



Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ingeniería

Departamento de Estabilidad

INGENIERÍA CIVIL

ESTABILIDAD II – 84.03

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II

Concepto de Deformación-01

Autor: *Ing. Luis Nelson SOSTI*
Abril 2020



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1º Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS
BÁSICAS PARA EL
ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE
ESTUDIO Y DE
DESARROLLO

04 – DESARROLLO –
VARIABLES Y
PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE
DEFORMACIONES –
DEFORMACIÓN EN UN
PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

01 – INTRODUCCIÓN:

En la 1º presentación vista sobre cuáles eran los objetivos de la Asignatura y el alcance que se pretendía dar a la misma, se mencionaron los aspectos relativos a la deformación de los cuerpos.

Al respecto, se pretende destacar lo siguiente:

- En esta asignatura se trabajará con cuerpos o sólidos deformables;
- Estos cuerpos estarán solicitados por distintos tipos de acciones o causas, que sin perder generalidad se pueden denominar e incluir dentro de cualquiera de los siguientes grupos:
 - I. Acción o Causa Fuerza, denominada en forma genérica como “P” o “F”;
 - II. Acción o Causa Variación de Temperatura, denominada como “ ΔT ”;
 - III. Acción o Causa Cedimiento de Vínculo, denominada como “CV”;Pudiendo ampliarse o modificarse o clasificarse bajos otras perspectivas;



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1º Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE ESTUDIO Y DE DESARROLLO

04 – DESARROLLO – VARIABLES Y PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE DEFORMACIONES – DEFORMACIÓN EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- La deformación que experimentarán los cuerpos dependerán fundamental y esencialmente de las siguientes variables:
 - i. Tipo de causa deformante y de sus magnitudes;
 - ii. Material del cuál están hechos, así como de sus calidades;
 - iii. Configuración geométrica y disposición general de los distintos elementos componentes;
- Cuando un cuerpo se deforma, se podrán corroborar cambios en las siguientes variables:
 - Variación de la distancia entre sus puntos;
 - Variación de los ángulos entre sus direcciones;
 - Variación de volúmenes;

Conociendo un mapeo de estas variables sobre el cuerpo, será posible obtener la configuración geométrica del cuerpo deformado (o en la posición deformada).



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1° Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS
BÁSICAS PARA EL
ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE
ESTUDIO Y DE
DESARROLLO

04 – DESARROLLO –
VARIABLES Y
PARÁMETROS

05 – EL TENSOR DE
DEFORMACIONES –
DEFORMACIÓN EN UN
PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

02 – HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS:

Con la finalidad de poder desarrollar este tema de manera introductoria, preliminar y conceptual se mencionarán una serie de hipótesis o suposiciones de trabajo que permitirán cumplir con el fin que se está persiguiendo.

Previo a éstas, es necesario señalar que ***la deformación del sólido será estudiada en el entorno de un punto de un medio continuo.***

Pero que es “**el entorno de un punto**”?

Definiremos como entorno de un punto a un conjunto de puntos que se encuentran separados distancias infinitésimas del punto adoptado como referencia.



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1° Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE ESTUDIO Y DE DESARROLLO

04 – DESARROLLO – VARIABLES Y PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE DEFORMACIONES – DEFORMACIÓN EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

Estás hipótesis son las siguientes

- El cuerpo o sólido se considerará como un medio continuo;
- El material será considerado homogéneo e isótropo;
- Las deformaciones serán consideradas infinitamente pequeñas. Por lo tanto, los puntos pertenecientes al entorno del punto seguirán perteneciendo al entorno del punto después de la deformación. Quedarán excluidos los casos de rotura o discontinuidad del medio;
- Las curvas del entorno del punto mantienen su grado durante la deformación, es decir:
 - Una recta seguirá siendo una recta después de la deformación;
 - Una circunferencia en la posición inicial se transformará en otra curva de 2° grado (circunferencia, elipse, etc);
- Los desplazamientos son infinitamente pequeñas en comparación con las dimensiones del cuerpo.



