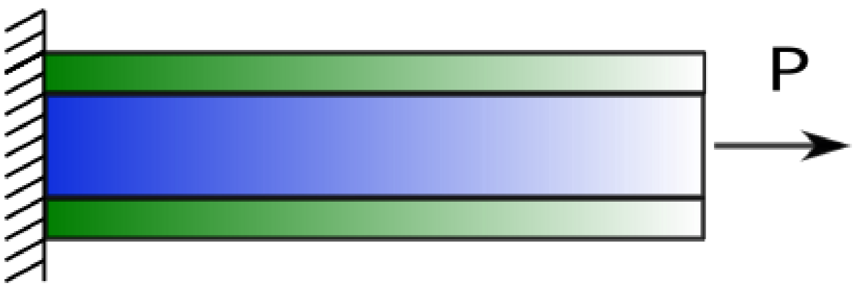
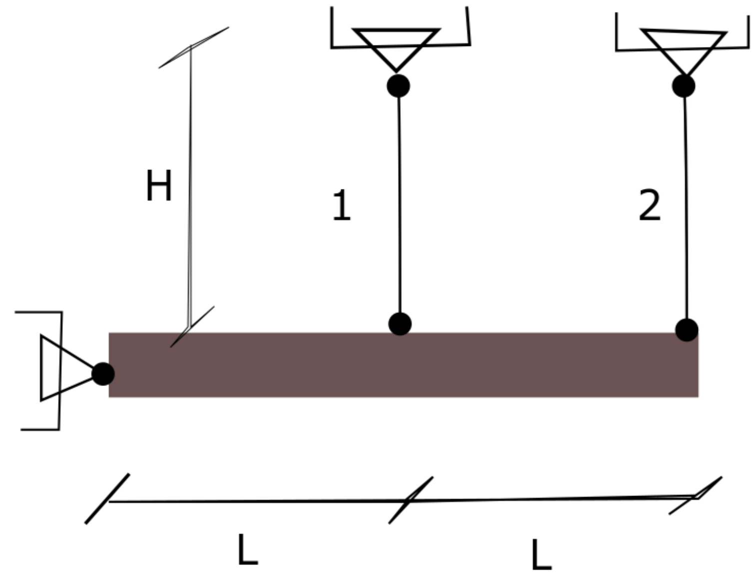
# Solicitación Axil en Régimen Elástico



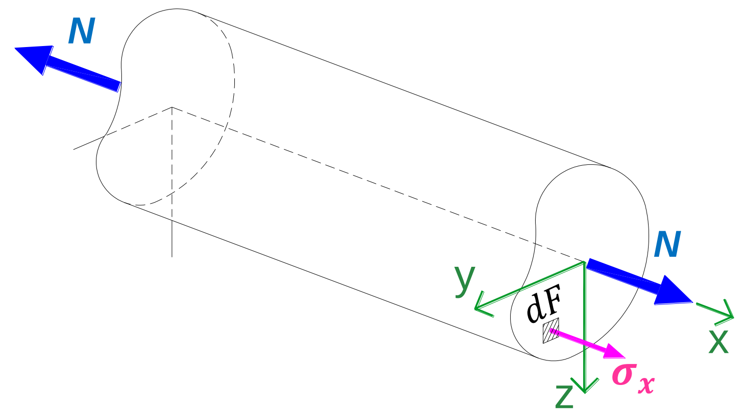




Manuela Medina – Constanza Ruffinelli – Tania Poletilo
Catalina Urteneche – Clara Zaccaria
Florencia Chester

# Conceptos teóricos

## SOLICITACION AXIL EN PERÍODO ELÁSTICO

La resultante de las acciones a un lado de la sección se reduce a una fuerza coincidente con el eje de la barra.




