



UTN – FRBA  
INGENIERIA CIVIL

RESISTENCIA DE MATERIALES  
Ing. Juan José Urquiza

# **TEORÍA DE BARRAS**

## **HIPÓTESIS DE LA**

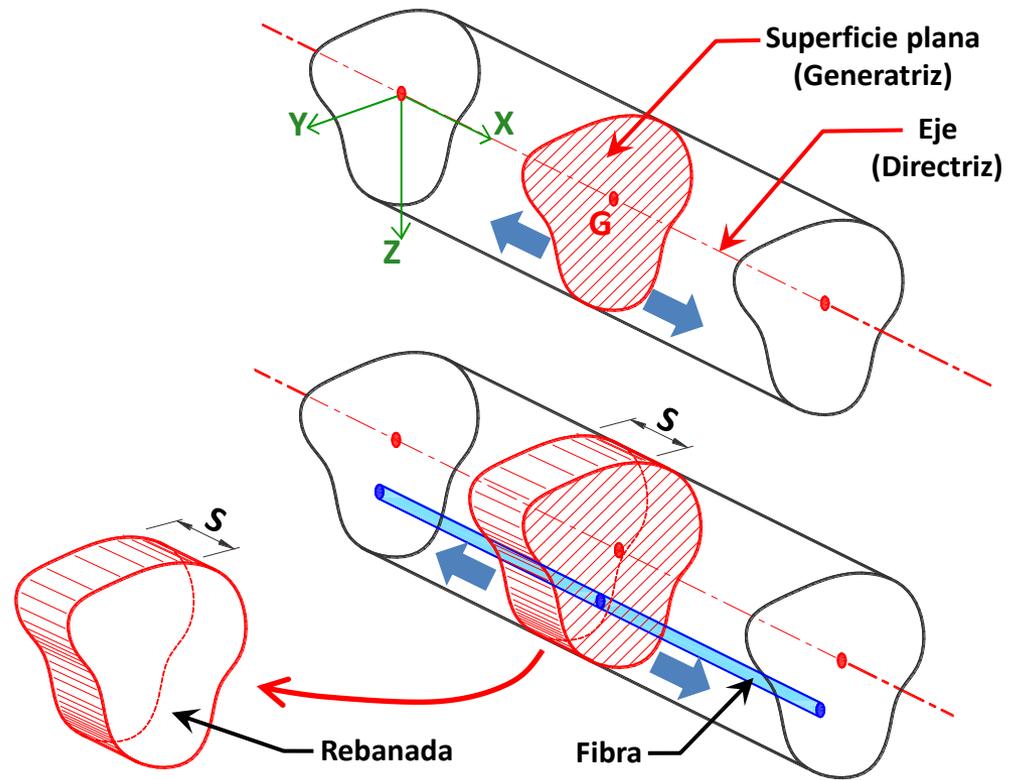
# **RESISTENCIA DE MATERIALES**

# TEORÍA DE BARRAS

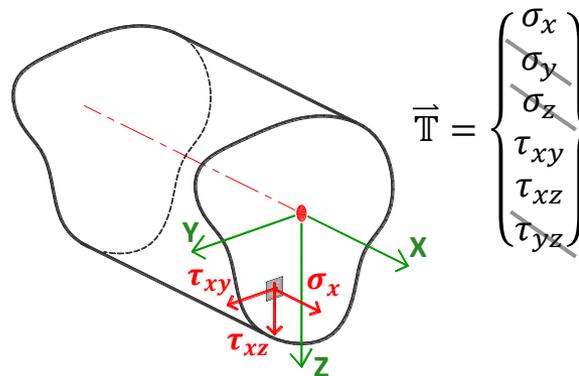
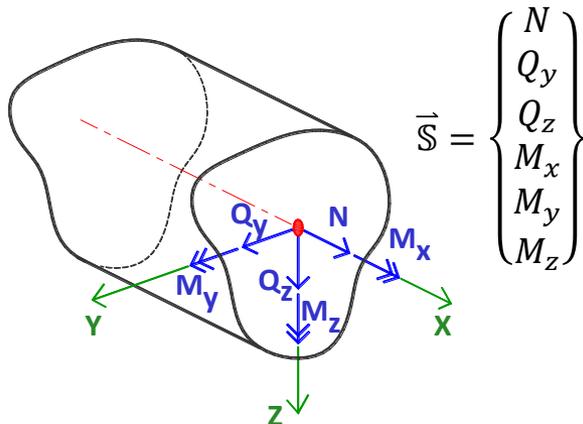
## DEFINICIÓN

Sólido en el que una dimensión (la longitud) predomina sobre las otras dos (sección transversal).