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1° Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS
BÁSICAS PARA EL
ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE
ESTUDIO Y DE
DESARROLLO

04 – DESARROLLO –
VARIABLES Y
PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE
DEFORMACIONES –
DEFORMACIÓN EN UN
PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

03 – ENFOQUE DE ESTUDIO Y DE DESARROLLO:

En el estudio de la Tensión en un Punto o del Estado Tensional en un punto, se asociaba a cada plano caracterizado por su dirección normal y pasante por cualquier punto, un vector tensión.

Mientras que en el estudio de la Deformación o del Estado de Deformación en un Punto, se dará un enfoque parecido pero distinto. Ahora, en vez de trabajar con planos se trabajará con direcciones, y se dirá que a cada dirección pasante por un punto de un medio continuo se le asociará un **“Vector Deformación Específica”**.

En consecuencia, para cada punto dado estarán asociados 2 vectores:

1. Uno será el vector tensión que estará asociado al plano cuya normal caracteriza al plano y constituye la dirección propuesta;
2. El 2° será el vector deformación específica relativo asociado a la mencionada dirección propuesta.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1º Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS
BÁSICAS PARA EL
ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE
ESTUDIO Y DE
DESARROLLO

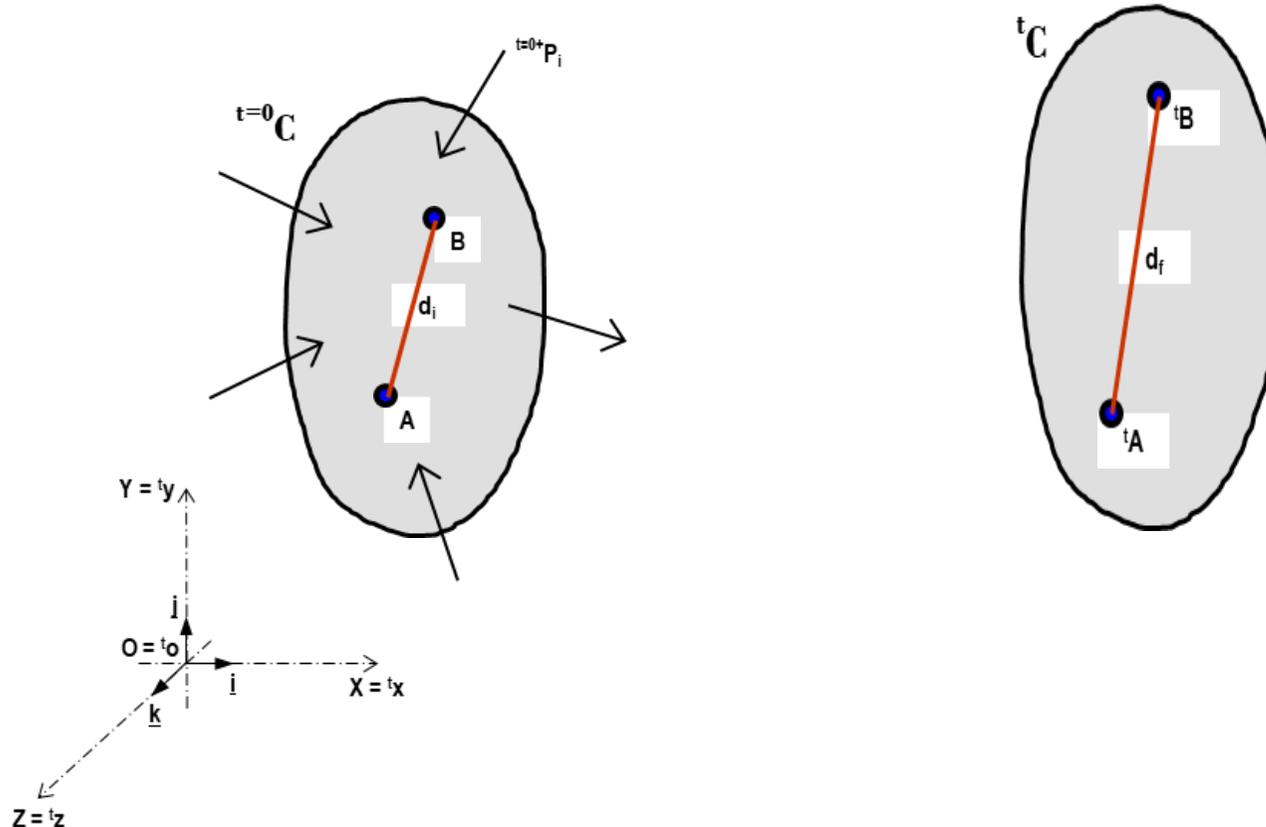
04 – DESARROLLO –
VARIABLES Y
PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE
DEFORMACIONES –
DEFORMACIÓN EN UN
PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

