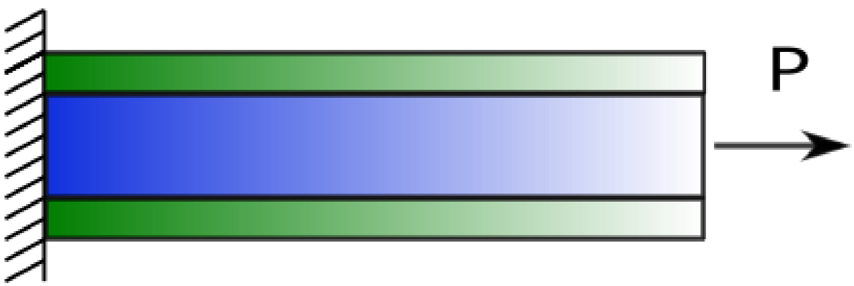
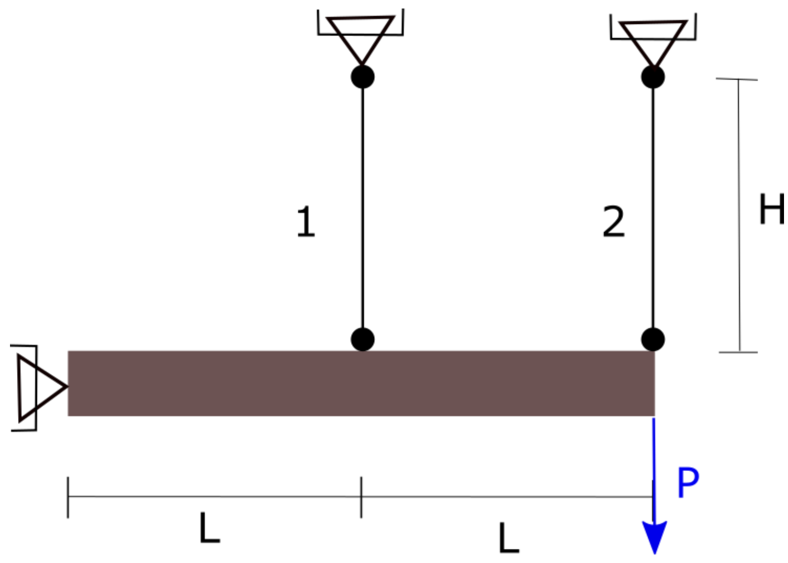
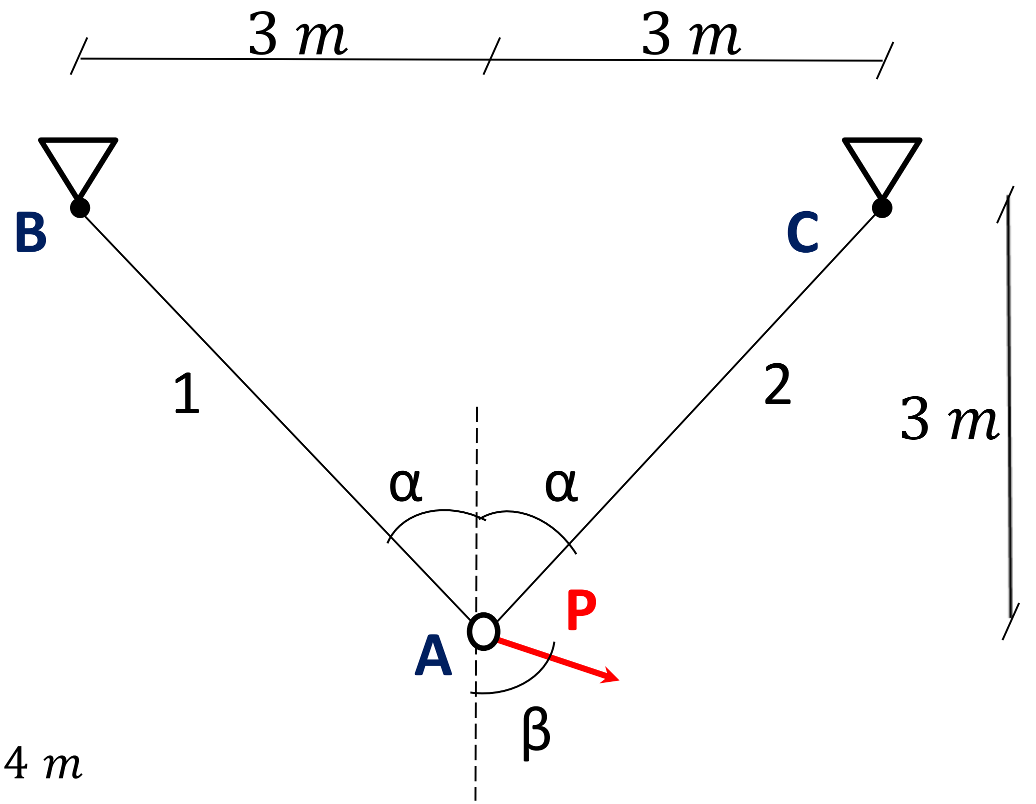
Solicitación Axil en Régimen Elástico





Araceli Estévez – Manuela Medina – Constanza Ruffinelli – Tania Poletilo

Ejercicio 1: a) Calcular los esfuerzos axiles de cada barra
b) Corrimiento total del punto A



Datos:

$$P = 100\ kN$$

$$\alpha = 45°$$

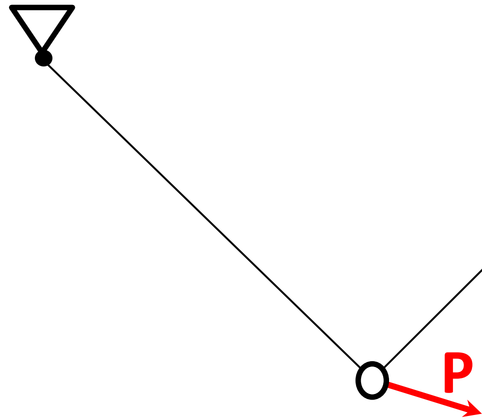
$$\beta = 60°$$

$$A_1 = A_2 = 5.10^{-4}\ m^2$$

$$E_1 = E_2 = 200.10^6\ \frac{kN}{m^2}$$

$$L_1 = L_2 = \sqrt{(3m)^2 + (3m)^2} = 4{,}24\ m$$

a) Calcular los esfuerzos normales de cada barra



¿Qué tipo de sistema es?

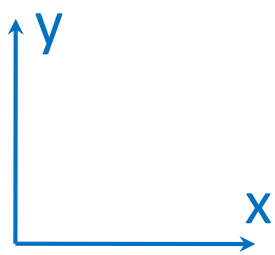
$$\left.\begin{array}{c} n + 2 = 2 + 2 = 4 \\ n_v = 4 \end{array}\right\}$$

Grado de hiperestaticidad = 0

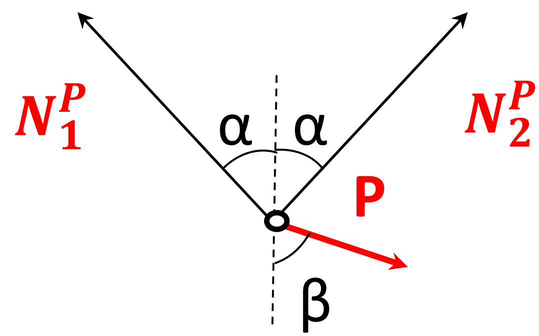
Por lo tanto, las **ecuaciones de equilibrio** son suficientes para resolver el sistema.

- Resolvemos el sistema isostático,

Terna



DCL



- <u>Ecuaciones de equilibrio</u>

$$\sum F_x = -N_1^P \cdot \sin\alpha + P \cdot \sin\beta + N_2^P \cdot \sin\alpha = 0 \longrightarrow N_2^P = N_1^P - 122{,}5\ kN \qquad (1)$$

$$\sum F_y = N_1^P \cdot \cos\alpha - P \cdot \cos\beta + N_2^P \cdot \cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

(1) en (2)
y despejamos $\longrightarrow$

$$N_1^P = 96{,}6\ kN$$

$$N_2^P = -25{,}9\ kN$$

b) Corrimiento total del punto A

- Vamos a calcularlo utilizando el **Teorema de los Trabajos Virtuales**

$$\boxed{\eta_A \cdot (+1) = \int N^{SE} \cdot \varepsilon^{DV}\, dx = \sum_{i}^{n} \frac{N_{ise} \cdot N_{idv} \cdot L_i}{E_i \cdot A_i}}$$

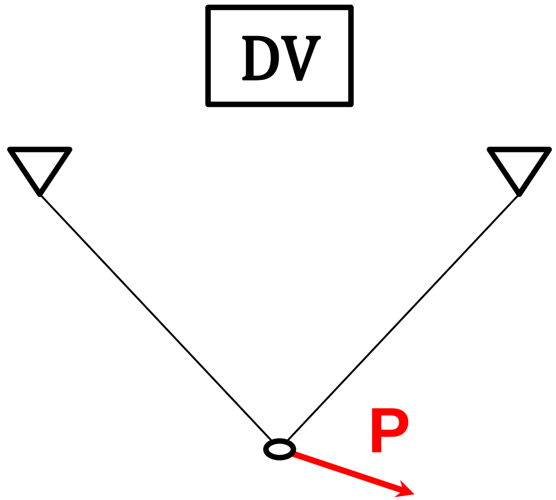
Siendo i = n° de barra

¿Qué necesitamos para usar TTV?

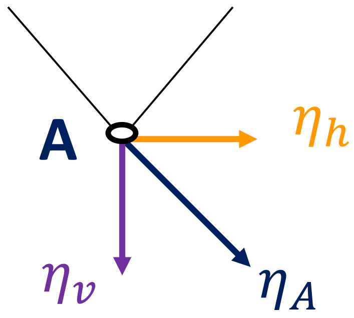
→ Deformación virtual (DV) – Sistema al que le quiero calcular un desplazamiento

→ Sistema equilibrado (SE) – Sistema que yo genero de forma conveniente

- Como le quiero calcular el desplazamiento a nuestra estructura, la **deformación virtual** será la estructura **isostática** original



- Calcularemos el corrimiento de A **descomponiendo** en dos direcciones



$$\eta_v = desp.\,vertical\ de\ A$$
$$\eta_h = desp.\,horizontal\ de\ A$$

De esta manera

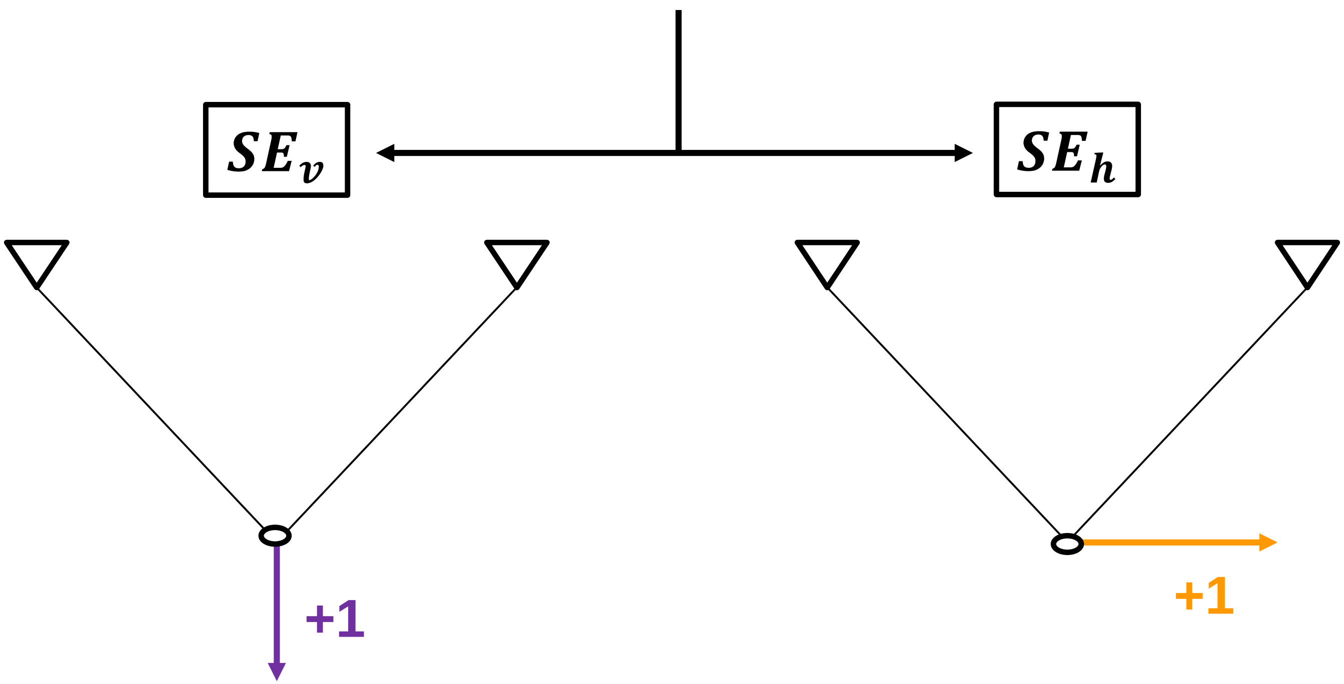
$$\eta_A = \sqrt{(\eta_v)^2 + (\eta_h)^2}$$

- Planteamos un **sistema equilibrado para cada corrimiento**

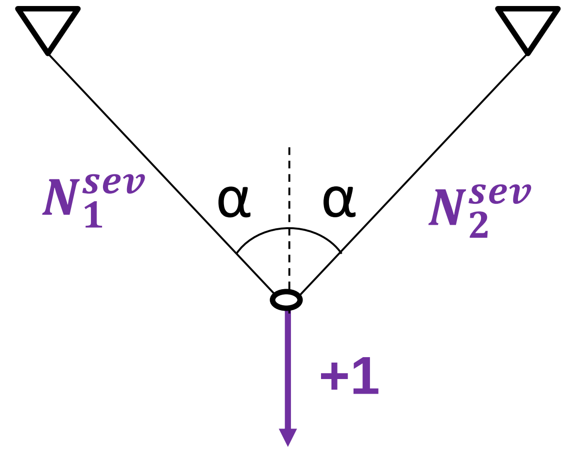
Fuerza unitaria positiva en:

- El punto al cual le quiero calcular el desplazamiento

- En la dirección que quiero calcular el desplazamiento



Equilibrio de SE_v



N_{isev} = Normal de barra i debida a carga unitaria en dirección vertical

- Ecuaciones de equilibrio

$$\sum F_x = -N_1^{sev} \cdot \sin\alpha + N_2^{sev} \cdot \sin\alpha = 0 \longrightarrow N_2^{sev} = N_1^{sev} \qquad (1)$$