- **Generación** → Directriz y generatriz.
- Concepto de “rebanada” y “fibra”.
- Barras de eje recto y curvo (2D y 3D).
- Barras de sección constante y variable.
- Estructuras de barras 2D y 3D
- Imprecisión del concepto.  $L > 2D$   
Barras esbeltas y compactas  
 $L > 2D$        $L < 2D$



## ECUACIONES DE EQUIVALENCIA FORMA VECTORIAL



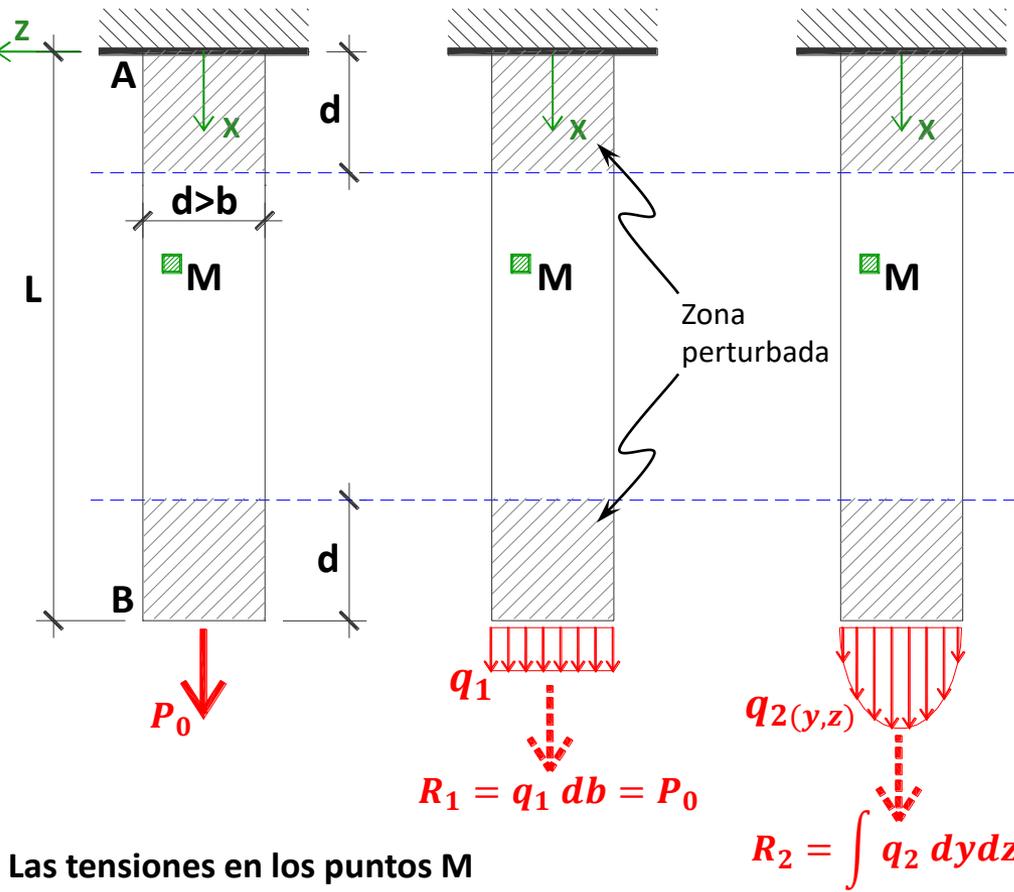
$$\vec{S} = \int_F H \vec{T} dF$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -z & y & 0 \\ z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# HIPÓTESIS BÁSICAS DE LA RESISTENCIA DE MATERIALES