04 – DESARROLLO – VARIABLES Y PARÁMETROS:

Considérese el siguiente cuerpo en el cual se han distinguido 2 puntos pertenecientes al mismo y de acuerdo al siguiente detalle:



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1° Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS

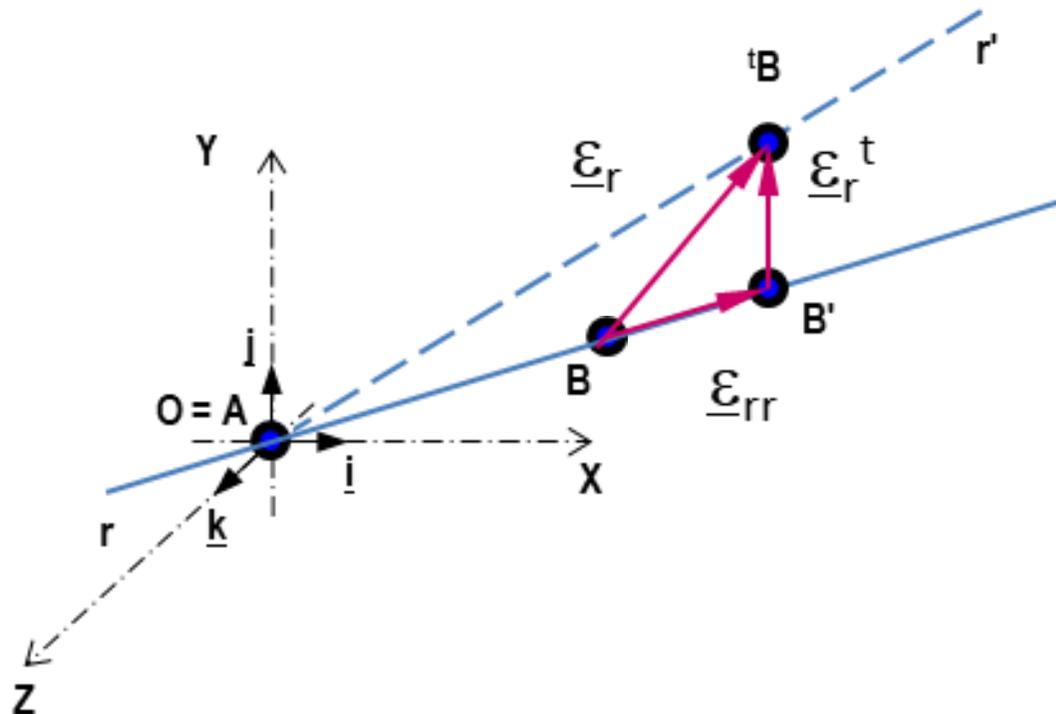
03 – ENFOQUE DE ESTUDIO Y DE DESARROLLO

04 – DESARROLLO – VARIABLES Y PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE DEFORMACIONES – DEFORMACIÓN EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

Supongamos que el punto bajo estudio es el punto “A” y que “B” es un punto del entorno de “A”. En el siguiente análisis, haremos coincidir al origen de una terna cartesiana con el punto bajo estudio, es decir, $A=O$. Veamos esto con una figura:



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1° Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS
BÁSICAS PARA EL
ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE
ESTUDIO Y DE
DESARROLLO