Normales iguales por **simetría**

$$\sum F_y = N_1^{sev} \cdot \cos\alpha - 1 + N_2^{sev} \cdot \cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

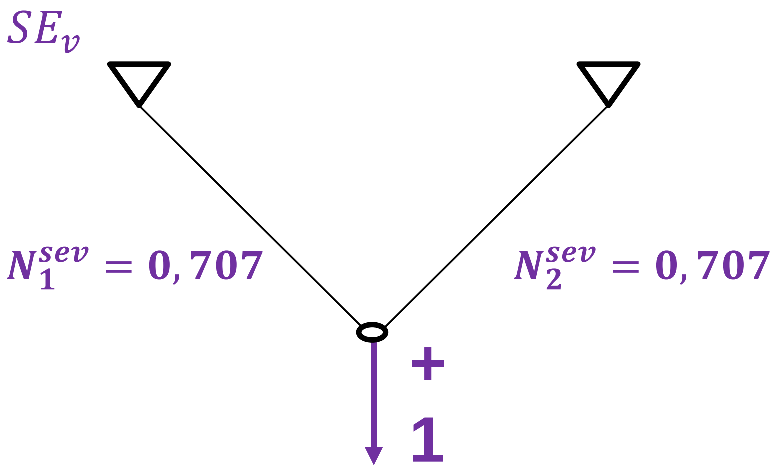
(1) en (2)
y despejamos $\longrightarrow$

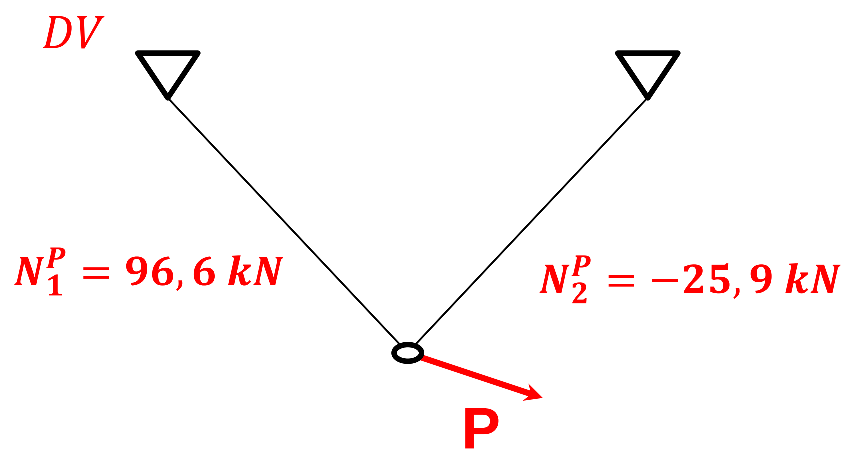
$$N_1^{sev} = 0{,}707$$

$$N_2^{sev} = 0{,}707$$

- **Desplazamiento** η_v

Con los valores de las normales calculados en el **inciso a)**, y con las normales de los sistemas SE y DV calculadas previamente, **calculamos el desplazamiento** η_v





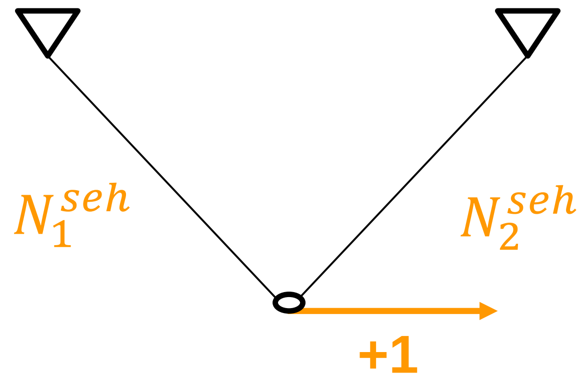
$$\eta_v = \frac{N_1^{sev} \cdot N_1^P \cdot L_1}{E_1 \cdot A_1} + \frac{N_2^{sev} \cdot N_2^P \cdot L_2}{E_2 \cdot A_2}$$

$$\eta_v = \frac{(0{,}707) \cdot (96{,}6\ kN) \cdot 4{,}24\ m}{200 \cdot 10^6\ \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ m^2} + \frac{(0{,}707) \cdot (-25{,}9\ kN) \cdot 4{,}24\ m}{200 \cdot 10^6\ \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ m^2}$$

$$\eta_v = 2{,}12 \cdot 10^{-3}\ m = 2{,}12\ \mathrm{mm}$$

Equilibrio de SE_h

N_{iseh} = Normal de barra i debida a carga unitaria en dirección horizontal



- <u>Ecuaciones de equilibrio</u>

$$\sum F_x = -N_1^{seh} \cdot \sin\alpha + 1 + N_2^{seh} \cdot \sin\alpha = 0 \longrightarrow N_2^{seh} = N_1^{seh} - 1{,}41 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = N_1^{seh} \cdot \cos\alpha + N_2^{seh} \cdot \cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

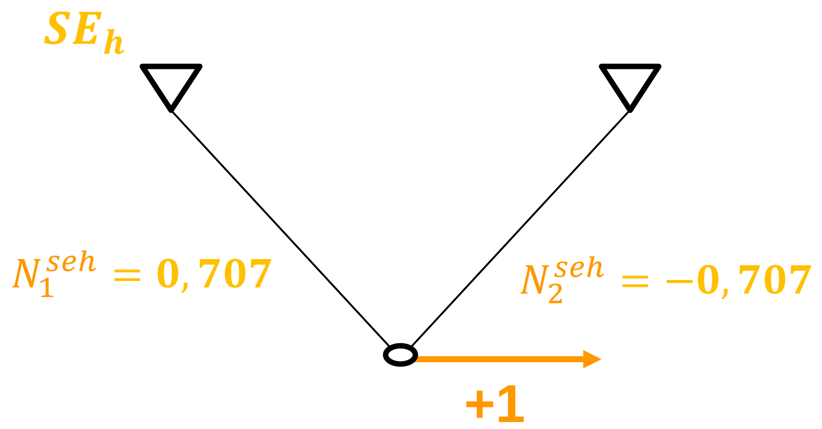
(1) en (2)
y despejamos $\longrightarrow$

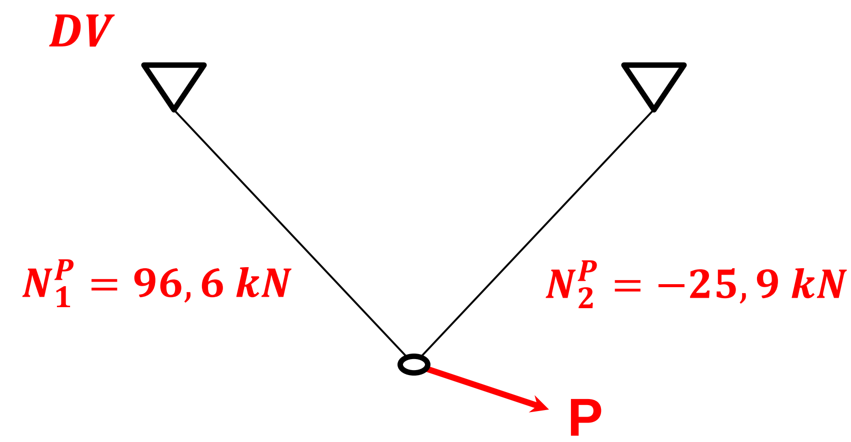
$$N_1^{seh} = 0{,}707$$

$$N_2^{seh} = -0{,}707$$

- **Desplazamiento** η_h

Con los valores de las normales calculados en el **inciso a)**, y con las normales de los sistemas SE calculadas previamente, **calculamos el desplazamientos** η_h





$$\eta_h = \frac{N_1^{seh} \cdot N_1^P \cdot L_1}{E_1 \cdot A_1} + \frac{N_2^{seh} \cdot N_2^P \cdot L_2}{E_2 \cdot A_2}$$

$$\eta_h = \frac{(0{,}707) \cdot (96{,}6\ kN) \cdot 4{,}24\ m}{200 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ m^2} + \frac{(-0{,}707) \cdot (-25{,}9\ kN) \cdot 4{,}24\ m}{200 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ m^2}$$

$$\eta_h = 3{,}67 \cdot 10^{-3} m = 3{,}67\ mm$$

- Resulta entonces,

$$\eta_A = \sqrt{(\eta_v)^2 + (\eta_h)^2}$$

$$\eta_A = \sqrt{(2{,}12 \cdot mm)^2 + (3{,}67 \cdot mm)^2}$$

Corrimiento total del punto A

$$\boxed{\eta_A = 4{,}24 \cdot mm}$$

Método de las Incógnitas Estáticas
Teorema de los Trabajos Virtuales

Ejercicio 2: Calcular los esfuerzos normales de cada barra

Datos:

$P = 100\ kN$

$\alpha = 45°$

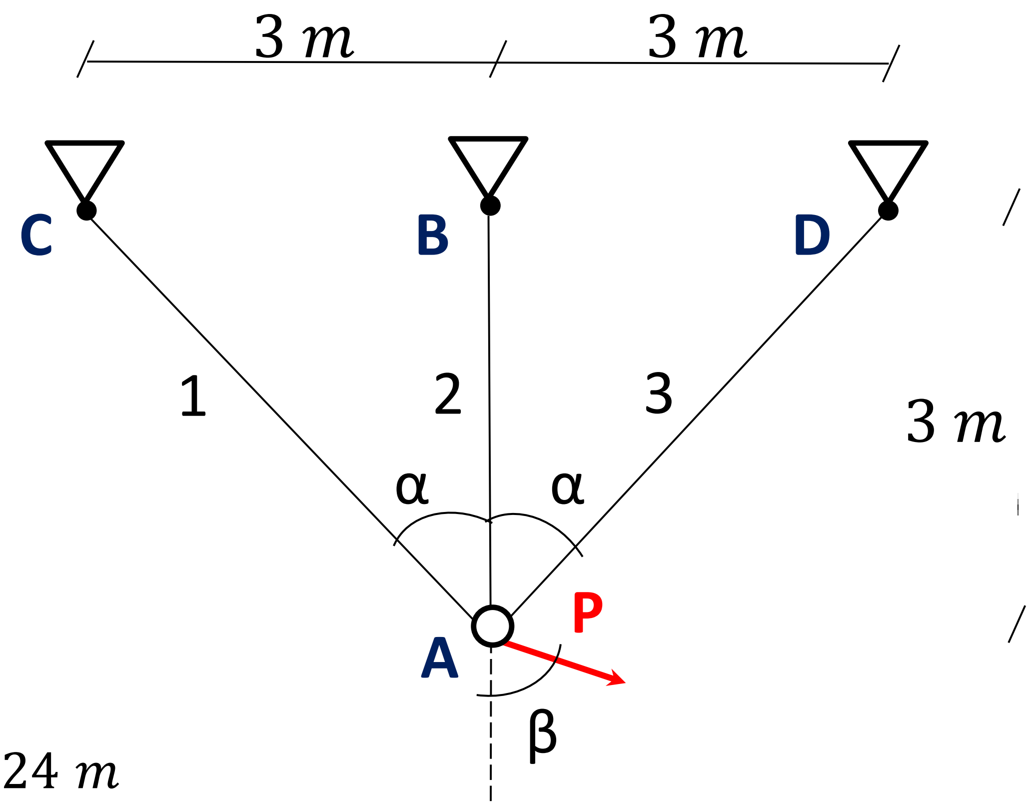
$\beta = 60°$

$A_1 = A_2 = A_3 = 5.10^{-4}\ m^2$

$E_1 = E_2 = E_3 = 200.10^6\ \frac{kN}{m^2}$

$L_2 = 3\ m$

$L_1 = L_3 = \sqrt{(3m)^2 + (3m)^2} = 4{,}24\ m$



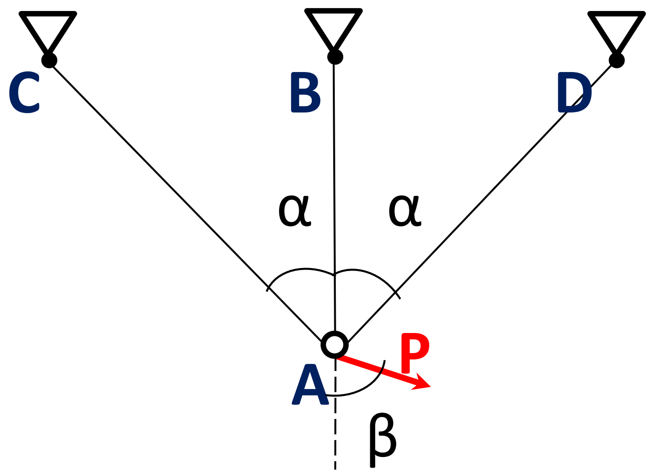
¿Qué tipo de sistema es?

$$\left.\begin{array}{r} n + 2 = 3 + 2 = 5 \\ n_v = 6 \end{array}\right\} \text{Grado de hiperestaticidad} = 1 \longrightarrow \text{Sistema Hiperestático}$$

- Por lo tanto, las ecuaciones de equilibrio no van a ser suficientes
- Usaremos **compatibilidad de desplazamientos** como ecuación adicional

¿Qué condición de desplazamiento conocemos?

