



*Universidad de Buenos Aires*

*Facultad de Ingeniería*

*Departamento de Estabilidad*

**INGENIERÍA CIVIL**

**ESTABILIDAD II – 84.03**

# **INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II**

## **Ecuaciones de Equivalencia**

*Autor: Ing. Luis Nelson SOSTI  
Abril 2020*



## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

### 01 – INTRODUCCIÓN

### 02 – DEFINICIÓN DE ECUACIONES DE EQUIVALENCIA

### 03 – DESARROLLO Y DEDUCCIÓN

### 04 - BIBLIOGRAFÍA

## 01 – INTRODUCCIÓN:

Después de haber visto, estudiado y analizado que las fuerzas internas se transmiten de una sección a otra a través de los infinitos puntos que la componen, en esta presentación se tratará de dar respuesta a las siguientes preguntas:

- i. Qué relación debe haber entre las fuerza y el momento resultantes de reducción al baricentro de la sección, es decir, entre  $\underline{\mathbf{R}}_R$  y  $\underline{\mathbf{M}}_R$  y las fuerzas diferenciales que aparecen en cada uno de los puntos y que permiten transmitir los esfuerzos internos?
- ii.Cuál es la mencionada relación entre tales fuerzas  $\underline{\mathbf{R}}_R$  y  $\underline{\mathbf{M}}_R$  y las fuerzas diferenciales?
- iii. Y avanzando un poco más en esta serie de preguntas, cuál es la relación entre  $\underline{\mathbf{R}}_R$  y  $\underline{\mathbf{M}}_R$  y las magnitudes que fueron definidas posteriormente a las fuerzas diferenciales y en los desarrollos precedentes, es decir, vector tensión “ $\underline{\mathbf{p}}$ ” y sus componentes normal “ $\underline{\mathbf{\sigma}}$ ” y tangencial “ $\underline{\mathbf{\tau}}$ ”?

## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

### 01 – INTRODUCCIÓN

### 02 – DEFINICIÓN DE ECUACIONES DE EQUIVALENCIA

### 03 – DESARROLLO Y DEDUCCIÓN

### 04 - BIBLIOGRAFÍA

Con relación a las preguntas anteriores cabe señalar:

- i. La primer pregunta es de tipo conceptual y cualitativa, y por lo tanto la respuesta que requiere darse, será en ese sentido. La relación entre el sistema ( $\underline{\mathbf{R}}_R$  ;  $\underline{\mathbf{M}}_R$ ) y las fuerzas diferenciales es que ambos son sistemas equivalentes. Esto es así debido a que en todo el análisis desarrollado hasta el momento, las segundas surgen porque las primeras no se pueden transmitir de un punto a otro exclusivamente (de baricentro a baricentro), sino que deben transmitirse a través de todos los puntos que conforman la sección. Y teniendo en cuenta que los efectos que ambos sistemas producen deben ser los mismos, esto ocurrirá cuando los sistemas de fuerzas son equivalentes. La única diferencia que se va de un sistema de fuerzas reducido al sistema general sin reducir;
- ii. Se podría decir que existen 3 sistemas de fuerzas equivalentes:
  - a. El constituido por las fuerzas resultantes de reducción:  $\underline{\mathbf{R}}_R$  ;  $\underline{\mathbf{M}}_R$  , aplicadas en el baricentro de la sección;
  - b. El constituido por las fuerzas diferenciales actuando en todos los puntos de la sección;
  - c. Y finalmente, el constituido por los esfuerzos internos o característicos:  $\mathbf{N}$  ,  $\mathbf{Q}_Y$  ,  $\mathbf{Q}_Z$  ,  $\mathbf{M}_X$  ,  $\mathbf{M}_Y$  y  $\mathbf{M}_Z$  , aplicadas en el baricentro de la sección;



## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

### 01 – INTRODUCCIÓN

### 02 – DEFINICIÓN DE ECUACIONES DE EQUIVALENCIA

### 03 – DESARROLLO Y DEDUCCIÓN

### 04 - BIBLIOGRAFÍA

- ii. Las preguntas “ii” y “iii” son de tipos cuantitativas y de formulación, por lo tanto las respuestas serán en este sentido. En el presente desarrollo se encontrará esta relación pero expresándolas en función de los nuevos conceptos de tensiones. Esto obedece a que ellas son magnitudes con valores finitos y que guardarán relación con valores característicos de los materiales. Pretender que tales relaciones queden expresadas en función de las fuerzas diferenciales, las cuales poseen valores diferenciales o infinitésimos no conlleva un sentido físico ni matemático.

## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

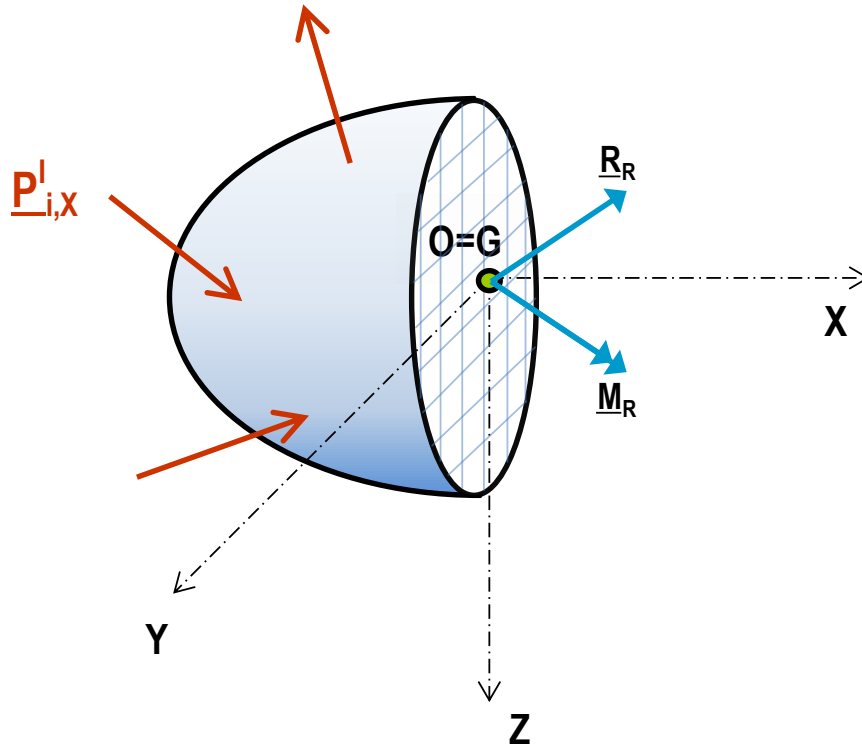
01 - INTRODUCCIÓN

02 - DEFINICIÓN DE ECUACIONES DE EQUIVALENCIA

03 - DESARROLLO Y DEDUCCIÓN

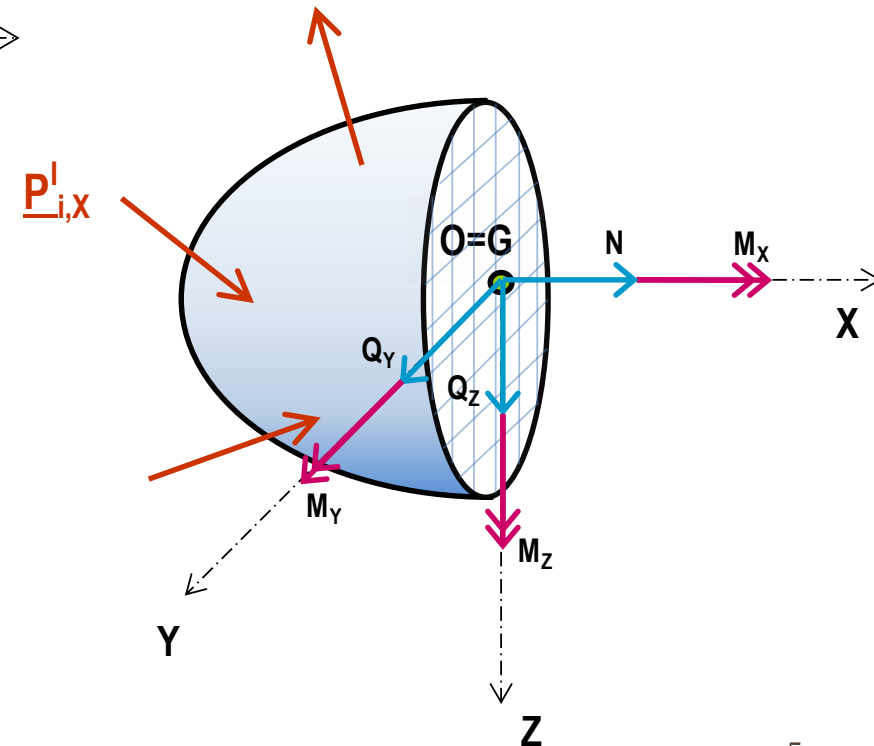
04 - BIBLIOGRAFÍA

La secuencia de análisis descrita precedentemente se muestra a través de los siguientes esquemas:



Este esquema identifica las fuerzas resultantes de reducción (fuerza y momento)

Este esquema identifica los esfuerzos internos





## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

01 – INTRODUCCIÓN

02 – DEFINICIÓN DE  
ECUACIONES DE  
EQUIVALENCIA

03 – DESARROLLO Y  
DEDUCCIÓN

04 - BIBLIOGRAFÍA

### 02 – DEFINICIÓN DE ECUACIONES DE EQUIVALENCIA:

Definiremos como:

***“Las Ecuaciones de Equivalencia son las relaciones entre los esfuerzos internos y las tensiones”***

## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

01 – INTRODUCCIÓN

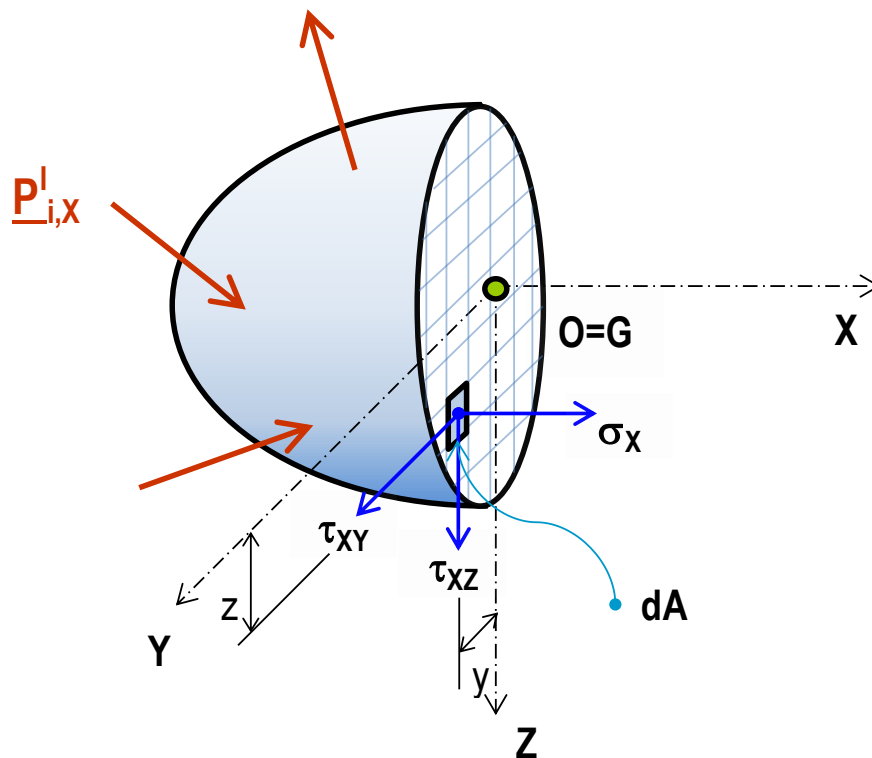
02 – DEFINICIÓN DE  
ECUACIONES DE  
EQUIVALENCIA

03 – DESARROLLO Y  
DEDUCCIÓN

04 - BIBLIOGRAFÍA

### 03 – DESARROLLO Y DEDUCCIÓN:

Considérese la siguiente figura, ya mostrada en todo el desarrollo que se ha venido realizando con algunas mínimas incorporaciones:



- Se distingue un punto cualquiera sobre la superficie de la sección, el cual es representado mediante un diferencial de área “dA”;
- Sobre el diferencial de área se ponen en evidencia las tensiones actuantes sobre el mismo, las cuales son también genéricas, “ $\sigma$ ”,  $\tau_{xy}$ ” y “ $\tau_{xz}$ ”;
- El punto elegido arbitrariamente, se lo ubica dentro de la sección mediante las coordenadas “y” y “z”.

## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

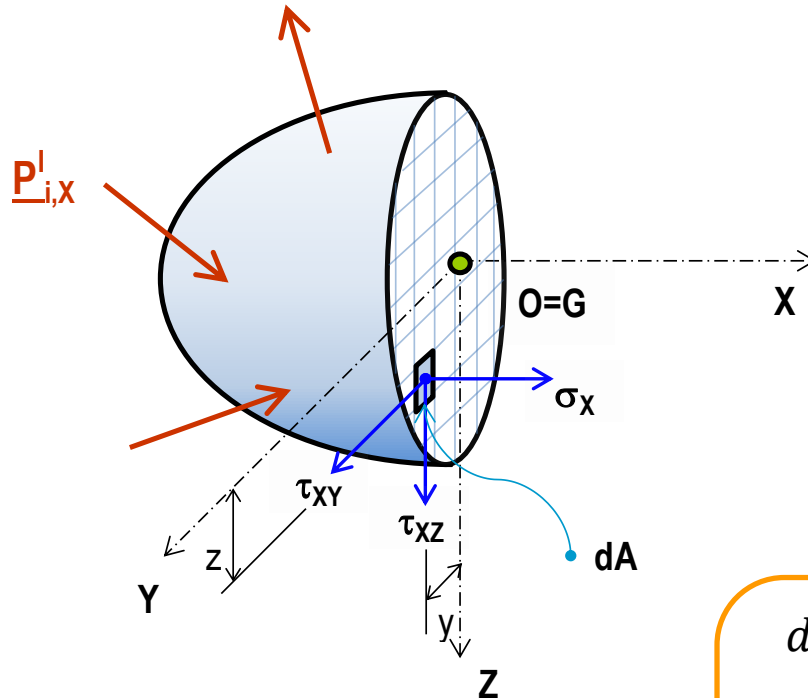
01 – INTRODUCCIÓN

02 – DEFINICIÓN DE  
ECUACIONES DE  
EQUIVALENCIA

03 – DESARROLLO Y  
DEDUCCIÓN

04 - BIBLIOGRAFÍA

Se muestra, en primera instancia, los diferenciales de fuerza y de momento expresados como a continuación se indica:



$$dN = \sigma_X \cdot dA = dP_{iX}$$

$$dQ_Y = \tau_{XY} \cdot dA = dP_{iY}$$

$$dQ_Z = \tau_{XZ} \cdot dA = dP_{iZ}$$

Diferenciales  
de Fuerza



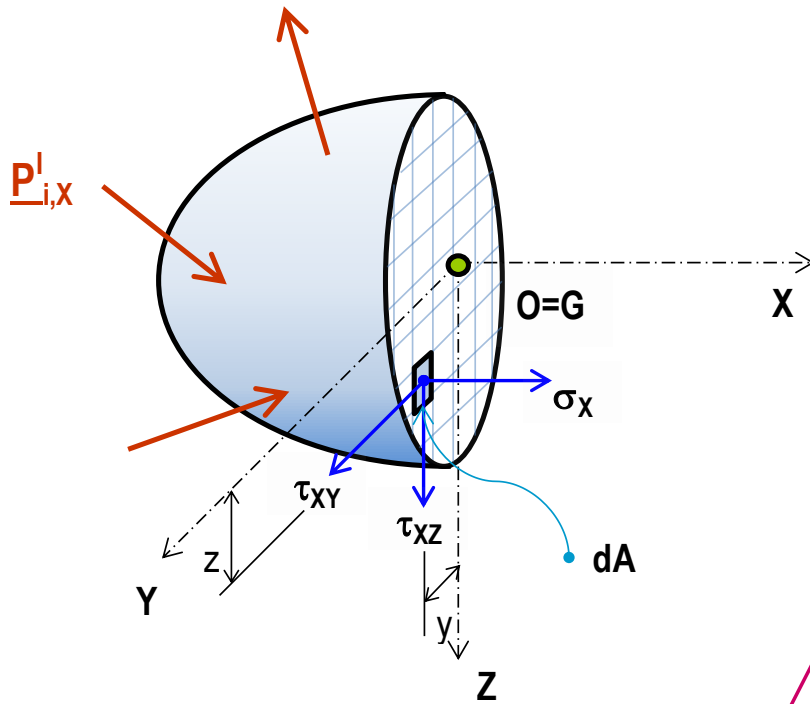
## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

01 – INTRODUCCIÓN

02 – DEFINICIÓN DE ECUACIONES DE EQUIVALENCIA

03 – DESARROLLO Y DEDUCCIÓN

04 - BIBLIOGRAFÍA



$$dM_x = \underbrace{(-\tau_{xy} \cdot dA)}_{\text{Diferencial de Momento}} \cdot z + \underbrace{(+\tau_{xz} \cdot dA)}_{\text{Diferencial de Momento}} \cdot y$$

Diferencial de Fuerza      Diferencial de Fuerza

$$dM_y = \underbrace{(\sigma_x \cdot dA)}_{\text{Diferencial de Momento}} \cdot z$$