04 – DESARROLLO –
VARIABLES Y
PARÁMTEROS

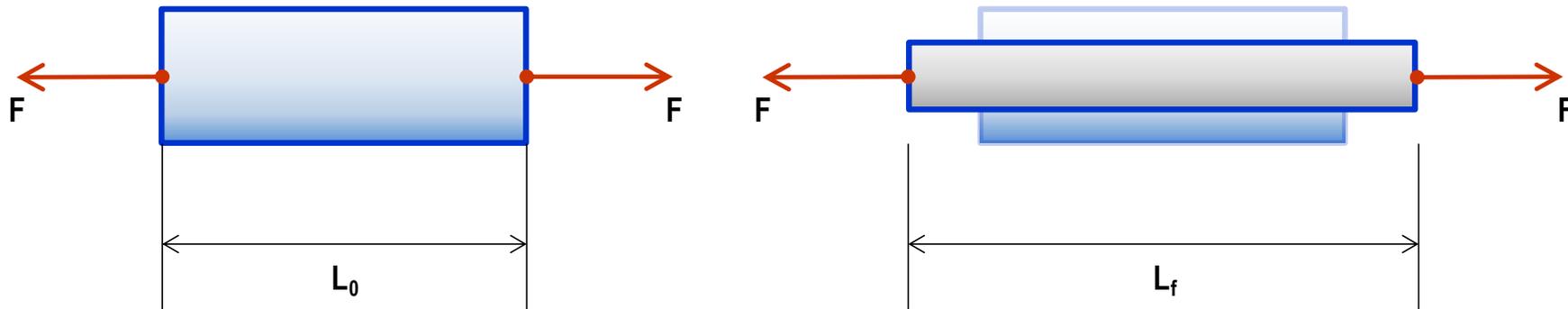
05 – EL TENSOR DE
DEFORMACIONES –
DEFORMACIÓN EN UN
PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

Denominaremos a las siguientes variables de la siguiente manera:

- $\underline{\varepsilon}_r$: Vector Deformación Específica asociado a la dirección “r”
- $\underline{\varepsilon}_{rr}$: Vector Deformación Específica Longitudinal asociado a la dirección “r”
- $\underline{\varepsilon}_r^t$: Vector Deformación Específica Transversal asociado a la dirección “r”

Veamos esto mismo a través de los siguientes 2 ejemplos:



$$\varepsilon_{rr} = \frac{L_f - L_0}{L_0} = \text{Deformación Específica Longitudinal}$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1º Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE ESTUDIO Y DE DESARROLLO

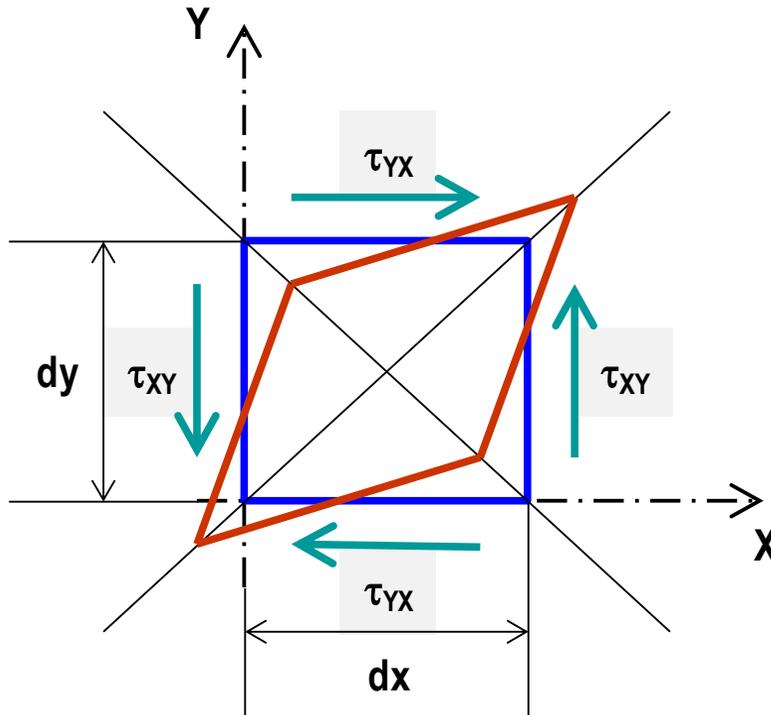
04 – DESARROLLO – VARIABLES Y PARÁMETROS