Los puntos de apoyos fijos tienen desplazamiento = 0



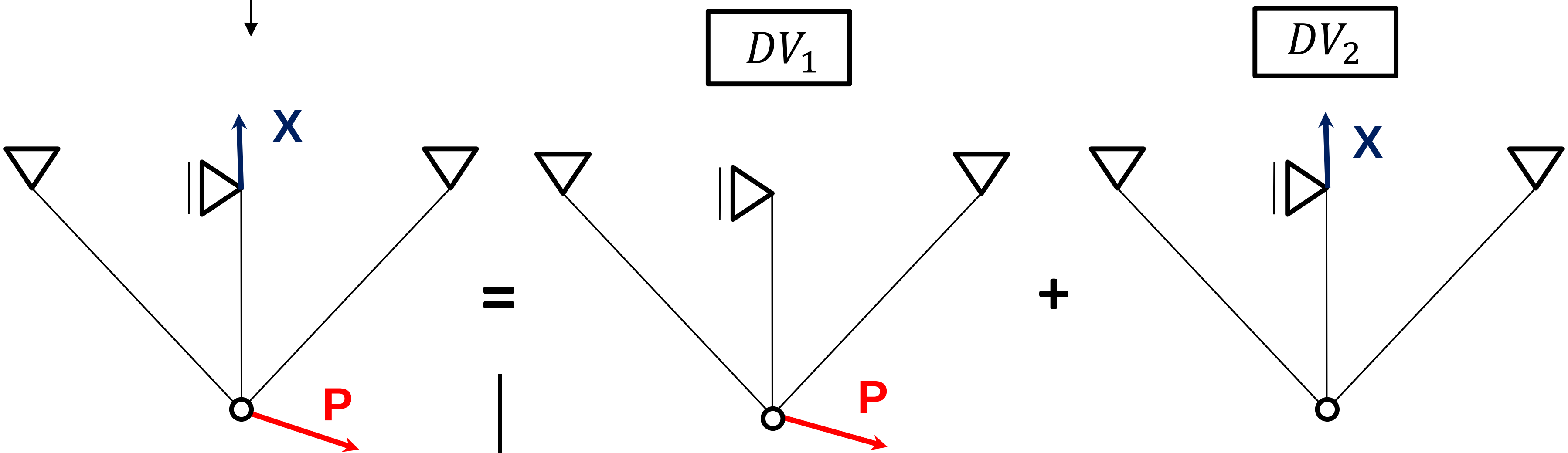
Elegimos el punto B

$$\boxed{\eta_B = 0}$$

Ecuación de compatibilidad adoptada

- Utilizamos el **Método de las incógnitas estáticas**

Liberamos un vinculo



X = incógnita estática

Por superposición de efectos

$$\eta_B^H = \eta_B^P + \eta_B^x$$

$$\eta_B^P = desp. de\ B\ por\ causa\ P$$
$$\eta_B^x = desp. de\ B\ por\ causa\ X$$

- Para calcular el desplazamiento del punto B utilizaremos el **Teorema de los Trabajos Virtuales**

$$\boxed{\eta_B(+1) = \int N^{SE} \cdot \varepsilon^{DV}\, dx = \sum_{i}^{n} \frac{N_{ise} \cdot N_{idv} \cdot L_i}{E_i \cdot A_i}}$$

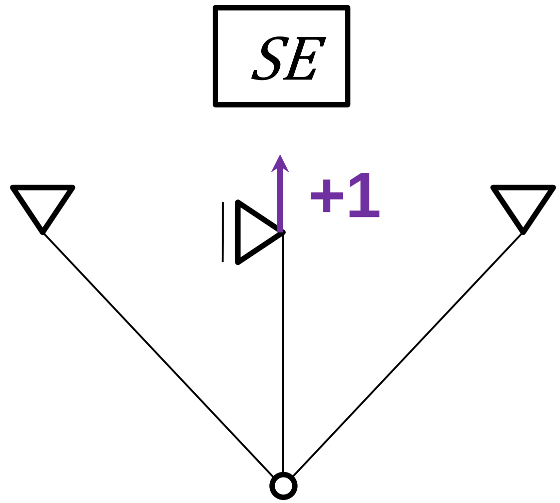
Siendo i = n° de barra

¿Qué necesitamos para usar TTV?

→ Deformación virtual (DV) – Sistema al que le quiero calcular un desplazamiento

→ Sistema equilibrado (SE) – Sistema que yo genero de forma conveniente

- **Planteamos el sistema equilibrado** → Aplicamos una fuerza unitaria en el punto elegido



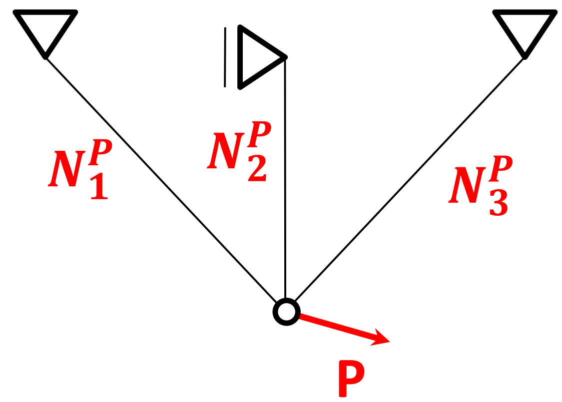
- Para el cálculo por TTV, necesitaremos los **valores de las normales** correspondientes a cada sistema (DV_1, DV_2, SE)

- Al ser sistemas isostáticos, las ecuaciones de equilibrio son suficientes para despejar las incógnitas

Equilibro de DV_1

N_{ip} = Normal de barra i debida a carga P

¡Observación! $N_2^P = 0$
La barra 2 no posee un vínculo que pueda equilibrar esfuerzo axil



- Ecuaciones de equilibrio

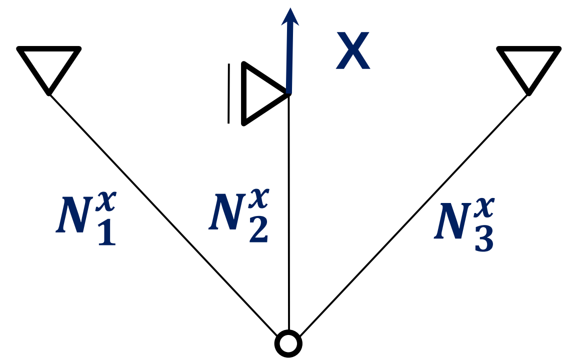
$$\sum F_x = -N_1^P \cdot \sin\alpha + P \cdot \sin\beta + N_3^P \cdot \sin\alpha = 0 \longrightarrow N_3^P = N_1^P - 122{,}5\ \text{kN} \quad (1)$$

$$\sum F_y = N_1^P \cdot \cos\alpha - P \cdot \cos\beta + N_3^P \cdot \cos\alpha = 0 \quad (2)$$

(1) en (2)
y despejamos $\longrightarrow$

$$N_1^P = 96{,}6\ kN$$
$$N_2^P = 0$$
$$N_3^P = -25{,}9\ kN$$

Equilibro de DV_2



N_{ix} = Normal de barra i debida a carga X

¡Observación!
$N_2^x = \mathrm{X}$

- Ecuaciones de equilibrio

$$\sum F_x = -\boldsymbol{N_1^x} \cdot \sin\alpha + \boldsymbol{N_3^x} \cdot \sin\alpha = 0 \longrightarrow \boldsymbol{N_3^x} = \boldsymbol{N_1^x} \quad (1)$$

⟶ Normales iguales por **simetría**

$$\sum F_y = \boldsymbol{N_1^x} \cdot \cos\alpha + X + \boldsymbol{N_3^x} \cdot \cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

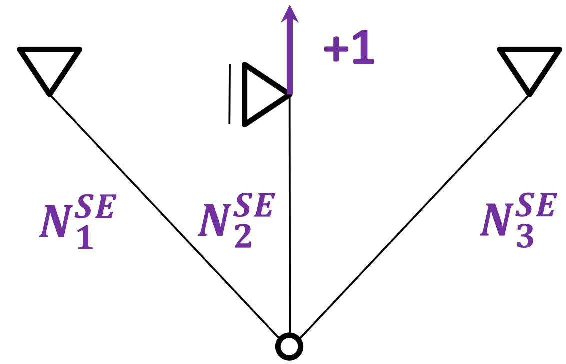
(1) en (2)
y despejamos ⟶

$$\boldsymbol{N_1^x} = -0{,}707X$$

$$\boldsymbol{N_2^x} = X$$

$$\boldsymbol{N_3^x} = -0{,}707X$$

Equilibro de SE



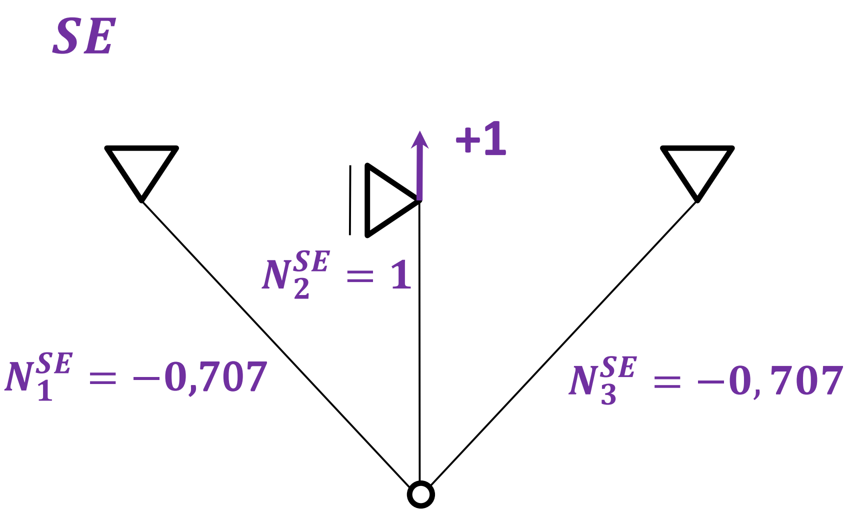
N_{ise} = Normal de barra i debida a carga unitaria

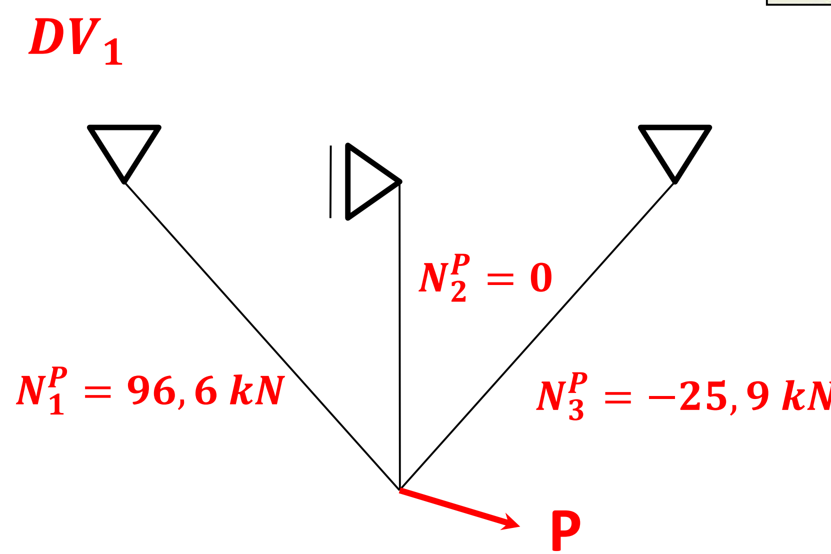
- El procedimiento es similar al caso anterior, resultando:

$$N_1^{SE} = -0{,}707$$
$$N_2^{SE} = 1$$
$$N_3^{SE} = -0{,}707$$

- Con los datos obtenidos, calculamos el **desplazamiento de B debido a P y a X usando TTV**

- ## Desplazamiento debido a P



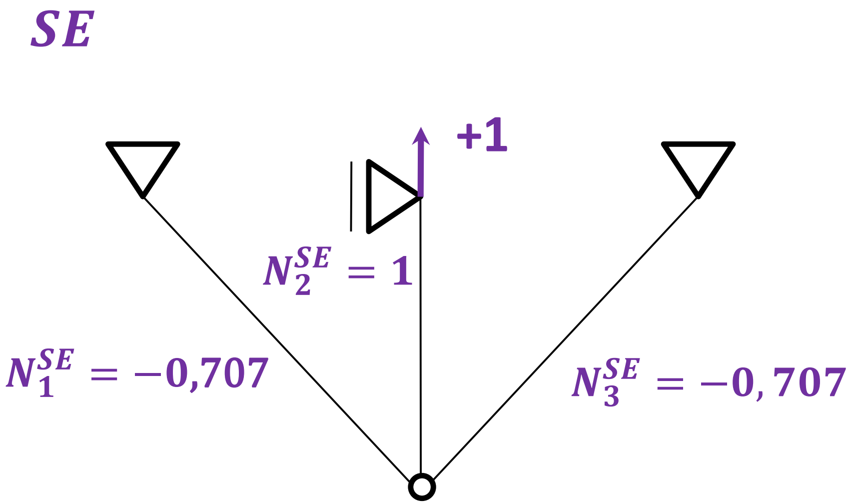


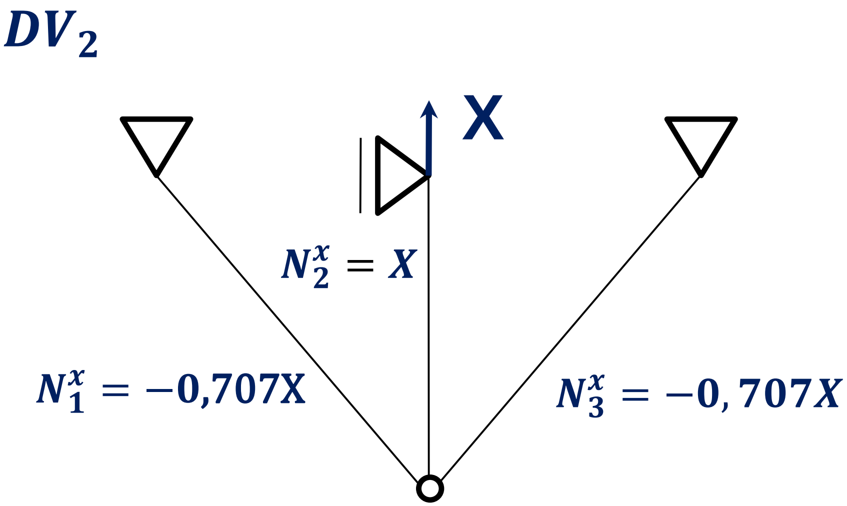
$$\eta_p = \frac{N_1^{SE} \cdot N_1^P \cdot L_1}{E_1 \cdot A_1} + \frac{N_2^{SE} \cdot N_2^P \cdot L_2}{E_2 \cdot A_2} + \frac{N_3^{SE} \cdot N_3^P \cdot L_3}{E_3 \cdot A_3}$$

$$= \frac{(-0,707) \cdot (96,6kN) \cdot 4{,}24m}{200 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} m^2} + \frac{(1) \cdot (0) \cdot 3m}{200 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} m^2} + \frac{(-0,707) \cdot (-25,9kN) \cdot 4{,}24m}{200 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} m^2}$$

$$\boxed{\eta_p = -2,12 \cdot 10^{-3} m}$$

- ## Desplazamiento debido a X





$$\eta_x = \frac{N_1^{SE} \cdot N_1^{x} \cdot L_1}{E_1 \cdot A_1} + \frac{N_2^{SE} \cdot N_2^{x} \cdot L_2}{E_2 \cdot A_2} + \frac{N_3^{SE} \cdot N_3^{x} \cdot L_3}{E_3 \cdot A_3}$$

$$= \frac{(-0{,}707) \cdot (-0{,}707X) \cdot 4{,}24m}{200 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} m^2} + \frac{(1) \cdot (X) \cdot 3m}{200 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} m^2} + \frac{(-0{,}707) \cdot (-0{,}707X) \cdot 4{,}24m}{200 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} m^2}$$