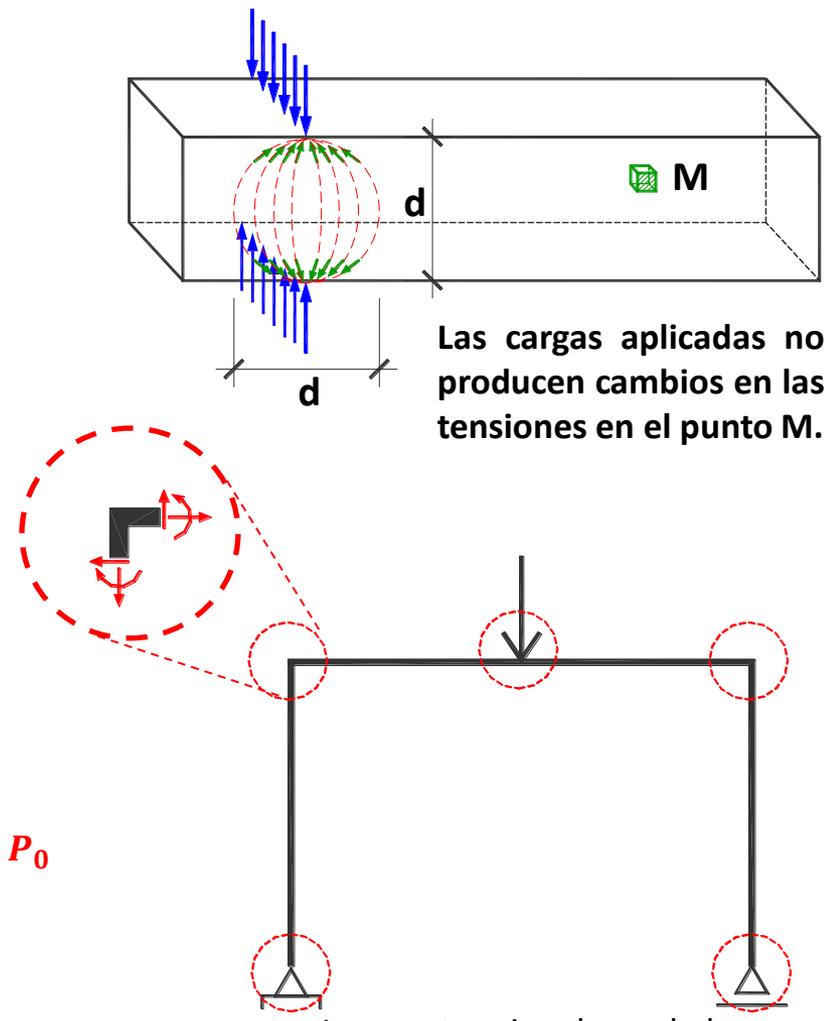
## PRINCIPIO DE SAINT VENANT

“El estado de tensión en puntos interiores de un sólido, alejados de los puntos de aplicación de las cargas, es **independiente** de la forma de aplicación de las mismas”.



Las tensiones en los puntos M son iguales en los tres casos.

Se comprueba que la perturbación local debida a la aplicación de las cargas se extingue a una distancia del orden de la mayor dimensión de la sección transversal.



Los puntos singulares de la estructura requieren un diseño especial.