05 – EL TENSOR DE DEFORMACIONES – DEFORMACIÓN EN UN PUNTO

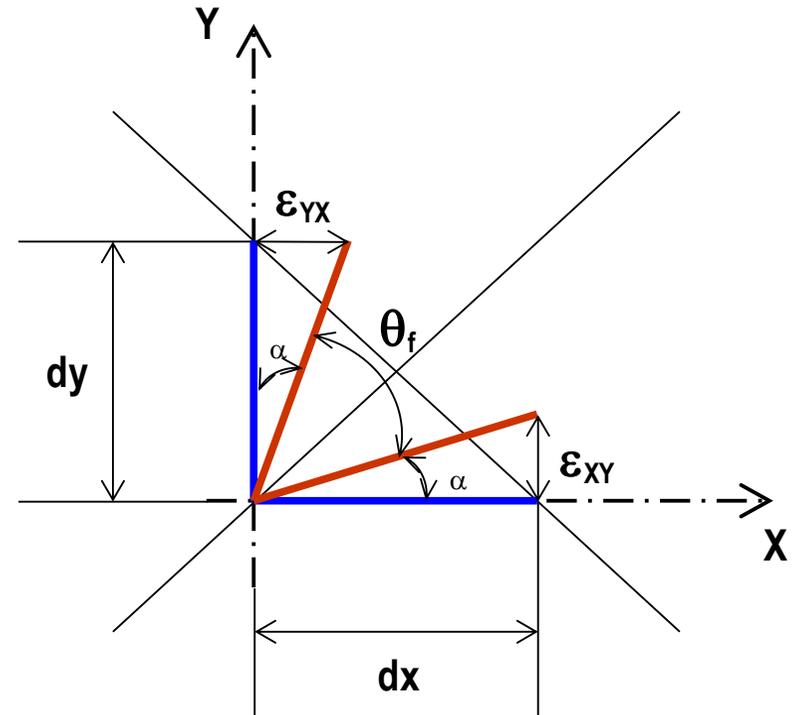
06 - BIBLIOGRAFÍA

Definiremos como **Deformación Específica Longitudinal** asociada a una dirección cualquiera “r” a la variación de longitud por unidad de longitud inicial experimentada sobre esa dirección “r”.

Veamos el 2º ejemplo:



$$\epsilon_{XY} = \epsilon_{YX} = \alpha$$



$$\gamma_{XY} = \gamma_{YX} = \pi / 2 - \theta_f = 2 \cdot \epsilon_{XY} = 2 \cdot \epsilon_{YX}$$



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1° Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE ESTUDIO Y DE DESARROLLO

04 – DESARROLLO – VARIABLES Y PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE DEFORMACIONES – DEFORMACIÓN EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

Definiremos como **Distorsión angular** a la variación del ángulo entre 2 direcciones que originalmente (antes de la deformación) forman un ángulo de 90° y luego de la misma forman un ángulo de θ_f .

De la definición anterior cabe destacar que la distorsión angular es la diferencia entre un ángulo inicial y otro final.

$$\gamma_{XY} = \gamma_{YX} = \pi / 2 - \theta_f = 2.\varepsilon_{XY} = 2.\varepsilon_{YX}$$

$$\gamma_{YZ} = \gamma_{ZY} = \pi / 2 - \theta_f = 2.\varepsilon_{YZ} = 2.\varepsilon_{ZY}$$

$$\gamma_{ZX} = \gamma_{XZ} = \pi / 2 - \theta_f = 2.\varepsilon_{ZX} = 2.\varepsilon_{XZ}$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1º Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS
BÁSICAS PARA EL
ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE
ESTUDIO Y DE
DESARROLLO

04 – DESARROLLO –
VARIABLES Y
PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE
DEFORMACIONES –
DEFORMACIÓN EN UN
PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

05 – TENSOR DE DEFORMACIONES – DEFORMACIÓN EN UN PUNTO:

Denominaremos como Deformación en un Punto o Estado de Deformación en un Punto al conjunto de los infinitos vectores de deformación asociados a las infinitas direcciones que pasan por el punto que se está estudiando.