$$\boxed{\eta_x = 7{,}24 \cdot 10^{-5} X \frac{m}{kN}}$$

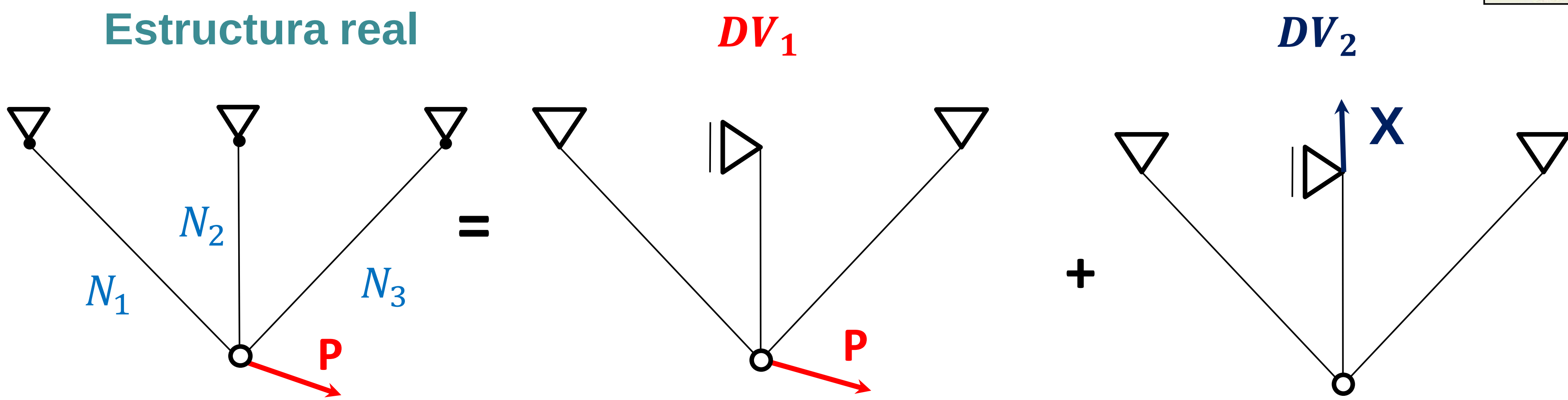
- Por compatibilidad,

$$\eta_B = 0 \longrightarrow \eta_p + \eta_x = 0$$

$$-2{,}12 \cdot 10^{-3} m + 7{,}24 \cdot 10^{-5} \mathrm{X} \frac{m}{kN} = 0$$

$$\boxed{\mathrm{X} = 29{,}3\ kN}$$

- Por **superposición de efectos**, las **normales en el hiperestático** resultan ser la suma de las normales en los isostáticos $DV_1\ y\ DV_2$



$$N_1^P = 96{,}6\ kN$$
$$N_2^P = 0$$
$$N_3^P = -25{,}9\ kN$$

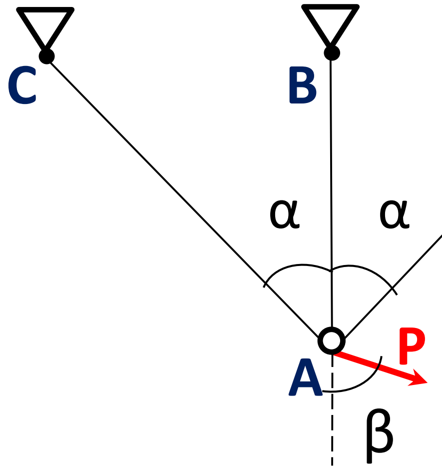
$$N_1^x = -0{,}707\,X$$
$$N_2^x = X$$
$$N_3^x = -0{,}707\ X$$

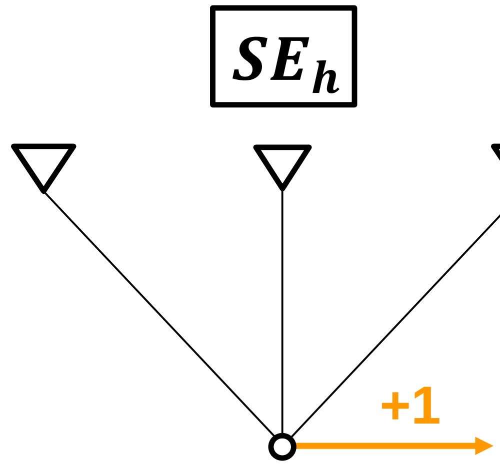
$$N_1 = N_1^P + N_1^x = 96{,}6\ kN - 0{,}707 \cdot 29{,}3\ kN = 75{,}9\ \mathrm{kN}$$

$$N_2 = N_2^P + N_2^x = 0 + 29{,}3\ kN = 29{,}3\ kN$$

$$N_3 = N_3^P + N_3^x = -25{,}9\ kN - 0{,}707 \cdot 29{,}3\ kN = -46{,}6\ \mathrm{kN}$$

- Resuelto el hiperestático, si quiero calcular el **desplazamiento horizontal** del punto A, como proponen hacer?





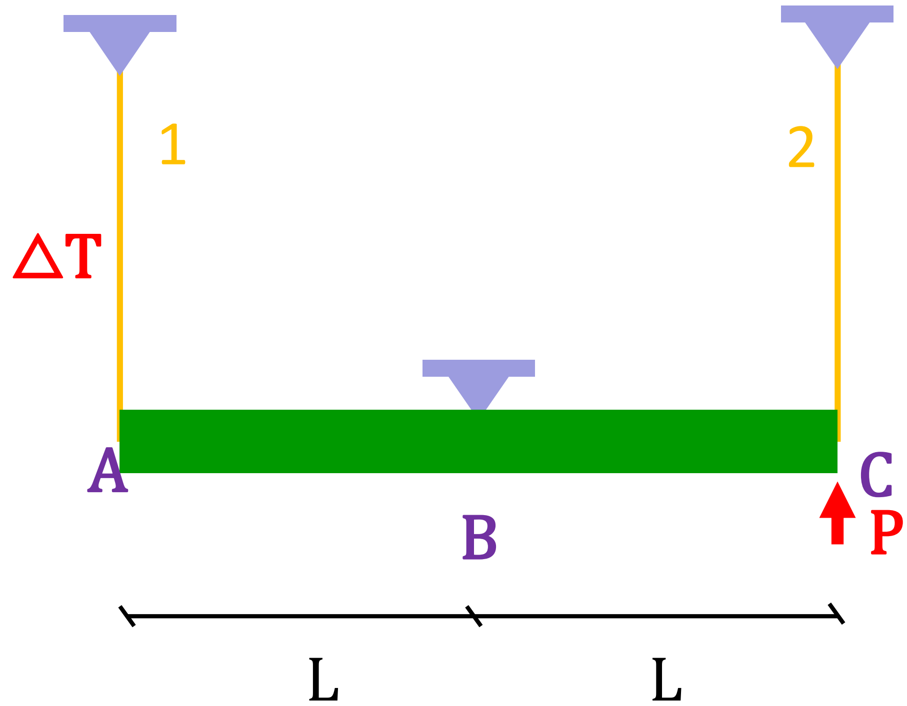
Como equilibrio el SE?

El sistema equilibrado tiene que solo estar en equilibrio, no tiene que cumplir con compatibilidad de deformaciones, y por lo tanto puedo elegir cualquiera de las infinitas opciones de equilibrio que tiene el hiperestático.

Ejercicio 3: Para la estructura de la figura, calcular:

a) Esfuerzos y tensiones en las barras 1 y 2.

b) Corrimiento en los puntos A, B y C,

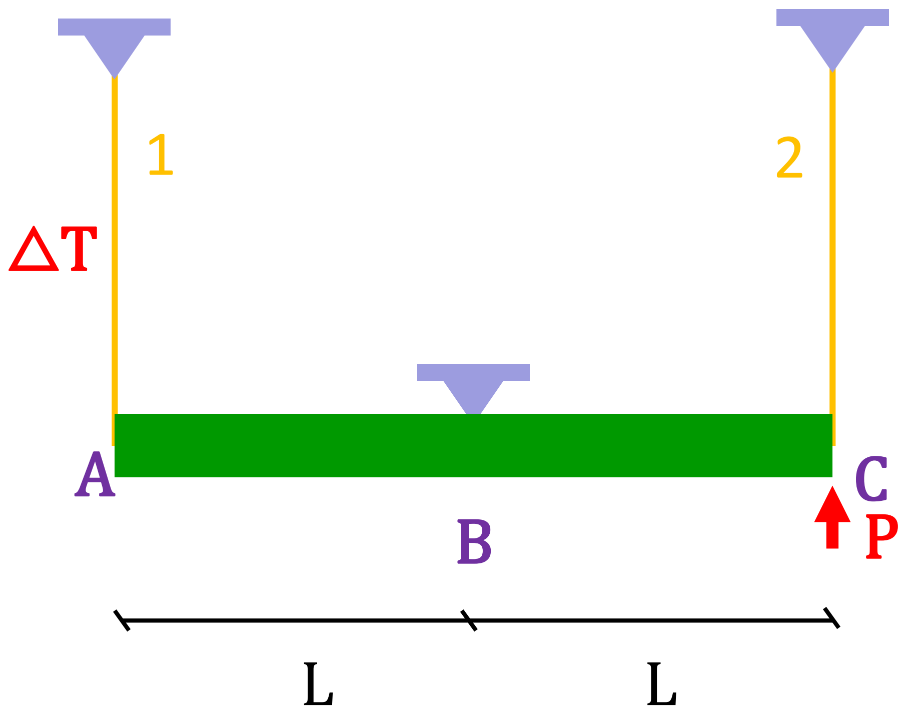


Datos:

$A_1 = 7\ cm^2$ $\quad A_2 = 5\ cm^2$ $\quad L_1 = 2\ m$ $\quad L_2 = 2\ m$ $\quad L = 2\ m$

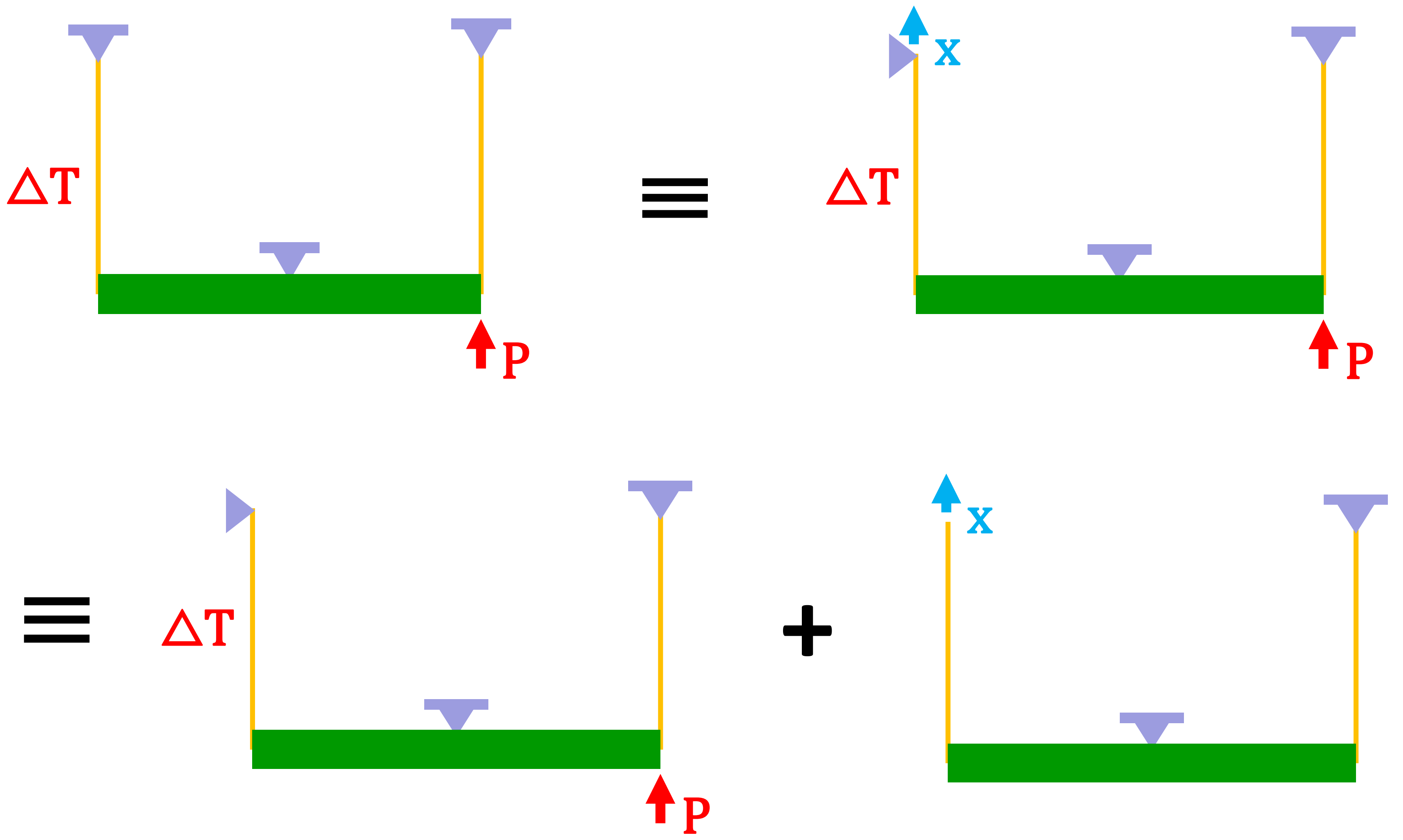
$\Delta T = 10\ °C$ $\quad P = 20\ kN$ $\quad \lambda = 10^{-5}\ \frac{1}{°C}$ $\quad E = 200000\ MPa$ $\quad \mu = 0{,}25$

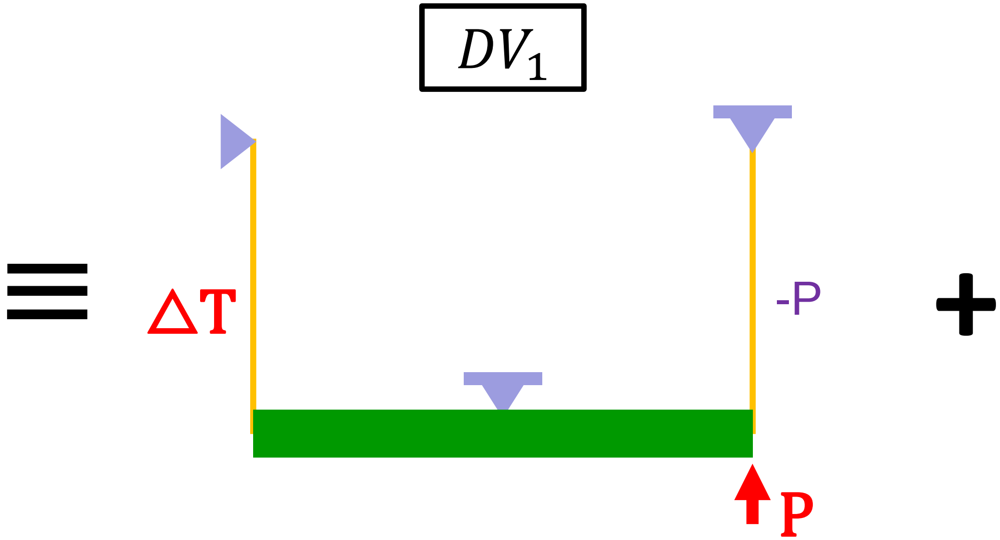
¿Qué podemos saber sin hacer cuentas?

