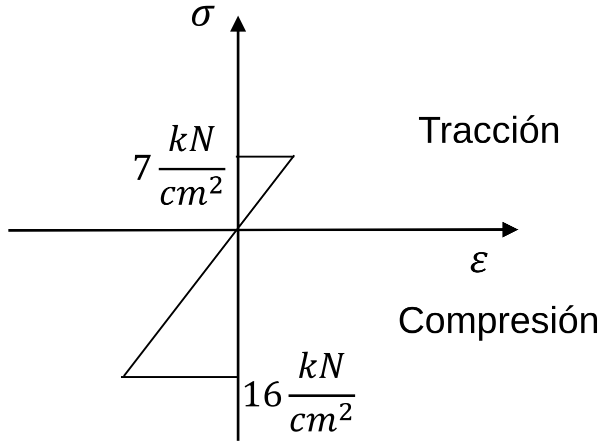
$$\sigma_x = \frac{M_y \cdot z}{J_y} = \frac{35\ kN\ cm \cdot 3.24\ cm}{8.13\ cm^4} = 13.95\,\frac{kN}{cm^2} < \sigma_{Adm}$$

Verifica

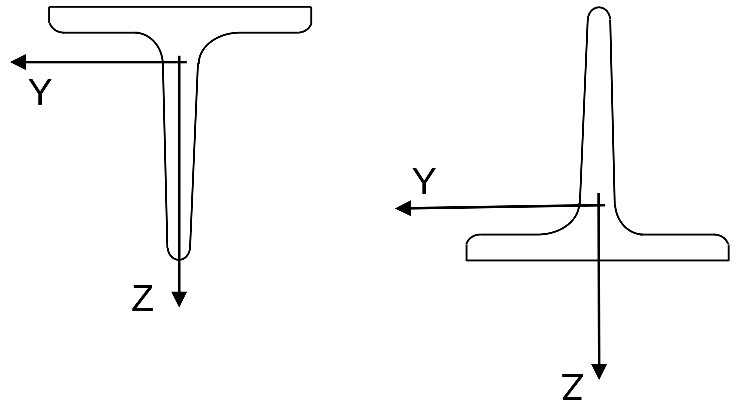
Material B:

$$\sigma t_{Adm} = 7\,\frac{kN}{cm^2}$$

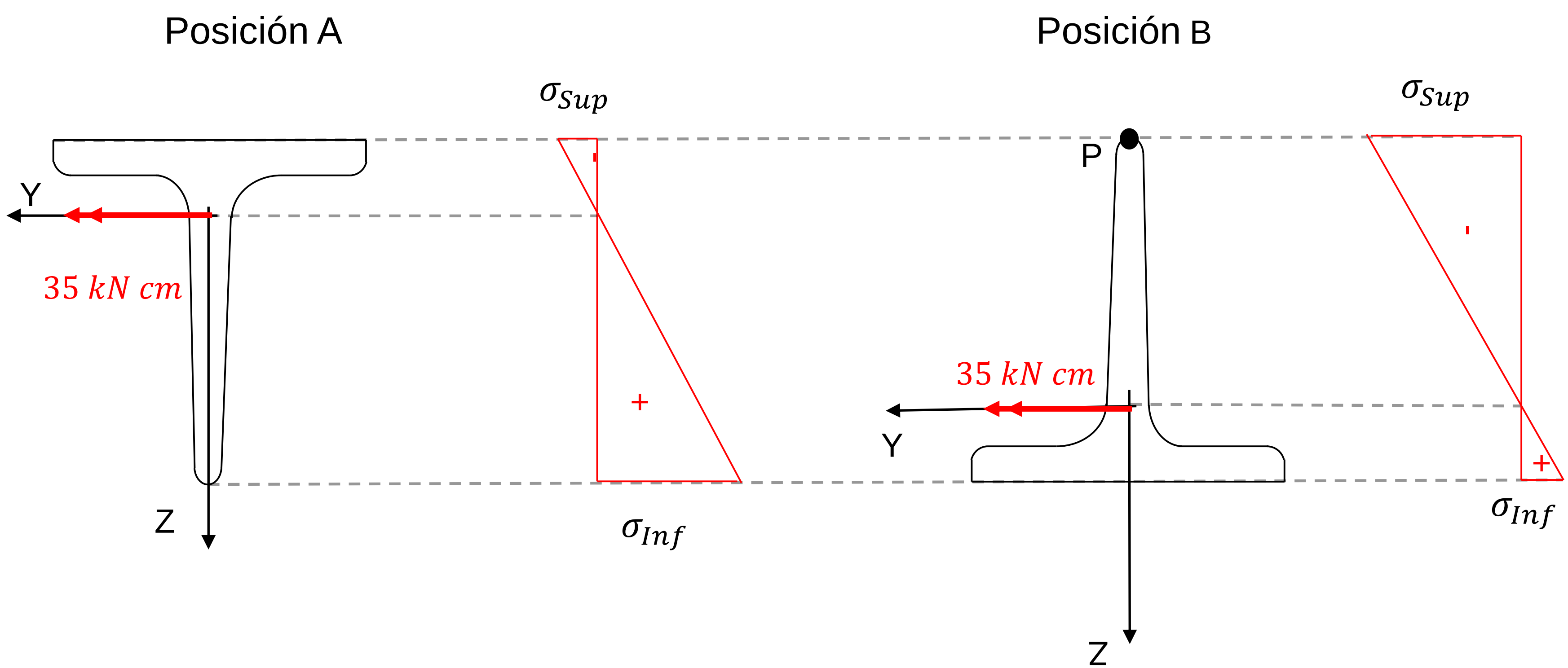
$$\sigma c_{Adm} = 16\,\frac{kN}{cm^2}$$