Ec. de equivalencia: $$N = \int_A \sigma_x \, dA$$

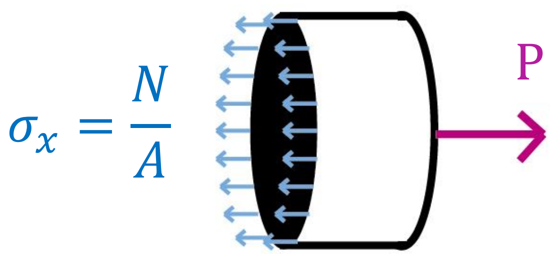
Secciones planas y paralelas permanecen planas y paralelas $\varepsilon_x = cte$

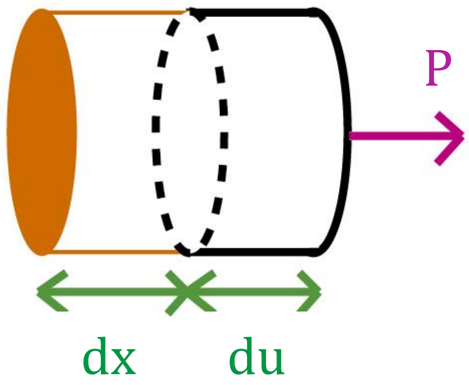
Entonces, esto implica $\varepsilon_x = cte = \dfrac{\sigma_x}{E} \Longrightarrow \sigma_x = cte$

# Conceptos teóricos

Por lo tanto $$N = \sigma_x \int dA = \sigma_x \, A \quad \Longrightarrow \quad \sigma_x = \frac{N}{A} \qquad \varepsilon_x = \frac{N}{E \cdot A}$$

En cuanto al desplazamiento $$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad \Longrightarrow \quad u(x) = \int_0^x \varepsilon \, dl = \frac{N \cdot x}{E \cdot A}$$

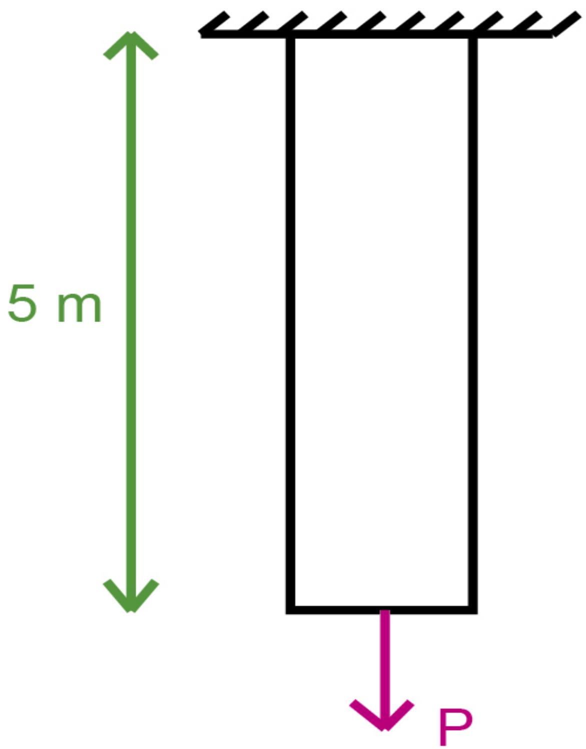


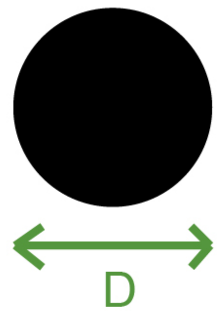



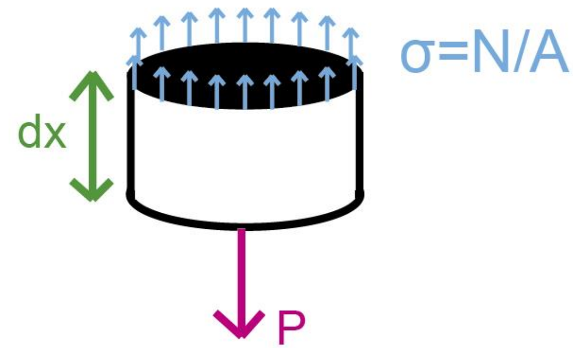
# **Ejercicio 1:** Dimensionar el diámetro D