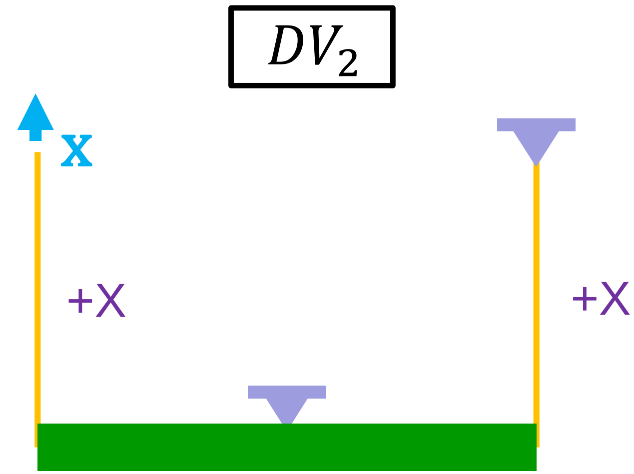


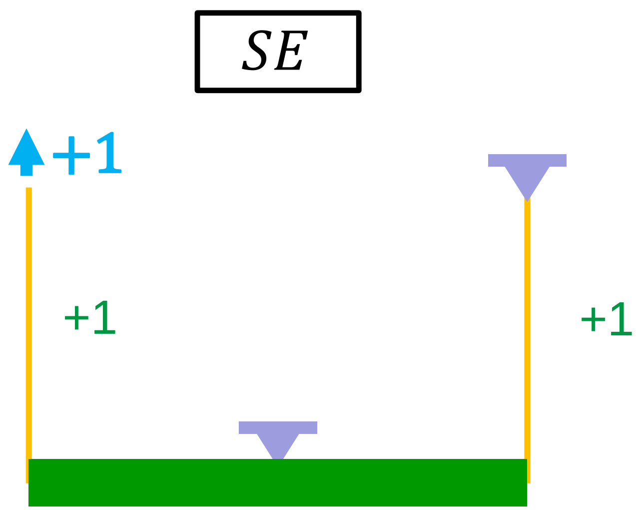
a) Esfuerzos y tensiones en las barras

Resolución por MIE y TTV



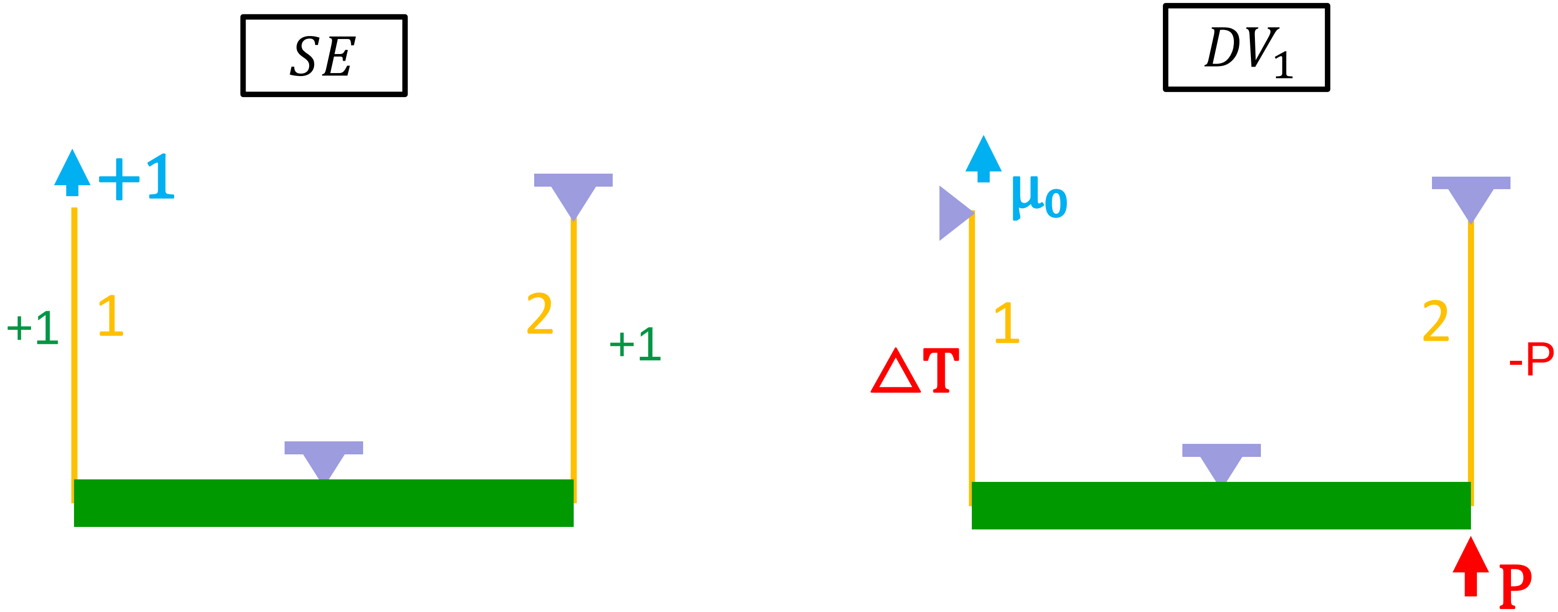






$$0 = \eta_{P,\Delta T} + \eta_X$$

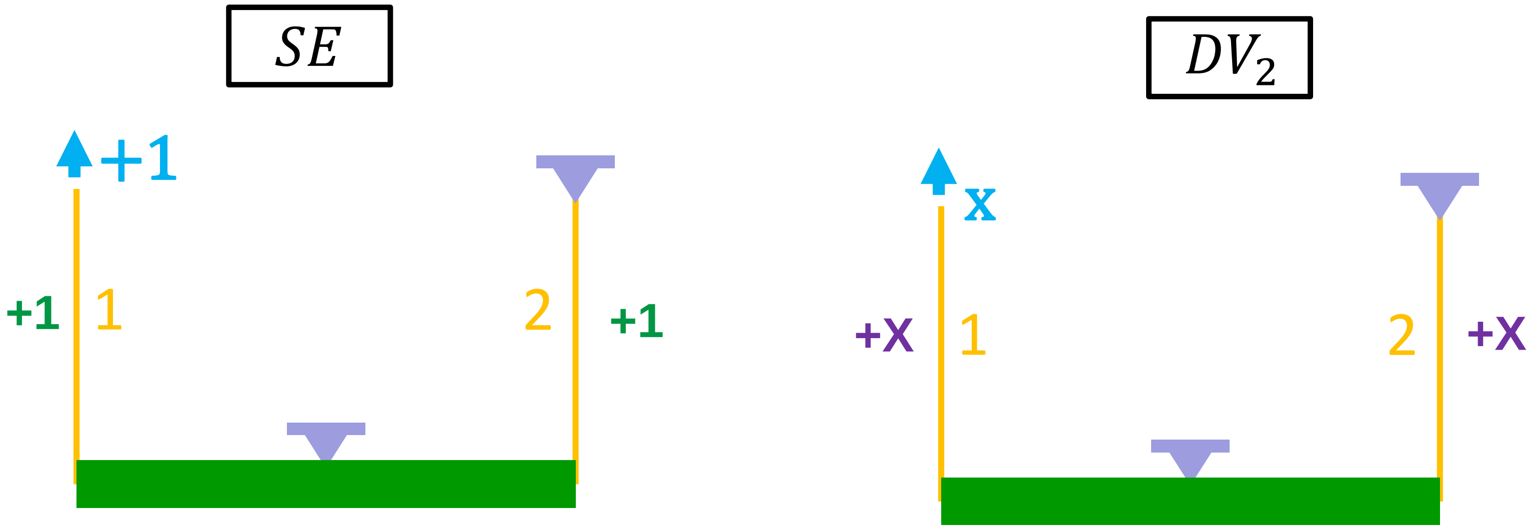
- **Desplazamiento debido a las cargas**



$$\mu_o = \sum_{b=1}^{n} \int N^{SE} dn^{DV} = \int \frac{N^{SE} N^{DV}}{EA} dx + \int N^{SE} \cdot \Delta T \cdot \lambda \, dx$$

$$\eta_{P,\Delta T} = \frac{(+\mathbf{1}) \cdot (-\boldsymbol{P}) \cdot L_2}{E \cdot A_2} + (+\mathbf{1}) \cdot \boldsymbol{\Delta T} \cdot \lambda \cdot L_1 = -2 \cdot 10^{-4} m$$

- **Desplazamiento debido a X**



$$\eta_x(x) = \frac{(+1) \cdot \boldsymbol{x} \cdot L_1}{E \cdot A_1} + \frac{(+1) \cdot \boldsymbol{x} \cdot L_2}{E \cdot A_2}$$

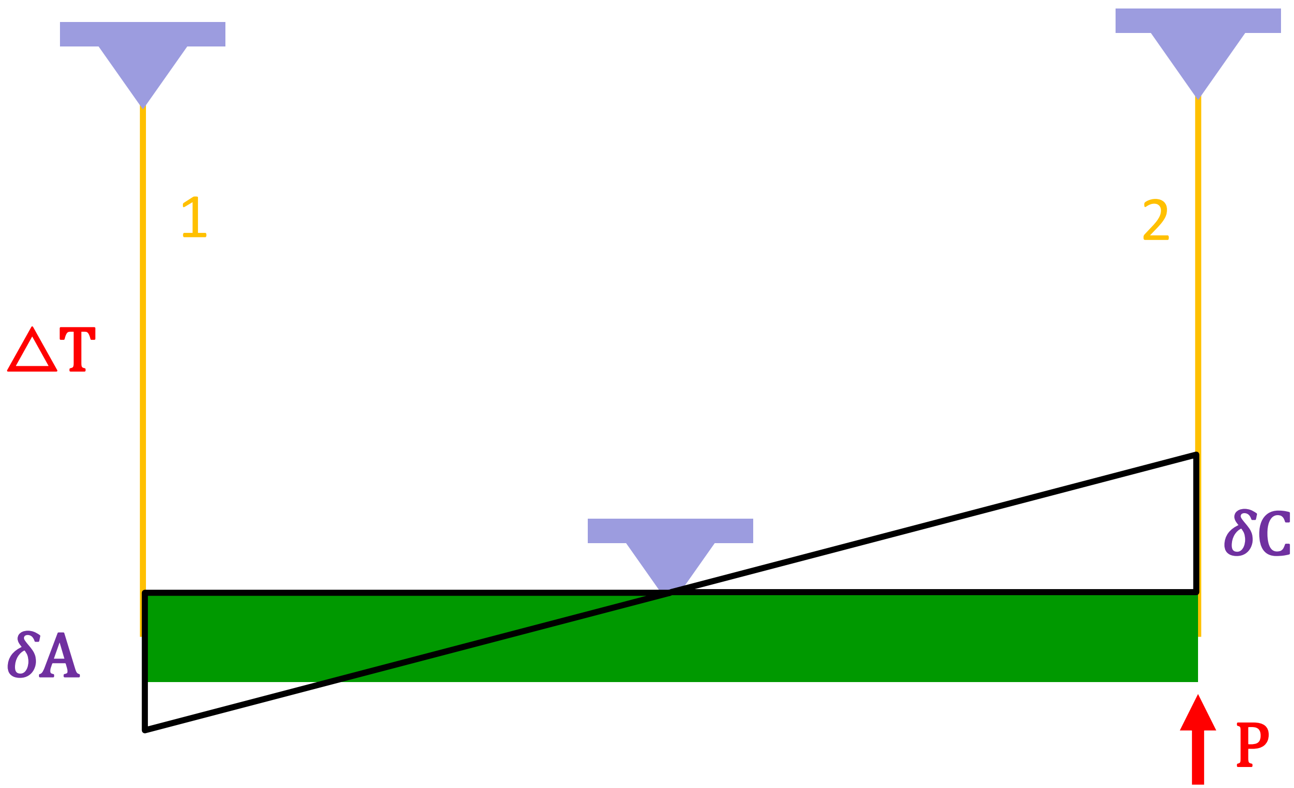
- **Ecuación de compatibilidad y superposición de efectos**

$$0 = \eta_{P,\Delta T} + \eta_X \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 5{,}833\ kN}$$