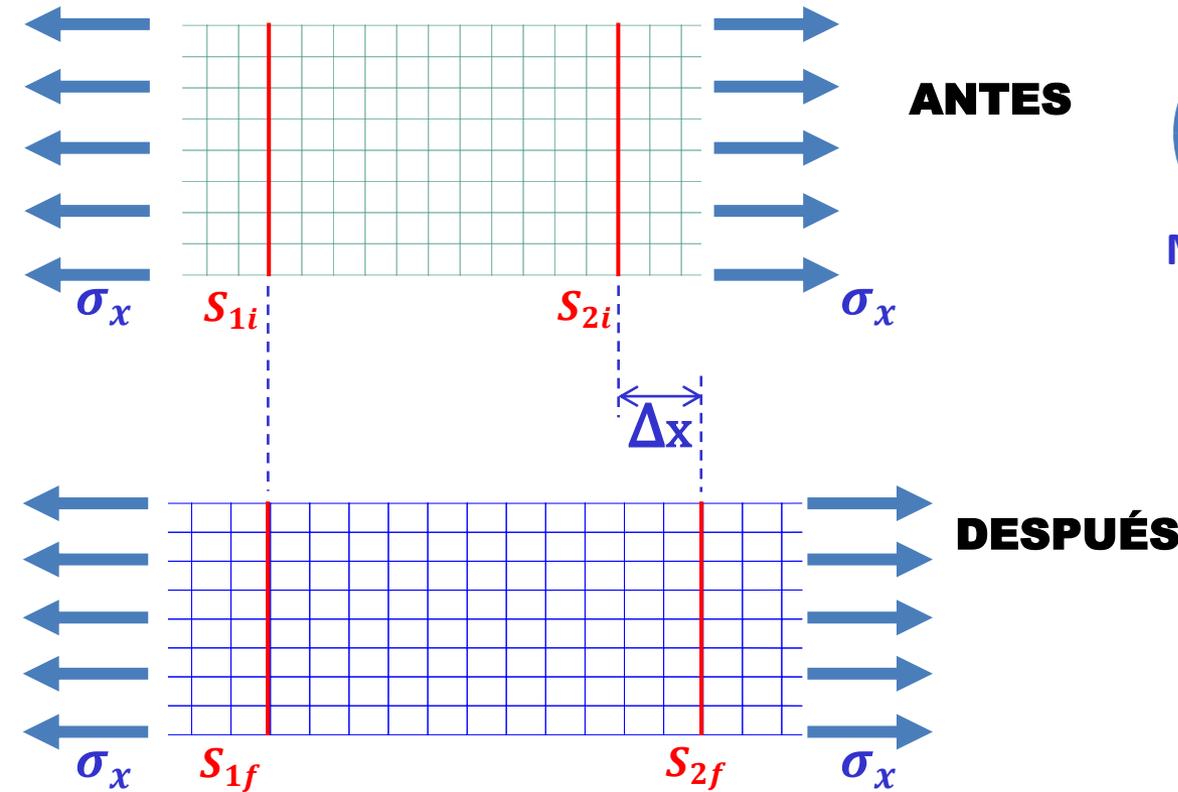
# CONSERVACIÓN DE LAS SECCIONES PLANAS

## HIPÓTESIS DE NAVIER-BERNOULLI

Es la hipótesis fundamental de la materia.

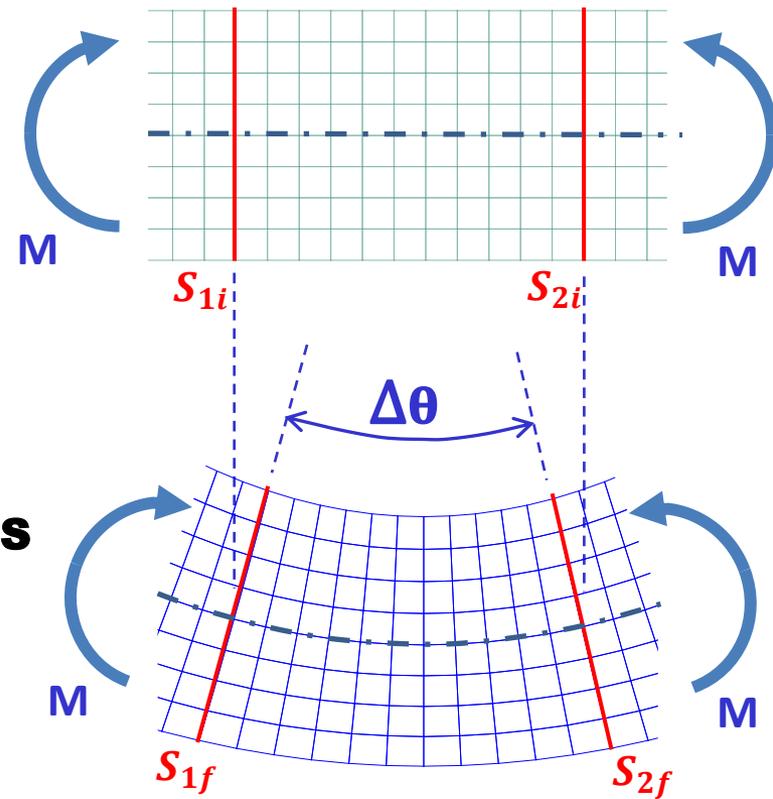
“Las secciones **planas y normales** al eje de la barra **antes** de la deformación, continúan siendo **planas y normales** al eje de la barra **después** de la deformación”.