a) Por resistencia: $\sigma < \sigma_{adm}$

b) Por desplazamiento: $\Delta L < \dfrac{L}{1000}$



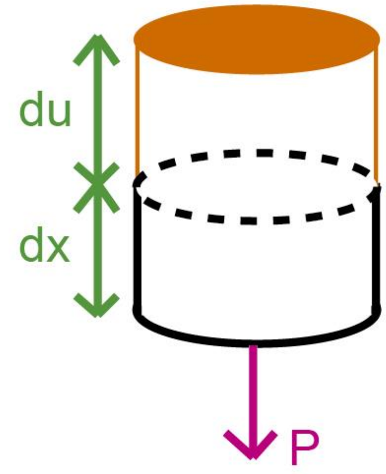




Datos:

$\sigma_{adm} = 140\ MPa$

$E = 210\ GPa$

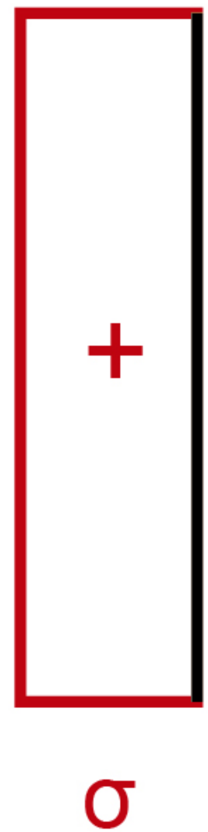
$P = 50\ KN$



## Diagrama de Esfuerzo Normal


$$N = P = 50\ KN$$

## Diagrama de Tensión Normal

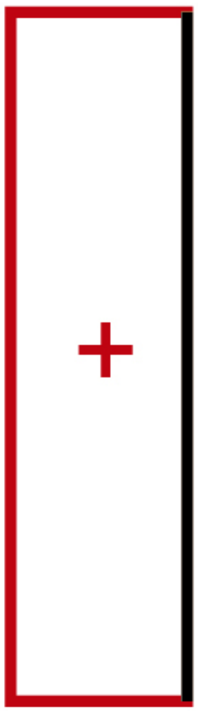



$$\sigma(x) = \frac{N(x)}{A(x)}$$

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$N = cte \quad \rightarrow \quad \sigma = cte$$

## Diagrama de Deformación Longitudinal




ε

Ley de Hooke:

$$\sigma(x) = E \cdot \varepsilon(x)$$

$$\varepsilon = cte \;\leftrightarrow\; \sigma = cte$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{210\ GPa}$$

## Diagrama de Desplazamientos

ΔL

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{P}{E \cdot A}$$

$$u(x) = \int_0^x \varepsilon\, dl = \frac{P \cdot x}{E \cdot A}$$

**a)** Por resistencia

$$\sigma < \sigma_{adm}$$

$$\sigma = \frac{50\ KN}{\left(\frac{\pi \cdot D^2}{4}\right)} < 140\ Mpa = \sigma_{adm}$$

$$D \geq 2{,}13\ cm$$

**b)** Por desplazamiento

$$\Delta L < \frac{L}{1000}$$

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{E \cdot A} \rightarrow \Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A}$$

$$\Delta L = \frac{50\ KN \cdot 5\ m}{210\ GPa \cdot \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4}\right)} < 5\ mm$$

$$D > 1{,}74\ cm$$

Dimensionamos a partir del diámetro mayor:

$$\boxed{D \geq 2{,}13\ cm}$$

$$\sigma = ?$$

$$\varepsilon = ?$$

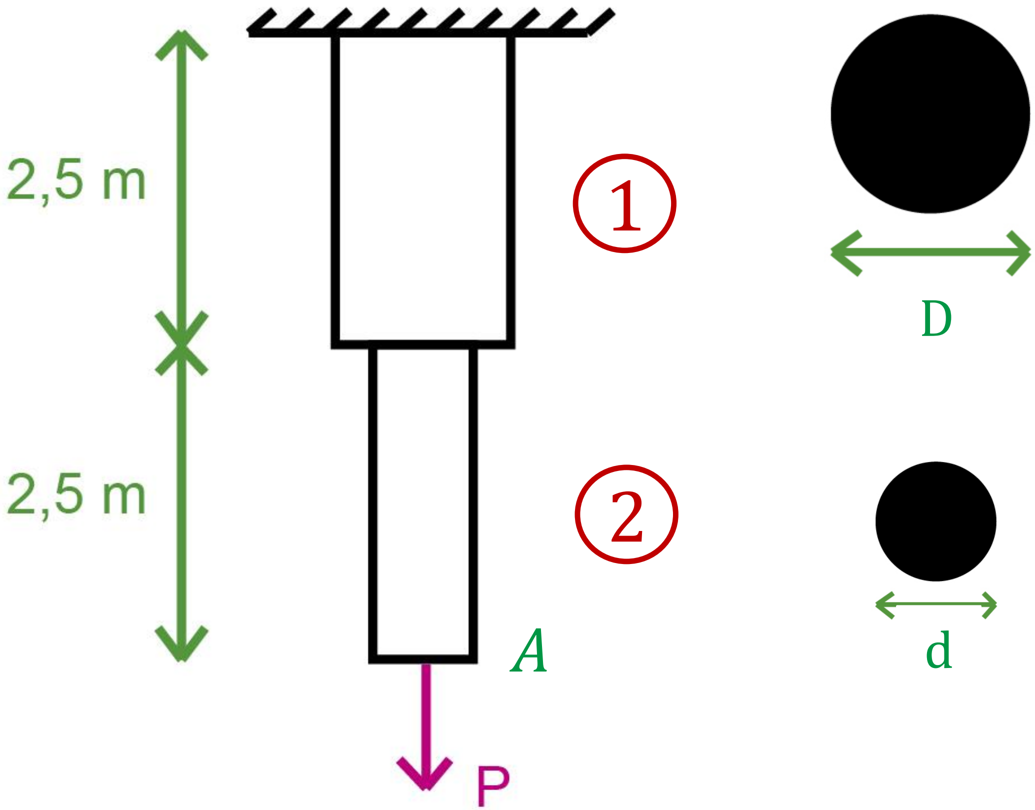
$$\Delta L = ?$$

$$\sigma = 140\ MPa$$

$$\varepsilon = \frac{140\ MPa}{210\ GPa} = 6{,}667 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta L = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} =$$

# **Ejercicio 2:** Calcular el desplazamiento del punto A




Datos:

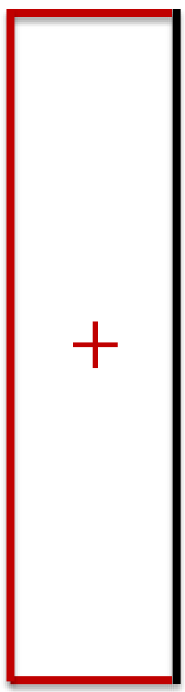
$E = 210\ GPa$

$P = 50\ KN$

$D = 4\ cm$

$d = 2,5\ cm$

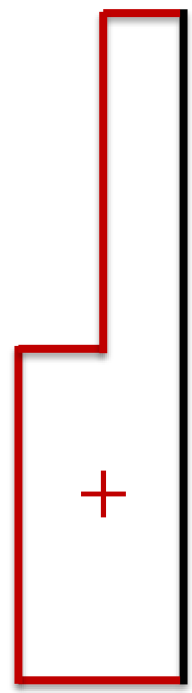
## Diagrama de Esfuerzo Normal




$N = P = 50\ KN$

## Diagrama de Tensión Normal

$\sigma_1 = 3{,}98\ KN/cm^2$




$\sigma_2 = 10{,}2\ KN/cm^2$

$$\sigma(x) = \frac{N(x)}{A(x)}$$

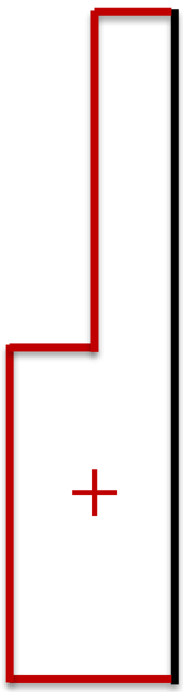
$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$A_1 = 12{,}6\ cm^2$$

$$A_2 = 4{,}91\ cm^2$$

## Diagrama de Deformación Longitudinal

$\varepsilon_1 = 1{,}89 \cdot 10^{-4}$




$\varepsilon_2 = 4{,}85 \cdot 10^{-4}$

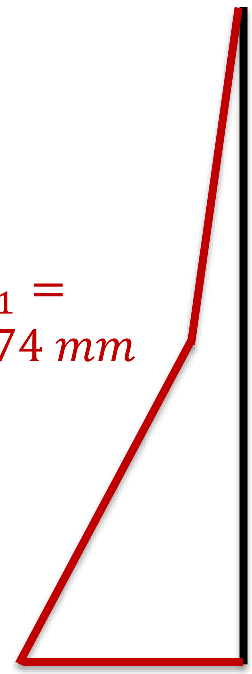
Ley de Hooke:

$$\sigma(x) = E \cdot \varepsilon(x)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{210\ GPa}$$

## Diagrama de Desplazamientos

$\delta_1 = 0{,}0474\ mm$



$\delta_A = 1{,}69\ mm$

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{P}{E \cdot A}$$

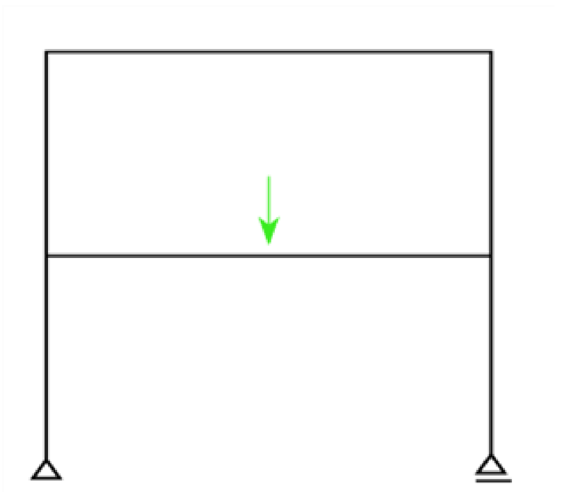
$$u(x) = \int_0^x \varepsilon\, dl = \frac{P \cdot x}{E \cdot A}$$

$$\delta_1 = \frac{P \cdot 2{,}5m}{E \cdot A_1} = 0{,}0474\ mm$$

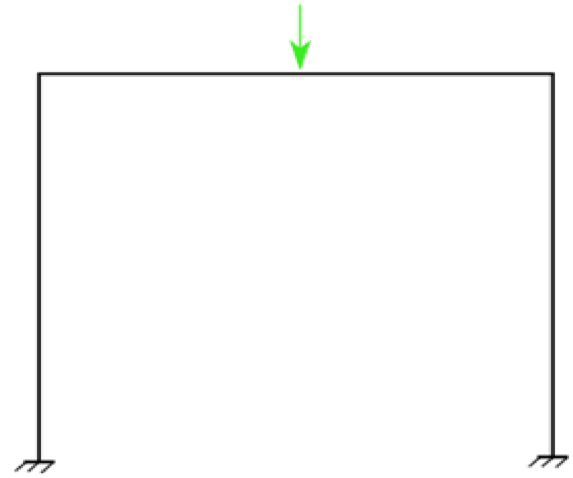
$$\delta_A = \delta_1 + \frac{P \cdot 2{,}5m}{E \cdot A_2} = 1{,}69\ mm$$