$$N_1 = x = 5{,}833\ kN \qquad N_2 = x - P = -14{,}167\ kN$$

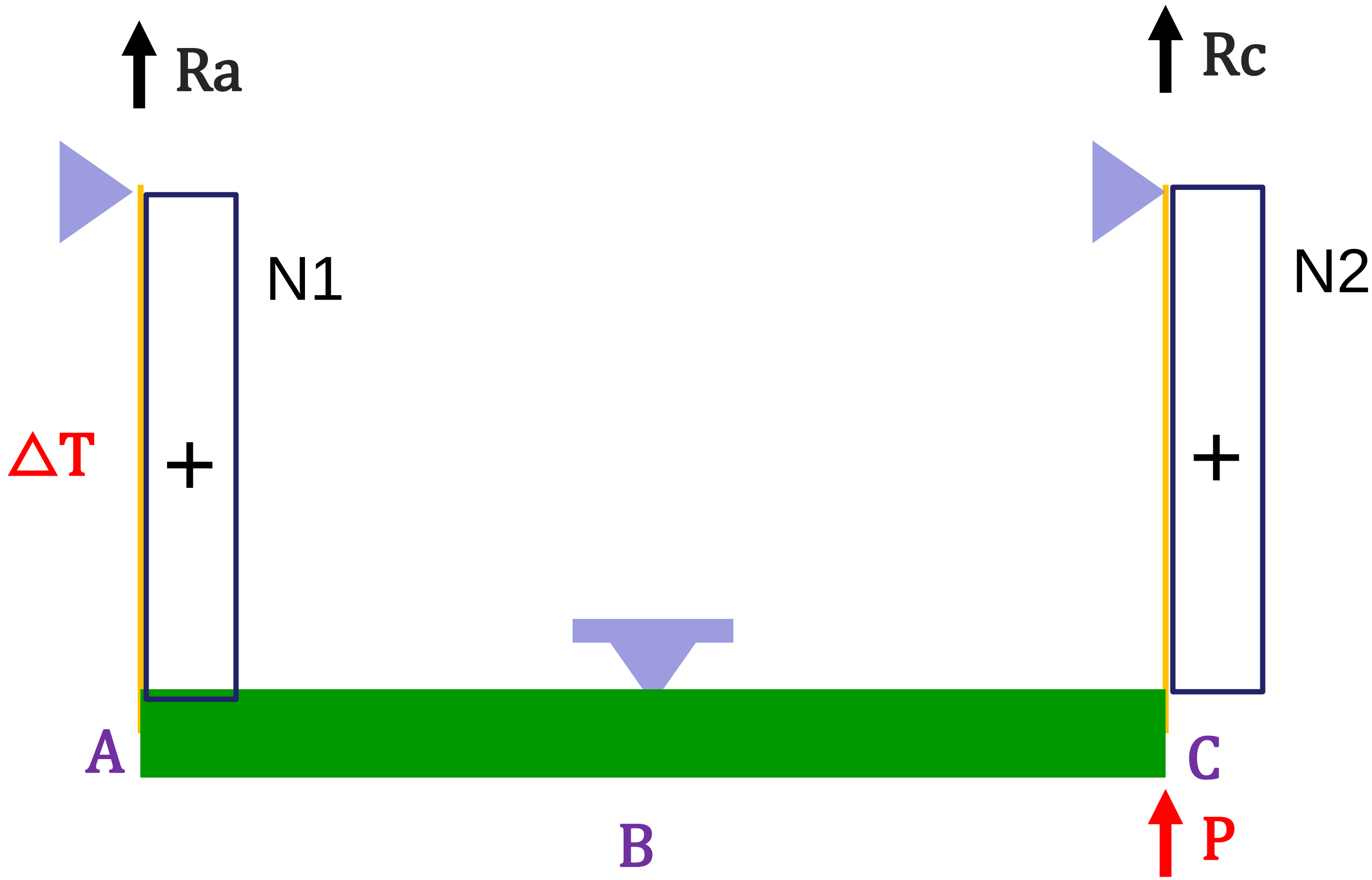
a) Esfuerzos y tensiones en las barras

Resolución por inspección

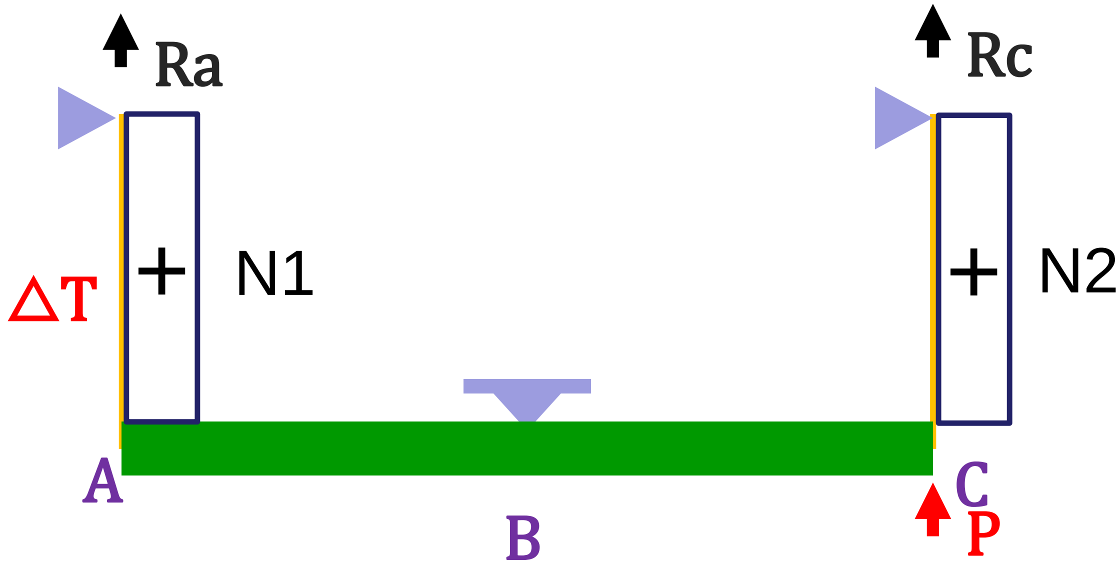


$$\delta_A = -\delta_C$$

Proponemos un equilibrio posible:



Resolución del hiperestático por inspección:



Ecuación de equilibrio:
Momentos respecto de B

$$N_1 \cdot L - N_2 \cdot L = P \cdot L \quad \Longrightarrow \quad N_1 = P + N_2$$

Ecuación de compatibilidad :
Desplazamientos de cada punto

$$\delta_A = \Delta L_1 = \frac{N_1 \cdot L_1}{E \cdot A_1} + \Delta T \cdot \lambda \cdot L_1$$

$$\delta_c = \Delta L_2 = \frac{N_2 \cdot L_2}{E \cdot A_2}$$

Reemplazando los términos:

$$\delta_A = -\delta_C$$

$$\frac{N_1 \cdot L_1}{E \cdot A_1} + \Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 = \frac{-N_2 \cdot L_2}{E \cdot A_2}$$

$$\frac{(P + N_2) \cdot L_1}{E \cdot A_1} + \Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 = \frac{-N_2 \cdot L_2}{E \cdot A_2}$$

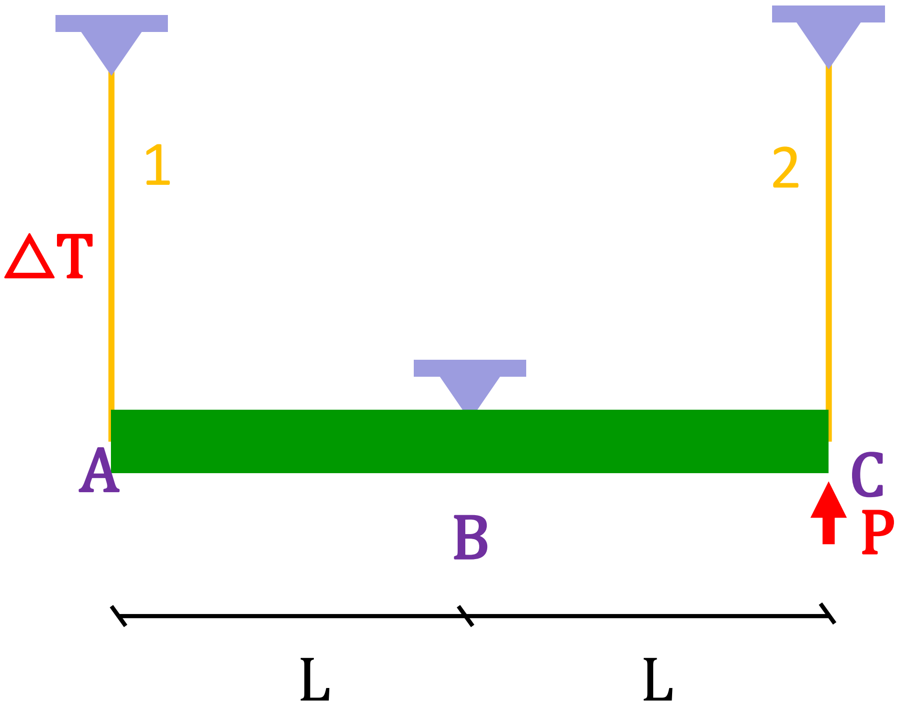
$$\frac{P \cdot L_1}{E \cdot A_1} + \Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 = \frac{-N_2 \cdot L_2}{E \cdot A_2} - \frac{N_2 \cdot L_1}{E \cdot A_1}$$

$$\frac{P \cdot L_1}{E \cdot A_1} + \Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 = N_2 \left(\frac{-L_2}{E \cdot A_2} - \frac{L_1}{E \cdot A_1}\right)$$

$$\boxed{N_2 = \frac{\frac{P \cdot L_1}{E \cdot A_1} + \Delta T \cdot \lambda \cdot L_1}{\frac{-L_2}{E \cdot A_2} - \frac{L_1}{E \cdot A_1}} = -14{,}167\ kN}$$

$$\boxed{N_1 = P + N_2 = 5{,}833\ kN}$$

a) Corrimientos en A, B y C

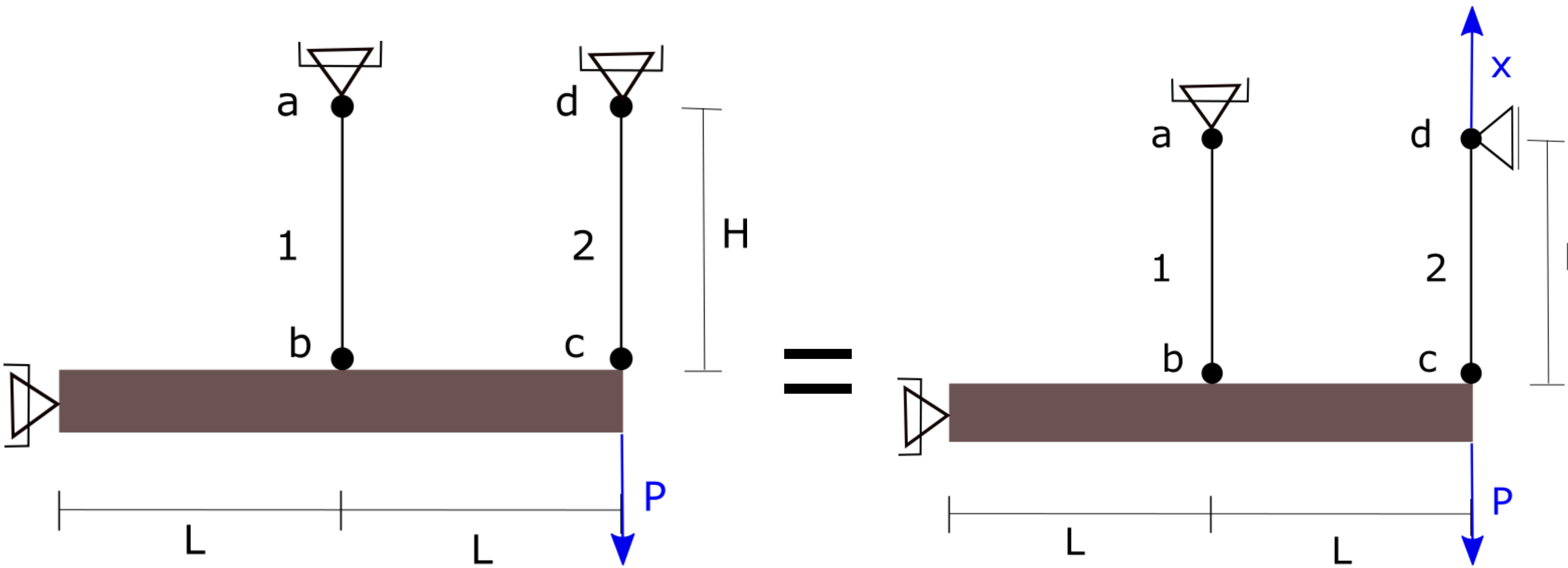


$$\delta_A = \frac{N_1 \cdot L_1}{E \cdot A_1} + \Delta T \cdot \lambda \cdot L_1 = 0.283\ mm$$

$$\delta_B = 0\ mm$$

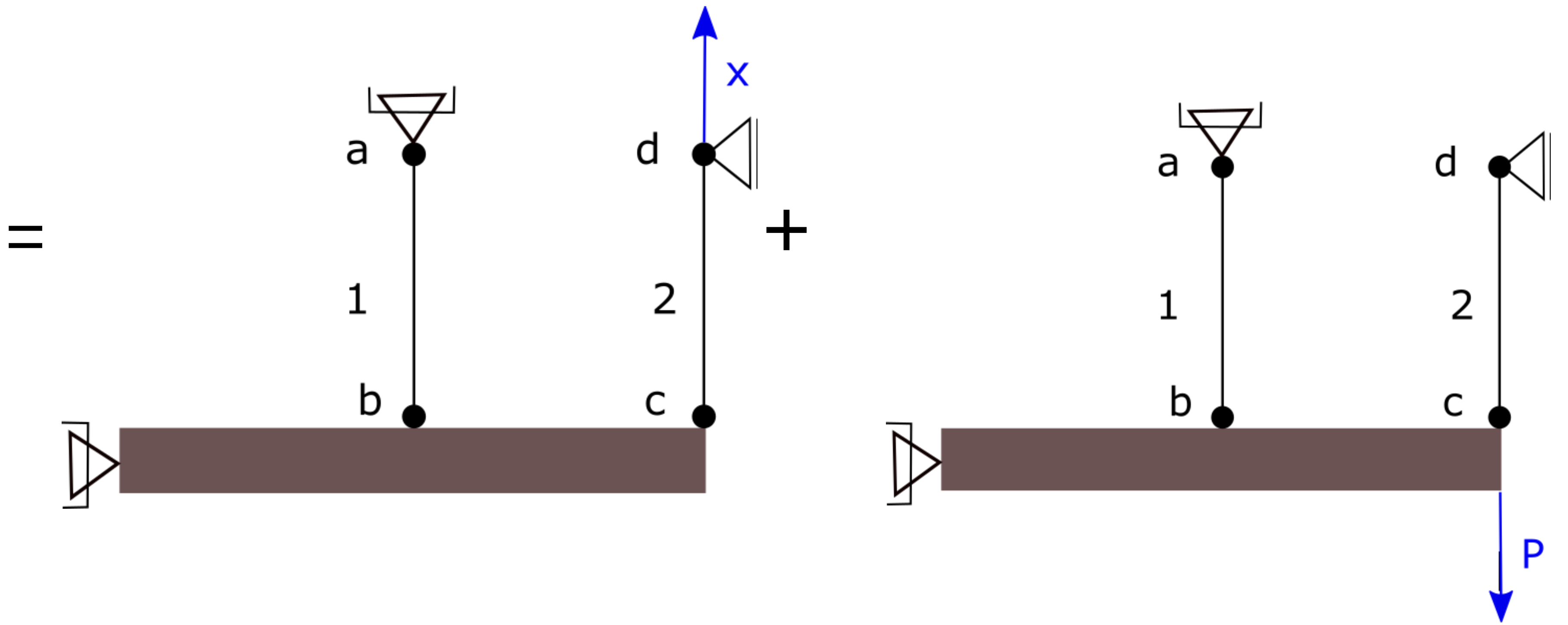
$$\delta_c = \frac{N_2 \cdot L_2}{E \cdot A_2} = -0.283\ mm$$

Ejercicio 4: Resolver el hiperestático mediante el Método de las Incógnitas Estáticas e inspección



Reemplazo el vínculo vertical en "D" poniendo en evidencia la reacción de vínculo "x". Al igual que antes requiero dos sistemas de ecuaciones, 1) Ecuaciones de equilibrio, y 2) Compatibilidad de deformaciones, que en este caso es que el punto "D" no se desplaza.