### SOLICITACIÓN AXIL



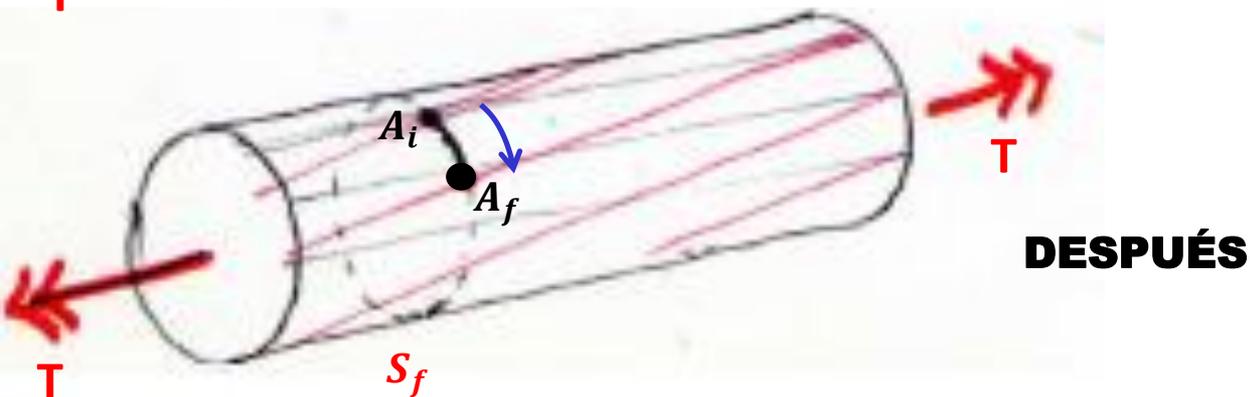
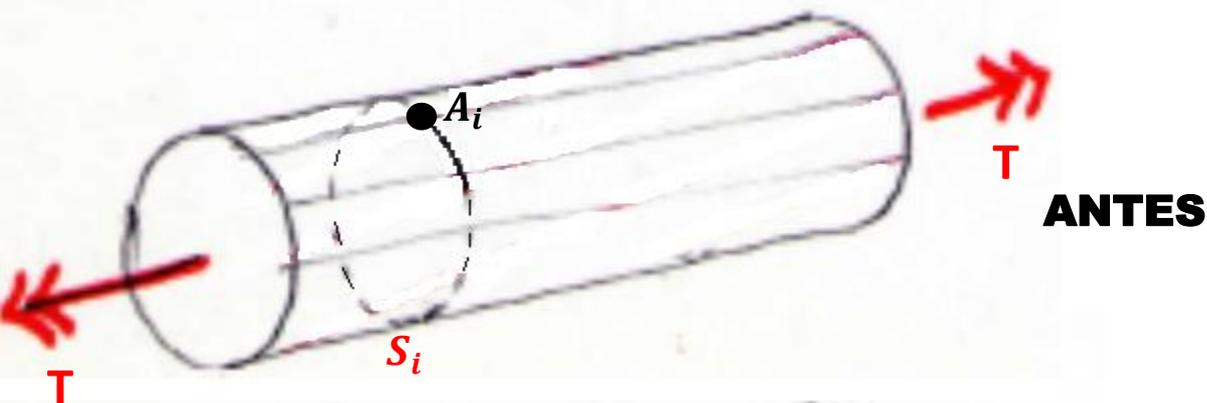
“Las secciones se desplazan paralelas a si mismas”.

### FLEXIÓN



“Las secciones rotan un ángulo  $\Delta\theta$ ”.  
Las fibras superiores se acortan y las inferiores se alargan.