Sección T: ¿Posición más conveniente?

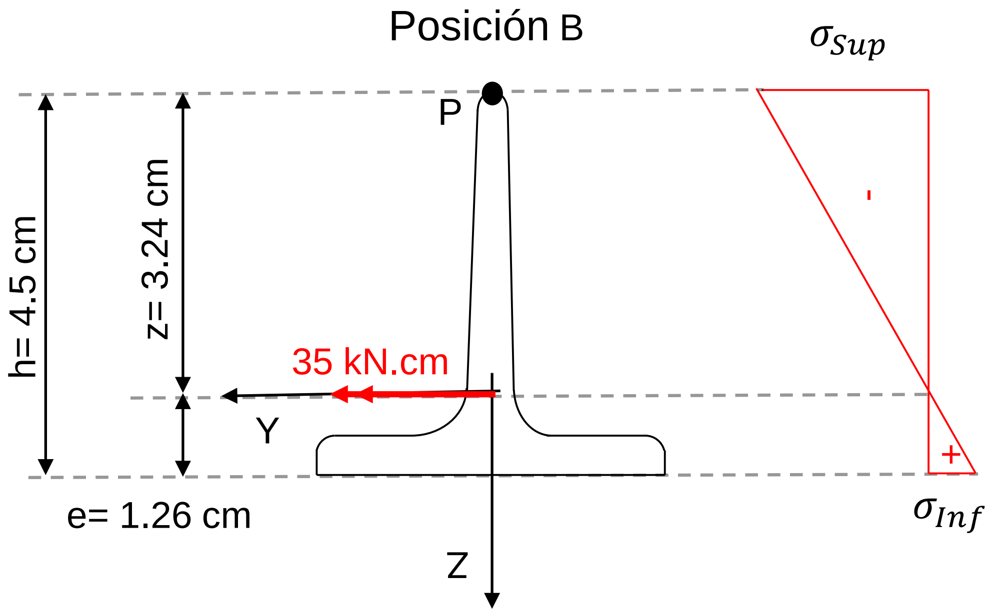


Solicitaciones:



Por tener un material con mayor resistencia a compresión que a tracción, optamos por la posición "B" donde la fibra más solicitada (en "P") esta comprimida.

Verificaciones:



<u>T 45</u>

$$J_y = 8.13\ cm^4$$

$$W_y = 2.51\ cm^3$$

Para la σ_{Sup} (comprimida) tenemos:

$$\sigma_{Sup} = \frac{M_y \cdot z}{J_y} = \frac{35\ kN\ cm \cdot 3.24\ cm}{8.13\ cm^4} = 13.95\,\frac{kN}{cm^2} < \sigma c_{Adm} = 16\,\frac{kN}{cm^2}$$ Verifica

Para la σ_{Sup} (traccionada) tenemos:

$$\sigma_{Inf} = \frac{M_y \cdot e}{J_y} = \frac{35\ kN\ cm \cdot 1.26\ cm}{8.13\ cm^4} = 5.42\,\frac{kN}{cm^2} < \sigma_{tAdm} = 7\,\frac{kN}{cm^2}$$ Verifica