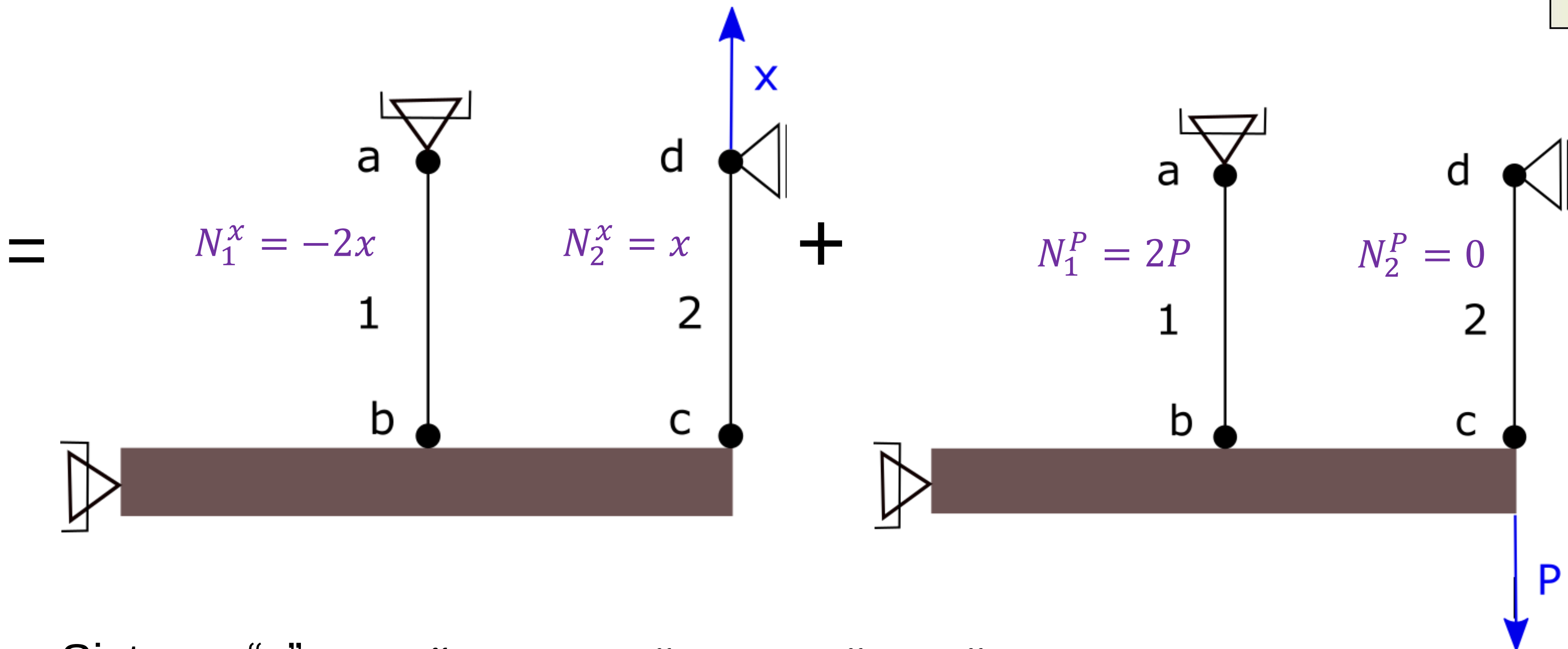
Divido al sistema anterior como la suma de dos sistemas, uno con las cargas y otro con la incógnita.



Ecuación de compatibilidad $\delta_d^x + \delta_d^P = 0$

Tenemos ahora que proceder a calcular esos dos desplazamientos. Para ello tenemos dos opciones, usar inspección o usar el teorema de los trabajos virtuales.

Por Inspección



Sistema "x"

$$\delta_d^x = \delta_c^x + \Delta L_2^x = -2\,\Delta L_1^x + \Delta L_2^x$$

$$\delta_d^x = -\frac{2 \cdot N_1^x \cdot H}{E \cdot A} + \frac{N_2^x \cdot H}{E \cdot A} = -2 \cdot \left(\frac{-2x \cdot H}{E \cdot A}\right) + \frac{x \cdot H}{E \cdot A} = 5 \cdot \frac{x \cdot H}{E \cdot A}$$

Sistema "P"

$$\delta_d^P = \delta_c^P = -2\Delta \mathrm{L}_1^\mathrm{P}$$

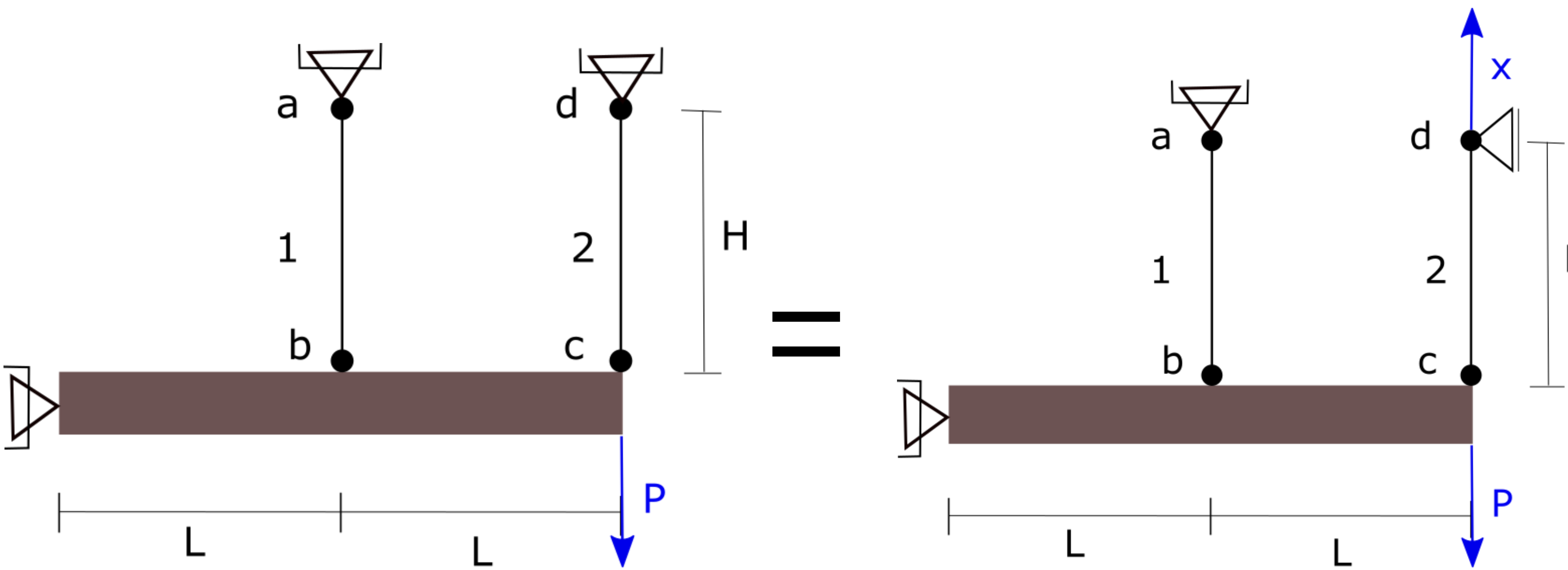
$$\delta_d^P = -\frac{2 \cdot N_1^P \cdot H}{E \cdot A} = -4 \cdot \frac{P \cdot H}{E \cdot A}$$

Entonces

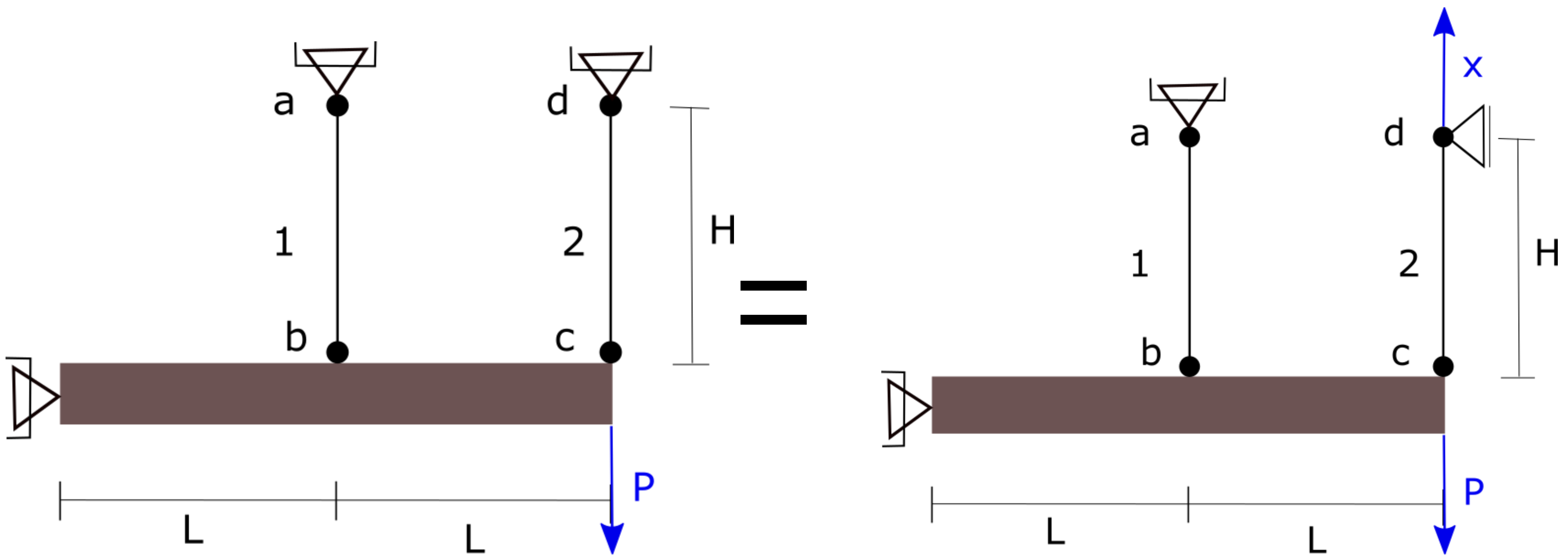
$$\delta_d^x + \delta_d^P = 0$$

$$5 \cdot \frac{x \cdot H}{E \cdot A} - 4 \cdot \frac{P \cdot H}{E \cdot A} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4}{5} \cdot P \qquad \boxed{x = 80kN}$$

¿Que era x?



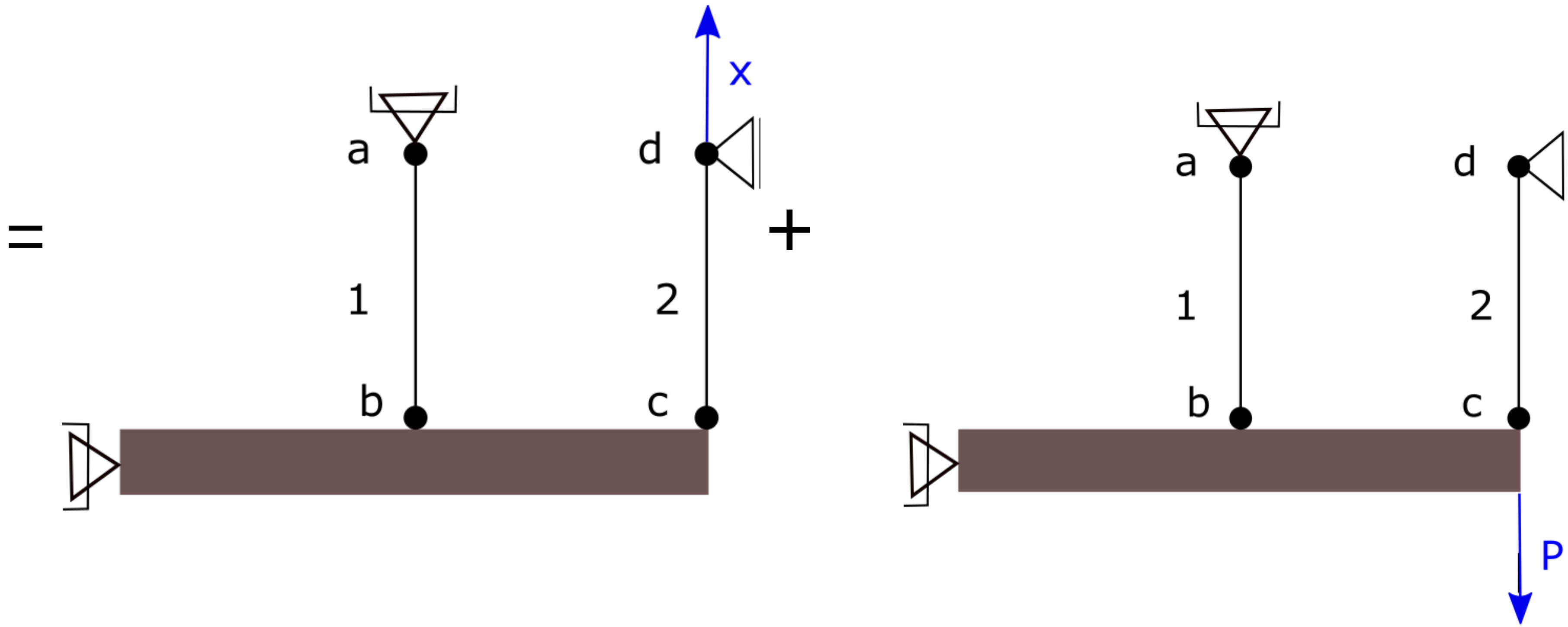
Ejercicio 5: Resolver el hiperestático mediante el Método de las Incógnitas Estáticas y TTV



Reemplazo el vínculo vertical en "D" poniendo en evidencia la reacción de vínculo "x". Al igual que antes requiero dos sistemas de ecuaciones:

1) Ecuaciones de equilibrio
2) Compatibilidad de deformaciones, que en este caso es que el punto "D" no se desplaza.