## TORSIÓN



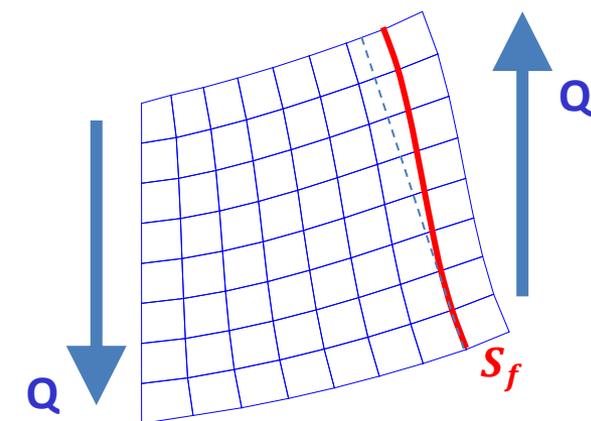
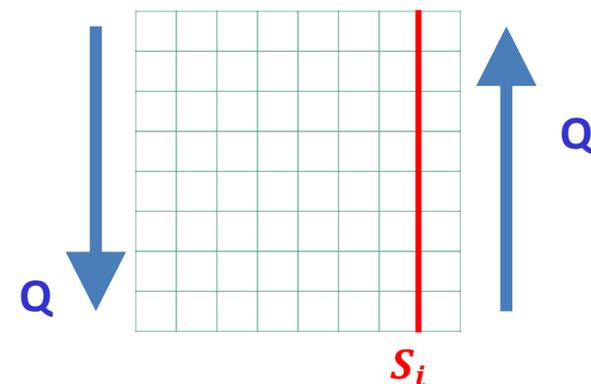
Las secciones contiguas giran unas respecto de otras con el eje de barra como eje de rotación.

Las fibras longitudinales rectas se convierten en helicoides.

Las secciones se conservan planas en barras de sección circular y anular.

En otras secciones se produce el llamado "alabeo" (deformación de la sección fuera del plano).

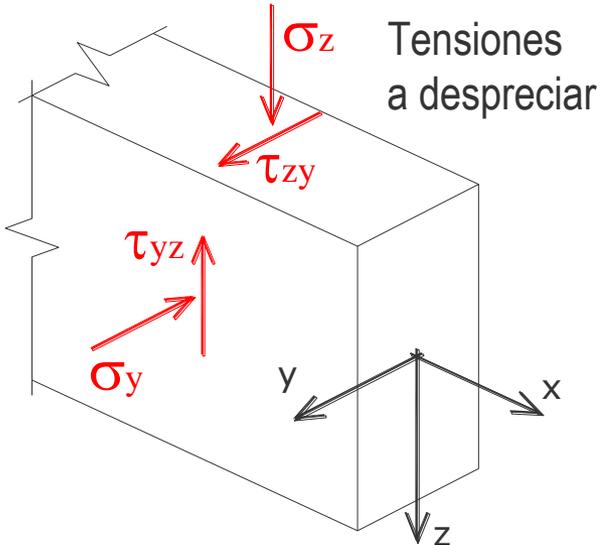
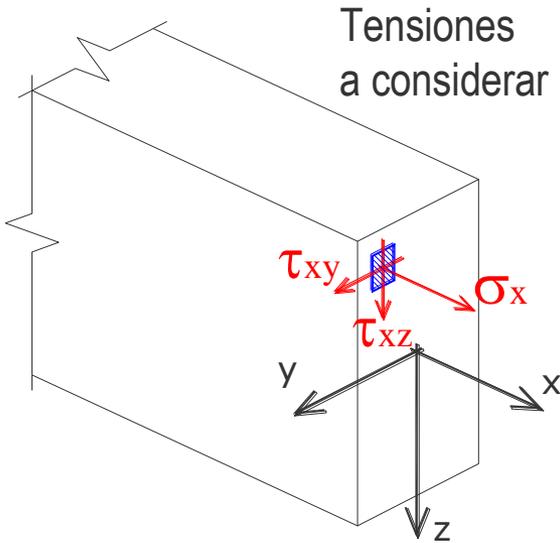
## CORTE



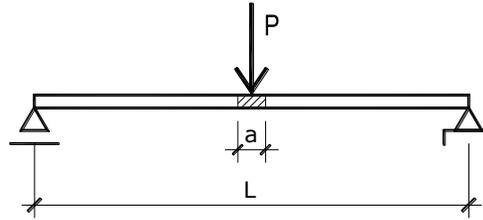
En vigas cortas ( $L < 2D$ ), la sollicitación por corte genera distorsiones que deforman la sección fuera de su plano. Este efecto pierde su significación en vigas largas ( $L > 2D$ ).