Diferencial de Fuerza

$$dM_z = \underbrace{(-\sigma_x \cdot dA)}_{\text{Diferencial de Momento}} \cdot y$$

Diferencial de Fuerza

## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

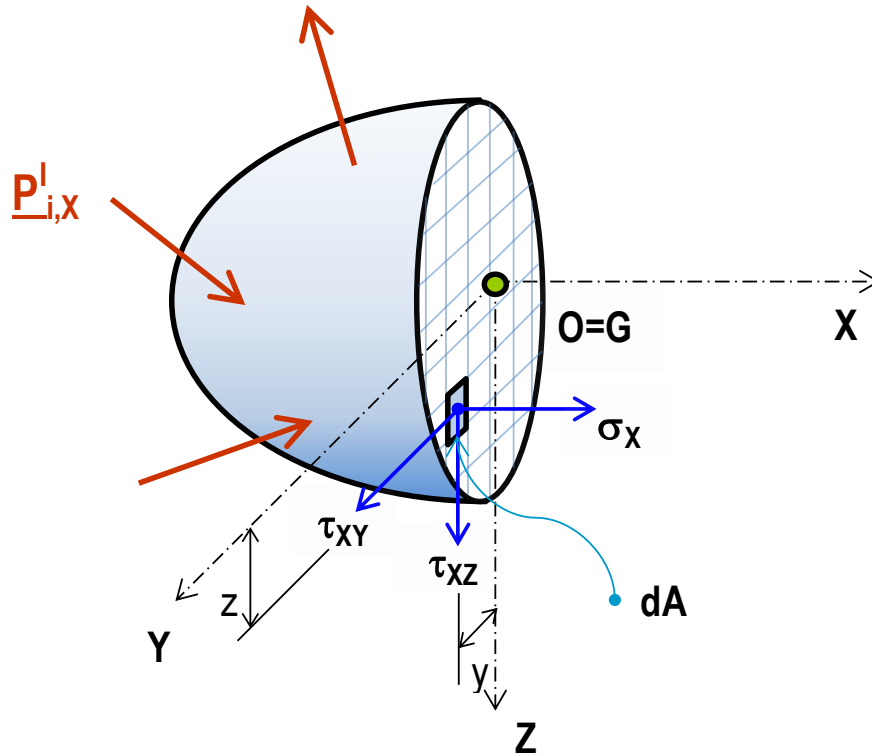
01 - INTRODUCCIÓN

02 - DEFINICIÓN DE ECUACIONES DE EQUIVALENCIA

03 - DESARROLLO Y DEDUCCIÓN

04 - BIBLIOGRAFÍA

Las 6 expresiones anteriores se integran en toda el área de la sección:



$$N = \int_A \sigma_x \cdot dA \quad 1$$

$$Q_Y = \int_A \tau_{XY} \cdot dA \quad 2$$

$$Q_Z = \int_A \tau_{XZ} \cdot dA \quad 3$$

$$M_X = \int_A (-\tau_{XY} \cdot z + \tau_{XZ} \cdot y) \cdot dA \quad 4$$

$$M_Y = \int_A \sigma_x \cdot z \cdot dA \quad 5$$

$$M_Z = \int_A -\sigma_x \cdot y \cdot dA \quad 6$$

Las 6 expresiones constituyen las definidas:

**“Ecuaciones de Equivalencia”**



## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

01 – INTRODUCCIÓN

02 – DEFINICIÓN DE  
ECUACIONES DE  
EQUIVALENCIA

03 – DESARROLLO Y  
DEDUCCIÓN

04 - BIBLIOGRAFÍA

### 04 – BIBLIOGRAFÍA:

- Estabilidad II - Enrique D. FLIESS – Ed. Kapelusz
- Mecánica de Materiales - Ferdinand P. BEER – E. Russell JOHNSTON, Jr – John T. DEWOLF - David F. MAZUREK – Ed. McGraw-Hill
- Mecánica de Materiales - Russell C. HIBBELER - Pearson – Ed. Prentice Hall
- Mecánica de Sólidos - Egor P. POPOV – Ed. Pearson Educación
- Resistencia de Materiales - V. I. FEODOSIEV – Ed. MIR



## INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Ecuaciones de Equivalencia

01 – INTRODUCCIÓN

02 – DEFINICIÓN DE  
ECUACIONES DE  
EQUIVALENCIA

03 – DESARROLLO Y  
DEDUCCIÓN

04 - BIBLIOGRAFÍA

**MUCHAS GRACIAS**

**POR SU AMABLE ATENCIÓN**