El Tensor de Deformaciones, al igual que el de tensiones, va a permitir calcular esos infinitos vectores de deformación conociendo solamente el versor que caracteriza a tales direcciones.

$$[TD] = \begin{bmatrix} \epsilon_{XX} & \epsilon_{YX} & \epsilon_{ZX} \\ \epsilon_{XY} & \epsilon_{YY} & \epsilon_{ZY} \\ \epsilon_{XZ} & \epsilon_{YZ} & \epsilon_{ZZ} \end{bmatrix}$$

Componentes según la Dirección Z

Componentes según la Dirección Y

Componentes según la Dirección X

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1º Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE ESTUDIO Y DE DESARROLLO

04 – DESARROLLO – VARIABLES Y PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE DEFORMACIONES – DEFORMACIÓN EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

El Tensor de Deformaciones es la herramienta o ente matemático que caracteriza y define a la **Deformación en un Punto o Estado de Deformación en un Punto**.

La siguiente expresión muestra las 2 formas en las que se suele expresa al Tensor de Deformaciones.

$$[TD] = \begin{bmatrix} \epsilon_{XX} & \epsilon_{YX} & \epsilon_{ZX} \\ \epsilon_{XY} & \epsilon_{YY} & \epsilon_{ZY} \\ \epsilon_{XZ} & \epsilon_{YZ} & \epsilon_{ZZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{XX} & \gamma_{YX}/2 & \gamma_{ZX}/2 \\ \gamma_{XY}/2 & \epsilon_{YY} & \gamma_{ZY}/2 \\ \gamma_{XZ}/2 & \gamma_{YZ}/2 & \epsilon_{ZZ} \end{bmatrix}$$



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1º Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE ESTUDIO Y DE DESARROLLO

04 – DESARROLLO – VARIABLES Y PARÁMETROS

05 – EL TENSOR DE DEFORMACIONES – DEFORMACIÓN EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

Como se adelantara de las expresiones precedentes, se observa que el Tensor de Deformaciones, al igual que el Tensor de Tensiones, es “simétrico” respecto de la diagonal principal, aspecto que será demostrado cuando se vea el tema “Estado de Deformación”. Es decir:

$$\gamma_{XY} = \gamma_{YX}$$

$$\epsilon_{XY} = \epsilon_{YX}$$

$$\gamma_{YZ} = \gamma_{ZY}$$

$$\epsilon_{YZ} = \epsilon_{ZY}$$

$$\gamma_{ZX} = \gamma_{XZ}$$

$$\epsilon_{ZX} = \epsilon_{XZ}$$

Se verá más adelante en el desarrollo de la asignatura que los tratamientos matemáticos que se darán a los temas “Estado de Tensión” y “Estado de Deformación” son similares así como en su operatoria, y poseen la particularidad de conllevar una correlación entre las variables de uno y otro. Por lo tanto, tienen la particularidad de simplificar el desarrollo y la operatoria.



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1° Parte

01 – INTRODUCCIÓN

02 – HIPÓTESIS
BÁSICAS PARA EL
ANÁLISIS

03 – ENFOQUE DE
ESTUDIO Y DE
DESARROLLO

04 – DESARROLLO –
VARIABLES Y
PARÁMTEROS

05 – EL TENSOR DE
DEFORMACIONES –
DEFORMACIÓN EN UN
PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

06 – BIBLIOGRAFÍA:

- Estabilidad II - Enrique D. FLIESS – Ed. Kapelusz
- Mecánica de Materiales - Ferdinand P. BEER – E. Russell JOHNSTON, Jr – John T. DEWOLF - David F. MAZUREK – Ed. McGraw-Hill
- Mecánica de Materiales - Russell C. HIBBELER - Pearson – Ed. Prentice Hall
- Mecánica de Sólidos - Egor P. POPOV – Ed. Pearson Educación
- Resistencia de Materiales - V. I. FEODOSIEV – Ed. MIR



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Deformación – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

MUCHAS GRACIAS

POR SU AMABLE ATENCIÓN