# CONSIDERACIÓN DE TENSIONES ACTUANTES EN EL PLANO DE LA SECCIÓN

La superficie lateral de la barra está descargada (libre de tensiones).



## Comprobación

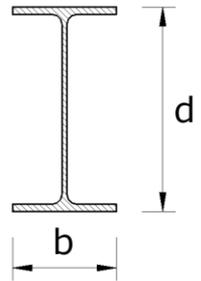
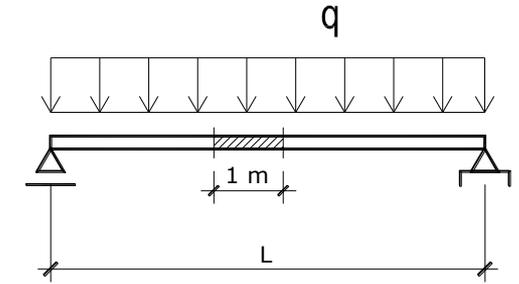


Viga : Perfil IPE 300

$$b := 15 \text{ cm}$$

$$d := 30 \text{ cm}$$

$$\sigma_{adm} := 150 \text{ MPa}$$



### Carga concentrada:

$$P := 75 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Área de contacto : } a := 10 \cdot \text{cm}$$

Presión de contacto :

$$\sigma_{yP} := \frac{P}{a \cdot b} = 5 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_{yP}}{\sigma_{adm}} = 3.3\%$$

### Carga distribuida:

$$q := 120 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

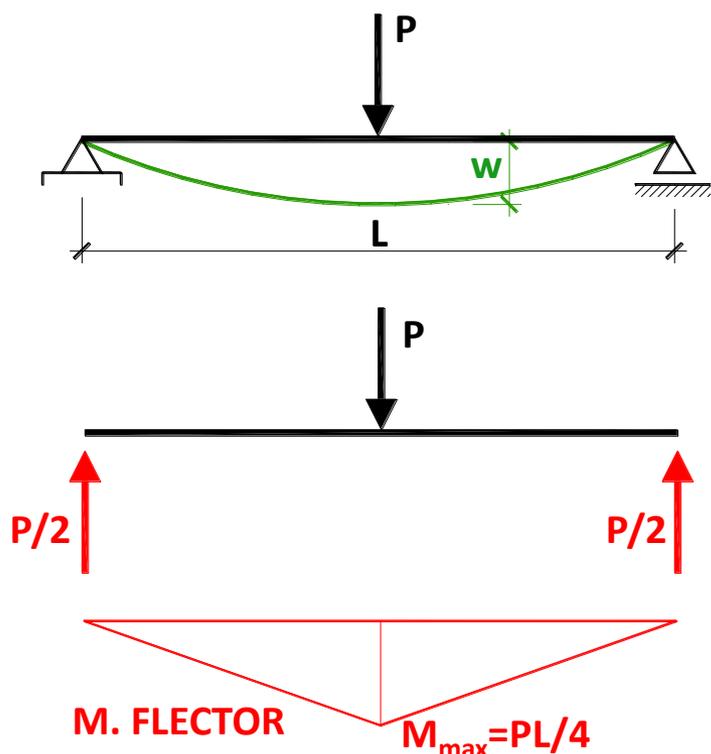
Presión de contacto :

$$\sigma_{yq} := \frac{q}{b} = 0.8 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_{yq}}{\sigma_{adm}} = 0.5\%$$

# LINEALIDAD ESTÁTICA - TEORÍAS DE PRIMERO Y SEGUNDO ORDEN

Se analiza en que situación deben considerarse las deformaciones al plantear el equilibrio.