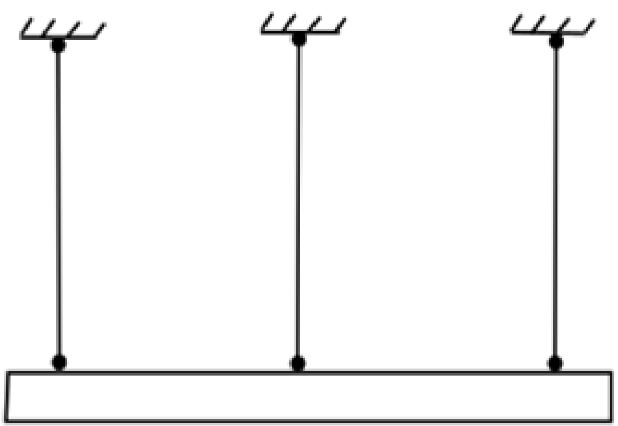
# Sistemas Hiperestáticos

## Hiperestaticidad Interna:



## Hiperestaticidad externa:





Ejemplo

- Hiperestático para cargas verticales
- Hipoestático para cargas horizontales

# ¿Como resolver un hiperestático?

- **Ecuaciones de Equilibrio**
    - Condiciones Estáticas

- **Ecuaciones de Compatibilidad**
    - Condiciones Cinemáticas

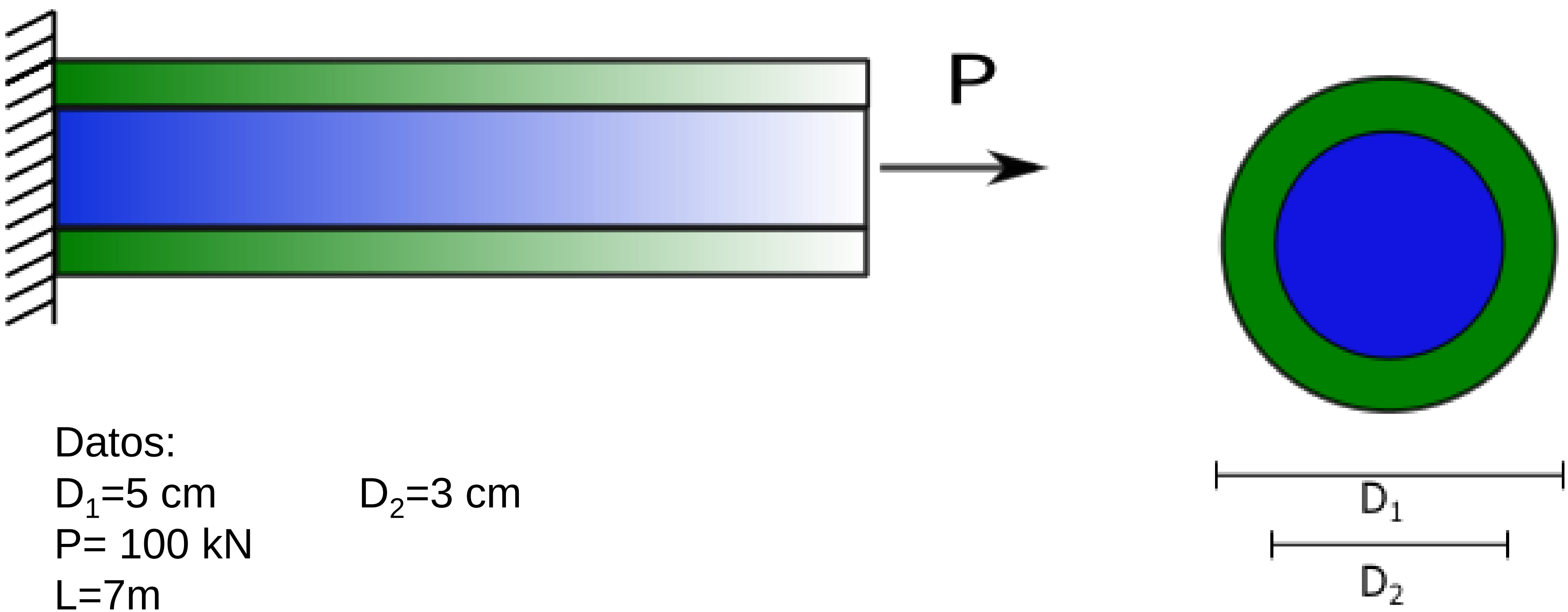
Como es un sistema hiperestático las ecuaciones de equilibrio no son suficientes. Se deben añadir ecuaciones que describen la deformación del cuerpo.