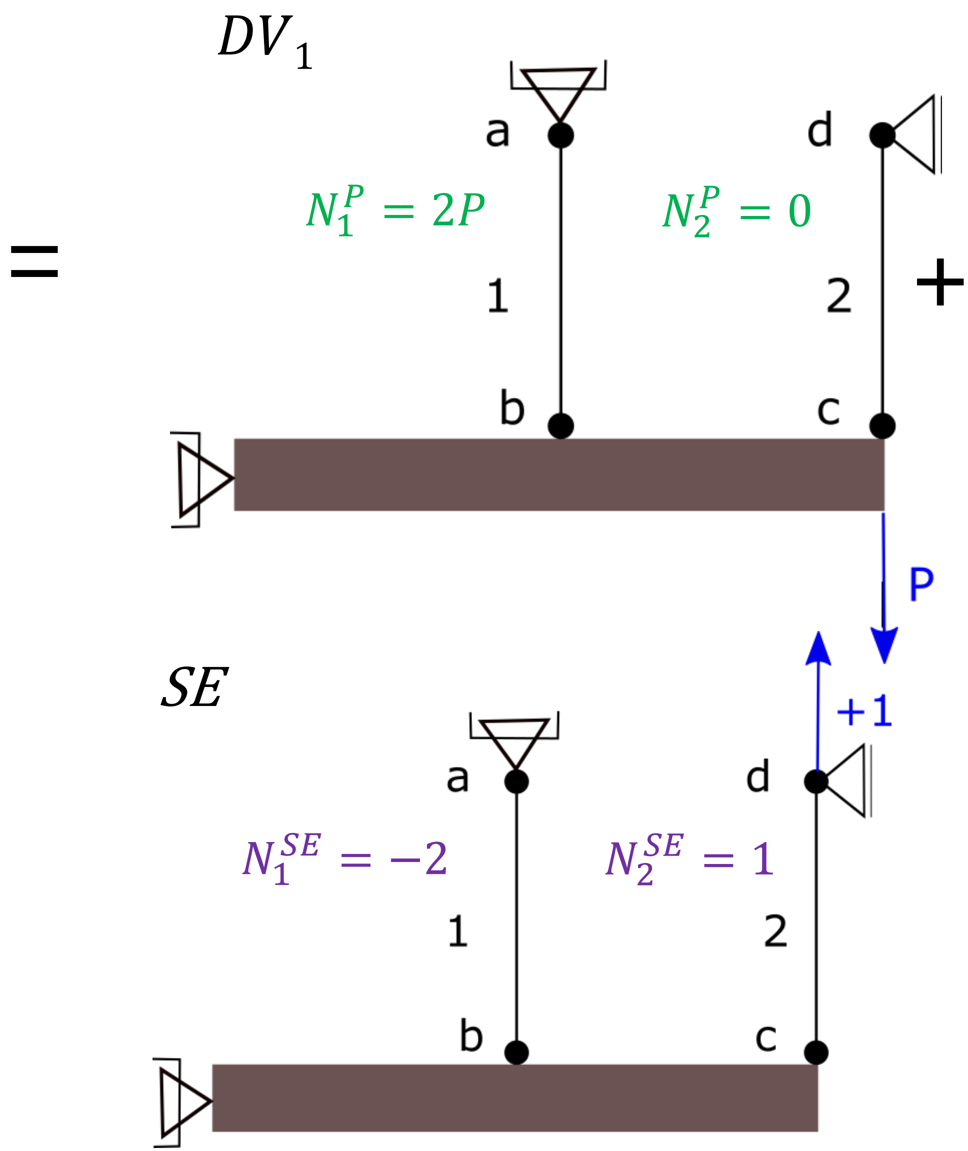
Divido al sistema anterior como la suma de dos sistemas, uno con las cargas y otro con la incógnita.

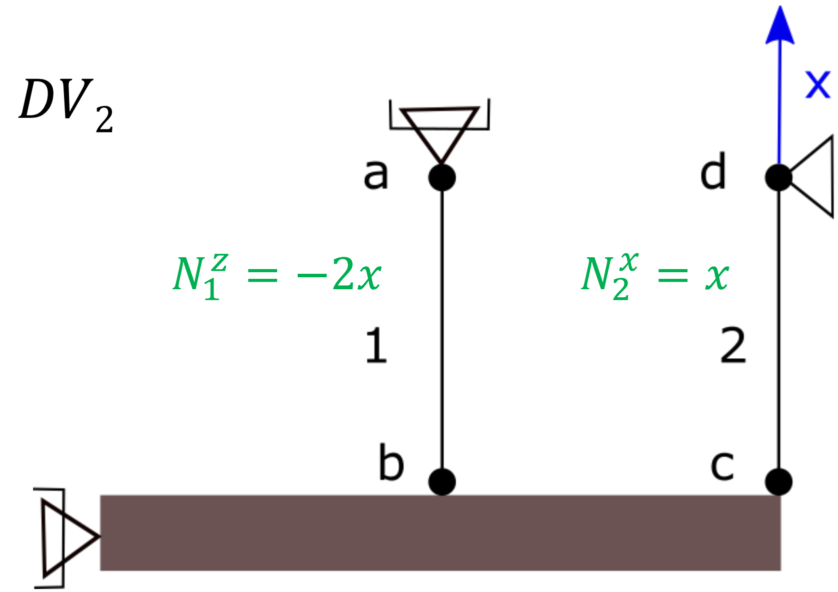


Ecuación de compatibilidad $\delta_d^x + \delta_d^P = 0$

Tenemos ahora que proceder a calcular esos dos desplazamientos. Para ello tenemos dos opciones, usar inspección o usar el teorema de los trabajos virtuales.

Calculo de los desplazamientos utilizando el Teorema de los Trabajos Virtuales





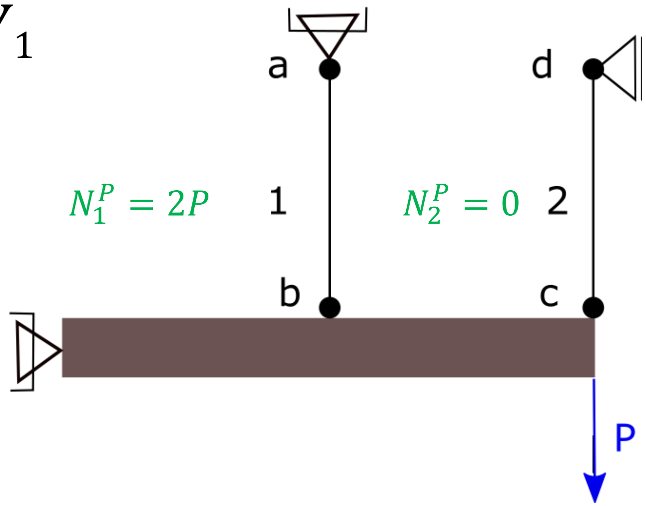
$$\delta_d^H = 0 = \delta_d^P + \delta_d^x$$

δ_P^d

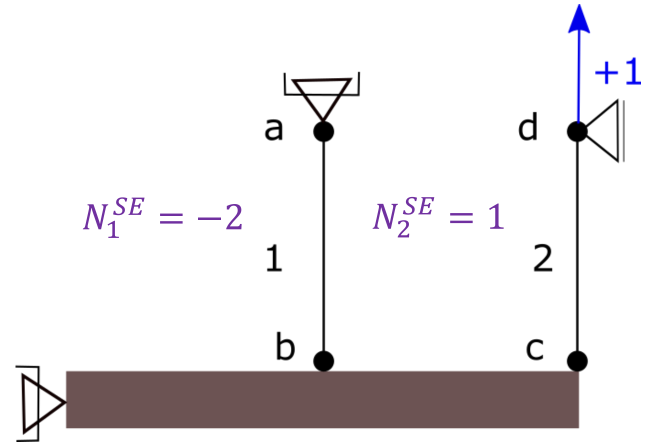
DV1

SE

DV_1



SE



$$(+1) \cdot \delta = \sum_{b=1}^{n} \int N^{SE} \cdot dn^{DV} = \sum \int \frac{N^{SE} \cdot N^{DV}}{E \cdot A} \cdot dx \xrightarrow{N_i = cte} (+1) \cdot \delta = \sum \frac{N^{SE} \cdot N^{DV} \cdot L}{E \cdot A}$$

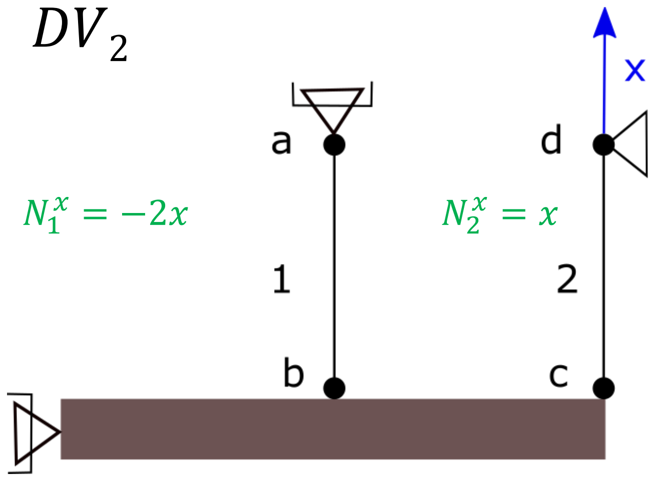
$$(+1).\delta_P^d = N_1^{SE} . \frac{N_1^P \cdot H}{A_1 \cdot E_1} + N_2^{SE} \cdot \frac{N_2^P \cdot H}{A_2 \cdot E_2} = (-2) \cdot \frac{2P.H}{A_1.E_1} + (+1) \cdot \frac{0 \cdot H}{A_2.E_2}$$

$$\delta_P^d = -\frac{4P \cdot H}{A_1 \cdot E_1} \xrightarrow{A_1 \cdot E_1 = A_2 \cdot E_2 = A \cdot E} \boxed{\delta_P^d = -\frac{4P \cdot H}{A \cdot E}}$$

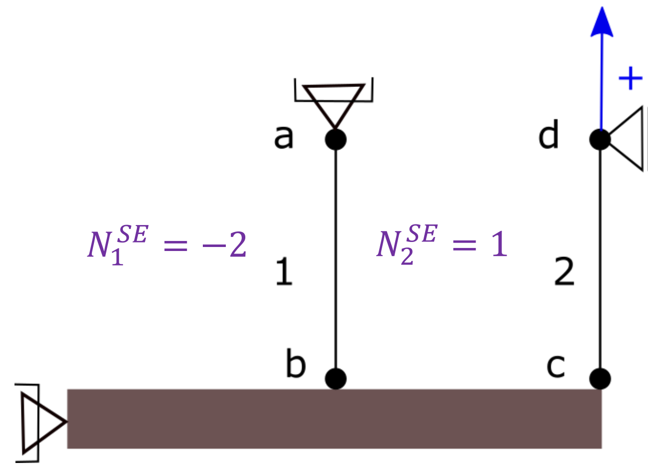
δ_x^d

DV$_2$
SE

DV_2



SE



$$(+1)\cdot\delta = \sum \frac{N^{SE}\cdot N^{DV}\cdot L}{E\cdot A}$$

$$(+1).\,\delta_x^d = N_1^{SE}\cdot\frac{N_1^x\cdot H}{A_1\cdot E_1} + N_2^{SE}\cdot\frac{N_2^x\cdot H}{A_2\cdot E_2} = (-2)\cdot\frac{(-2x)\cdot H}{A_1\cdot E_2} + (+1).\ \frac{(+x)\cdot H}{A_2\cdot E_2}$$

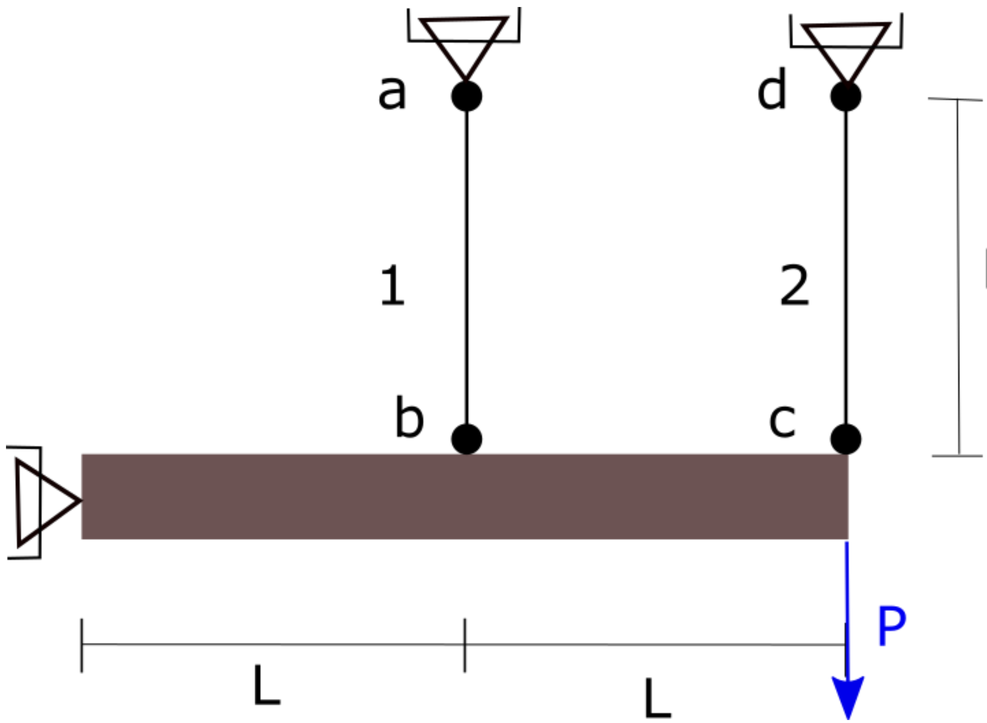
$$\delta_x^d = \frac{4H\cdot x}{A_1\cdot E_1} + \frac{H\cdot x}{A_2\cdot E_2} \xrightarrow{A_1\cdot E_1 = A_2\cdot E_2 = A\cdot E} \boxed{\delta_x^d = \frac{5\cdot H\cdot x}{A\cdot E}}$$

$$\delta_d^x + \delta_d^P = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{4 \cdot P \cdot H}{A \cdot E} + \frac{5 \cdot H \cdot x}{A \cdot E} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4}{5} \cdot P$$

Entonces

$$N_1^H = 2P - 2X = 2P - 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot P = \frac{2}{5} \cdot P$$

$$N_2^H = 0 + x = \frac{4}{5} \cdot P$$



$$\boldsymbol{N_1^H = \frac{2}{5} \cdot P}$$

$$\boldsymbol{N_2^H = \frac{4}{5} \cdot P}$$