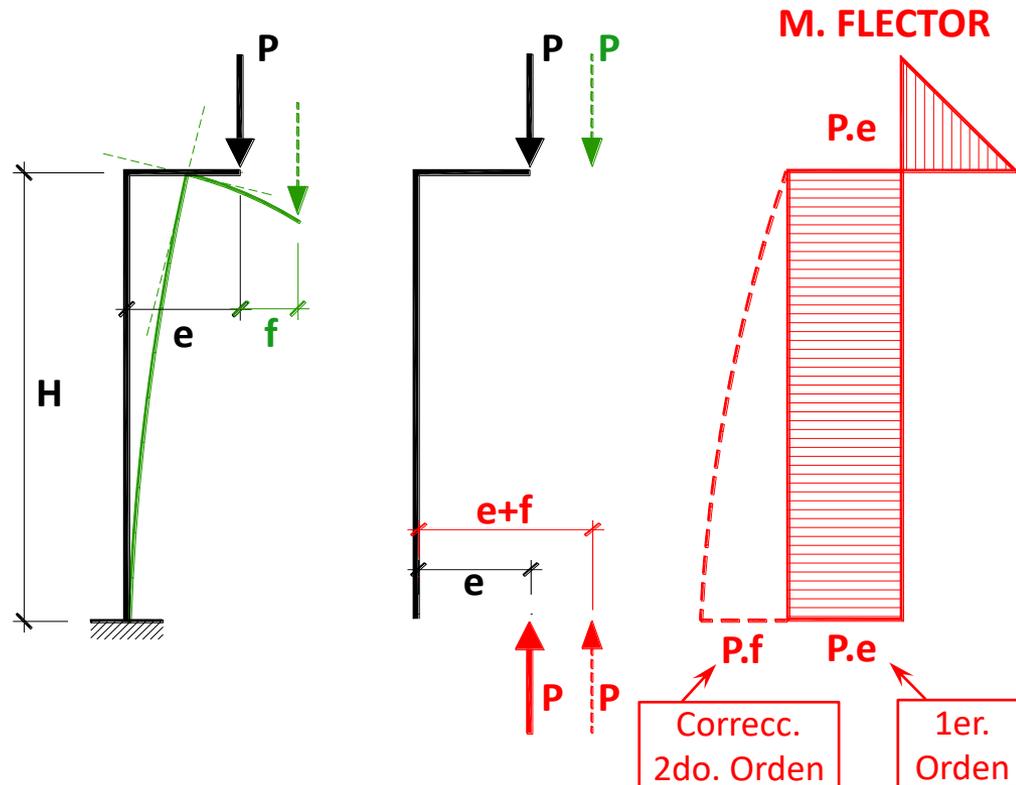
Las solicitaciones son independientes de “ $w$ ”.

→ LINEALIDAD ESTÁTICA

“El equilibrio es *independiente* de los *corrimientos* de la estructura”.

“Planteo del equilibrio en la *posición indeformada* de la estructura”.

TEORÍA DE PRIMERO ORDEN



Las solicitaciones son dependientes de “ $f$ ”.

→ NO HAY LINEALIDAD ESTÁTICA

“El equilibrio *depende* de los *corrimientos* de la estructura”

“Planteo del equilibrio en la *posición deformada* de la estructura”

TEORÍA DE SEGUNDO ORDEN

# PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DE EFECTOS

- **LINEALIDAD ESTÁTICA :** Equilibrio en la posición indeformada de la estructura ( T. de 1er. Orden ).
- **LINEALIDAD CINEMÁTICA :** Las deformaciones de la estructura son pequeñas.
- **LINEALIDAD MECÁNICA :** Relación lineal entre tensiones y deformaciones (Hooke).

Si se cumplen las tres “linealidades” → Es válido aplicar el **PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DE EFECTOS**.

*Cualquier magnitud en el sistema “A + B” puede obtenerse mediante la superposición de las correspondientes magnitudes en los sistemas “A” y “B” analizados individualmente.*

$$\mathcal{M}_{A+B} = \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B$$