**Métodos:**

1. Inspección
2. Método de las Incógnitas Estáticas
    a. Inspección
    b. Teorema de los Trabajos Virtuales

# Hiperestaticidad Interna

**Ejercicio 3:** Calcular la tensión y deformación específica en cada barra.




Datos:

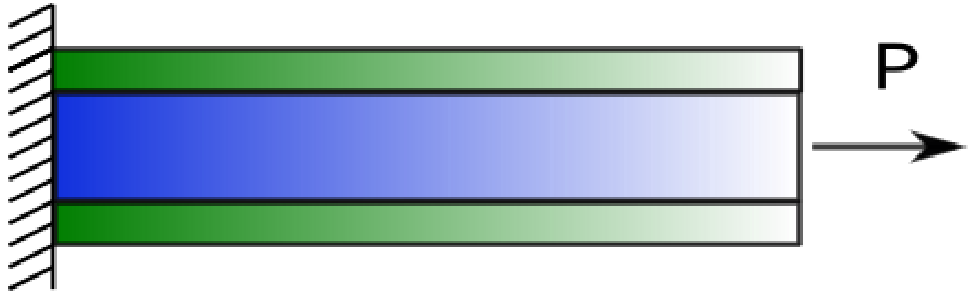
$D_1$=5 cm　　　$D_2$=3 cm

P= 100 kN

L=7m

$E_1$=100GPa　　$E_2$=200GPa

# Resolución:




1) Ecuación de Equilibrio: $P = N_1 + N_2$

2) Ecuación de Compatibilidad: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$

$$\frac{N_1}{E_1 \cdot A_1} = \frac{N_2}{E_2 \cdot A_2} \Rightarrow N_1 = N_2 \cdot \frac{E_1 \cdot A_1}{E_2 \cdot A_2}$$

(1) + (2) $\Rightarrow$ $P = N_1 + N_2 = N_2 \left( 1 + \frac{E_1 \cdot A_1}{E_2 \cdot A_2} \right)$

Cálculo de Áreas:

$$A_1 := \frac{\pi}{4} \cdot \left( D_1^{\ 2} - D_2^{\ 2} \right) = 12.57 \text{ cm}^2$$

$$A_2 := \frac{\pi}{4} \cdot D_2^{\ 2} = 7.07 \text{ cm}^2$$

$$N_2 := \frac{P}{\left(1 + \frac{E_1 \cdot A_1}{E_2 \cdot A_2}\right)} = 52.94\,\mathrm{kN}$$

$$N_1 = P - N_2$$

$$N_1 = 47.06\,\mathrm{kN}$$

Tensiones

$$\sigma_1 := \frac{N_1}{A_1} = 37.45\,\mathrm{MPa}$$

$$\sigma_2 := \frac{N_2}{A_2} = 74.9\,\mathrm{MPa}$$

Verifico que las deformaciones específicas coincidan

$$\varepsilon_1 := \frac{\sigma_1}{E_1} = 3.745 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_2 := \frac{\sigma_2}{E_2} = 3.745 \times 10^{-4}$$